

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»
Машинобудівний факультет
Кафедра «Інтегровані технології машинобудування» ім. М.Ф. Семка

Доброскок В.Л.

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни «Сучасні комп'ютерні технології в дослідженнях»

Харків

Лекция 1 ОСНОВНЫЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Компьютерная математика – это совокупность методов и средств, обеспечивающих максимально комфортную и быструю подготовку алгоритмов и программ для решения математических задач любой сложности, при этом в подавляющем большинстве случаев с высокой степенью визуализации всех этапов решения. Эффективность использования всех этих систем, разумеется, существенно зависит от производительности компьютера. Требования к компьютеру всегда оговариваются в руководствах пользователя, отметим, что, как правило, необходим процессор не хуже Pentium.

В настоящее время компьютерные математические системы можно (достаточно условно) подразделить на 7 основных классов:

- системы для численных расчетов;
- табличные процессоры;
- матричные системы;
- системы для статистических расчетов;
- системы для специальных расчетов;
- системы для аналитических расчетов (компьютерной алгебры);
- универсальные системы.

Каждая из математических систем имеет определенные специфические для нее свойства, которые необходимо учитывать при решении конкретных математических задач.

1.1. Основные системы компьютерной математики

1.1.1. Системы компьютерной математики для численных расчетов

Задачи, решаемые системами для численных расчетов. К наиболее распространенным средствам, предоставляемым системами для численных расчетов, относятся:

- арифметические и алгебраические операторы и функции;
- функции для работы с комплексными числами;
- тригонометрические и гиперболические функции;
- обратные тригонометрические и гиперболические функции;
- логические операторы и функции;
- векторные и матричные операторы и функции;
- средства для решения систем линейных алгебраических уравнений;
- специальные математические функции;
- средства арифметики степенных многочленов (полиномов);
- функции для нахождения комплексных корней многочленов;

- функции для решения систем нелинейных алгебраических уравнений;
- средства для решения систем дифференциальных уравнений;
- средства оптимизации функций и линейного программирования;
- средства одномерной и многомерной интерполяции;
- средства создания двухмерных и трехмерных графиков;
- типовые средства программирования.

Системами для численных расчетов являются:

- Встроенные калькуляторы Windows;
- Табличные процессоры;
- Математические системы Eureka и Mercury.

С математической системой Eureka, пожалуй, началось применение компьютерных математических систем массовым пользователем. Эта система под MS-Dos была создана фирмой Borland. Eureka основана на алгоритме решения произвольных систем нелинейных и линейных уравнений с минимизацией погрешности решения по методу наименьших квадратов. Она неплохо справляется с решением оптимизационных задач, решением систем линейных и нелинейных уравнений и задачами из области линейного программирования. Сегодня эта система устарела.

Система Mercury это творческая переработка Eureka. Несколько улучшен входной язык последней, и стала использоваться обычная графика – Eureka ухитрялась строить графики функций в текстовом режиме с очень низким разрешением. Тем не менее, программа Mercury также устарела.

Математические системы MathCAD под MS-DOS. MathCAD 2.0-2.5 (под MS-DOS) фирмы MathSoft Inc. Эти версии зарождались как системы для численных расчетов с пользовательским интерфейсом и входным языком, позволяющим создавать документы в стиле блокнотов, записи в которых максимально приближены к обычному математическому языку. Такие записи в одном документе содержат текстовые комментарии, математические выражения, формулы, таблицы, результаты вычислений и рисунки.

Системы класса MATLAB. Системы Matlab фирмы MathWorkInc. – матричные системы. У этих систем даже единичное числовое значение воспринимается как элемент матрицы размера 1×1 . Практически все функции системы (включая элементарные) определены как матричные – способные обрабатывать массивы.

Системы для статистических расчетов. Особую разновидность математических систем образуют программы, предназначенные для проведения статистических расчетов: StatGraphics Plus, Statistica, SPSS, S-PLUS и др. Есть среди этих программ и российская программа STADIA, созданная в МГУ. Интерфейс таких программ напоминает описанный выше интерфейс

табличного процессора Excel. Так, вначале пользователю предоставляется возможность ввести данные в виде электронной таблицы или загрузить их в таблицу с накопителем информации.

Правила работы с электронными таблицами StatGraphics те же, что и для табличного процессора Excel. Большинство вычислений выполняется по правилу: ввел данные в таблицу, выделил нужные данные, исполнил команду нужного вида вычислений (например, регрессии, корреляции, обработки временных рядов и т. д.)

К числу нового поколения статистических программ можно отнести и программу S-PLUS, созданную фирмой MathSoft Inc. —разработчиком всемирно известной универсальной программы MathCAD.

Главное отличие статистических программ от табличных процессоров заключается в большем числе встроенных специальных статистических функций, позволяющих выполнять без программирования огромное число статистических вычислений, представляя их результаты в табличной, графической и иной форме.

Некоторые статистические программы, например лидер в этом классе программ — Statistica, обладают весьма представительным числом типов графиков, которые они могут создавать. Широко распространены многовариантные статистические расчеты. С помощью таких программ, выполняя, скажем, приближение данных с помощью регрессии, вы можете опробовать в деле сразу десятки функций регрессии, оценив пригодность каждой из них и достигаемую при этом погрешность. Многие статистические системы имеют завидные по качеству специальные графики и диаграммы, широко применяемые в финансово-экономических расчетах.

При выполнении серьезных статистических расчетов такие программы имеют определенные преимущества перед универсальными программами и что они занимают важное место в арсенале средств компьютерной математики. Например, при использовании универсальных программ можно порой получить абсурдные результаты из-за одной-двух грубых ошибок в заполнении матрицы исходных данных. Статистические системы обычно автоматически отсеивают такие ошибочные данные или четко предупреждают пользователя об их обнаружении. В результате возможность получения неверных результатов при их применении резко снижается.

Системы для специальных расчетов. Имеется большое число программ, изначально ориентированных на некоторые специальные виды математических расчетов, например на решение систем нелинейных уравнений (TK Solver), решение систем дифференциальных уравнений (Dynamic Solver), построение графиков функций (Axum, MathPlot, Sigma Plot), выполнения

нелинейной регрессии (DataFit Nonlinear Regression), моделирования электронных схем (MicroCAP 5, Electronics Workbench, PSpice, Design Labs и др.) и т. д. Целое поколение матричных систем породила система MATLAB.

Из программ этого класса, пожалуй, особый интерес представляют программы для построения графиков. Здесь особо выделяется лучшая в этом классе программа - AXUM 5.0/6.0, созданная фирмой MathSoft Inc. и прекрасно интегрирующаяся с математической системой MathCAD.

В настоящее время эти программы (за исключением графических) находят ограниченное применение, поскольку все их возможности намного перекрываются математическими системами для численных и аналитических вычислений и системами универсального назначения.

Уникальные графические возможности предоставляет и программа VISIO, кстати, прекрасно уживающаяся с популярной системой MathCAD. Однако при всех своих презентационных и прочих графических возможностях эта программа прямого отношения к математическим системам не имеет.

К особому классу систем компьютерной математики относятся различные системы математического моделирования. Например, для моделирования блочно заданных произвольных систем и устройств служит очень мощное приложение Simulink, вошедшее в новые версии системы MATLAB.

1.1.2. Системы аналитических вычислений

Системы аналитических вычислений (компьютерной алгебры) — это новейшее направление развития современной компьютерной математики. Основное их достоинство заключается в возможности выполнения вычислений в **аналитическом виде** и в возможности проведения арифметических и многих иных вычислений практически с любой желаемой точностью и без ограничений по максимальным (минимальным) значениям чисел.

Системы символьной математики (или компьютерной алгебры) представляют наиболее интеллектуальное и интересное направление развития систем компьютерной математики. Они уже сейчас делают то, что пару десятков лет тому назад казалось чистойшей фантастикой, — выполняют сложнейшие аналитические вычисления, в прошлом доступные только человеку.

ЭВМ и программные системы, производящие символьные вычисления и способные выдавать результаты в виде аналитических формул, известны довольно давно. Лидирующую роль в разработке таких ЭВМ принадлежала школе советского академика В.М. Глушкова, где были созданы малые инженерные ЭВМ серии "Мир" с языком "Аналитик" для проведения символьных вычислений. К сожалению, эта ветвь вычислительной техники в дальнейшем не была поддержана в должной мере, и лидерство перешло к

зарубежным разработчикам таких средств.

За рубежом был создан ряд языков программирования и программных систем для символьных операций: muMATH, Macsyma, Reduce, Maple V, Mathematica и др., создавших реальную основу для развития компьютерной алгебры. Среди этих систем одной из самых простых и получивших массовое распространение была система muMATH, реализованная на многих мини- и микро-ЭВМ. Фирма Soft Warehouse Inc. (США) на основе этой системы в последние годы разработала малую математическую систему Derive Mathematical Assistant (далее просто Derive).

Осознание роли компьютерной алгебры привело к тому, что ее средства со временем были включены в наиболее серьезные системы для численных расчетов (MathCAD и MATLAB), что превратило их в мощные и гибкие универсальные математические системы.

Отличительной чертой систем компьютерной алгебры является возможность вычисления математических выражений в общем виде. Например, если попытаться выполнить вычисление выражения $\sin(x)^2 + \cos(x)^2$ в общем виде — для любого x , к примеру, взять и поставить справа знак равенства, то при использовании обычных языков программирования или математических систем для численных расчетов будет выведено сообщение об ошибке — напоминание о том, что переменная x не определена. Это вполне естественно и совершенно тривиально. При использовании систем аналитических вычислений результатом будет, как и положено, единица. В этом принципиальное отличие данных систем от любых систем численного счета.

Разумеется, это тривиальный пример. Куда важнее, что они способны вычислять аналитически производные и интегралы, выполнять подстановки одних сложных выражений в другие, выполнять математические преобразования и тому подобное. Словом выполнять "человеческую" работу.

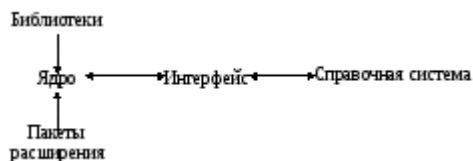
1.1.3. Универсальные системы

Универсальными считаются системы, которые пригодны как для выполнения численных, так и аналитических расчетов, включая статистические расчеты и визуализацию всех видов расчетов средствами графики. Разумеется, каждая из таких систем тяготеет к одному из этих двух классов — численных или аналитических.

К универсальным системам относятся:

- Математические системы класса MathCAD под Windows;
- Математические системы Mathematica 2/3/4;
- Математическая система Maple;
- Математическая система Matlab.

1.2. Структура систем компьютерной математики



Современные универсальные системы имеют следующую типовую структуру.

Центральное место занимает **ядро** системы. Оно представляет собой множество заранее откомпилированных функций и процедур, представленных в машинных кодах и обеспечивающих набор встроенных функций и операторов системы. Этот набор должен быть функционально полным. Роль ядра особенно велика в системах символьной математики, где в ядре хранятся многие сотни, а то и тысячи правил преобразования математических выражений.

Ядро математических систем тщательно оптимизируется, поскольку от скорости его работы зависит скорость вычислений, выполняемых данной системой компьютерной математики. Этому способствует и предварительная компиляция ядра. Доступ пользователя в ядро с целью его модификации, как правило, исключен. Объем ядра может достигать нескольких мегабайт. Пишется ядро на языке реализации системы – чаще всего это С или С++ (лишь в системе Derive использован язык искусственного интеллекта MuLISP) и компилируется на фирме – разработчике системы.

Интерфейс дает пользователю возможность обращаться к ядру с своими запросам и получать результат решения на экране дисплея. Интерфейс современных систем символьной математики базируется на средствах операционных систем Windows и обладает практически всеми их возможностями: перемещаемые и масштабируемые окна документов, диалоговые и информационные окна, кнопки управления, общение с периферийными устройствами и т. д. Нередко интерфейс систем обеспечивает возможность создания и редактирования библиотечных модулей и пакетов расширения систем.

Функции и процедуры, включенные в ядро, выполняются предельно быстро. С этой точки зрения в ядро было бы выгодно включать как можно больше вычислительных средств. Однако это невольно приводит к замедлению поиска нужных средств из-за возрастания их числа, увеличению времени загрузки ядра и к другим нежелательным последствиям. Поэтому объем ядра ограничивают, но к нему добавляют **библиотеки** более редких процедур и функций, к которым обращается пользователь, если в ядре не обнаружена нужная процедура или функция. Некоторые системы допускают модернизацию библиотек и их расширение силами самих пользователей.

Кардинальное расширение возможностей систем и их адаптация к решаемым конкретными пользователями задачам достигается за счет **пакетов**

расширения систем. Эти пакеты, как правило, пишутся на собственном языке программирования той или иной системы, что делает возможным их подготовку обычными пользователями, хотя в базовую поставку систем включаются профессионально подготовленные фирменные пакеты расширения. Многие фирмы практикуют поставку подобных пакетов, подготовленных многочисленными пользователями таких систем, прежде всего профессионалами-математиками, разумеется, после их тщательной проверки и фильтрации на фирме-разработчике математической системы.

Справочная система обеспечивает получение оперативных справок по вопросам работы с СКМ с примерами такой работы. В справочные системы нередко включают и такой материал, как математические таблицы, формулы для нахождения производных и интегралов, алгебраические преобразования и т. д. Большинство справочных систем написаны на английском языке, что затрудняет их применение нашими пользователями

1.3. Пользовательский интерфейс систем компьютерной математики (СКМ)

Несмотря на некоторое разнообразие пользовательского интерфейса СКМ даже с первого взгляда видно, что он для разных систем имеет много общих деталей — вплоть до одинакового обозначения кнопок панелей инструментов и команд меню. С них мы и начнем систематизированное рассмотрение пользовательского интерфейса СКМ. Основное внимание при этом уделено пользовательскому интерфейсу систем MathCAD, Maple, Mathematica.

Главным элементом пользовательского интерфейса является *окно приложения*. В верхней части окна расположены строка заголовка, строка меню, панель инструментов и панель форматирования, а также линейка для точной оценки положения блоков системы MathCAD. В нижней части окна находится строка состояния системы.

Как и у всех Windows-приложений, окна систем компьютерной математики являются *масштабируемыми* и *перемещаемыми*. Кнопки управления окном приложения и команды системного меню приложения (открываемого щелчком на значке в начале строки заголовка) такие же, как и у всех Windows-приложений, поэтому мы их рассматривать не будем.

Состав строки меню является контекстно-зависимым, то есть зависит от текущего состояния системы. У некоторых систем пассивные пункты меню просто не отображаются, у других они недоступны.

Под строкой меню находится панель инструментов. Она содержит кнопки быстрого управления системой, дублирующие соответствующие команды меню. Обычно они подобраны так, чтобы в большинстве случаев обращение к

меню не требовалось. Расположенная ниже панель форматирования служит для изменения параметров уже введенных и выделенных объектов либо параметров, которые пользователь собирается вводить. Команды, управляющие отображением панелей инструментов, форматирования и состояния, а также линейки собраны в меню View (вид) строки меню.

Подобный (в принципе) вид основного окна имеет большинство систем компьютерной математики. Однако чем сложнее система, тем меньше в ней кнопок в панелях инструментов и форматирования. В частности, совсем мало их в системах MATLAB 5.0/5.3. А система Mathematica 3/4 вообще избавлена от такого «излишества», как панели инструментов и форматирования в главном окне приложения. Эти панели, однако, можно вводить в отдельные окна документов.

В строке меню практически всех математических систем имеются следующие позиции:

- File (файл) — работа с файлами (открытие, закрытие, запись на диск, печать);
- Edit (правка) — редактирование документов и использование буфера обмена;
- View (вид) — изменение средств отображения элементов интерфейса;
- Insert (вставка) — вставка объектов (включая графику);
- Format (формат) — изменение параметров форматирования объектов;
- Window (окно) — управление окнами системы;
- Help (справка) — работа со справочной базой данных о системе.

Назначение этих меню то же, что и у офисных программ. Разумеется, каждая система может иметь и свои характерные меню, которые будут описаны по мере изучения соответствующих систем.

В именах команд меню могут иметься указания на «горячие» клавиши или комбинации клавиш. Их нажатие ведет к немедленному исполнению той или иной команды. Напоминаем, что многие из них дублируются кнопками на панелях инструментов.

Документы математических систем сохраняются на магнитных носителях в виде файлов. Файлом называют имеющую имя упорядоченную совокупность данных или кодов программ, размещенную на том или ином носителе, обычно на жестком, гибком или компакт-диске. Ниже перечислены команды меню File:

- New (создать) — открыть пустое окно нового документа или диалоговое окно для выбора типа документа;
- Open (открыть) — вывести диалоговое окно для поиска файлов документов и загрузки нужного документа;
- Close (закрыть) — закрыть текущий документ;

- Save (сохранить) — сохранить текущий документ на диске;
- SaveAs (сохранить как) — открыть диалоговое окно для поиска целевой папки и задания имени файла, с которым документ будет записан в выбранной папке;
- PageSetup (параметры страницы) — открыть диалоговое окно для задания параметров страницы;
- PrintPreview (предварительный просмотр) — предварительный просмотр документа перед печатью (не во всех системах);
- Print (печать) — распечатать документ;
- Exit (выход) — выйти из системы и закрыть приложение.

Команда New открывает пустое окно и присваивает ему имя, например Nonname1. При повторении этой команды открываются новые окна и им присваиваются имена Nonname2, Nonname3 и т. д. Возможны и другие имена, например Untitled1. С команды New начинается подготовка нового документа.

Команда Open открывает диалоговое окно для поиска и открытия файлов. Открытый документ можно редактировать и модифицировать всеми средствами, присущими данной системе. Для записи документа под текущим именем используется команда Save. При необходимости изменить положение файла или его имя применяется команда SaveAs.

Команда PrintPreview имеется не у всех СКМ. Она обеспечивает предварительный просмотр документа перед его печатью. Это очень полезная команда, поскольку позволяет избежать многократной пробной печати. Другая команда PageSetup позволяет задать ряд полезных параметров печати, в частности размеры полей документа и его ориентации относительно листа бумаги. Наконец, команда Print выводит диалоговое окно печати. Как правило, используется не окно СКМ, а стандартное окно Windows.

Последняя команда, Exit, служит для завершения работы. Ее действие очевидно. Отметим лишь, что если в системе остались не записанные файлы, то после выбора команды Exit появится окно с предложением сохранить файлы на диске.

В меню Edit большинства математических систем представлены следующие команды:

- Undo (отменить) — отменить последнюю операцию редактирования;
- Cut (вырезать) — переместить выделенный фрагмент в буфер обмена (clipboard);
- Copy (копировать) — скопировать выделенный фрагмент в буфер обмена;
- Paste (вставить) — вставить в документ содержимое буфера обмена;
- PasteSpecial (специальная вставка) — вставить объект из буфера обмена

в специальном формате;

- Delete (удалить) — удалить выделенный фрагмент;
- SelectAll (выделить все) — выделить все объекты документа;
- Find (найти) — найти заданную текстовую или математическую строку.

Действие этих команд очевидно каждому пользователю, работавшему с любым текстовым или графическим редактором (см. первую часть книги). Поэтому мы не будем описывать операции редактирования подробно. Отметим лишь, что важная роль принадлежит типовой операции выделения отдельных объектов. Обычно она выполняется мышью или сочетанием клавиши Shift и клавиш перемещения курсора.

Для управления видом пользовательского интерфейса служат команды меню View.

Введение любого объекта в окно редактирования называется *вставкой* (insert). Доступны различные механизмы вставки — от обычной вставки до внедрения или связывания объекта, созданного в другом приложении. В некоторых системах (MathCAD, Maple) соответствующие команды включены в меню Insert. В других системах (Mathematica, MATLAB и др.) для различных видов вставки используются команды других меню или вставка реализуется каким-либо иным способом.

Несмотря на разнообразие вставляемых объектов, операция вставки выполняется одинаково. Вначале курсором ввода намечается объект вставки (сам объект или его ячейка) и он выделяется. Возможно выделение сразу нескольких объектов (ячеек). Затем исполняется соответствующая команда вставки в буфер обмена — Copy (копировать) или Cut (вырезать). Вставке может предшествовать вывод простого диалогового окна, в котором указывается объект вставки (например, графический или текстовый файл). Щелчок на кнопке ОК реализует вставку объекта на место, ранее намеченное курсором ввода.

Многие современные СКМ обеспечивают еще один механизм вставки объектов — перетаскивание их из одного окна в другое (метод drag&drop).

Особо надо отметить, что вставленные в документ объекты обычно можно перемещать и изменять их размер. Но главное здесь то, что при двойном щелчке на вставленном объекте открывается породившее его приложение, в котором объект можно редактировать.

Объекты документов характеризуются рядом параметров форматирования. Это могут быть размеры изображения объекта на экране, размеры и стиль символов математических выражений и текстовых комментариев, параметры цвета и т. д. В соответствии с новой концепцией пользовательского интерфейса математических систем, ориентированной на

ценности стандартного интерфейса Windows, все команды форматирования собраны в меню Format, а основные из них вынесены на панель форматирования.

