

Chapter 6 Indefinite Integrals: tasks for self-controlling

Task 2. Find the following indefinite integrals.

$$6.2.1. \quad a) \int \frac{5 + \ln(x+5)}{x+5} dx \quad b) \int \frac{2x dx}{\sqrt{x^2 + x - 5}} \quad c) \int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^3 x} \quad d) \int \frac{6x^2 + 9}{(x+1)(x+2)^2(x^2+1)} dx$$

$$e) \int \arctg \sqrt{2x+1} dx \quad f) \int \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x+1}} dx \quad g) \int \frac{dx}{5+3\cos x} \quad h) \int \sqrt{81-x^2} dx$$

$$6.2.2. \quad a) \int \frac{2\arctg(2x) - x}{1+4x^2} dx \quad b) \int \frac{(x-1)dx}{3x^2 - 3x + 4} \quad c) \int \frac{\sin^3 x dx}{\cos^4 x}$$

$$d) \int \frac{(x^3 + 13x + 9)dx}{(x+2)(x-2)^2(x^2+4)} \quad e) \int \ln(3x^2 - 2) dx \quad f) \int \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$$

$$g) \int \frac{dx}{2\sin x - 3\cos x} \quad h) \int \frac{dx}{(16+x^2)\sqrt{16+x^2}}$$

$$6.2.3. \quad a) \int \frac{(x - \sin x)dx}{x^2 + 2\cos x} \quad b) \int \frac{dx}{x\sqrt{3-x-x^2}} \quad c) \int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^5 x} \quad d) \int \frac{3x^3 + 6x^2 + 5x - 1}{x(x+1)^2(x^2+2)} dx$$

$$e) \int (6x^2 - 2)\cos 2x dx \quad f) \int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}} \quad g) \int \frac{\cos x dx}{1 + \cos x} \quad h) \int \frac{dx}{(\sqrt{5-x^2})^3}$$

$$6.2.4. \quad a) \int \frac{8x - (\arctg 2x)^2}{1+4x^2} dx \quad b) \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2+x+1}} \quad c) \int \frac{dx}{\cos^3 x \sin^3 x}$$

$$d) \int \frac{2x^3 - 4x^2 - 16x - 12}{(x-1)^2(x^2+4x+5)} dx \quad e) \int (x^2 - 1)\sin 3x dx \quad f) \int \frac{\sqrt{x+1} + 1}{(x+1)^2 + \sqrt{x+1}} dx$$

$$g) \int \frac{\sin x dx}{1 - \sin x} \quad h) \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$$

$$6.2.5. \quad a) \int \frac{(x^3 - x)dx}{x^4 + 1} \quad b) \int \frac{(3-x)dx}{\sqrt{2+x-2x^2}} \quad c) \int \frac{dx}{\operatorname{tg} x \cos 2x} \quad d) \int \frac{x^3 + 4x^2 + 3x + 2}{x^2(x^2+1)} dx$$

$$e) \int (2x^2 + 2)e^{3x} dx \quad f) \int \frac{x+3}{x^2\sqrt{2x+3}} dx \quad g) \int \frac{3 - \sin x}{2 + \cos x} dx \quad h) \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{(2-x^2)^3}}$$

$$6.2.6. \quad a) \int \frac{\left(x - \frac{1}{x}\right) dx}{\sqrt{x^2 + 1}} \quad b) \int \frac{dx}{x^2 \left(x + \sqrt{1+x^2}\right)} \quad c) \int \frac{dx}{\sqrt{\sin^3 x \cos^5 x}}$$

$$d) \int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 6}{(x-2)^2(x^2 - x + 1)} dx \quad e) \int (x-1) \ln^2 x dx \quad f) \int \frac{x+1}{(x^2+1)^{3/2}} dx$$

$$g) \int \frac{dx}{3 - 4 \sin x + 2 \cos x} \quad h) \int \frac{x^4 dx}{(16 - x^2) \sqrt{16 - x^2}}.$$

$$6.2.7. \quad a) \int \frac{x - (\operatorname{arctg} x)^4}{1 + x^2} dx \quad b) \int \frac{(x+2) dx}{x^2 - x + 4} \quad c) \int \frac{\sin 2x dx}{\cos^4 x + \sin^4 x}$$

$$d) \int \frac{x^3 + 9x^2 + 21x + 21}{(x+3)^2(x^2 + 3)} dx \quad e) \int x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx \quad f) \int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$$

$$g) \int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x} \quad h) \int \sqrt{4 + x^2} dx$$