Большинство математических систем являются многооконными и могут работать с несколькими документами одновременно. При этом каждый документ загружается в свое окно. Основные команды для работы с окнами сосредоточены в меню Window. Это команды Cascade (каскадом), Horizontal (по горизонтали) и Vertical (по вертикали), позволяющие расположить окна документов, соответственно, каскадом (как стопку карт), по горизонтали и по вертикали.

Для реализации метода drag&drop требуется соответствующее расположение окон источника и приемника объектов. Это расположение и обеспечивают команды меню Windows. Полученное первоначально расположение окон можно менять, перетаскивая окна мышью в более подходящее место. Если свернуть окна (не закрывая), то они превращаются в кнопки, которые располагаются в нижней части главного окна системы. При этом их также можно перетаскивать с места на место, что может нарушить порядок панелей. В некоторых системах команда Arrange Icons (упорядочить значки) позволяет расположить кнопки в виде компактной группы в нижней части окна.

Сейчас сопровождение компьютерных математических систем подробной справочной системой стало нормой. Справочная система поддерживает следующие возможности доступа к справочным данным:

- оперативная справка с помощью окна Tipoftheday (совет дня);
- всплывающая подсказка по элементам интерфейса, получаемая наведением на них указателя мыши;
- оперативная справка по операторам и функциям, получаемая нажатием клавиши F1 при курсоре ввода, установленном на операторе или в имени функции;
- оперативная справка, получаемая вводом символа ? или слова help, после которого указывается имя объекта, по которому требуется справка;
- оперативная справка, получаемая щелчком на кнопке ? панели инструментов последующим щелчком на объекте;
- команды меню Help, которые обеспечивают доступ к дополнительным элементам справочной системы:
 - гипертекстовая справка в формате HTML;
 - электронные книги в формате RTF или HTML;
 - самоучитель по системе Tutor;
 - комплекты примеров применения системы.

Основная справочная информация сосредоточена в справочной системе. Доступ к ней открывают команды меню Help (иногда ?). Обычно предусматривается вызов справки по контексту или по алфавитному указателю, а также поиск разделов справки по заданным словам.

Рекордсменом по обилию справочных материалов является матричная лаборатория MATLAB. Объем только описаний системы в формате файлов RTF достигает 200 Мбайт — это соответствует десяткам книг обычного формата. По существу, с системой поставляется уникальная справочная информация по всем вопросам применения математики. И эта электронная документация является лишь частью полных справочных материалов. В их числе сотни эффективных примеров применения системы. Здесь особо надо отметить системы Maple — в их справочной системе около десятка тысяч примеров. К сожалению, справочные системы англоязычные, что резко снижает их ценность для русскоязычных пользователей. Тем не менее, именно справочные системы содержат детальное описание интерфейса, операторов и функций, которое трудно найти в книгах и руководствах пользователя.

1.2.4. Понятие об операторах и функциях

Оператор — специальный знак, указывающий на то, что надо делать с некоторыми данными — *операндами*. Простейшими операторами являются арифметические операторы, например, в выражениях $2+3$, $a-b$, $c*d$, e/f , 2^3 и т. д. Здесь знаки $+$, $-$, $*$, $/$ и $^$ являются арифметическими бинарными операторами, поскольку с ними используются два операнда. Есть и унарные операторы, работающие с одним операндом, например оператор вычисления факториала $!$, употребляемый в форме $N!$. В самых современных системах состав операторов существенно расширен, среди них есть символы дифференцирования, интегрирования, вычисления сумм и произведений рядов и т. д. Часто они выводятся с помощью палитр математических знаков.

Функция в языках программирования — это объект, имеющий имя и возвращающий результат преобразования списка параметров функции. В математические системы встроено множество функций — это, например, элементарные функции, такие как $\exp(x)$, $\ln(x)$, $\sin(x)$ и т. д. Указанные функции имеют одну переменную, но могут быть и функции двух и более переменных. Обычно параметры функций вводятся в круглых скобках, но есть и исключения. В системах Mathematica, к примеру, параметры (аргументы) функций задаются в квадратных скобках, например, $\text{Sin}[x]$, а в системах класса Derive имена функций задают прописными буквами, например, $\text{SIN}(x)$.

Приведем обозначения элементарных функций, входящих в систему MathCAD:

– тригонометрические функции — $\text{angle}(x, y)$, $\sin(z)$, $\cos(z)$, $\tan(z)$, $\sec(z)$,

$\csc(z)$, $\cot(z)$;

– гиперболические функции — $\sinh(z)$, $\cosh(z)$, $\tanh(z)$, $\operatorname{sech}(z)$, $\operatorname{csch}(z)$, $\operatorname{coth}(z)$;

– обратные тригонометрические функции — $\arcsin(z)$, $\arccos(z)$, $\arctan(z)$, $\operatorname{arcsec}(z)$, $\operatorname{arccsc}(z)$, $\operatorname{arccot}(z)$;

– обратные гиперболические функции — $\operatorname{arsinh}(z)$, $\operatorname{arcosh}(z)$, $\operatorname{artanh}(z)$, $\operatorname{arsech}(z)$, $\operatorname{acsch}(z)$, $\operatorname{acoth}(z)$;

– показательные и логарифмические функции — $\exp(z)$, $\ln(z)$, $\log(z)$;

– функции комплексного аргумента:

– $\operatorname{Re}(z)$ — выделение действительной части z ;

– $\operatorname{Im}(z)$ — выделение мнимой части z ;

– $\arg(z)$ — вычисление аргумента z .

Этот набор (с учетом отмеченных выше отличий в обозначениях функций) характерен для всех описанных ниже систем компьютерной математики. Довольно обширен и набор специальных математических и иных функций в системах компьютерной математики. Их особенно много в системах Maple и Mathematica.

Несмотря на то, что число математических функций может достигать сотен, системы компьютерной математики дают пользователю возможность задавать свои функции (а порой и операторы). Такие функции называют *функциями пользователя*. Обычно их задают в форме:

имя_функции(список_параметров) := тело_функции.

Телом функции является выражение, содержащее переменные, заданные в списке параметров. Такие переменные являются локальными.

Лекция 2 СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MATHCAD

MathCAD — система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением, отличается легкостью использования и применения для коллективной работы.

MathCAD был задуман и первоначально написан Алленом Раздовом[2] из Массачусетского технологического института (MIT), соучредителем компании Mathsoft, которая с 2006 года является частью корпорации PTC (Parametric Technology Corporation).

MathCAD имеет интуитивный и простой для использования интерфейс пользователя. Для ввода формул и данных можно использовать как клавиатуру, так и специальные панели инструментов.

Некоторые из математических возможностей MathCAD (версии до 13.1 включительно) основаны на подмножестве системы компьютерной алгебры Maple (MKM, Maple Kernel Mathsoft). Начиная с 14 версии — использует символьное ядро MuPAD.

Работа осуществляется в пределах рабочего листа, на котором уравнения и выражения отображаются графически, в противовес текстовой записи в языках программирования. При создании документов-приложений используется принцип WYSIWYG (What You See Is What You Get — «что видишь, то и получаешь»).

Несмотря на то, что эта программа, в основном, ориентирована на пользователей, не являющихся программистами, MathCAD также используется в сложных проектах, чтобы визуализировать результаты математического моделирования путем использования распределенных вычислений и традиционных языков программирования. Также MathCAD часто используется в крупных инженерных проектах, где большое значение имеет трассируемость и соответствие стандартам.

MathCAD достаточно удобно использовать для обучения, вычислений и инженерных расчетов. Открытая архитектура приложения в сочетании с поддержкой технологий .NET и XML позволяют легко интегрировать MathCAD практически в любые ИТ-структуры и инженерные приложения. Есть возможность создания электронных книг (e-Book).

2.1 Основные возможности системы MathCAD

MathCAD содержит сотни операторов и встроенных функций для решения различных технических задач. Программа позволяет выполнять численные и символьные вычисления, производить операции со скалярными

величинами, векторами и матрицами, автоматически переводить одни единицы измерения в другие.

Среди возможностей MathCAD можно выделить:

- Решение дифференциальных уравнений, в том числе и численными методами;
 - Построение двумерных и трехмерных графиков функций (в разных системах координат, контурные, векторные и т. д.);
 - Использование греческого алфавита как в уравнениях, так и в тексте;
 - Выполнение вычислений в символьном режиме;
 - Выполнение операций с векторами и матрицами;
 - Символьное решение систем уравнений;
 - Аппроксимация кривых;
 - Выполнение подпрограмм;
 - Поиск корней многочленов и функций;
 - Проведение статистических расчетов и работа с распределением вероятностей;
 - Поиск собственных чисел и векторов
- Вычисления с единицами измерения;
- Интеграция с САПР-системами, использование результатов вычислений в качестве управляющих параметров;
 - С помощью MathCAD инженеры могут документировать все вычисления в процессе их проведения.

2.2. Возможности MathCAD Prime 3

С помощью данной версии приложения можно:

- использовать обычный калькулятор для простых, повторяемых вычислений;
- вычислять и упрощать символьные выражения;
- использовать для вычисления интегралы и производные функции;
- решать системы линейных алгебраических уравнений, работать с матрицами и определителями;
- решать системы нелинейных алгебраических уравнений;
- строить графики как в декартовых и цилиндрических, так и в полярных координатах, различные диаграммы и гистограммы;
- создавать программы с разветвляющимися и циклическими алгоритмами, используя свой собственный, интуитивно понятный, язык программирования;
- решать дифференциальные уравнения;
- решать задачи теории вероятности и математической статистики;

- осуществлять обмен информацией с другими приложениями операционной системы Windows, такими, как Excel, Powerpoint, Word;
- документировать расчеты и создавать отчетную документацию;
- имеет более 600 встроенных математических функций;
- поддержка шаблонов документов, форматирования текста, форматирования формул;
- улучшенный модуль работы с 3D-графиками;
- «математика в тексте» — возможность вводить формулы непосредственно в тексте.

2.3. Сравнительная характеристика MathCAD

2.3.1. Назначение

MathCAD относится к системам компьютерной алгебры, то есть средств автоматизации математических расчетов. В этом классе программного обеспечения существует много аналогов различной направленности и принципа построения. Наиболее часто MathCAD сравнивают с такими программными комплексами, как Maple, Mathematica, MATLAB, а также с их аналогами MuPAD, Scilab, Maxima и др. Впрочем, объективное сравнение осложняется в связи с разным назначением программ и идеологией их использования.

Система Maple, например, предназначена главным образом для выполнения аналитических (символьных) вычислений и имеет для этого один из самых мощных в своем классе арсенал специализированных процедур и функций (более 3000). Такая комплектация для большинства пользователей, которые сталкиваются с необходимостью выполнения математических расчетов среднего уровня сложности, является избыточной. Возможности Maple ориентированы на пользователей — профессиональных математиков; решения задач в среде Maple требуют не только умения оперировать какой-либо функцией, но и знания методов решения, в нее заложенных: во многих встроенных функциях Maple фигурирует аргумент, задающий метод решения.

То же самое можно сказать и о Mathematica. Это одна из самых мощных систем, имеет чрезвычайно большую функциональную наполненность (есть даже синтезирование звука). Mathematica обладает высокой скоростью вычислений, но требует изучения довольно необычного языка программирования.

Разработчики MathCAD сделали ставку на расширение системы в соответствии с потребностями пользователя. Для этого назначены дополнительные библиотеки и пакеты расширения, которые можно приобрести отдельно и которые имеют дополнительные функции, встраиваемые в систему

при установке, а также электронные книги с описанием методов решения специфических задач, с примерами действующих алгоритмов и документов, которые можно использовать непосредственно в собственных расчетах. Кроме того, в случае необходимости и при условии наличия навыков программирования в С, есть возможность создания собственных функций и их прикрепления к ядру системы через механизм DLL.

MathCAD, в отличие от Maple, изначально создавался для численного решения математических задач, он ориентирован на решение задач именно прикладной, а не теоретической математики, когда нужно получить результат без углубления в математическую суть задачи. Впрочем, для тех, кому нужны символьные вычисления и предназначено интегрированное ядро Maple (с версии 14 — MuPAD). Особенно это полезно, когда речь идет о создании документов образовательного назначения, когда необходимо продемонстрировать построение математической модели, исходя из физической картины процесса или явления. Символьное ядро MathCAD, в отличие от оригинального Maple (MuPAD), искусственно ограничено (доступно около 300 функций), но этого в большинстве случаев вполне достаточно для решения задач инженерного характера.

Более того, опытные пользователи MathCAD обнаружили, что в версиях до 13 включительно есть возможность не слишком сложным способом задействовать почти весь функциональный арсенал ядра Maple (так называемые «недокументированные возможности»), что приближает вычислительную мощность MathCAD к Maple.

2.3.2. Интерфейс

Основное отличие MathCAD от аналогичных программ — это графический, а не текстовый режим ввода выражений. Для набора команд, функций, формул можно использовать как клавиатуру, так и кнопки на многочисленных специальных панелях инструментов. В любом случае — формулы будут иметь привычный, аналогичный книжному, вид. То есть особой подготовки для набора формул не нужно. Вычисления с введенными формулами осуществляются по желанию пользователя: или мгновенно, одновременно с набором, либо по команде. Обычные формулы вычисляются слева направо и сверху вниз (подобно чтению текста). Любые переменные, формулы, параметры можно изменять, наблюдая воочию соответствующие изменения результата. Это дает возможность организации действительности интерактивных вычислительных документов.

В других программах (Maple, MuPAD, Mathematica) вычисления осуществляются в режиме программного интерпретатора, который

трансформирует в формулы введенные в виде текста команды. Maple своим интерфейсом ориентирован на тех пользователей, кто уже имеет навыки программирования в среде традиционных языков с введением сложных формул в текстовом режиме. Для пользования MathCAD можно вообще не быть знакомым с программированием в том или ином виде.

MathCAD задумывался как средство программирования без программирования, но, если возникает такая потребность — MathCAD имеет довольно простые для усвоения инструменты программирования, позволяющие, впрочем, строить весьма сложные алгоритмы, к чему прибегают, когда встроенных средств решения задачи не хватает, а также когда необходимо выполнять серийные расчеты.

Отдельно следует отметить возможность использования в расчетах MathCAD величин с размерностями, причем можно выбрать систему единиц: СИ, СГС, МКС, английскую, или построить собственную. Результаты вычислений, разумеется, также получают соответствующую размерность. Пользу от такой возможности трудно переоценить, поскольку значительно упрощается отслеживание ошибок в расчетах, особенно в физических и инженерных.

2.3.3. Графика

В среде MathCAD фактически нет графиков функций в математическом понимании термина, а есть визуализация данных, находящихся в векторах и матрицах (то есть осуществляется построение как линий, так и поверхностей по точкам с интерполяцией), хотя пользователь может об этом и не знать, поскольку у него есть возможность использования непосредственно функций одной или двух переменных для построения графиков или поверхностей соответственно. Так или иначе, механизм визуализации MathCAD значительно уступает таковому у Maple, где достаточно иметь только вид функции, чтобы построить график или поверхность любого уровня сложности. По сравнению с Maple, графика MathCAD имеет еще такие недостатки, как: невозможность построения поверхностей, заданных параметрически, с прямоугольной областью определения двух параметров; создание и форматирование графиков только через меню, что ограничивает возможности программного управления параметрами графики.

Однако следует помнить об основной области применения MathCAD — для задач инженерного характера и создания учебных интерактивных документов возможностей визуализации вполне достаточно. Опытные пользователи MathCAD демонстрируют возможность визуализации сложнейших математических конструкций, но объективно это уже выходит за

рамки назначения пакета.

2.4. Расширение функциональности MathCAD

Возможно дополнение MathCAD новыми возможностями с помощью специализированных пакетов расширений и библиотек, которые пополняют систему дополнительными функциями и константами для решения специализированных задач.

- Пакет для анализа данных (англ. Data Analysis Extension Pack) — обеспечивает MathCAD необходимыми инструментами для анализа данных.

- Пакет для обработки сигналов (англ. Signal Processing Extension Pack) — содержит более 70 встроенных функций для аналоговой и цифровой обработки сигналов, анализа и представления результатов в графическом виде.

- Пакет для обработки изображений (англ. Image Processing Extension Pack) — обеспечивает MathCAD необходимыми инструментами для обработки изображений, анализа и визуализации.

- Пакет для работы с функциями волнового преобразования (англ. Wavelets Extension Pack) — содержит большой набор дополнительных вейвлет-функций, которые можно добавить в библиотеку встроенных функций базового модуля MathCAD Professional. Пакет предоставляет возможность применить новый подход к анализу сигналов и изображений, статистической оценки сигналов, анализа сжатия данных, а также специальных численных методов. Функциональность включает одно- и двумерные вейвлеты, дискретные вейвлет-преобразования, мультианализ разрешения и многое другое. Пакет объединяет более 60 функций ключевых вейвлетов. Включены ортогональные и биортогональные семейства вейвлетов, среди прочего — вейвлет Хаара, вейвлет Добеши, симлет, койфлет и В-сплайны. Пакет также содержит обширную диалоговую документацию по основным принципам вейвлетов, приложения, примеры и таблицы ссылок.

- Библиотека строительства (англ. Civil Engineering Library) — включает справочник англ. Roark's Formulas for Stress and Strain (Формулы Роарка для расчета напряжений и деформаций), настраиваемые шаблоны для строительного проектирования и примеры тепловых расчетов.

- Электротехническая библиотека (англ. Electrical Engineering Library) — содержит стандартные вычислительные процедуры, формулы и справочные таблицы, используемые в электротехнике. Текстовые пояснения и примеры облегчают работу с библиотекой — каждый заголовок имеет гиперссылку на оглавление и указатель, и его можно найти в системе поиска.

- Библиотека машиностроения (англ. Mechanical Engineering Library) — включает справочник англ. Roark's Formulas for Stress and Strain (Формулы

Роарка для расчета напряжений и деформаций), содержащий более пяти тысяч формул, вычислительные процедуры из справочника McGraw-Hill и метод конечных элементов. Текстовые пояснения, поисковая система и примеры облегчают работу. В состав библиотеки включена электронная книга Дэвида Пинтура «Введение в метод конечных элементов».

2.5. Взаимодействие MathCAD с другими программами

MathCAD интегрируется с программами SmartSketch, VisSim/ Comm PE, Pro/ENGINEER.

Приложение SmartSketch позволяет инженерам, дизайнерам, архитекторам, чертежникам, системным и сетевым администраторам работать с точными чертежами и графиками.

VisSim/Comm PE — это Windows-приложение для моделирования аналоговых, цифровых или смешанных систем сообщения на сигнальном или физическом уровне.

2.6. Использование компонентов других приложений

В документах-программах MathCAD есть возможность вставки модулей (component) других приложений для расширения возможностей визуализации, анализа данных, выполнение специфических вычислений.

Для расширенной визуализации данных предназначен компонент Axum Graph. Для работы с табличными данными — Microsoft Excel.

Компоненты Data Acquisition, ODBC Input позволяют пользоваться внешними базами данных.

Предлагаются также бесплатные модули (add-in) для интеграции MathCAD с программами Excel, AutoCAD.

Для статистического анализа предназначен компонент Axum S-PLUS Script.

Значительное расширение возможностей пакета достигается при интеграции со сверхмощным приложением MATLAB.

Лекция 3 СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE

MAPLE – система компьютерной математики, рассчитанная на широкий круг пользователей.

До недавнего времени ее называли системой компьютерной алгебры, что указывало на особую роль символьных вычислений и преобразований, которые способна осуществлять эта система.

Но такое название сужает сферу применения системы, так как на самом деле способна выполнять быстро и эффективно не только символьные, но и численные расчеты, сочетая это с превосходными средствами графической визуализации и подготовки электронных документов.

3.1. Назначение и место систем Maple

Maple — система компьютерной математики, рассчитанная на широкий круг пользователей. До недавнего времени ее называли системой компьютерной алгебры, что указывало на особую роль символьных вычислений и преобразований, которые способна осуществлять эта система. Но такое название сужает сферу применения системы. На самом деле она уже способна выполнять быстро и эффективно не только символьные, но и численные расчеты, причем сочетает это с превосходными средствами графической визуализации и подготовки электронных документов.

Казалось бы, нелепо называть такую мощную систему, как Maple математической системой «для всех». Однако по мере ее распространения она становится полезной для многих пользователей ПК, вынужденных в силу обстоятельств (работа, учеба) заниматься математическими вычислениями и всем, что с ними связано. А все это простирается от решения учебных задач в вузах до моделирования сложных физических объектов, систем и устройств, и даже создания художественной графики (например, фракталов).

Maple — тщательно и всесторонне продуманная система компьютерной математики. Она с равным успехом может использоваться как для простых, так и для самых сложных вычислений и выкладок. Заслуженной популярностью системы Maple (всех версий) пользуются в университетах — свыше 300 самых крупных университетов мира (включая и МГУ) взяли эту систему на вооружение. А число только зарегистрированных пользователей системы уже давно превысило один миллион. Ядро системы Maple используется в ряде других математических систем, например в MATLAB и MathCAD, для реализации в них символьных вычислений.