$$6.2.8. \quad a) \int \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad b) \int \frac{(3x-1) dx}{4x^2 - 4x + 17} \quad c) \int \frac{dx}{4 - 2 \cos^2 x}$$

$$d) \int \frac{2x^3 + 4x^2 - 2x + 3}{(x+1)^2(x^2 + 2x + 2)} dx \quad e) \int \sqrt{x} \ln^2 x dx \quad f) \int \frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{x^3} dx$$

$$g) \int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3} \quad h) \int x^2 \sqrt{3 - x^2} dx$$

$$6.2.9. \quad a) \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 1}} \quad b) \int \frac{(3-4x) dx}{\sqrt{2x^2 - 3x + 1}} \quad c) \int \frac{dx}{\sin^5 x \cos^5 x}$$

$$d) \int \frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x+1)^2(x^2 + x + 1)} dx \quad e) \int x^2 \sin 2x dx \quad f) \int \frac{1 - \sqrt[3]{2x}}{\sqrt{2x}} dx$$

$$g) \int \frac{dx}{\sin x(2 + \cos x)} \quad h) \int x^3 \sqrt{25 - x^2} dx$$

$$6.2.10. \quad a) \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 1}} \quad b) \int \frac{(2+5x) dx}{\sqrt{4x^2 + 9x + 1}} \quad c) \int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^4 x}$$

$$d) \int \frac{-3x^3 + 13x^2 - 13x + 1}{(x-2)^2(x^2 - x + 1)} dx \quad e) \int x^2 \arccos x dx \quad f) \int \frac{(3-4x) dx}{(1-2\sqrt{x})^2}$$

$$g) \int \frac{\sin x dx}{\sin x + 2 \cos x} \quad h) \int \frac{dx}{\sqrt{(64 - x^2)^3}}$$

$$6.2.11. \quad a) \int \frac{x dx}{x^4 + x^2 + 1} \quad b) \int \frac{(8+x) dx}{3x^2 + 11x - 2} \quad c) \int \frac{\sin^4 x dx}{\cos^6 x} \quad d) \int \frac{x^3 + 2x^2 + 10x}{(x+3)^2 (x^2 - x + 1)} dx$$

$$e) \int \frac{\arcsin x}{x^2} dx \quad f) \int \frac{dx}{\left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}\right)^2} \quad g) \int \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} dx \quad h) \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$$

$$6.2.12. \quad a) \int \frac{(x^2 + 1) dx}{(x^3 + 3x + 2)^2} \quad b) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2x^2 - x + 1}} \quad c) \int \frac{\cos^6 x dx}{\sin^4 x}$$

$$d) \int \frac{3x^3 + x + 46}{(x-1)^2 (x^2 + 9)} dx \quad e) \int x \ln \frac{1+x}{1-x} dx \quad f) \int \frac{\sqrt{2x+1}}{x^2} dx$$

$$g) \int \frac{dx}{3 \sin^2 x + 5 \cos^2 x} \quad h) \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{(6-x^2)^3}}$$

$$6.2.13. \quad a) \int \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx \quad b) \int \frac{(2x^2 - 1) dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 8}} \quad c) \int \frac{dx}{\sin x \cos^4 x}$$

$$d) \int \frac{2x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x^2 + 1)(x^2 + x + 1)} dx \quad e) \int \arctg \sqrt{x} dx \quad f) \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x-1}}$$

$$g) \int \frac{dx}{4 - 3 \cos^2 x + 5 \sin^2 x} \quad h) \int x \sqrt{4 - x^2} dx$$

$$6.2.14. \quad a) \int \frac{(x^2 + 1) dx}{\sqrt{x^3 + 3x + 1}} \quad b) \int \frac{3x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} \quad c) \int \sin^5 x \sqrt[3]{\cos x} dx \quad d) \int \frac{x^2 + x + 3}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} dx$$

$$e) \int x^2 \operatorname{sh} x dx \quad f) \int \frac{x dx}{x - \sqrt{x^2 - 1}} \quad g) \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx \quad h) \int x^2 \sqrt{1 + x^2} dx$$

$$6.2.15. \quad a) \int \operatorname{tg} x \cdot \ln \cos x dx \quad b) \int \frac{(3x^2 - 5) dx}{\sqrt{5 - 2x - x^2}} \quad c) \int \sin^5 x dx \quad d) \int \frac{x + 4}{(x^2 + 4)(x^2 + x + 1)} dx$$

$$e) \int \frac{\ln^2 x}{x^2} dx \quad f) \int \sqrt{\frac{x}{2-x}} dx \quad g) \int \frac{dx}{1 + 3 \cos^2 x} \quad h) \int \frac{x^3 dx}{(9 + x^2)^{3/2}}$$