Maple — типичная интегрированная система. Она объединяет в себе:

– мощный язык программирования (он же язык для интерактивного

общения с системой);

- редактор для подготовки и редактирования документов и программ;
- современный многооконный пользовательский интерфейс с возможностью работы в диалоговом режиме;
- мощную справочную систему со многими тысячами примеров;
- ядро алгоритмов и правил преобразования математических выражений;
- численный и символьный процессоры;
- систему диагностики;
- библиотеки встроенных и дополнительных функций;
- пакеты функций сторонних производителей и поддержку некоторых других языков программирования и программ.

Ко всем этим средствам имеется полный доступ прямо из программы. Maple — одна из самых мощных и «разумных» интегрированных систем символьной математики, созданная фирмой Waterloo Maple, Inc. (Канада).

Во многих обзорах систем компьютерной алгебры Maple справедливо считается одним из первых кандидатов на роль лидера среди них. Это лидерство она завоевывает в честной конкурентной борьбе с другой замечательной математической системой — Mathematica. Каждая из данных двух систем имеет свои особенности, но в целом эти две лидирующие системы практически равноценны. Однако надо отметить, что появление новейших версий Maple означает очередной виток в соревновании этих систем за место лидера мирового рынка.

3.2. Языки системы Maple

Maple способна решить огромное число задач вообще без какого-либо программирования в общепринятом смысле этого понятия. Достаточно лишь описать алгоритм решения задачи и разбить его на отдельные вопросы, на которые система Maple способна дать ответы. Более того, есть тысячи задач, алгоритмы решения которых уже реализованы в виде функций и команд системы. Тем не менее это вовсе не означает, что в Maple нельзя программировать. На самом деле Maple поддерживает три собственных языка: входной, реализации и программирования.

Maple имеет входной язык сверхвысокого уровня, ориентированный на решение математических задач практически любой сложности. Он служит для задания системе вопросов или, говоря иначе, задания входных данных для последующей их обработки. Это язык интерпретирующего типа и по своей идеологии напоминает добрый старый Бейсик. И такое сходство вовсе не недостаток, а огромное достоинство — ведь именно с Бейсика начался подлинный диалог пользователя напрямую с компьютером! Входной язык

имеет большое число заранее определенных математических и графических функций, а также обширную библиотеку, подключаемую по мере необходимости.

Имеет Maple и свой язык процедурного программирования — Maple-язык. Этот язык имеет вполне традиционные средства структурирования программ: операторы циклов, операторы условных и безусловных переходов, операторы сравнения, логические операторы, команды управления внешними устройствами, функции пользователя, процедуры и т. д. Он также включает в себя все команды и функции входного языка, ему доступны все специальные операторы и функции. Многие из них являются весьма серьезными программами, например символьное дифференцирование, интегрирование, разложение в ряд Тейлора, построение сложных трехмерных графиков и т. д.

Не следует путать входной язык и язык программирования системы (Maple-язык) с языком ее реализации. Им является один из самых лучших и мощных универсальных языков программирования — Си. На нем написано ядро системы, содержащее тщательно оптимизированные процедуры. Большинство же функций, которые содержатся в пакетах, написаны на Maple-языке, благодаря чему их можно модифицировать и даже писать свои собственные библиотеки. По разным оценкам, лишь от 5 до 10 % средств Maple создано на языке реализации — все остальное написано на Maple-языке. Таким образом, система имеет развитые возможности для расширения и адаптации к задачам пользователя. Для подготовки программ на языке Maple могут использоваться внешние редакторы, но система имеет и свой встроенный редактор, вполне удовлетворяющий требованиям большинства пользователей. Он открывается командами New и Open в меню File. Этот редактор можно использовать для редактирования файлов программ или математических выражений.

Синтаксис структурных операторов языка Maple напоминает смесь Бейсика и Паскаля. Это облегчает знакомство с ним тем, кто имеет хотя бы начальный опыт программирования на этих языках. По близким к Бейсику правилам (и при помощи общепринятых математических сокращений) выполняется и ввод математических выражений в диалоговом режиме работы с системой.

3.3. Ориентация систем Maple

Вообще говоря, системы Maple ориентированы на решение сложных задач, хотя и решение в них простых задач вполне возможно и уместно. Возможно, для решения таких задач вполне подойдет весьма простая, быстрая и надежная система Derive или система MathCAD, в которую (начиная с версии

3.0 под Windows) включен приобретенный по лицензии фирмы Waterloo Maple упрощенный символьный процессор Maple. Однако по числу доступных пользователю математических функций эти скромные системы не идут ни в какое сравнение с патриархом символьной математики — системой Maple.

Система Maple может с успехом применяться для решения самых серьезных математических задач аэродинамики, теории поля, теплопроводности и диффузии, теоретической механики и др. Решение таких задач нередко является многолетним трудом элитных научных коллективов.

Поскольку система может быть установлена на любом современном ПК, ее можно (да и нужно) применять как можно чаще и по любому поводу. Это способствует как приобретению практических навыков работы с Maple, так и росту математических познаний тех, кто с ней работает.

3.4. Возможности Maple

3.4.1. Основные возможности версии системы Maple 6

Интерфейс:

- работа со многими окнами;
- вывод графиков в отдельных окнах или в окне документа;
- представление выходных и входных данных в виде естественных математических формул;
- задание текстовых комментариев различными шрифтами;
- возможность использования гиперссылок и подготовки электронных документов;
- удобное управление с помощью клавиатуры через главное меню и инструментальную панель;
- управление с помощью мыши.

Символьные и численные вычисления:

- дифференцирование функций;
- численное и аналитическое интегрирование;
- вычисление пределов функций;
- разложение функций в ряды;
- вычисление сумм и произведений;
- интегральные преобразования Лапласа, Фурье и др.;
- дискретные Z-преобразования;
- прямое и обратное быстрое преобразование Фурье;
- работа с кусочно-заданными функциями.

Работа с уравнениями в численном и символьном виде:

- решение систем линейных и нелинейных уравнений;
- решение систем дифференциальных уравнений;
- символьное вычисление рядов;
- работа с рекуррентными функциями;
- решение трансцендентных уравнений;
- решение систем с неравенствами.

Работа с функциями:

- вычисление значений всех элементарных функций;
- вычисление значений большинства специальных математических функций;
- пересчет координат точек между различными координатными системами;
- задание функций пользователя.

Линейная алгебра:

- свыше ста операций с векторами и матрицами;
- решение систем линейных уравнений;
- формирование специальных матриц и их преобразования;
- вычисление собственных значений и собственных векторов матриц;
- поддержка быстрых векторных и матричных алгоритмов пакета программ NAG.

Графическая визуализация результатов вычислений:

- построение графиков многих функций;
- различные типы осей (с линейным и логарифмическим масштабом);
- графики функций в декартовой и полярной системах координат;
- специальные виды графиков (точки массивов, векторные графики, диаграммы уровней и др.);
- системы координат, определяемые пользователем;
- графики, представляющие решения дифференциальных уравнений;
- графики трехмерных поверхностей с функциональной закрашкой;
- построение пересекающихся в пространстве объектов;
- задание пользователем окраски графиков;
- импорт графиков из других пакетов и программных систем;
- анимация графиков;
- создание и проигрывание анимационных файлов.

Программирование:

- встроенный язык процедурного программирования;
- простой и типичный синтаксис языка программирования;
- обширный набор типов данных;
- типы данных, задаваемых пользователем;

- средства отладки программ;
- мощные библиотеки функций;
- задание внешних функций и процедур;
- поддержка языков программирования С и Fortran;
- возможность записи формул в формате LaTeX.

3.4.2. Дополнительные возможности версии системы Maple 7

Система Maple 7 приобрела ряд дополнительных возможностей. Кратко отметим их:

- расширенная поддержка численных алгоритмов пакета программ NAG, в том числе при решении численных задач математического анализа (например, вычисление определенных интегралов в Maple 7 ускорено в 20-40 раз в сравнении с Maple 6) и при решении дифференциальных уравнений;
- новый обучающий курс User's Tour, встроенный в ее справку;
- существенно переработанные и обновленные пакеты функций;
- ускоренные алгоритмы целочисленных вычислений (например, факториал числа 25000 вычисляется более чем на порядок быстрее, чем системой Maple 6);
- обширный набор новых алгоритмов решения дифференциальных уравнений, обеспечивающий дополнительную эффективность решения задач в области моделирования физических явлений и устройств;
- усовершенствованные и новые алгоритмы реализации многих численных методов решения задач;
- новые встроенные пакеты аппроксимации кривых CurveFitting, внешних вычислений ExternalCalling, решения линейных функциональных систем LinearFunctionalSystem, ортогональных рядов OrthogonalSeries, работы с полиномами PolynomialTools, решения уравнений SolveTools и поддержки вычислений с размерными величинами Units;
- новый пакет для поддержки языка XML;
- поддержка новейшего стандарта записи математической информации — языка MathML 2.0;
- улучшение пользовательского интерфейса, в частности введение новой палитры ввода шаблонов векторов;
- поддержка протокола TCP/IP, обеспечивающего динамический удаленный доступ к данным, например, для финансового анализа в реальном масштабе времени или данных о погоде;
- дополнительные пакеты (Maple PowerTools™), доступные через Интернет, поддерживающие анализ методом конечных элементов (РЕМ), нелинейную оптимизацию и статистику, а также три новых пакета: вычисления

для новичков, теоретическая физика и программирование;

– возможность работы с курсом университетского математического образования, загружаемого через Интернет.

Лекция 4 ВХОДНОЙ ЯЗЫК СИСТЕМЫ MATHCAD

Пакет MathCAD (разработан фирмой MathSoft Inc., США) является одним из наиболее удобных для несложных расчетов на ПЭВМ. В системе MathCAD документы (программы, результаты вычислений, комментарии) имеют естественный для научно-технической литературы вид. Для задания математических выражений используется удобный кнопочный интерфейс. Эта система обладает также эффективными средствами научной графики, которые просты в применении и интуитивно понятны.

Поэтому можно сказать, что система MathCAD ориентирована на массового пользователя – от ученика начальных классов до академика.

4.1. Основы работы в системе MathCAD

Универсальная система компьютерной математики MathCAD является одной из лучших систем для научно-технических вычислений. В среде MathCAD доступны более сотни операторов и функций, предназначенных для численного и символьного решения различных математических задач.

MathCAD работает с документами, которые состоят из блоков трех основных типов: математические выражения, текстовые фрагменты и графические области. Расположение нетекстовых (логических) блоков в документе имеет принципиальное значение – слева направо и сверху вниз.

Входной язык системы MathCAD достаточно сильно приближен к обычному математическому языку и в простейших случаях не требует программирования.

Для создания математических выражений используются переменные, операторы и функции. Переменные — это объекты с именами, хранящие данные определенного типа. Тип переменной определяется ее значением. Имена переменных должны начинаться только с латинских букв. С именами переменных тесно связано понятие присваивания им значения: знак «:=» — присвоить значение переменной (локальное присваивание), знак «?» — глобальное присваивание, знак «=» — вывести результат вычислений, знак «= \equiv » (жирный знак равенства с панели Boolean) — логический знак равенства. Операторы – это специальные символы, указывающие на выполнение тех или иных операций над данными (операндами), которые могут быть представлены константами или переменными. К операторам относятся: арифметические операторы (+, -, *, /), вычисление корня, и др. Функция — объект входного языка, имеющий имя и параметры. При обращении к функции результатом является возврат значения (результат вычисления).

Для представления численных значений функций в виде таблицы,

построения графиков, а также для решения ряда других задач используются ранжированные переменные. Для их создания используются выражения вида $\text{Name} := \text{N1}, (\text{N1} + \text{step}) .. \text{N2}$, где Name – имя переменной, N1 – ее начальное значение, N2 – конечное значения, step – шаг изменения переменной, символ «..» (двоеточие) набирается с клавиатуры клавишей «;» (точка с запятой) или с панели Calculator, расположенной на панели Math. Последнюю можно вызвать из группы Toolbars в меню View. В результате указанного присваивания переменная Name будет представлять собой последовательность чисел от N1 до N2 с шагом, равным step.

Для запуска формульного редактора достаточно установить курсор мыши в любом свободном месте окна редактирования и щелкнуть левой клавишей. Появившийся указатель в виде маленького красного крестика указывает место, с которого можно начать набор формул.

В системе заготовлены шаблоны для задания того или иного оператора. Для этого служат панели с набором шаблонов различных математических символов (см. панель Math).

Для удобства работы и возможности создавать текстовые комментарии в систему MathCAD встроен текстовый редактор. В простейшем случае для ввода текста достаточно набрать на клавиатуре символ «кавычки» или воспользоваться в меню Insert командой Text Region.

Рассмотрим простейшие примеры работы в системе MathCAD

4.1.1. Пример 4.1

Предположим, что даны значения переменных $a = 2$ и $b = 8$. Требуется вычислить значение переменных (рис. 4.1).

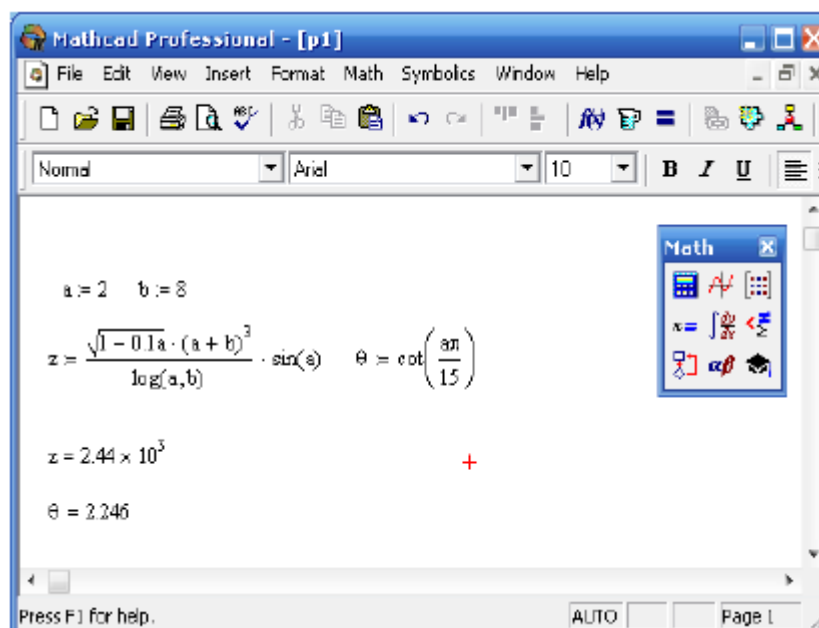


Рисунок 4.1 – Пример 4.1

4.1.2. Пример 4.2

Пусть переменная x принимает значения $0, 0.05, 0.1, \dots, 1$, то есть изменяется на отрезке $[0, 1]$ с шагом 0.05 .

Требуется получить таблицу значений функции $\cos(\pi x)$ при указанном изменении переменной x .

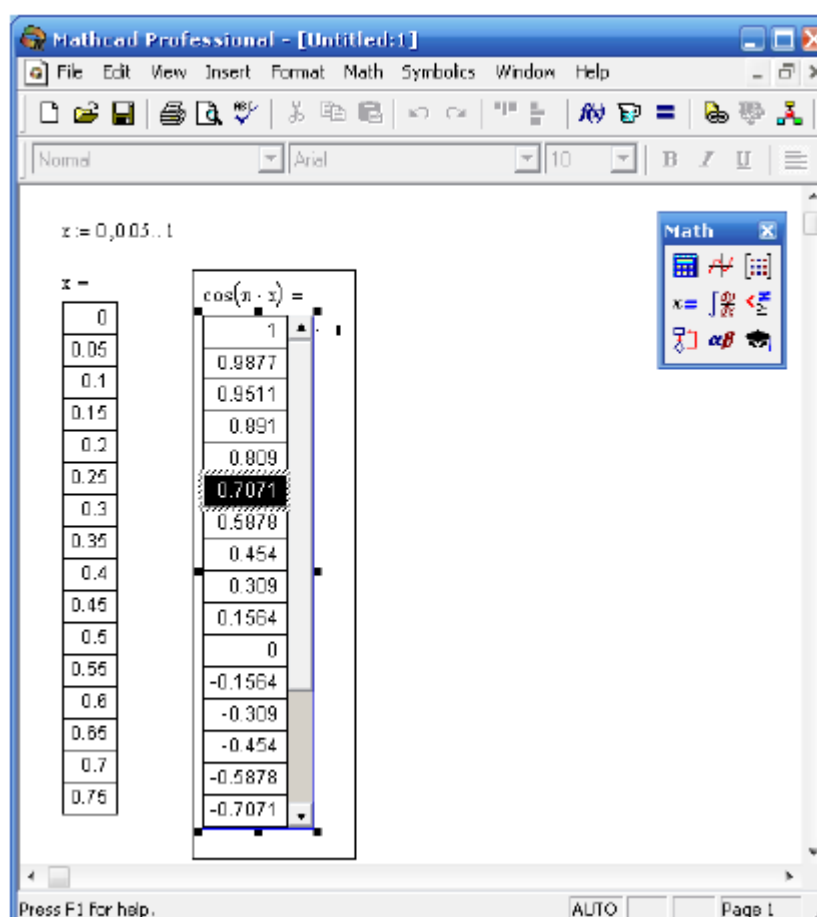


Рисунок 4.2 – Пример 4.2

4.2. Функции. Символьные операции

Как было сказано ранее, MathCAD имеет обширный набор встроенных математических функций. Однако часто возникает необходимость введения собственных функций пользователя, которые определяются следующим образом:

имя функции (аргументы):= выражение.

Функция – выражение, согласно которому проводятся некоторые вычисления с аргументами и определяется ее числовое значение (то есть функция понимается в обычном смысле). Следует особо отметить разницу между аргументами и параметрами функции. Переменные, указанные в скобках

после имени функции, являются ее аргументами и заменяются при вычислении функции значениями из скобок. Переменные в правой части определения функции, не указанные в скобках в левой части, являются параметрами и должны задаваться до определения функции.

Главным признаком функции является возврат значения, в ответ на обращение к ней по имени с указанием ее аргументов, должна вернуть свое значение.

Простейшие приемы работы с функциями пользователя приведены на рис. 4.3.

Обратим внимание на то, что вычисление значения функций способом, указанным на рис. 4.3, часто является приближенным. Такая ситуация возникает, как правило, в том случае, когда значение функции представляет собой бесконечную десятичную дробь. В этом случае для получения точного числа необходимо использовать символьные преобразования.

Для вывода результата символьного преобразования используется знак «?», расположенный на панели Symbolic (см. панель Math).

Отметим, что если после результата символьного преобразования ввести знак равенства, то получим численное значение.

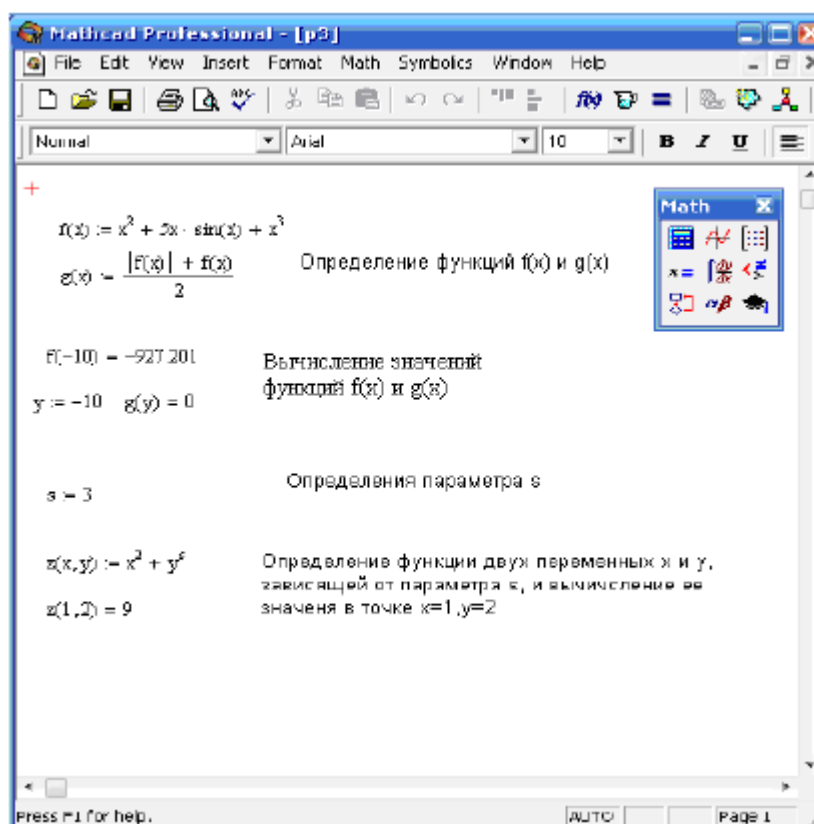


Рисунок 4.3 – Символьные преобразования

В общем случае символьные преобразования бывают различных типов: упрощение выражения, разложение выражения на множители, разложение по

степеням и так далее. Поэтому, в зависимости от типа выражения, результат символьного преобразования может быть различным.

MathCAD позволяет задавать тип символьного преобразования. Для этого на панели Symbolic необходимо выбрать подходящий вариант преобразования. Опишем наиболее употребительные из них:

- `simplify` предназначено для упрощения выражений посредством их вычисления, приведения подобных слагаемых, приведения к общему знаменателю, использования тригонометрических тождеств и так далее.