$$6.2.16. \quad a) \int \frac{(2 \cos x + 3 \sin x) dx}{(2 \sin x - 3 \cos x)^4} \quad b) \int \frac{dx}{(x-3)\sqrt{4x-x^2}} \quad c) \int \sin^3 \frac{x}{2} \cos^5 \frac{x}{2} dx$$

$$d) \int \frac{2x^3 + 2x + 1}{(x+1)^2 (x^2 + 9)} dx \quad e) \int \frac{x \ln(x + \sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} dx \quad f) \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2 - 2x - 2}}$$

$$g) \int \frac{dx}{1 + 4 \cos x} \quad h) \int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^4} dx$$

$$6.2.17. \quad a) \int \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + 1\right) dx}{(\sqrt{x} + x)^3} \quad b) \int \frac{dx}{(x+1)^2 \sqrt{x^2 + x - 1}} \quad c) \int \frac{dx}{\sin^4 x} \quad d) \int \frac{x^3 + x + 4}{x^2 + 2x + 3} dx$$

$$e) \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx \quad f) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^2 + 1} - 1} \quad g) \int \frac{dx}{1 - \sin^4 x} \quad h) \int \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x^3} dx$$

$$6.2.18. \quad a) \int \frac{(1 - \sqrt{x}) dx}{\sqrt{x}(x+1)} \quad b) \int \frac{dx}{(x+2)^2 \sqrt{x^2 + 2x - 5}} \quad c) \int \frac{dx}{\cos^6 x} \quad d) \int \frac{x^2 dx}{1 - x^4}$$

$$e) \int \frac{\arctg e^x dx}{e^x} \quad f) \int \frac{dx}{(2x+1)(1 + \sqrt{2x+1})} \quad g) \int \frac{dx}{(1 + \cos^2 x)^2} \quad h) \int \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^6} dx$$

$$6.2.19. \quad a) \int \frac{1 + \ln^3 x}{x} dx \quad b) \int \frac{xdx}{\sqrt{1 - 3x^2 - 2x^4}} \quad c) \int \operatorname{ctg}^4 x dx$$

$$d) \int \frac{dx}{(x^2 + 3)(x^2 + x)} \quad e) \int \frac{\ln(\sin x) dx}{\sin^2 x} \quad f) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2 + 2\sqrt{x}}} \quad g) \int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}$$

$$h) \int \frac{\sqrt{x^2 - 8}}{x^4} dx$$

$$6.2.20. \quad a) \int \frac{(1 - \cos x) dx}{x - \sin x} \quad b) \int \frac{(x + x^3) dx}{\sqrt{1 + x^2 - x^4}} \quad c) \int \operatorname{tg}^3 x dx$$

$$d) \int \frac{3xdx}{(x-1)(x^2 + x + 1)} \quad e) \int x(\operatorname{arctg} x)^2 dx \quad f) \int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$$

$$g) \int \frac{6 + \cos x}{5 + 4 \sin x} dx \quad h) \int \frac{dx}{x^4 \sqrt{x^2 - 3}}$$

$$6.2.21. \quad a) \int \frac{(x \cos x + \sin x) dx}{(x \sin x)^2} \quad b) \int \frac{xdx}{\sqrt{2x^2 - 3x - 4}} \quad c) \int \cos x \cos^2 3x dx$$

$$d) \int \frac{dx}{(x+1)(x^2 + 1)} \quad e) \int \frac{\ln(\ln x) dx}{x} \quad f) \int \frac{1 - \sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad g) \int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$h) \int \frac{xdx}{(1-x^4)^{3/2}}$$

$$6.2.22. a) \int \frac{\arccos^3 x - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad b) \int \sqrt{x^2 - 2x - 2} dx \quad c) \int \sin x \sin 2x \sin 3x dx$$

$$d) \int \frac{(x^2 - 1) dx}{(x+1)(x^2 - x + 1)} \quad e) \int \frac{x e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx \quad f) \int \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} - 1} dx$$

$$g) \int \frac{dx}{\cos^2 x + 2 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x} \quad h) \int \frac{x^5 dx}{\sqrt{x^4 + 4}}$$

$$6.2.23. a) \int \frac{x^3 dx}{(x^2 + 1)^2} \quad b) \int \sqrt{1 - 4x - x^2} dx \quad c) \int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^6 x}$$