- `expand` используется для расширения выражений посредством раскрытия скобок и разложения по степеням.

- `collect` служит для группировки подобных слагаемых.

- `substitute` подставляет вместо указанной переменной ее значение. При этом в качестве значения переменной может выступать как число, так и некоторое выражение.

- `solve` разрешает выражение относительно указанной переменной. Другими словами, указанное преобразование решает уравнение относительно заданной переменной, причем в левой части этого уравнения стоит заданное выражение, а в правой ноль. Если же исходное выражение является неравенством, то получим решение неравенства.

При использовании указанных типов символьных преобразований (за исключением преобразования `simplify`) необходимо указывать переменную, относительно которой это преобразование проводится.

4.2.1. Пример 4.3

Простейшее использование символьных преобразований представлено на рис. 4.4.

Иногда применение операции `simplify` не упрощает выражение, а возвращает его записанным в другом, не всегда более компактном, виде. В этом случае целесообразно попробовать применить другое преобразование.

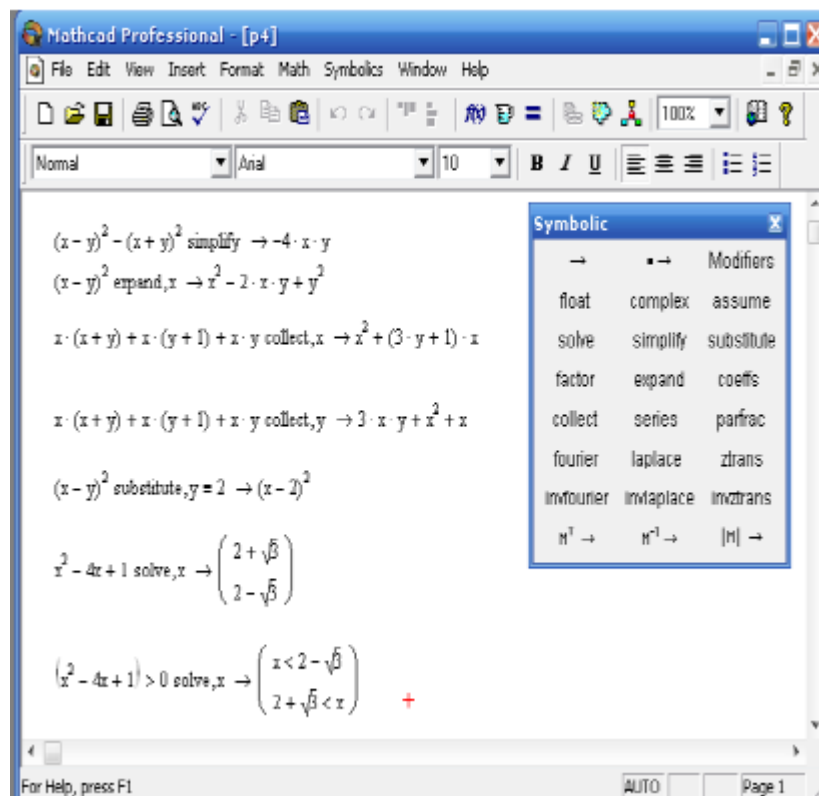


Рисунок 4.4 – Пример 4.3

4.3. Построение графиков

Система MathCAD обладает мощными графическими возможностями, позволяющими строить различные типы графиков функций не только на плоскости, но и в пространстве. Весь набор средств для построения графиков расположен в подменю Graph меню Insert или вызывается с панели Graph, расположенной на панели Math.

Приемы работы с графикой в системе MathCAD разберем на примерах построения графиков функций в прямоугольной декартовой системе координат.

4.3.1. Пример 4.4

На отрезке $[-3, 3]$ построим график функции (рис. 4.5). Изменение внешнего вида графика можно проводить с использованием окна форматирования, которое вызывается двойным щелчком левой клавиши мыши по области графика.

Установим на вкладке XY-Axes в группе Axes Style более привычный пересекающийся стиль осей (Crossed). После нажатия кнопки **Применить** получим документ, изображенный на рис. 4.5.

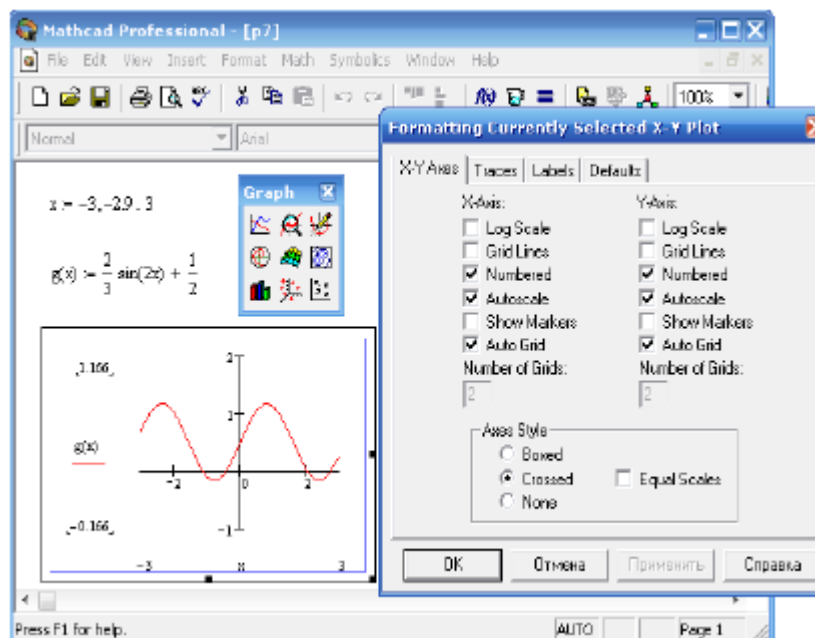


Рисунок 4.5 – Пример 4.4

4.4. Решение уравнений

Известно, что многие уравнения и системы уравнений не поддаются точному решению. В первую очередь это относится к большинству трансцендентных уравнений. Однако такие уравнения могут решаться численными (приближенными) методами с заданной точностью (не более значения заданной системной переменной TOL).

Рассмотрим некоторые способы решения уравнений с использованием системы MathCAD.

4.4.1. Использование функции *root*

Уравнения вида $f(x) = 0$ можно решать посредством функции $\text{root}(f(x), x)$, которая возвращает значение переменной x , при которой выполняется равенство $f(x) = 0$. Для использования этой функции необходимо задать начальное приближение к корню.

Пусть требуется найти корни уравнения (рис. 4.6)

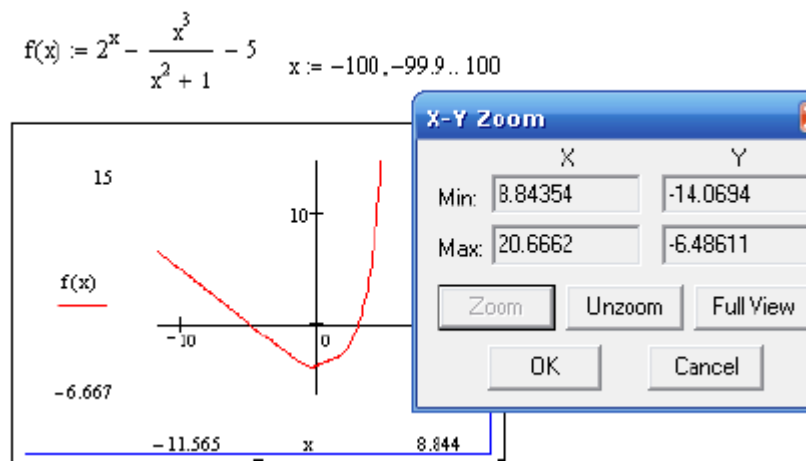


Рисунок 4.6 – Использование функции root

4.4.2. Использование конструкции Given – find

Другой способ решения уравнений в системе MathCAD – это использование конструкции Given – find, которая предназначена для решения уравнений вида $f(x) = g(x)$. Использование такого метода решения уравнений состоит из следующих этапов:

- задаем переменной x начальное приближение к корню уравнения;
- набираем ключевое слово Given;
- записываем исходное уравнение в виде $f(x)=g(x)$, причем знак равенства набирается с панели Boolean (или комбинацией клавиш Ctrl+=);
- набираем find(x)= (рис. 4.7).

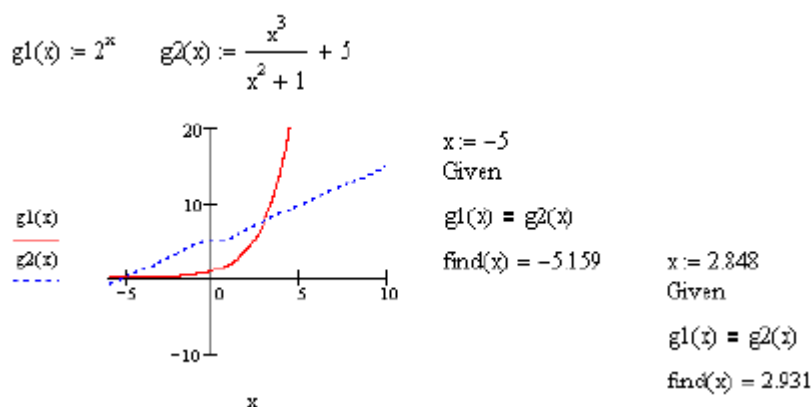


Рисунок 4.7 – Использование конструкции Given – find

4.5. Операции с векторами и матрицами

В системе MathCAD предусмотрены мощные средства работы с векторами и матрицами. Доступ к наиболее часто используемым функциям возможен через панель Matrix, расположенную на панели инструментов Math, остальные можно найти в категории Vector and Matrix диалогового окна

вставки функции (рис. 4.8).

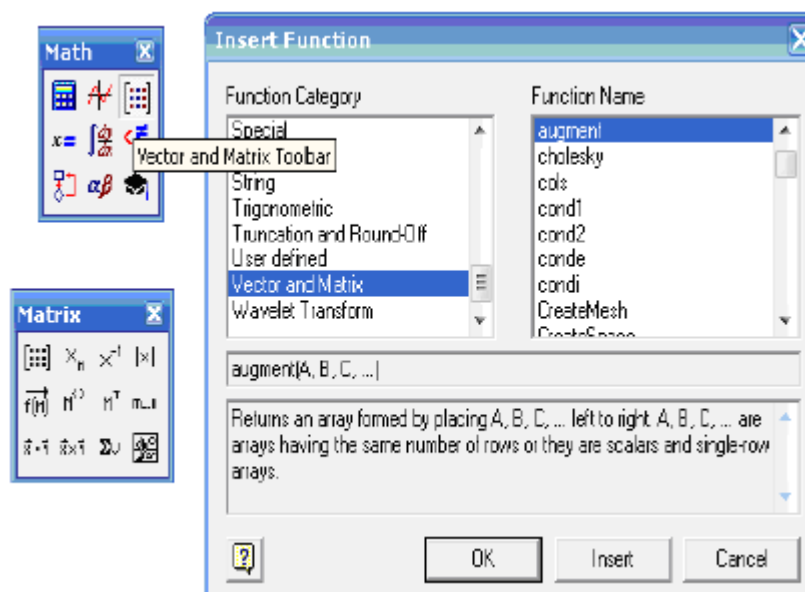


Рисунок 4.7 – Операции с векторами и матрицами

Для ввода матрицы можно использовать шаблон, вызываемый щелчком левой клавишей мыши по кнопке , расположенной на панели Matrix. После этого появится диалоговое окно, в котором надо указать количество строк (Rows) и столбцов (Columns) вводимой матрицы. Далее в появившийся шаблон вводятся элементы матрицы.

Матрицу можно также ввести, аналитически указав закон формирования элемента матрицы в зависимости от его индексов (то есть номеров строк и столбцов, на пересечении которых расположен этот элемент). Для ввода индекса удобно использовать клавишу «[» (можно также использовать шаблон, вызываемый щелчком мыши по кнопке , расположенной на панели Calculator или Matrix). Индексы элемента матрицы вводятся через запятую, причем на первом месте стоит номер строки, в котором расположен этот элемент, а на втором – номер столбца. По умолчанию MathCAD нумерует строки и столбцы матрицы, начиная с нуля. Чтобы использовать более привычную нумерацию индексов, начинающуюся с единицы, необходимо изменить значение системной переменной ORIGIN (по умолчанию равное нулю) на единицу.

Матрицу можно также ввести, воспользовавшись функцией $\text{matrix}(m,n,f)$, которая формирует матрицу порядка $m \times n$, причем элемент с индексами i,j равен $f(i, j)$, где f – заданная функция двух переменных. В этом случае, вне зависимости от значения системной переменной ORIGIN, индексы i и j будут меняться от нуля до $m-1$ и $n-1$ соответственно.

Вектор порядка n можно рассматривать как частный случай матрицы размера $n \times 1$, поэтому для его ввода можно использовать описанные выше

способы ввода матрицы. При этом следует иметь ввиду, что для нумерации элементов вектора можно использовать также индекс, состоящий из одного числа – номера соответствующего элемента.

Приведем еще ряд полезных функций для работы с матрицами и векторами:

- `augment (M1,M2)` – объединяет в одну две матрицы, имеющие одинаковое количество строк (объединение идет «бок о бок»);
- `cols(M)` – возвращает число столбцов матрицы M; `identity (n)` – создает единичную матрицу размера $n \times n$;
- `last(V)` – возвращает последний элемент вектора V;
- `length (V)` – возвращает число элементов вектора V;
- `max(M)` – возвращает максимальный по значению элемент вектора или матрицы M;
- `min(M)` – возвращает минимальный по значению элемент матрицы M;
- `rows(M)` – возвращает число строк матрицы M;
- `stack (M1,M2)` – объединяет две матрицы с одинаковым количеством столбцов, «сажая одну на другую»;
- `submatrix(A,r1,r2,c1,c2)` – возвращает фрагмент матрицы, содержащей строки с номерами от r1 по r2 и столбцы с номерами от c1 по c2. Если $r1 \geq r2$, то получим фрагмент матрицы с обратным порядком следования строк, то же самое относится и к столбцам.

Остальные функции для работы с матрицами можно найти в категории Vector and Matrix диалогового окна вставки функции.

4.6. Визуализация 3D модели рабочей поверхности шлифовальных кругов с использованием графиков MathCAD

Как 3D объект рабочая поверхность круга представляет собой наружную поверхность исходного абразивного слоя, состоящую из связки и выступающих из нее зерен. Как элемент рабочего процесса шлифования она является результатом эволюции наружной поверхности абразивного слоя и имеет свойства, зависящие как от исходных свойств самого слоя, так и от условий его функционирования в процессе эксплуатации. В настоящее время, очевидно, что построить адекватную модель рабочей поверхности шлифовального круга, игнорируя свойства исходного абразивного слоя, невозможно. Следовательно, необходимо первоначальное построение 3D модели абразивного слоя с последующим переходом к 3D модели рабочей поверхности.

Адекватность модели обеспечивается имитационным контролем зернового состава абразивных порошков из сверхтвердых материалов, позволяющим подбирать и контролировать параметры исходной навески.

Исходный вариант базы данных 3D модели поверхности (Z3DM_NNN) с числом записей по числу экземпляров класса «зерно-лунка» принадлежащим поверхности связки имеет следующую структуру (рис 4.8): DxN, DyN, DzN - диаметры зерен; X_N, Z_N - координаты центров зерен по ширине и длине рабочей поверхности; Y_C - неравномерность поверхности связки; Y_N - координата центра зерна относительно поверхности связки; Z_T - идентификатор «зерно-лунка» (З/Л). Переход к базе данных координат поверхности (Z3DG_NNN) производится с учетом параметров текущего варианта экземпляра 3D модели: nB(L)3DVis - число интервалов дискретизации при визуализации; nB(L)3DDnV, nB(L)3DUpV - начало и конец интервалов визуализации по ширине и длине рабочей поверхности; функций поперечного YcX и продольного YcZ профилей связки.



Рисунок 4.8 – Схема перехода от 3D модели рабочей поверхности (Z3DM_NNN) к координатам поверхности (Z3DG_NNN)

Завершением перехода является создание матрицы координат поверхности $Y = f(n_j, n_i)$ сохраняемой в файле Z3DG_NNN.PRN. В процессе создания файла система считывает значения элементов матриц поэлементно слева направо и сверху вниз и по ходу считывания преобразует числовые значения элементов в их символьные эквиваленты, использующие ASCII-коды цифр и символы, относящиеся к заданию чисел. Это простейший тип файлов, который легко обрабатывается в программах на различных языках программирования, благодаря чему обеспечивается обмен данными между

объектно-ориентированной средой управления базами данных Visual FoxPro и математическим пакетом MathCAD. Выбор MathCAD для визуализации результатов 3D моделирования определился его высоким уровнем технологии работы с трехмерной графикой.

На рис. 4.9 представлена структурная схема формы Visual FoxPro для визуализации данных с использованием встроенных объектов MathCAD.

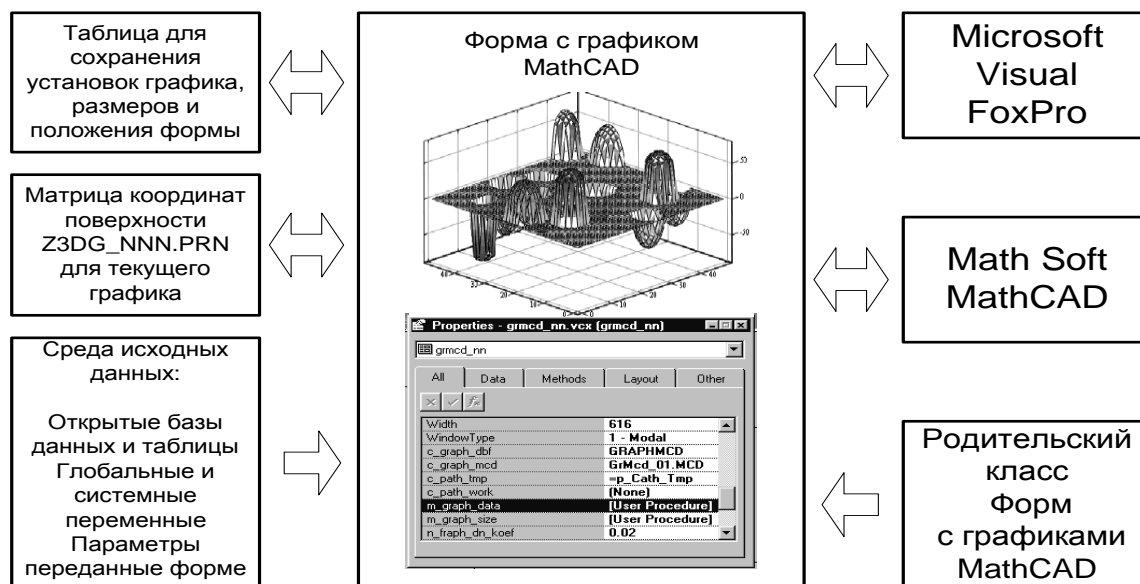


Рисунок 4.9 – Структурная схема формы Visual FoxPro для визуализации 3D графиков с использованием Math Soft MathCAD

Представленная форма является дочерним объектом родительского класса GrMCD_NN.vsx разработанного применительно к решению данного класса задач визуализации и построена на основе базового класса Visual FoxPro —Form. Визуализации результатов моделирования обеспечивается взаимодействием Visual FoxPro с MathCAD на основе механизмов OLE. Примеры визуализации рабочей поверхности шлифовального круга приведены на рис. 4.10. Проведенные модельные испытания подтвердили эффективность использованной методологии визуализации данных при 3D моделировании.

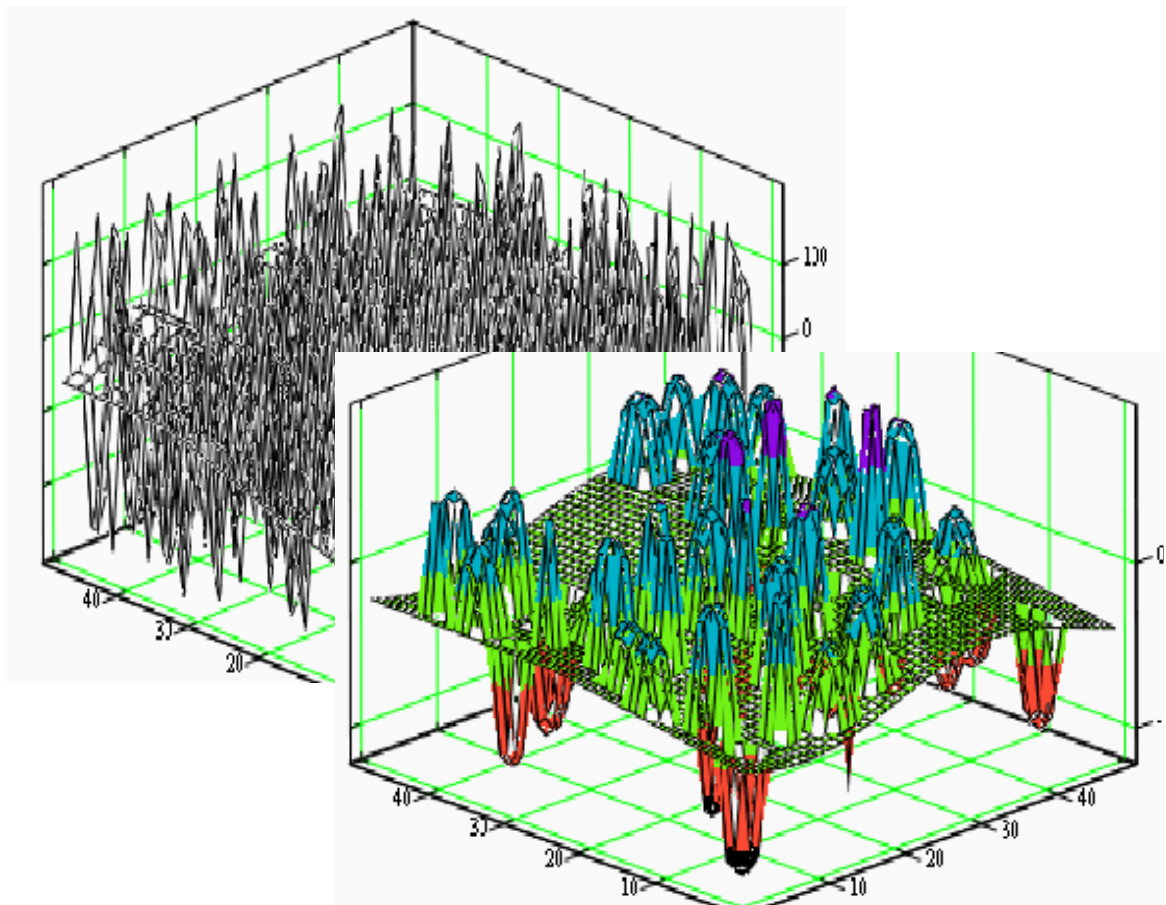
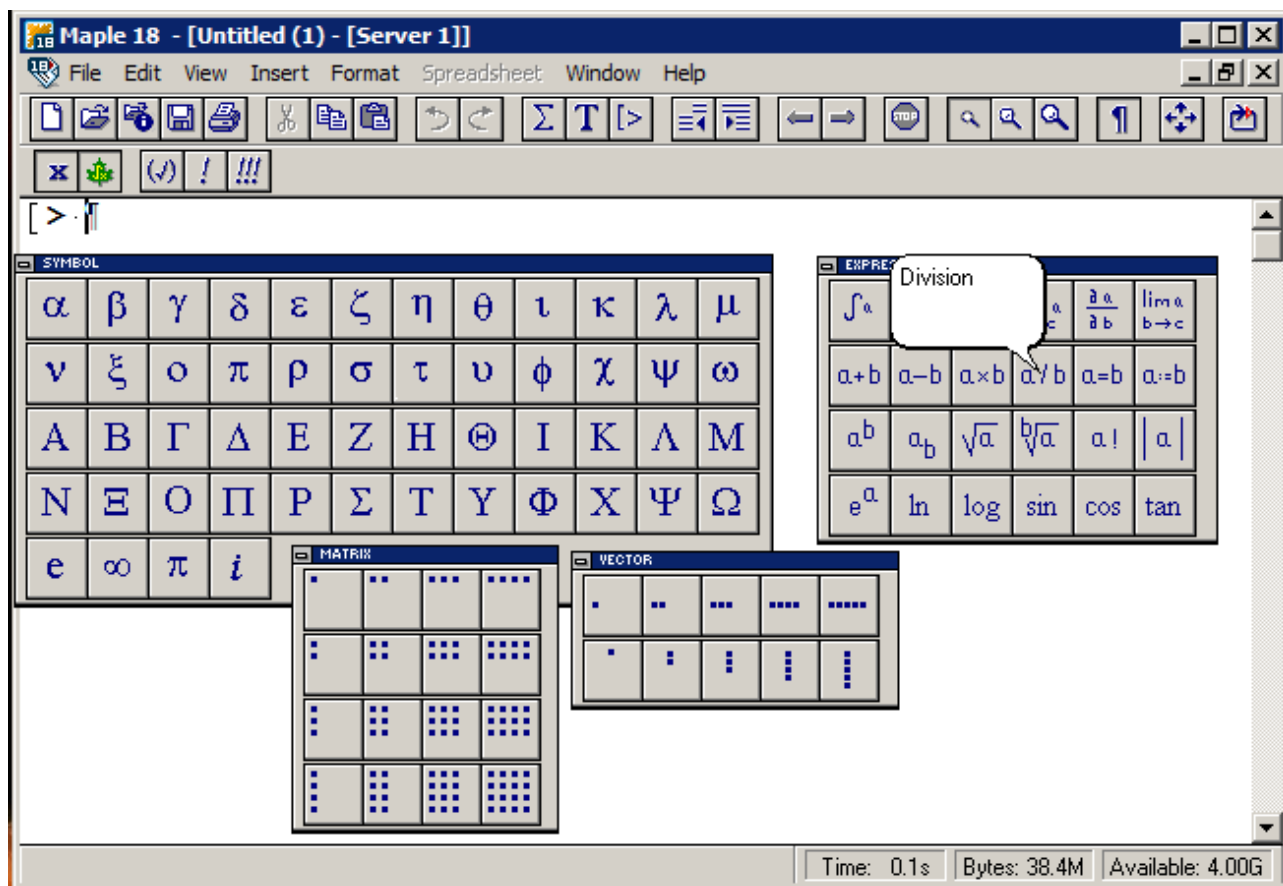


Рисунок 4.10 — Примеры визуализации рабочей поверхности круга

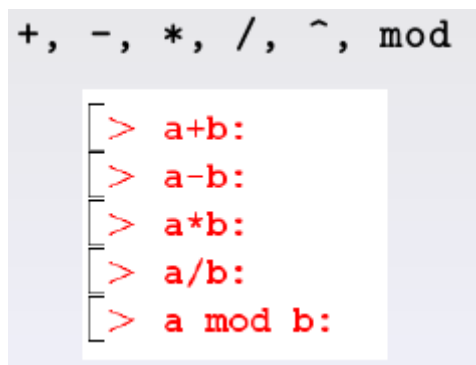
Лекция 5 ВХОДНОЙ ЯЗЫК СИСТЕМЫ MAPLE

Maple — система компьютерной математики, предназначенная для выполнения решения математических и физических задач, имеет большой набор функций для численных и символьных вычислений, имеет широкие возможности по изображению двумерных и трехмерных графиков.



Документ Maple представляет из себя последовательность команд и результатов выполнения этих команд. Команды можно выполнять в произвольном порядке. Результаты выполнения команд, значения выражений и формулы можно сохранять в переменных для последующего использования.

5.1. Основные арифметические операторы Maple



5.1.1. Функция *add*

Функция *add* — находит сумму последовательности значений:

add(f, i = m..n);

add(f, i = x);

add(f, i in x).

```
> add(i^2, i = 1 .. 5)
55
> add(a_i x^i, i = 0 .. 5)
a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5
```

5.1.2. Функция *mul*

Функция *mul* — находит произведение последовательности значений:

mul(f, i = m..n);

mul(f, i = x);

mul(f, i in x).

```
> mul(a_i, i = 1 .. 5)
a_1 a_2 a_3 a_4 a_5
> mul(a - i, i = 0 .. 5)
a (a - 1) (a - 2) (a - 3) (a - 4) (a - 5)
```

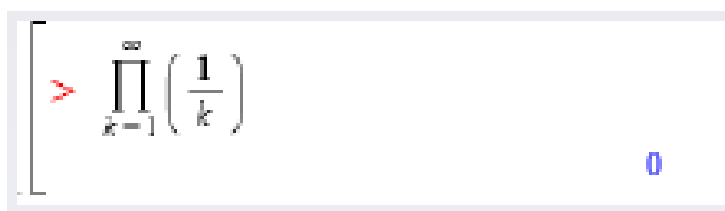
5.1.3. Функция *sum*

Функция *sum* — находит сумму последовательности значений в символьном виде: *sum*(f, k=m..n).

```
> sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}
\frac{1}{6} \pi^2
```

5.1.4. Функция *product*

Функция *product* — находит произведение последовательности значений в символьном виде: *product(f,k=m..n)*.


$$> \prod_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} \right)$$

5.2. Математические функции

- *abs(a)* — модуль (абсолютное значение)
- *exp(a)* — экспонента
- *ln(a)* — натуральный логарифм
- *log10(a)* — десятичный логарифм
- *log[n](a)* — логарифм по основанию *n*
- *sqrt(a)* — квадратный корень
- *surd(a,n)* — корень степени *n*

5.2.1. Округление чисел

- *trunc(a)* — округление в сторону 0
- *round(a)* — округление к ближайшему целому
- *floor(a)* — округление к большему
- *ceil(a)* — округление к меньшему
- *frac(a)* — дробная часть числа

5.2.2. Тригонометрические функции

- *sin(x)*
- *cos(x)*
- *tan(x)*
- *cot(x)*
- *arcsin(x)*
- *arccos(x)*
- *arctan(x)*
- *arccot(x)*

5.2.3. Функция *eval*

Функция *eval* — вычисление значения выражения в заданной точке, результат может быть в символьном виде: *eval(e,x=a)*.

```

> poly := x y + 3 z + 2
      poly := x y + 3 z + 2
> eval(poly, [x = 2, y = 3, z = t])
      8 + 3 t

```

5.2.4. Функция *evalf*

Функция *evalf* — вычисление значения выражения в численном виде: *evalf(e)*.

```

> evalf( (3 x^2 / 4 + 1 x / 3 - sqrt(2)) )
      0.7500000000 x^2 + 0.3333333333 x - 1.414213562

```

5.2.5. Функция *simplify*

Функция *simplify* — упрощает математическое выражение.

```

> simplify( 1 / 4^2 + 3 )
      5
> simplify( e^a + ln(b e^c) )
      b e^a + c
> simplify( sin(x)^2 + ln(2 x) + cos(x)^2 )
      1 + ln(2) + ln(x)
> simplify( sin(x)^2 + ln(2 x) + cos(x)^2, trig )
      1 + ln(2 x)

```

5.2.6. Функция *expand*

Функция *expand* — разложение на слагаемые.

```

> expand( (x + 1) (x + 2) )
      x2 + 3 x + 2

> expand( (x + 1) / (x + 2) )
      x / (x + 2) + 1 / (x + 2)

> expand( 1 / ((x + 1) x) )
      1 / ((x + 1) x)

> expand( sin(x + y) )
      sin(x) cos(y) + cos(x) sin(y)

> expand( cos(2 x) )
      2 cos(x)2 - 1

> expand( ea + ln(b) )
      ea b

> expand( (x + 1) (y + z) )
      x y + x z + y + z

```

5.2.7. Функция combine

Функция `combine` — объединяет функции в выражении (операция обратная `expand`).

```

> expand( sin(a + b) )
      sin(a) cos(b) + cos(a) sin(b)

> combine( sin(a) · cos(b) + cos(a) · sin(b) )
      sin(a + b)

```

5.2.8. Функция factor

Функция `factor` — разложение выражения на множители.

```

> factor( 6 x2 + 18 x - 24 )
      6 (x + 4) (x - 1)

> factor( 6 )
      6

```

5.2.9. Функция collect

Функция collect — объединение подобных слагаемых.

```
> f := a ln(x) - ln(x) x - x
      f := a ln(x) - ln(x) x - x
> collect(f, ln(x))
      (a - x) ln(x) - x
```

5.2.10. Функция lim

Функция lim — вычисляет предел функции:

- $\lim(f, x=a)$;
- $\lim(f, x=a, \text{dir})$.

```
> lim_{x→3} 1/x
      1/3
> lim_{x→∞} x^2
      ∞
> lim_{x→0} sin(x)/x
      1
```

5.3. Последовательности, списки и множества

5.3.1. Последовательности

Последовательность — это значения записанные через запятую.

Функция seq — формирует последовательность:

- $\text{seq}(f, i = m..n)$;
- $\text{seq}(f, i = m..n, \text{step})$.

```

> seq( $i^2$ ,  $i = 1 \dots 5$ )
1, 4, 9, 16, 25
> seq( $\sin\left(\frac{\pi i}{6}\right)$ ,  $i = 0 \dots 6$ )
0,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ , 1,  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ , 0
> seq( $x_i$ ,  $i = 1 \dots 5$ )
 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ 
> X := [seq( $i$ ,  $i = 0 \dots 6$ )]
X := [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6]

```

5.3.2. Списки

Список — упорядоченная последовательность значений.

```

> [x, y, y]
[x, y, y]
> [y, x, y]
[y, x, y]

```

5.3.3. Множества

Множество — неупорядоченная последовательность элементов.

```

> {x, y, y}
{x, y}
> {y, x, y}
{x, y}

```

5.3.4. Функция op

Функция op — извлекает операнды из выражения.


```

> u := [1, 4, 9]
u := [1, 4, 9]
> nops(u)
3
> op(2, u)
4
> op(2..3, u)
4, 9
> op(u)
1, 4, 9
> op(-1, u)
9

```

5.4. Создание функций

Для создания функции используется функциональный оператор «->».

```

> f := x -> 3 x + 5
f := x -> 3 x + 5
> f(2)
11
> g := (x, y) -> sin(x) cos(y) + x y
g := (x, y) -> sin(x) cos(y) + x y
> g(π/2, π)
-1 + 1/2 π²

```

5.5. Решение уравнений, систем уравнений и неравенств

5.5.1. Функция solve

Функция solve — решение уравнений, систем уравнений и неравенств:
solve(equations, variables).

```

> solve(2 y - (x - 1)² = 2, y)
3/2 + 1/2 x² - x
> solve(x² - x = 2025, x)
1/2 + 1/2 √8101, 1/2 - 1/2 √8101

```

5.5.2. Функция *fsolve*

Функция *fsolve* — решение уравнений численными методами:
fsolve(equations, variables, complex).

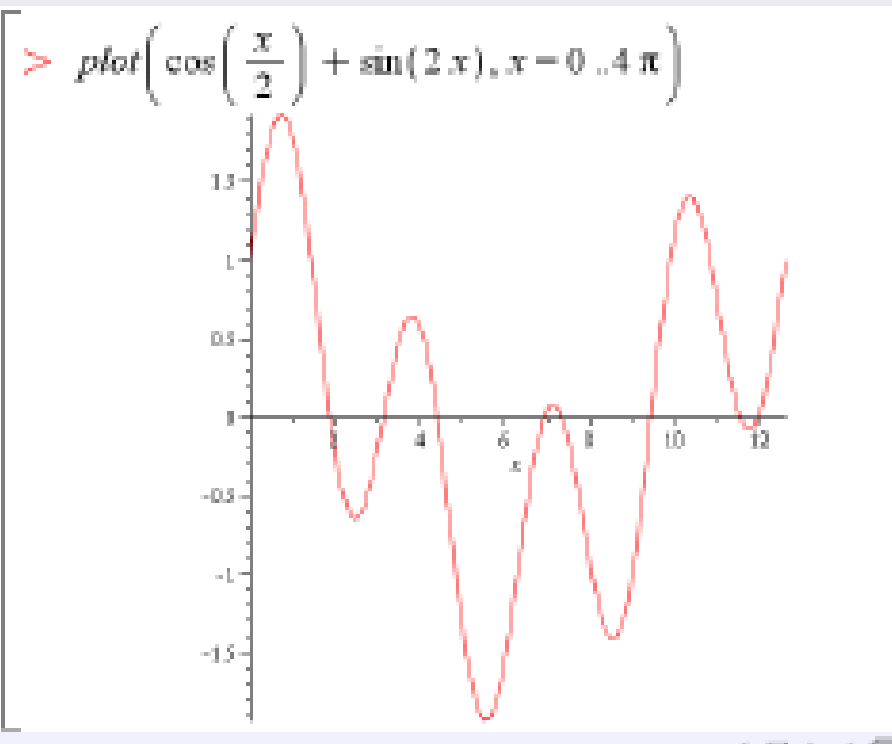
```
> polynomial := 2 x^5 - 11 x^4 - 7 x^3 + 12 x^2 - 4 x = 0 :  
> fsolve( polynomial )  
-1.334383488, 0., 5.929222024
```

5.6. Построение графиков

5.6.1. Построение двумерных графиков

Функция *plot* — построение двумерных графиков:

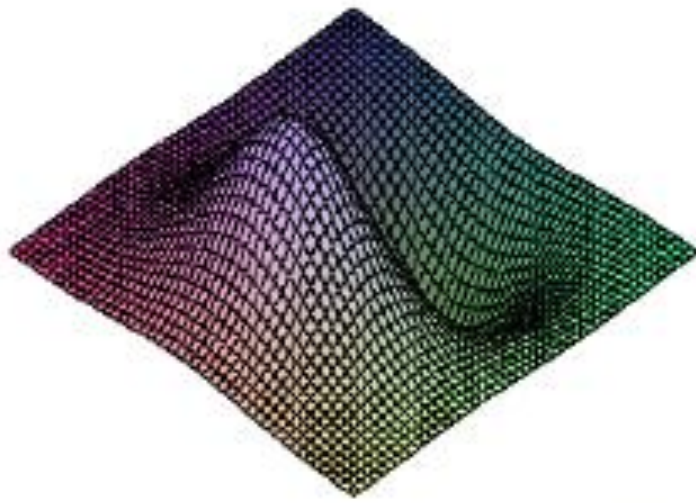
- *plot*(f, x);
- *plot*(f, x=x0..x1);
- *plot*(v1, v2).



5.6.2. Построение трехмерных графиков

Функция *plot3d* — построение трехмерных графиков:
plot3d(expr, x=a..b, y=c..d, opts).

```
> plot3d(x * e-x2-y2, x = -2..2, y = -2..2, grid = [49, 49])
```



Лекция 6 СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И МОДЕЛЬНЫХ ДАННЫХ

6.1. Случайные величины

6.1.1. Дискретные и непрерывные, одномерные и многомерные случайные величины

В технических приложениях наиболее часто встречаются случайные величины двух типов:

- дискретные — могущие принимать конечное или бесконечное счетное множество отдельных изолированных значений и не могущие принимать значений, промежуточных между ними;
- непрерывные — могущие принимать в установленном интервале несчетное множество значений; множество этих значений в пределах интервала бесконечно велико.

Как дискретные, так и непрерывные случайные величины могут иметь одно, два и более измерений. В технических приложениях обычно используются случайные величины, имеющие не более трех измерений. Такие величины называются соответственно одномерными, двухмерными и трехмерными. Последние две называются также системами двух или трех случайных величин. Одномерные (скалярные) величины имеют одномерное рассеивание вдоль прямой (линейное рассеивание) или по дуге окружности (угловое рассеивание); двухмерные непрерывные величины имеют двухмерное рассеивание (рассеивание на плоскости); трехмерные непрерывные величины — трехмерное рассеивание (рассеивание в пространстве).

Примеры дискретных случайных величин:

- число бракованных деталей в партии (0, 1, 2 ...);
- процент брака в партии в 300 шт. (0 %, 1/3 %, 2/3 %, 1 %, ...).

Примеры непрерывных случайных величин:

- отклонение размера изготовленной детали от номинала, величина ошибки измерения (одномерные величины);
- отклонение центра обрабатываемой на токарном станке детали от центра базовой цилиндрической, поверхности (двухмерная величина);
- отклонение положения инструмента относительно детали в процессе ее точения от установленного при настройке (трехмерная величина).

6.1.2. Разновидности характеристик случайных величин

Исчерпывающей (полной) теоретической характеристикой случайных

величин является их закон распределения, задаваемый в дифференциальной или интегральной форме. Закон распределения устанавливает связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями. Распределение каждой случайной величины соответствует вполне, определенному закону. Во многих практических задачах вместо полных теоретических характеристик случайных величин можно ограничиться более простыми характеристиками, определяющими не все распределение случайной величины в целом, а только некоторые наиболее существенные его черты. Такие частичные теоретические характеристики распределений случайных величин называются их числовыми характеристиками. Минимально необходимыми числовыми характеристиками для одномерных величин являются:

- характеристики (меры) положения, определяющие расположение центра группирования - значений случайной величины;
- характеристики (меры) рассеивания, определяющие большую или меньшую сосредоточенность всей совокупности значений случайной величины около ее центра группирования.

Характеристиками, дополняющими названные две в отношении более полного выявления общего характера исследуемого теоретического распределения, являются:

- характеристики асимметрии, определяющие степень несимметричности распределения относительно его центра;
- характеристики крутости (экссесса) при одном и том же значении меры рассеивания, определяющие большую или меньшую сосредоточенность распределения около центра (например, при одновершинном распределении — остро вершинное оно или плосковершинное).

Обобщением основных разновидностей всех перечисленных типов числовых характеристик являются моментные характеристики. Наконец, обобщением совокупностей моментных характеристик являются производящие и характеристические функции. Для двухмерных и трехмерных величин (рассеивание на плоскости и в пространстве), если они заданы соответственно двумя или тремя независимыми величинами (X, Y или X, Y, Z), минимально необходимыми вероятностными характеристиками являются указанные выше характеристики положения и рассеивания, заданные по отношению к каждой из независимых величин, образующих двухмерную или трехмерную величину.