$$d) \int \frac{dx}{(x^2 - 3)(x^2 + 2)} \quad e) \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx \quad f) \int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{1+e^x}} \quad g) \int \frac{\sec^2 x dx}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 x + 4 \operatorname{tg} x + 1}}$$

$$h) \int \frac{x^4 dx}{(1+x^2)^3}$$

$$6.2.24. a) \int \frac{dx}{x\sqrt{4 - \ln^2 x}} \quad b) \int \frac{dx}{x^2(x - \sqrt{1+x^2})} \quad c) \int \frac{\sin^3 x dx}{\sqrt[4]{\cos^3 x}} \quad d) \int \frac{xdx}{(1+x)^2(1+x^2)}$$

$$e) \int x \cdot \operatorname{tg}^2 2x dx \quad f) \int \frac{\sqrt{x}}{x^2 \sqrt{x-1}} dx \quad g) \int \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx \quad h) \int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^3} dx$$

$$6.2.25. a) \int \frac{dx}{e^x \sqrt{1 - e^{-2x}}} \quad b) \int \frac{(3x-5) dx}{4x^2 - 6x + 7} \quad c) \int \sin^4 x \cos^6 x dx$$

$$d) \int \frac{dx}{x^2(x^2 + 4)} \quad e) \int \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad f) \int \sqrt{\frac{x+2}{x+1}} \frac{dx}{(x+2)^2}$$

$$g) \int \frac{\sin x \cos x dx}{1 + \sin^4 x} \quad h) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{(16+x^2)^3}}$$

$$6.2.26. a) \int \frac{\ln x dx}{x(1 - \ln^2 x)} \quad b) \int \frac{(2x-1) dx}{6-3x-x^2} \quad c) \int \operatorname{tg}^7 x dx$$

$$d) \int \frac{xdx}{(x^2 + 2x + 2)(x-3)^2} \quad e) \int \sqrt{1-x^2} \arcsin x dx$$

$$f) \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{1-x^2}} \quad g) \int \frac{\sin x dx}{\sin^3 x + \cos^3 x} \quad h) \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{3-x^2}}$$

$$6.2.27. a) \int \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^3 x} dx}{\cos^4 x} \quad b) \int \frac{xdx}{5x - x^2 + 8} \quad c) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{\cos x \sin^{11} x}}$$

$$d) \int \frac{(x^2 - 2)dx}{x^4 - 1} \quad e) \int \frac{x \operatorname{arctg} x}{(1 + x^2)^2} dx \quad f) \int \sqrt{\frac{1+x}{x}} \frac{dx}{x^2}$$

$$g) \int \frac{dx}{(\sin x - 3 \cos x)^2} \quad h) \int \frac{dx}{(1 - x^2)\sqrt{1 - x^2}}$$

$$6.2.28. \quad a) \int \frac{(3x - 1)dx}{x^2 + 9} \quad b) \int \frac{(3 - 2x)dx}{x^2 - 6x + 1} \quad c) \int \frac{sh^3 x dx}{ch^2 x}$$

$$d) \int \frac{(x^3 + 4x^2 - 2x + 1)dx}{x^4 + x} \quad e) \int \frac{\ln(x+1)dx}{\sqrt{x+1}} \quad f) \int \frac{1 + \sqrt[4]{x}}{x + \sqrt{x}} dx$$

$$g) \int \frac{\cos x dx}{\sin^3 x - \cos^3 x} \quad h) \int \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x^2} dx$$

$$6.2.29. \quad a) \int \frac{(x - x^3)dx}{\sqrt{1 + x^4}} \quad b) \int \frac{(2 - x)dx}{14 - 3x + x^2} \quad c) \int \frac{dx}{shx \cdot ch^4 x}$$

$$d) \int \frac{x^2 dx}{x^4 + 5x^2 + 4} \quad e) \int x^3 \arcsin \frac{1}{x} dx \quad f) \int \frac{dx}{e^x \sqrt{e^x + 1}}$$

$$g) \int \frac{dx}{1 - \sin^4 x} \quad h) \int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2} dx$$

$$6.2.30. \quad a) \int \frac{2x - \sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1 - x^2}} dx \quad b) \int \frac{x dx}{x + \sqrt{x^2 - 1}} \quad c) \int \frac{dx}{\sin^6 x}$$

$$d) \int \frac{2x^5 + 6x^3 + 1}{x^4 + 3x^2} dx \quad e) \int x^2 \ln \sqrt{1 - x} dx \quad f) \int \frac{x^3 dx}{1 + \sqrt[3]{x^4 + 1}}$$

$$g) \int \frac{tg x dx}{tg^2 x + tg x + 1} \quad h) \int \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} dx$$