Если же величины X и Y или величины X, Y и Z являются между собой зависимыми, то двух или трех пар названных минимальных характеристик уже недостаточно. Они должны быть обязательно дополнены характеристиками связи (мерами зависимости) между этими величинами, так как без этого

нарушается однозначность характеристики рассеивания на плоскости и в пространстве.

6.1.3. Распределение непрерывной случайной величины

Одномерная непрерывная случайная величина X однозначно определяется заданием:

- области возможных значений x величины;
- плотности вероятности $\varphi(x)$ внутри этой области.

Вне области возможных значений плотность вероятности равна нулю. Плотность вероятности $\varphi(x)$ есть предел отношения вероятности того, что величина X имеет значение в интервале $(x, x + \Delta x)$ к величине интервала Δx , когда Δx стремится к нулю:

$$\varphi(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x < X < x + \Delta x)}{\Delta x}.$$

Кривая, являющаяся графическим изображением плотности вероятности $\varphi(x)$, называется *теоретической кривой распределения*, в механической интерпретации представляющей как бы распределение «массы вероятности» величины вдоль линии OX . Площадь, ограниченная кривой распределения и осью абсцисс, равна единице, для всей области возможных значений X :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) dx = 1.$$

Единица измерения плотности вероятности $\varphi(x)$ является обратной величиной единицы измерения величины X . Плотность вероятности $\varphi(x)$ называется также теоретическим дифференциальным законом распределения (или просто теоретическим законом распределения) непрерывной случайной величины X .

Наряду с плотностью вероятности $\varphi(x)$ существует другая основная теоретическая характеристика одномерной непрерывной случайной величины, называемая функцией распределения $F(x)$ и определяемая по формуле (2.1):

$$F(x) = P(X < x).$$

Функция распределения $F(x)$ дает исчерпывающее представление и о таких одномерных случайных величинах, для которых плотность вероятности $\varphi(x)$ не может быть применена, но несколько уступает последней в случаях, когда та существует в наглядности графического представления расхождения между распределениями. Практически весьма удобным приемом для сопоставления по внешнему виду эмпирических распределений с

теоретическими является их нанесение на вероятностную бумагу, на которой нанесена вероятностная сетка, показанная на рис. 2.2, в. Горизонтальная шкала вероятностной сетки обычная равно мерная и служит для отсчета единиц измерения случайной величины X (или долей средних квадратических отклонений при нормированной вероятностной сетке). Вертикальная же шкала вероятностной сетки неравномерная, растянутая таким образом, чтобы функция распределения теоретического закона, для которого предназначена данная сетка, преобразовалась в прямую линию. Чаще всего вероятностную бумагу делают для теоретического закона распределения Гаусса. С другой стороны, функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины имеет то существенное преимущество перед плотностью вероятности $\varphi(x)$, что при сопоставлении с ней эмпирических распределений нет необходимости группировать эмпирические данные по интервалам. При сопоставлении же эмпирических данных с плотностью вероятности они обязательно должны группироваться по интервалам, довольно крупным по ширине и с произвольно выбранным расположением. Последнее же, естественно, делает такое сопоставление менее объективным и полноценным. В случае непрерывных случайных величин функция распределения $F(x)$ называется также теоретическим интегральным законом распределения. Функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины связана с плотностью вероятности $\varphi(x)$ следующими соотношениями:

$$F(x) = \int_{-x}^{+x} \varphi(x) dx ;$$

$$\varphi(x) = \frac{d F(x)}{dx} .$$

Законы распределение непрерывных случайных величин достаточно подробно рассмотрены в плане практических занятий.

6.2. Статистический анализ законов распределения исследуемых признаков при 3D моделировании абразивно-алмазного инструмента

Под моделированием обычно понимается исследование моделируемого объекта, основанное на его подобии модели и включающее построение модели, ее изучение и перенос полученных сведений на моделируемый объект.

Адекватность при моделировании обеспечивается имитационным контролем зернового состава абразивных порошков из сверхтвердых материалов, позволяющим подбирать и контролировать параметры исходной навески. Представляет практический и методический интерес статистическая обработка результатов модельных экспериментов, проводимая в единой среде

моделирования — системе программных средств, включающих все необходимые пользователю средства и обеспечивающей единообразное взаимодействие с ними.

Структурная схема статистического анализа исследуемых признаков представлена на рис. 6.1.

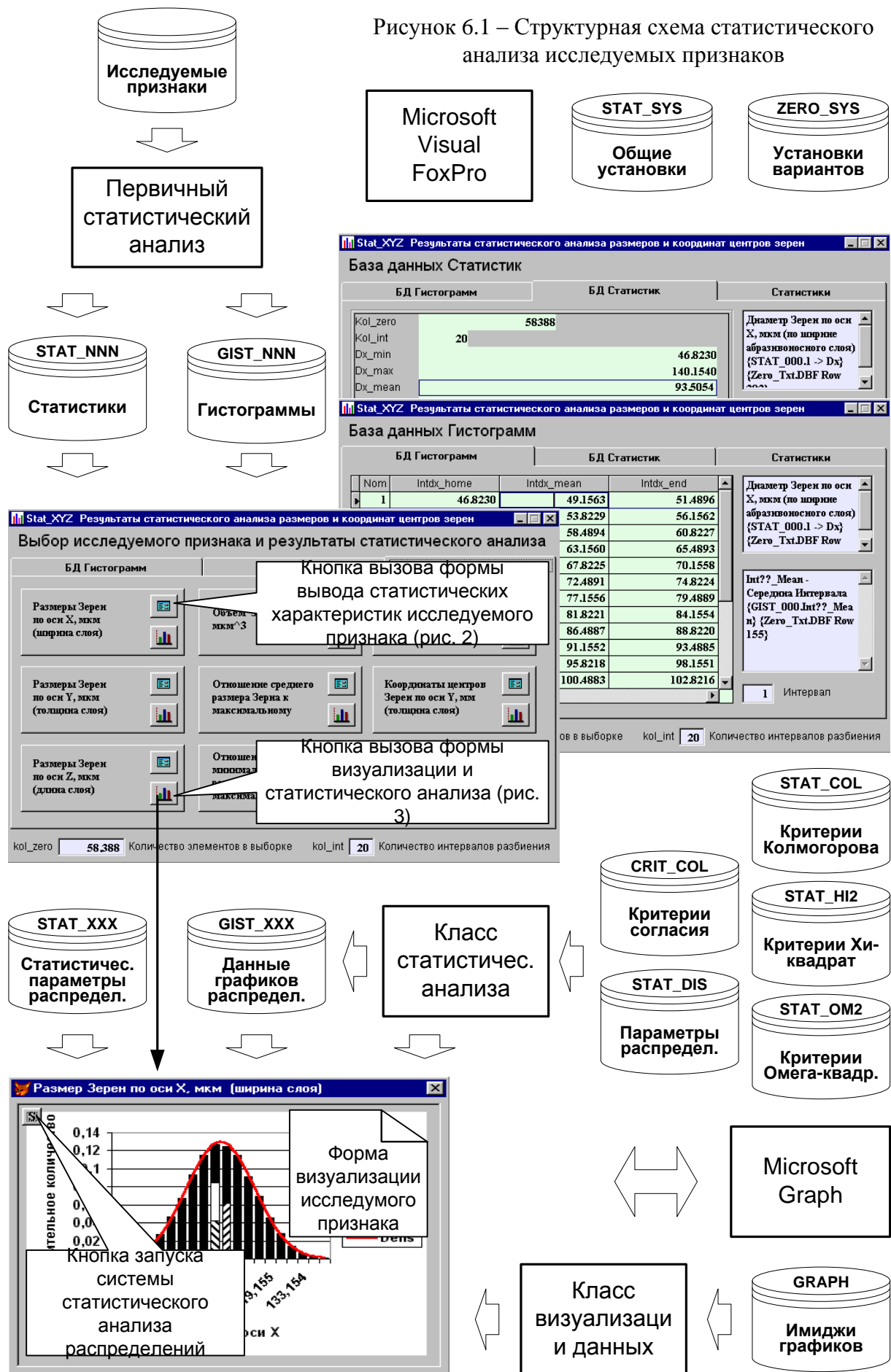
Под исследуемыми признаками понимаются случайные величины, получаемые в результате модельных экспериментов при статистическом моделировании. Исходными данными являются значения исследуемым признакам, находящихся в базе данных (рис. 6.1). Статистический анализ проводится в два этапа:

- предварительный анализ всех признаков для получения общих статистических характеристик (база данных STAT_NNN) и формирование базы данных гистограмм (GIST_NNN);
- анализ законов распределения применительно к заданному отдельному исследуемому признаку.

Формирование базы данных (STAT_NNN) статистических характеристик (выборочных статистик) исследуемых признаков. Для каждого из исследуемых признаков x_i ($i = 1, \dots, n$) определяются следующие статистики:

- x_{min}, x_{max} — минимальное и максимальное значение;
- m_1, m_2, m_3, m_4 — начальные моменты 1, 2, 3, 4-го порядка;
- $m_4^{(0)}, m_2^{(0)}, m_3^{(0)}, m_4^{(0)}$ — центральные моменты 2, 3, 4-го порядка;
- E — среднее арифметическое ($E = m_1$);
- D — дисперсия ($D = m_2^{(0)}$);
- s — среднеквадратическое отклонение;
- k_v — коэффициент вариации;
- β — коэффициент асимметрии;
- γ — коэффициент эксцесса;
- Δx — значение интервала группировки (при создании гистограмм).

Рисунок 6.1 – Структурная схема статистического анализа исследуемых признаков



Расчетные зависимости для определения статистик представлены на рис. 6.2.

Полученные значения записываются в базу данных (STAT_NNN) статистик текущего варианта экземпляра модели, имеющую одну запись.

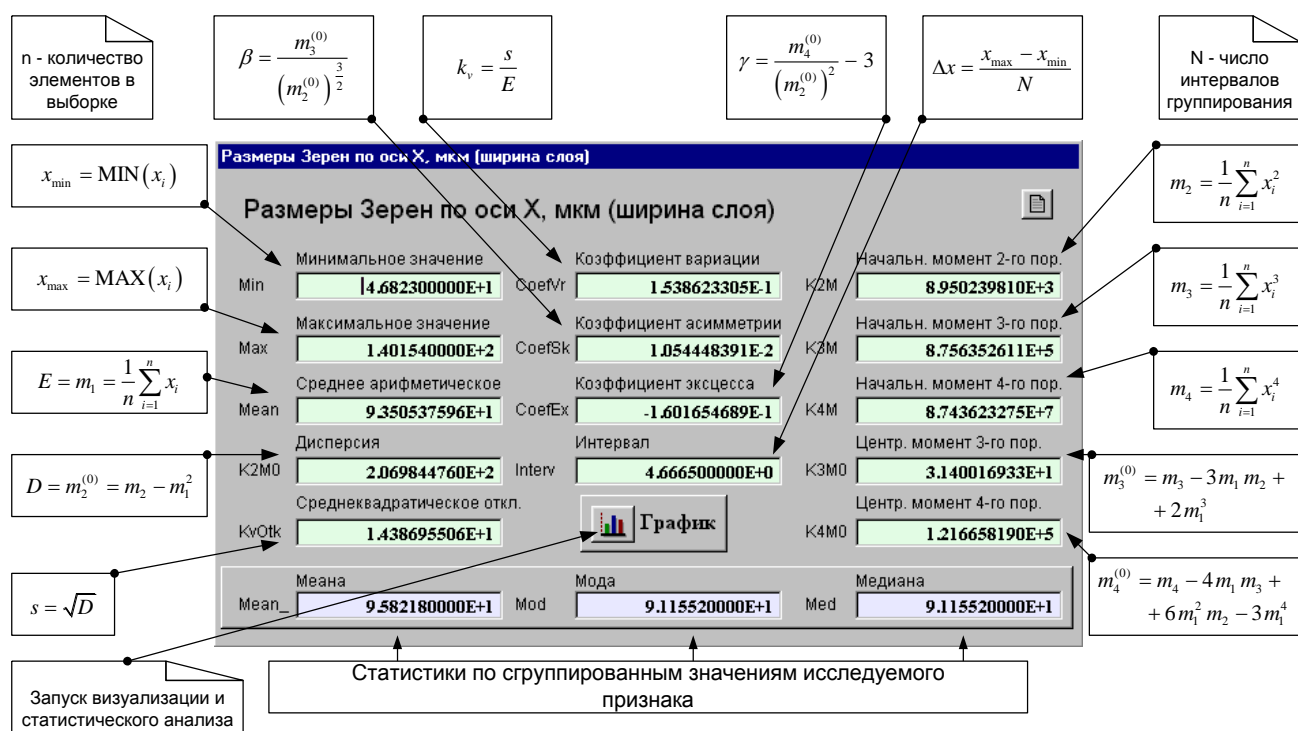


Рисунок 6.2 – Форма вывода статистических характеристик исследуемого признака (пример - для размера зерен) и расчетные зависимости

Формирование базы данных гистограмм (GIST_NNN). Более наглядное описание данных достигается путем группирования исследуемого признака в классы. Под группировкой или классификацией понимается разбиение интервала, содержащего все n значения x_i (x_1, \dots, x_n) на N интервалов, которые называются интервалами группировки.

Выбор числа интервалов N является важным этапом при статистическом анализе исследуемого признака, так как от этого зависит степень наглядности опытных данных при построении графиков распределений. При выборе числа интервалов следует учитывать, что при большом числе интервалов картина распределения искажается случайными выбросами частот, а при малом - характерные особенности распределения усредняются (сглаживаются). Зависимости для приближенной оценки при выборе числа интервалов:

$$N = \log_2(n) + 1, \quad (1)$$

$$N = 1 + 3.322 \cdot \lg n \quad (n \leq 100), N = 5 \cdot \lg n \quad (n > 100); \quad (2)$$

Расчеты по зависимостям (1), (2) дают следующие результаты:
 $n = 10 \Rightarrow N = 4$; $n = 10^2 \Rightarrow N = 8-10$; $n = 10^3 \Rightarrow N = 11-15$; $n = 10^4 \Rightarrow N = 14-20$;
 $n = 10^5 \Rightarrow N = 18-25$; $n = 10^6 \Rightarrow N = 21-30$; $n = 10^7 \Rightarrow N = 24-35$.

Формирование данных гистограммы для одного исследуемого признака

производится в следующем порядке:

- определение предельных значений: $x_{min} = \text{MIN}(x_i)$; $x_{max} = \text{MAX}(x_i)$;
- вычисление величины интервала группировки Δx $(x_{max} - x_{min}) / N$;
- определение начала, середины и конца каждого j -го интервала ($j = 1, \dots, N$): $x_{home}(j) = x_{min} + \Delta x \cdot (j - 1)$; $x_{mean}(j) = x_{home} + 0.5 \cdot \Delta x$; $x_{end}(j) = x_{home} + \Delta x$;
- определение числа значений n_j в каждом j -м интервале группировки, равное количеству x_i ($i = 1, \dots, n$), удовлетворяющих условиям: $x_{home}(j) \leq x_i < x_{end}(j)$ ($x_i < x_{max}$), $j = N$ ($x_i = x_{max}$).

При выполнении практических расчетов для определения номера интервала j использовалась следующая зависимость:

- $j = \text{INT}((x_i - x_{min}) / \Delta x) + 1$ ($x_i < x_{max}$), где $\text{INT}(x)$ - функция, возвращающая целую часть x ;
- вычисление относительной частоты попаданий наблюдаемой переменной в каждый интервал $p_j = n_j / n$;
- полученные значения $x_{home}(j)$, $x_{mean}(j)$, $x_{end}(j)$, n_j , p_j записываются в базу данных гистограмм текущего варианта экземпляра модели, имеющую число записей соответствующее заданному количеству интервалов N .

Определение характеристик центра группирования выборочных значений исследуемого признака по данным гистограмм (рис. 6.2). Обычно в качестве таких характеристик используется среднее арифметическое x_{mean} , моду x_{mod} и медиана x_{med} . Необходимость определения этих характеристик определяется целесообразностью их выделения при визуализации гистограмм. В случае симметричной плотности распределения среднее значение x_{mean} , мода x_{mod} и медиана x_{med} совпадают между собой. Для асимметричных распределений совпадение отсутствует.

При определении выборочных значений x_{mean} , x_{mod} , x_{med} задача сводится к определению номера интервала расположения соответствующего признака и присвоения ему значения середины интервала группировки. В таком случае абсолютная погрешность определения x_{mean} , x_{mod} , x_{med} будет зависеть от величины интервала Δx и не будет превышать половины его величины.

Выборочное среднее арифметическое x_{mean} с учетом того, что его точное значение E вычислялось ранее, определяется следующим образом:

- определение номера интервала группировки по условию $x_{home}(j) \leq E < x_{end}(j)$; $j_{mean} = \text{INT}((E - x_{min}) / \Delta x) + 1$;
- присвоение значения середины интервала j_{mean} : $x_{mean} = x_j$, где $j = j_{mean}$.

Выборочное модальное значение (или мода) x_{mod} случайной величины определяется как такое возможное значение исследуемого признака, при котором плотность вероятности p_j достигает своего максимума. Таким образом,

мода представляет собой как бы наиболее часто осуществляющееся значение исследуемого признака.

Определение приближенного значения моды по выборочным данным гистограмм:

- определение максимального значения $p_{mode} = p_{max} = \text{MAX}(p_j)$ и интервала $j = j_{mod}$;
- присвоение значения середины интервала j_{mod} : $x_{mod} = x_j$, где $j = j_{mod}$.

Выборочная медиана x_{med} исследуемого признака определяется как его средневероятное значение, т. е. вероятность того, что анализируемая случайная величина окажется больше x_{med} , равна вероятности того, что она окажется меньше x_{med} .

Выборочная медиана по данным гистограмм определяется следующим образом:

- выполнение последовательного суммирование значений плотности вероятности p_j до получения значения $\text{SUM}(p_j) > 0.5$, и принятие интервала $j = j_{med}$;
- присвоение значения середины интервала j_{med} : $x_{med} = x_j$, где $j = j_{med}$.

Полученные значения x_{mean} , x_{mod} , x_{med} записываются в базу данных (STAT_NNN) статистик текущего варианта экземпляра модели (рис. 6.1).

Полученная система статистических характеристик может изучаться при активизации формы просмотра данных (рис. 6.1): страничные блоки — "База данных Статистик", "База данных Гистограмм". Выбор исследуемого признака для более детального изучения производится в страничном блоке — "Выбор исследуемого признака и результаты статистического анализа": кнопка вызова формы вывода статистических характеристик исследуемого признака (рис. 6.2); кнопка вызова формы визуализации и статистического анализа (рис. 6.3).

Форма визуализации результатов моделирования (рис. 6.3) построена на базе интеграции с MS Graph на основе специального пользовательского класса визуализации данных. На форме имеется кнопка запуска статистического анализа распределений. Нажатие на кнопку активизирует работу специального пользовательского класса (для анализа распределений), функции работы которого определяются опциями выпадающего меню (рис. 6.3).

Рассмотрим возможности анализа в соответствии с позициями меню. Первые две позиции ("Распределение" и "Критерии согласия") активизируют дополнительные подменю и будут рассмотрены ниже.

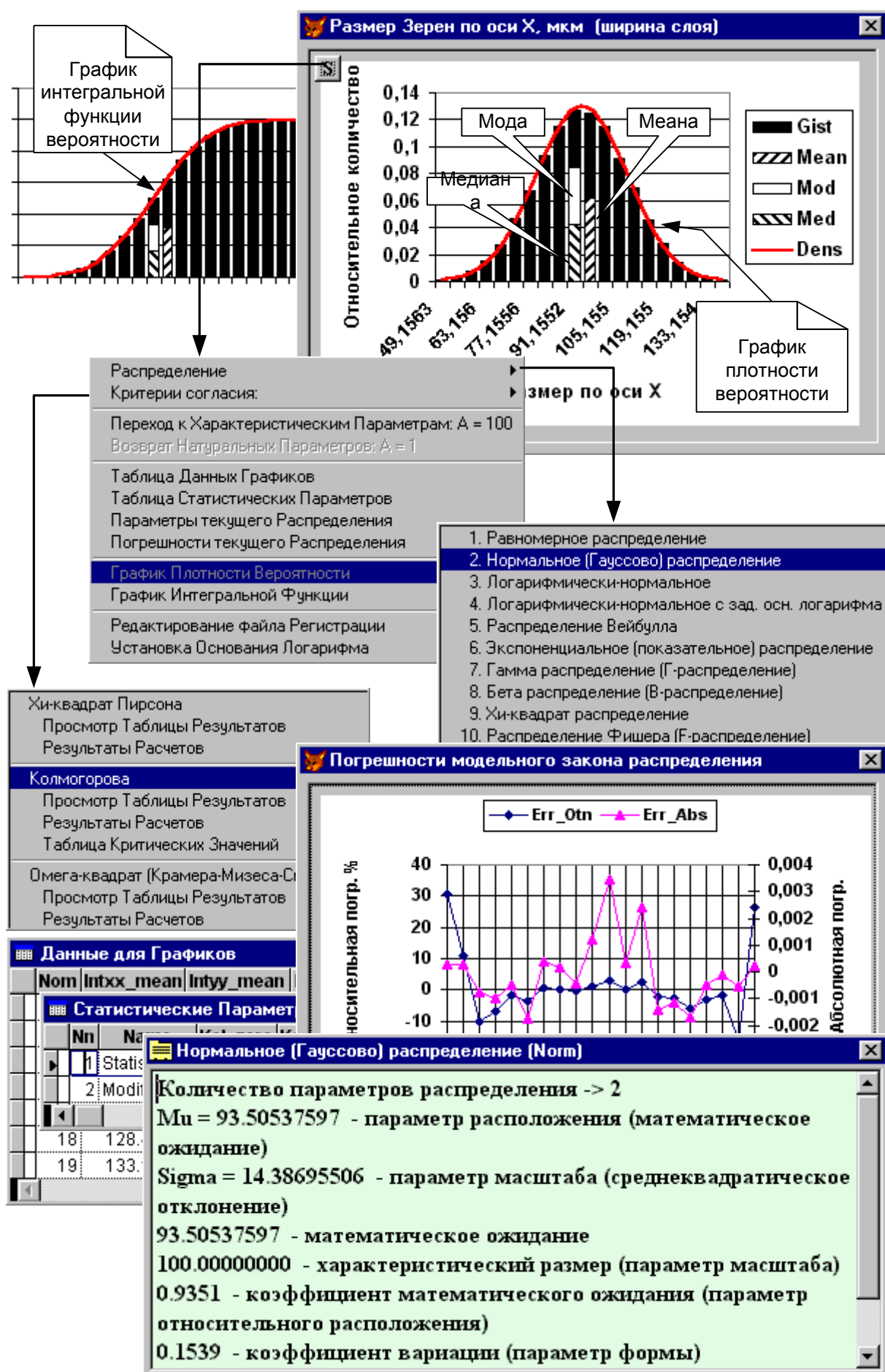


Рисунок 6.3 – Форма визуализации результатов моделирования

Вторая группа опций меню ("Переход к характеристическим параметрам" и "Возврат натуральных параметров") определяют возможность перехода к относительным значениям исследуемого признака и возврата к натуральным. В качестве характеристического размера (при решении задач статистического моделирования абразивно-алмазного инструмента) принимается величина, связанная с исходной характеристикой абразивного порошка - первая величина в обозначении зернистости (или производная от нее). При переходе к характеристической шкале выполняются следующие преобразования значений исследуемого признака x_j выборочного среднеарифметического E и дисперсии D : $\hat{x}_j = \frac{x_j}{A}$; $\hat{E} = \frac{E}{A}$; $\hat{D} = \frac{D}{A^2}$, где \hat{x}_j , \hat{E} , \hat{D} – преобразованные значения; A – характеристический размер.

Третья группа опций меню выводит формы с данными (рис. 6.3): "Таблица Данных Графиков" — просмотр данных по которым строятся графики (база данных GIST_XXX); "Таблица Статистических Параметров" — просмотр статистических параметров текущего распределения (база данных STAT_XXX); "Параметры Текущего Распределения" — справка по параметрам и характеристикам текущего распределения; "Погрешности Текущего распределения" — выводится форма с графиками абсолютной и относительной ошибки замены модельного выборочного распределения текущей функцией распределения.

Четвертая группа опций меню — "График Плотности Вероятности" и "График Интегральной Функции". Переход от данных исходного графика плотности вероятности p_j ($j = 1, \dots, N$) к графику интегральной (кумулятивной) функции P_j производится по зависимости: $P_j = \sum_{j=1}^j p_j$.

Пятая группа опций меню: "Редактирование файла Регистрации" — позволяет производить просмотр и редактирование накопительного текстового файла регистрации работы пользователя; "Установка Основания Логарифма" - может использоваться для случая логарифмически-нормального распределения с заданным основанием логарифма (по умолчанию – 10).

Первая опция меню — "Распределение" активизирует подменю, обеспечивающее выбор одного из десяти непрерывных распределений, наиболее часто используемых в практике статистических исследований: 1 - равномерное, 2 - нормальное, 3 - логарифмически-нормальное, 4 - логарифмически нормальное с заданным основанием логарифма, 5 - Вейбулла; 6 - экспоненциальное (показательное); 7 - гамма (Г-распределение); 8 - бета (В-распределение); 9 - хи-квадрат (χ^2 -распределение); Фишера (F-распределение).

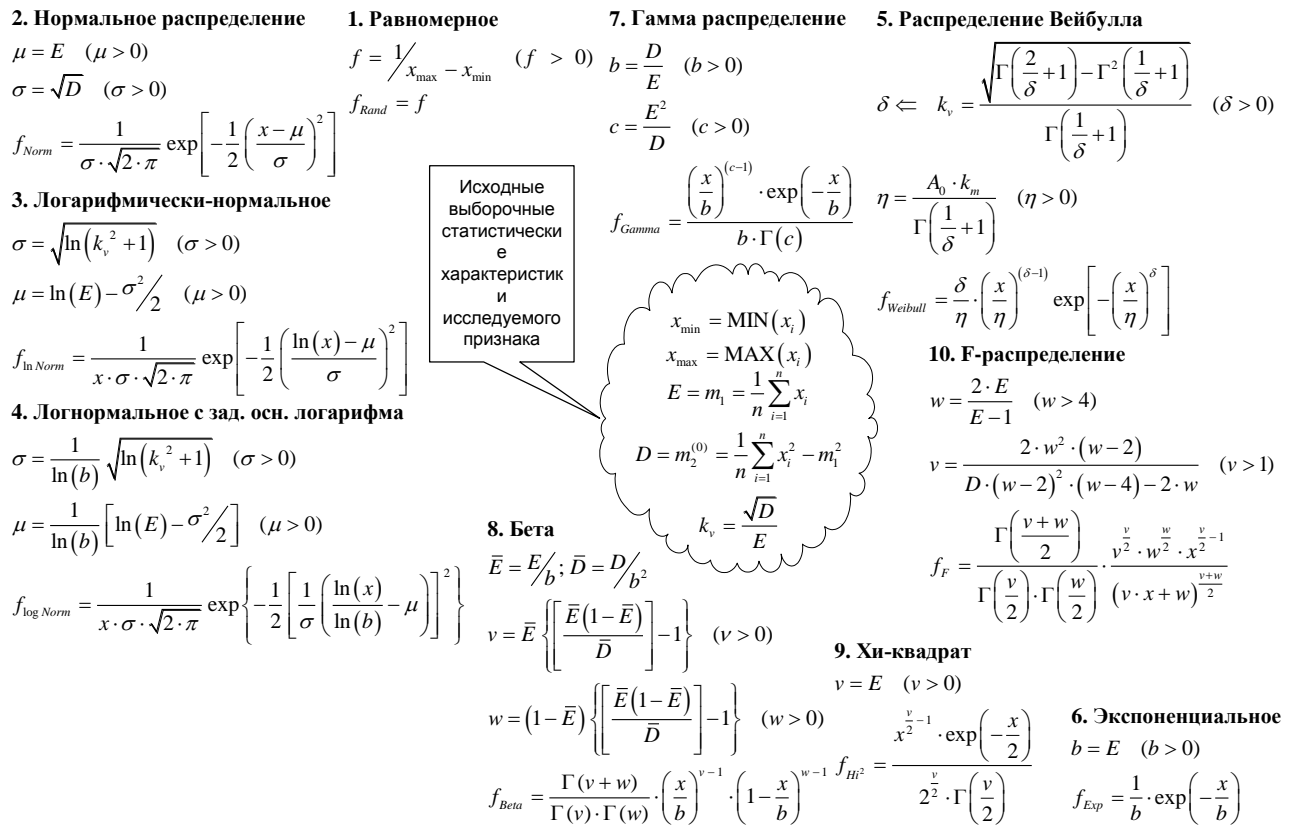


Рисунок 6.4 – Используемые плотности законов распределения и зависимости для определения параметров при статистическом анализе исследуемых признаков

Определение параметров модельных законов распределения производится методом моментов с использованием зависимостей, представленных на рис. 6.4.

Для использования распределений 5, 7-10 (рис. 6.4) необходимо определять значения гамма-функции Эйлера $\Gamma(x)$. В соответствии с рекомендациями для этих целей используется асимптотическая формула Стирлинга:

$$\Gamma(x) \cong \sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{x}} \cdot x^x \cdot \exp \left(-x + \frac{1}{12 \cdot x} - \frac{1}{360 \cdot x^3} \right). \quad (3)$$

Оценка точности аппроксимации гамма-функции формулой Стирлинга производилась в среде MathCAD для интервала значений $x = 1 \dots 5$. Результаты оценки точности аппроксимации показали, что относительная погрешность аппроксимации составляет $-0.05\% \rightarrow 0$, причем она быстро уменьшается при увеличении x .

Вторая опция меню - "Критерии согласия" активизирует подменю, обеспечивающее выполнение расчетов по оценке согласия модельной выборки с текущим теоретическим законом распределения. Используются критерии

согласия: χ^2 , Колмогорова, ω^2 .

Рассмотренный подход позволяет решать задачи статистического анализа законов распределения исследуемых признаков при 3D моделировании абразивно-алмазных инструментов в единой среде данных.

6.3. Модификация законов распределения при статистическом моделировании абразивно-алмазных инструментов

Успешное решение проблемы наилучшей статистической обработки и моделирования исходных данных существенно зависит от знания подходящих моделей и возможности их модификации, отражающей специфику анализируемой задачи в конкретной предметной области. Построение и экспериментальная проверка модели, т. е. математическое описание интересующих исследователя связей и отношений между реальными элементами анализируемой системы, обычно основаны на одновременном использовании информации двух типов:

- априорной информации о природе и характере исследуемых соотношений;
- исходных статистических данных, характеризующих процесс и результат функционирования анализируемой системы.

Статистическое моделирование (или моделирование типа «Монте-Карло») используется в следующих случаях: имеется только априорная информация; при наличии информации обоих типов ставится задача имитации поведения анализируемой реальной системы (объекта) путем варьирования численных значений параметров (свойств) модели; генерирование искусственных статистических данных на основе модельных соотношений.

Одним из путей повышения представительности законов распределения, используемых при статистическом моделировании абразивно-алмазных инструментов, является систематизация распределения зернового состава шлиф- и микропорошков в параметрическом виде. В качестве основного параметра в таком случае принимается некоторый характерный размер, а прочие параметры должны определяться через него. Введем следующие дополнительные параметры предметной области абразивно-алмазной обработки, связанные с распределением размеров зерен:

a_0 – первая цифра в обозначении зернистости, имеет размерность – мкм, является масштабным коэффициентом (т. к. он характеризует натуральную шкалу размеров, то можно называть его характеристическим размером);

$$k_m = \frac{E}{a_0} \text{ - коэффициент относительного смещения (сдвига)}$$

математического ожидания плотности закона распределения относительно характеристического размера (безразмерная величина);

$$k_v = \frac{\sqrt{D}}{E} = \frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma}{a_0 \cdot k_m} - \text{коэффициент вариации (безразмерная величина),}$$

где E - математическое ожидание или выборочное среднееарифметическое; D - дисперсия; σ - среднеквадратическое отклонение.

В общем случае (для масштабируемых законов распределения) задачу перехода к модифицированным (характеристическим) параметрам можно определить следующим образом: с учетом взаимосвязи между статистическими характеристиками распределения E, D и характеристическими параметрами $E = a_0 \cdot k_m, \sqrt{D} = s = a_0 \cdot k_m \cdot k_v$ переход к характеристическим параметрам для плотности вероятности заданного закона распределения $f(x; a_0, k_m, k_v) \equiv f(x; p_1, p_2)$ производится путем определения зависимости параметров распределения от его статистических характеристик $p_1, p_2 = f \left[E = a_0 \cdot k_m; D = (a_0 \cdot k_m \cdot k_v)^2 \right]$.

Число потенциально возможных моделей распределения элементов рельефа рабочей поверхности шлифовальных кругов может быть достаточно велико. Выбор тех или иных законов распределений при описании рабочей поверхности определяется двумя основными причинами: соответствие математических свойств распределения задачам исследования и адекватное описание полученных экспериментальных данных. В связи с отсутствием научно-обоснованного подхода к выбору законов распределений при решении задач описания рельефа рабочей поверхности были выбраны 17 одномерных непрерывных распределений из числа наиболее часто используемых в теории и практике статистических исследований. В их число вошли следующие распределения (в скобках указано их условное обозначение): 1 - равномерное (*Rand*); 2 - нормальное (*Norm*); 3 - логарифмически-нормальное (*lnNorm*); 4 - логарифмически-нормальное распределение с заданным основанием логарифма (*logNorm*); 5 - распределение Вейбулла (*Weibull*); 6 - экспоненциальное (показательное) распределение (*Exp*); 7 - гамма-распределение (*Gamma*); 8. - бета-распределение (*Beta*); 9 - хи-квадрат (Hi^2); 10 - Фишера (*F*); 11 - распределение по закону арксинуса (*ArcSin*); 12 - треугольное распределение Симпсона (*Simpson*); 13 - Релея (*Relay*); 14 - Максвелла (*Maxwell*); 15 - логистическое распределение (*Logistic*); 16 - Парето (*Pareto*); 17 - трапециидальное распределение Симпсона (*Simpson2*). Номера распределений соответствуют номерам позиций меню разработанной системы статистического анализа.

В качестве основы при проведении модификации параметров рассмотренных распределений использовались их описания и статистические характеристики, приведенные в специальной литературе.

Предложенная модификация параметров законов распределения наиболее часто используемых при описании элементов рабочей поверхности абразивно-алмазных инструментов содержит:

1. Равномерное распределение $(-\infty < x < \infty)$. Плотность вероятности:

$$f_{Rand} = \frac{1}{x_{\max} - x_{\min}} = \frac{1}{2 \cdot \delta}, \text{ если } x_{\min} \leq x \leq x_{\max}; 0, \text{ иначе}, \quad (1)$$

где x_{\max}, x_{\min} - максимальное и минимальное значения исследуемого признака;
 δ - параметр центрированного распределения;

$$\delta = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} = \sqrt{3 \cdot D} = \sqrt{3} \cdot a_0 \cdot k_m \cdot k_v. \quad (2)$$

2. Нормальное распределение $(-\infty < x < \infty)$. Плотность вероятности:

$$f_{Norm}(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right], \quad (3)$$

где μ и σ^2 - параметры закона, интерпретируемые соответственно как среднее значение и дисперсия данной случайной величины.

Для нормального закона распределения переход к модифицированным параметрам осуществляется путем тождественных преобразований:

$$\mu = E = a_0 \cdot k_m; \sigma = \sqrt{D} = s = a_0 \cdot k_m \cdot k_v. \quad (4)$$

3. Логарифмически-нормальное распределение $(0 < x < \infty)$. Плотность вероятности:

$$f_{\ln Norm}(x; \mu, \sigma) = \begin{cases} \frac{1}{x \cdot \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] & x > 0; \\ 0 & x \leq 0, \end{cases} \quad (5)$$

где μ и σ - параметры закона.

При переходе к характеристическим параметрам для логарифмически-нормального закона распределения необходимо решить систему нелинейных уравнений относительно параметров μ, σ и перейти к a_0, k_m, k_v :

$$\begin{cases} E = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \\ D = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) \end{cases}; \mu = \ln \left(\frac{a_0 \cdot k_m}{\sqrt{k_v^2 + 1}} \right); \sigma = \sqrt{\ln(k_v^2 + 1)} \quad (6)$$

4. Логарифмически-нормальное распределение с заданным основанием логарифма ($0 < x < \infty$). Параметры определяются аналогично логарифмически-нормальному распределению (по основанию e). Плотность вероятности:

$$f_{\log Norm} = \frac{1}{x \cdot \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma} \left(\frac{\ln(x)}{\ln(b)} - \mu \right) \right]^2 \right\}, \text{ если } x > 0; 0, \text{ иначе}, \quad (7)$$

где b - основание логарифма; μ , σ - параметры распределения:

$$\sigma = \frac{1}{\ln(b)} \sqrt{\ln(k_v^2 + 1)} \quad (\sigma > 0); \mu = \frac{1}{\ln(b)} \ln \left(\frac{a_0 \cdot k_m}{\sqrt{k_v^2 + 1}} \right). \quad (8)$$

5. Распределение Вейбулла ($0 \leq x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_{Weibul} = \frac{\delta}{\eta} \cdot \left(\frac{x}{\eta} \right)^{(\delta-1)} \exp \left[-\left(\frac{x}{\eta} \right)^\delta \right], \text{ если } 0 \leq x < \infty; 0, \text{ иначе}, \quad (9)$$

где δ , η - параметры распределения.

Математическое ожидание и дисперсия определяются следующими зависимостями:

$$E = \eta \cdot \Gamma \left(\frac{1}{\delta} + 1 \right); D = \eta^2 \cdot \left[\Gamma \left(\frac{2}{\delta} + 1 \right) - \Gamma^2 \left(\frac{1}{\delta} + 1 \right) \right] \quad (10)$$

где $\Gamma(z)$ - гамма-функция Эйлера, $\Gamma(z) = \int_0^\infty \exp(-u) u^{z-1} du$.

Гамма-функция не выражается аналитически, поэтому (в соответствии с рекомендациями) при выполнении расчетов для этих целей использовалась асимптотическая формула Стирлинга

$$\Gamma(z) \cong \sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{z}} \cdot z^z \cdot \exp \left(-z + \frac{1}{12 \cdot z} - \frac{1}{360 \cdot z^3} \right). \quad (11)$$

Оценка точности аппроксимации гамма-функции формулой Стирлинга производилась в среде MathCAD для интервала значений $z = 1 \dots 5$. Результаты оценки точности аппроксимации показали, что относительная погрешность

аппроксимации составляет $-0.05\% \rightarrow 0$, причем она быстро уменьшается при увеличении z .

Переход к характеристическим параметрам для распределения Вейбулла производится в два этапа. На первом этапе из уравнений для математического ожидания и дисперсии (10) определяется коэффициент вариации:

$$k_v = \frac{\sqrt{D}}{E} = \frac{\sqrt{\eta^2 \cdot \left[\Gamma\left(\frac{2}{\delta} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\delta} + 1\right) \right]}}{\eta \cdot \Gamma\left(\frac{1}{\delta} + 1\right)} = \frac{\sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{\delta} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\delta} + 1\right)}}{\Gamma\left(\frac{1}{\delta} + 1\right)}. \quad (12)$$

Анализ полученного уравнения (12) свидетельствует об однозначной взаимосвязи коэффициента вариации k_v и параметра распределения δ . Однако, полученное уравнение не может иметь решения в явном виде относительно k_v , т. к. параметр δ является элементом аргумента гамма-функции. Следовательно, необходимо подобрать аппроксимационную зависимость $\delta = f(k_v)$, обеспечивающую достаточную точность перехода от коэффициента вариации k_v к параметру распределения Вейбулла δ . Выбор аппроксимационной зависимости производился с учетом возможности линеаризации зависимости $\delta = f(k_v)$ в двойных логарифмических шкалах $\ln \delta = f(\ln k_v)$. Вычислительные эксперименты показали, что для получения достаточной точности аппроксимации интервалы возможных значений коэффициента вариации $k_v \approx 0.05 \dots 15$ и параметра $\delta \approx 30 \dots 0.2$ необходимо разбить на три подинтервала. Исходные данные в количестве 100 пар значений δ и k_v (12) для каждого подинтервала готовились в математическом пакете MathCAD и через буфер обмена передавались в табличный процессор Excel. Подбор аппроксимационной зависимости, вычисление ее коэффициентов (модуль Nonlinear Estimation) и погрешности замены производились в среде статистического пакета Statistica. Полученная аппроксимационная зависимость имеет следующий вид:

$$\delta(k_v) \cong \exp\left(a_0 + a_1 \ln k_v + a_2 \ln^2 k_v + a_3 \ln^3 k_v + a_4 \ln^4 k_v\right) + \varepsilon(k_v), \quad (13)$$

где $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, \varepsilon(k_v)$ - коэффициенты и абсолютная погрешность аппроксимации, зависящие от интервалов значений k_v, δ :

$$\begin{aligned} k_v &= 0.041176862 - 0.36344650, \delta = 3 - 30, a_0 = -0.0701484, a_1 = -1.1855327, \\ a_2 &= -0.0298041, a_3 = 0.0017869, a_4 = 0.0006329, \varepsilon = +0.0016 \dots -0.0008; \\ k_v &= 0.36344650 - 1, \delta = 1 - 3, a_0 = 0.0000617, a_1 = -0.9983355, a_2 = - \\ &0.1556905, a_3 = 0.0817673, a_4 = 0.0127610, \varepsilon = -7 \cdot 10^{-5} \dots 3 \cdot 10^{-5}; k_v = 1 - \end{aligned}$$

15.84297952, $\delta = 0.2 - 1$, $a_0 = 0.0006418$, $a_1 = -1.0123317$, $a_2 = -0.1912559$,
 $a_3 = -0.0014621$, $a_4 = -0.0042408$, $\varepsilon = +0.001 \dots -0.0006$.

На втором этапе перехода к характеристическим параметрам для рассматриваемого распределения Вейбулла производится определение параметра η из уравнения (10) для математического ожидания:

$$\eta = E / \Gamma\left(\frac{1}{\delta} + 1\right) = a_0 \cdot k_m / \Gamma\left(\frac{1}{\delta} + 1\right), \quad (14)$$

где $\Gamma(z)$ - гамма-функция вычисляется по асимптотической формуле Стирлинга (11).

6. Экспоненциальное (показательное) распределение ($0 \leq x < \infty$).
 Плотность распределения:

$$f_{Exp} = \frac{1}{b} \cdot \exp\left(-\frac{x}{b}\right), \text{ если } 0 \leq x < \infty; 0, \text{ иначе,} \quad (15)$$

где $b = E = a_0 \cdot k_m$ - параметр распределения.

7. Гамма-распределение ($0 \leq x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_{Gamma} = \frac{\left(\frac{x}{b}\right)^{(c-1)} \cdot \exp\left(-\frac{x}{b}\right)}{b \cdot \Gamma(c)}, \text{ если } 0 \leq x < \infty; 0, \text{ иначе,} \quad (16)$$

где b, c - параметры распределения, определяемые по зависимостям:

$$b = D/E = a_0 \cdot k_m \cdot k_v^2 \quad (b > 0); \quad c = E^2/D = 1/k_v^2 \quad (c > 0). \quad (17)$$

8. Бета-распределение ($-\infty < x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_{Beta} = \frac{\Gamma(v+w)}{\Gamma(v) \cdot \Gamma(w)} \cdot \left(\frac{x}{b}\right)^{v-1} \cdot \left(1 - \frac{x}{b}\right)^{w-1}, \quad (18)$$

где v, w - параметры; b - параметр масштаба $b = x_{max} - x_{min}$.

С учетом параметра масштаба приведенные значения математического ожидания и дисперсии имеют следующий вид:

$$\bar{E} = E/b = a_0 \cdot k_m / b; \quad \bar{D} = D/b^2 = (a_0 \cdot k_m \cdot k_v)^2 / b^2. \quad (19)$$

Переход к характеристическим параметрам определяется уравнениями:

$$v = \bar{E} \left\{ \left[\frac{\bar{E}(1-\bar{E})}{\bar{D}} \right] - 1 \right\} \quad (v > 0); \quad w = (1-\bar{E}) \left\{ \left[\frac{\bar{E}(1-\bar{E})}{\bar{D}} \right] - 1 \right\} \quad (w > 0). \quad (20)$$

9. Хи-квадрат распределение ($0 \leq x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_{Hi^2} = x^{\frac{v}{2}-1} \cdot \exp\left(-\frac{x}{2}\right) / 2^{\frac{v}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{v}{2}\right), \text{ если } 0 \leq x < \infty; 0, \text{ иначе,} \quad (21)$$

где v - параметр распределения $v = E = a_0 \cdot k_m$.

10. Распределение Фишера ($0 \leq x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_F = \frac{\Gamma\left(\frac{v+w}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{w}{2}\right)} \cdot \frac{v^{\frac{v}{2}} \cdot w^{\frac{w}{2}} \cdot x^{\frac{v}{2}-1}}{(v \cdot x + w)^{\frac{v+w}{2}}}, \text{ если } 0 \leq x < \infty; 0, \text{ иначе,} \quad (22)$$

где v, w - параметры распределения.

Переход к характеристическим параметрам: $E = a_0 \cdot k_m$; $D = (a_0 \cdot k_m \cdot k_v)^2$;

$$w = \frac{2 \cdot E}{E-1} \quad (w > 4); \quad v = \frac{2 \cdot w^2 \cdot (w-2)}{D(w-2)^2 \cdot (w-4) - 2 \cdot w} \quad (v > 1). \quad (23)$$

11. Распределение по закону арксинуса ($-\infty < x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_{ArcSin} = \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{l^2 - (x-a)^2}}, \text{ если } a-l \leq x \leq a+l; 0, \text{ иначе,} \quad (24)$$

где a, l - параметры центрированного распределения.

Переход к характеристическим параметрам:

$$a = E = a_0 \cdot k_m; \quad l = \sqrt{D}/2 = 0.5 \cdot a_0 \cdot k_m \cdot k_v \quad (l > 0). \quad (25)$$

12. Треугольное распределение Симпсона ($-\infty < x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_{Simpson} = \begin{cases} l + x - a/l^2, & \text{если } a-l \leq x \leq a; \\ l - x + a/l^2, & \text{если } a \leq x \leq a+l; 0, \text{ иначе,} \end{cases} \quad (26)$$

где a, l - параметры центрированного распределения.

Переход к характеристическим параметрам:

$$a = E = a_0 \cdot k_m; \quad l = \sqrt{6 \cdot D} = \sqrt{6} \cdot a_0 \cdot k_m \cdot k_v \quad (l > 0). \quad (27)$$

13. Распределение Релея ($0 \leq x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_{\text{Relay}} = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma^2}\right), \text{ если } x \geq 0; 0, \text{ иначе,} \quad (28)$$

где $\sigma = E/2 \cdot \sqrt{\pi} = a_0 \cdot k_m / 2 \cdot \sqrt{\pi}$ - параметр распределения.

14. Распределение Максвелла ($0 \leq x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_{\text{Maxwell}} = \frac{x^2}{\sigma^3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma^2}\right), \text{ если } x \geq 0; 0, \text{ иначе,} \quad (29)$$

где $\sigma = E \cdot \sqrt{\frac{\pi}{8}} = a_0 \cdot k_m \cdot \sqrt{\frac{\pi}{8}}$ - параметр распределения.

15. Логистическое распределение ($-\infty < x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_{\text{Logistic}} = \frac{\exp[(x-a)/k]}{k \{1 + \exp[(x-a)/k]\}^2}, \quad (30)$$

где a, k - параметры распределения.

Переход к характеристическим параметрам:

$$a = E = a_0 \cdot k_m; \quad k = \frac{\sqrt{3 \cdot D}}{\pi} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot a_0 \cdot k_m \cdot k_v \quad (k > 0). \quad (31)$$

16. Распределение Парето ($1 \leq x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_{\text{Pareto}} = c \cdot x^{-c-1}, \text{ если } x \geq 1; 0, \text{ иначе,} \quad (32)$$

где $c = \frac{E}{E-1} = 1 + \frac{1}{a_0 \cdot k_m - 1}$ ($c > 0$) - параметр распределения.

17. Трапециидальное распределение Симпсона ($-\infty < x < \infty$). Плотность распределения:

$$f_{\text{Simpson2}} = \begin{cases} (x-a+l)/(l^2-b^2), & \text{если } a-l \leq x \leq a-b; \\ 1/(1+b), & \text{если } a-b \leq x \leq a+b; \\ (a+l-x)/(l^2-b^2), & \text{если } a+b \leq x \leq a+l; 0, \text{ иначе,} \end{cases} \quad (33)$$

где a, l, b - параметры распределения; $l = 0.5 (x_{\max} - x_{\min})$ - определяется из геометрических соображений.

Переход к характеристическим параметрам:

$$a = E = a_0 \cdot k_m; \quad b = \sqrt{6 \cdot D - l^2} = \sqrt{6 (a_0 \cdot k_m \cdot k_v)^2 - l^2}. \quad (34)$$

Проведенная модификация параметров и полученные расчетные соотношения послужили методической основой для создания подсистемы статистического анализа исследуемых признаков, входящей составной частью в следующие системы:

- система 3D моделирования абразивно-алмазных инструментов;
- система совместного анализа наборов распределений и композиций на их основе.

Предложенная параметризация повышает представительность и содержательность статистических выводов и позволяет выявлять общие закономерности формирования рабочей поверхности абразивно-алмазного инструмента в процессе шлифования.

Лекция 7 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ ВЕКТОРНОЙ ГРАФИКИ VISIO ДЛЯ ОФОРМЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Microsoft Visio — векторный графический редактор, редактор диаграмм и блок-схем для Windows.

Выпускается в трех редакциях: Standard, Professional и Pro for Office 365.

Аналогично с Adobe Reader, в стандартный набор программ MS Office входит только средство для просмотра и печати диаграмм Microsoft Visio Viewer. Полнофункциональная версия Microsoft Visio Professional для создания и редактирования монограмм и диаграмм в пакеты MS Office не входит и распространяется отдельно.

Первоначально Visio разрабатывался и выпускался компанией Visio Corporation. Microsoft приобрела компанию в 2000 году, тогда продукт назывался Visio 2000, был выполнен ребрендинг, и продукт был включен в состав Microsoft Office.

7.1. Версии Visio

- Visio 1.0 (Standard, Lite, Home)
- Visio 2.0
- Visio 3.0
- Visio 4.0 (Standard, Technical)
- Visio 4.1 (Standard, Technical)
- Visio 4.5 (Standard, Professional, Technical)
- Visio 5.0 (Standard, Professional, Technical)
- Visio 2000 (6.0; Standard, Professional, Technical, Enterprise)
- Visio 2002 (10.0; Standard, Professional)
- Visio Enterprise Network Tools, Visio Network Center
- Visio for Enterprise Architects 2003 (VEA 2003) (based on Visio 2002 and included with Visual Studio .NET 2003 Enterprise Arch
- Office Visio for Enterprise Architects 2005 (VEA 2005) (based on Visio 2003 and included with Visual Studio 2005 Team Suite and Team Architect editions)
- Office Visio 2007 (12.0; Standard, Professional)[3].
- Office Visio 2010 (14.0; Standard, Professional, Premium).
- Office Visio 2013 (15.0; Standard, Professional, Pro for Office 365)
- Office Visio 2016 (16.0; Standard, Professional, Pro for Office 365)

Не существует версий 7, 8, 9 и 13. После покупки компанией Microsoft, Visio входит в состав Office, соответственно версия Visio соответствует версии Office.

7.2. Файловые форматы Visio

- VSD — диаграмма или схема;
- VSS — фигура;
- VST — шаблон;
- VDX — диаграмма в формате XML;
- VSX — фигура XML;
- VTX — шаблон XML;
- VSL — надстройка;
- VSDX — OPC/XML диаграмма;
- VSDM — OPC/XML диаграмма, содержащая макрос.

Visio 2010 и более ранние версии Microsoft Visio поддерживают просмотр и сохранение диаграмм в форматах VSD и VDX. VSD является собственным бинарным файловым форматом, который используется во всех предыдущих версиях Visio. VDX является хорошо задокументированным XML «DatadiagramML» форматом. Начиная с версии Visio 2013, сохранение в формате VDX больше не поддерживается в пользу новых VSDX и VSDM файловых форматов. Созданные на основе стандарта Open Packaging Conventions (OPC — ISO 29500, Часть 2), VSDX и VSDM файлы состоят из группы архивированных XML-файлов, находящихся внутри ZIP-архива. Единственная разница между VSDX и VSDM файлами состоит в том, что VSDM файл может содержать макросы. Из-за подверженности таких файлов макровирусам, программа обеспечивает строгую безопасность для них.

Visio 2010 и более ранние версии Microsoft Visio используют VSD формат как формат по умолчанию, Visio 2013 использует VSDX формат по умолчанию.

DatadiagramML используется многими другими инструментами по управлению бизнес-процессами (BPM), такими как Agilian, ARIS Express, Bonita Open Solution, ConceptDraw, OmniGraffle или IBM WebSphere. OmniGraffle Pro для Mac OS X поддерживает просмотр VSD и VDX форматов и сохранение в VDX формат. Начиная с версии 3.5 LibreOffice поддерживает просмотр VSD файлов, созданных в Microsoft Visio 2000–2013. LibreOffice 4.0 beta1 поддерживает просмотр всего спектра Visio файлов, начиная с Visio 1.0 и заканчивая Visio 2013, включая VSDX, VSDM и VDX файловые форматы.

VisiTouch позволяет просматривать диаграммы Visio на iPad и iPhone, открывая VSD, VDX и VSDX файлы, созданные с помощью MS Visio 2000–2013.

7.3. Диаграммы. Использование диаграмм в научных исследованиях

Графики и диаграммы, иллюстрирующие изменение различных величин, широко используются в различных отчетах и научных докладах.

Работая с Visio, вы можете строить графики несколькими способами. Один из самых простых — построить график вручную. Вы можете начертить кривую вручную или «собрать» гистограмму (столбчатую диаграмму) из обычных прямоугольных блоков. Так можно быстро получить нужный результат, но для отображения больших наборов данных этот способ неудобен.

Задавать размер каждого элемента графика или форму кривой придется вручную, кроме того, для изменения готового графика может потребоваться довольно много времени. Основным преимуществом сборки диаграммы из обычных блоков является возможность использования уже привычных навыков работы с документами Visio. Мы не будем подробно рассматривать процесс построения графиков при помощи стандартных блоков. Вы можете попробовать сделать это самостоятельно, используя материал рекомендуемую литературу

7.4. Использование диаграмм Microsoft Graph

В комплект поставки Microsoft Office на протяжении многих лет входит программа Microsoft Graph, позволяющая строить графики и диаграммы различных типов. Графики строятся на основе таблицы данных и могут отображать изменение сразу нескольких величин.

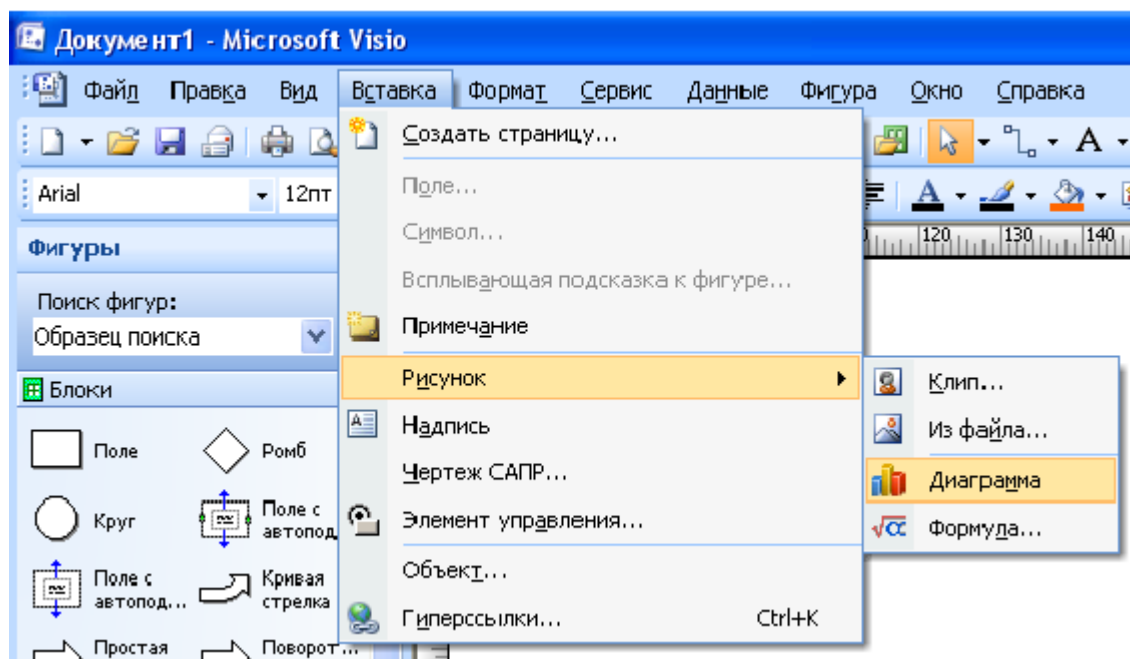


Рисунок 7.1 – Команда меню Вставка - Рисунок - Диаграмма позволяет добавить в иллюстрацию Visio диаграмму Microsoft Graph

Для того, чтобы поместить диаграмму Microsoft Graph в документ Visio, воспользуйтесь командой Вставка - Рисунок - Диаграмма (рис. 7.1). В иллюстрации будет немедленно создана диаграмма, основанная на

установленных по умолчанию данных (рис. 7.2). Вы также можете ввести новые значения отображаемых величин и выбрать подходящий тип графика.

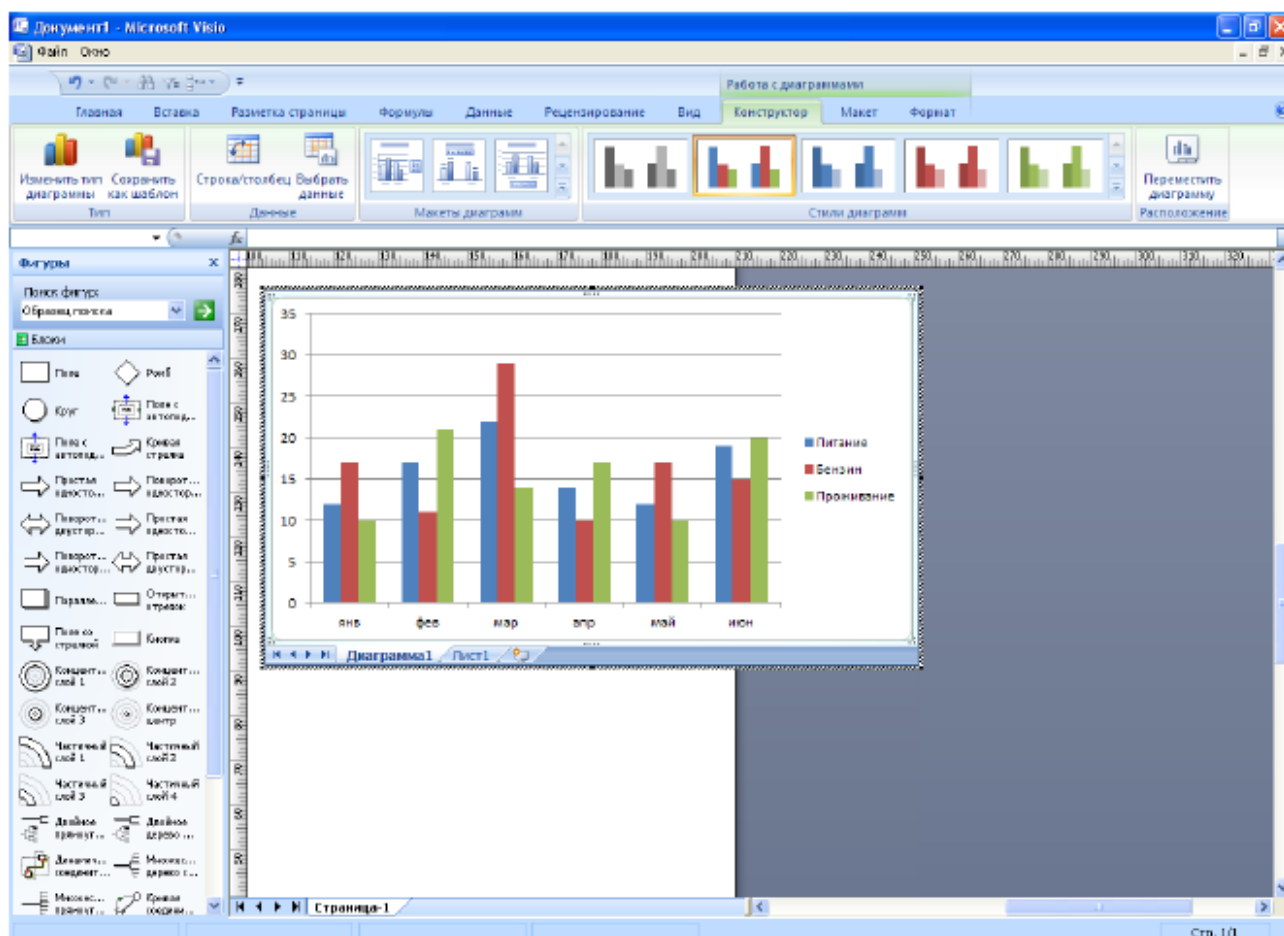


Рисунок 7.2 – График Microsoft Graph, основанный на заданных по умолчанию значениях

Примечание. Команда Вставка - Рисунок - Формула позволяет поместить в документ объект программы Microsoft Equation, специально предназначенной для записи сложных математических формул. Отобразить сложную структуру, такую как интеграл, корень или дробь обычными средствами редактирования текста, доступными в приложениях Office, может быть нелегко.

В открывшемся окне с изображением диаграммы есть два листа — открытый Диаграмма 1 и Лист 1. Открыв Лист 1, вы увидите таблицу, в которую и следует внести новые значения для отображения на графике. Значения, введенные в верхнюю строку этой таблицы, используются в качестве подписей, выводимых на горизонтальной оси диаграммы. В крайнем левом столбце вы можете задать 128 названия рядов (строк) данных, которые можно будет увидеть в «легенде» графика.

Для того, чтобы изменить вид какого-либо элемента, например, выбрать другой цвет для отображения одного из «рядов», выделите соответствующий объект щелчком левой кнопки мыши, после чего щелкните на нем правой кнопкой мыши и используйте подходящую команду из появившегося на экране

контекстного меню.

Перемещая при помощи мыши маркеры, расположенные на границах выделенных элементов графика или заштрихованной границе диаграммы, можно изменять размеры как отдельных объектов, так и всего графика в целом.

Щелкнув левой кнопкой мыши за пределами заштрихованной рамки, вы выйдете из режима редактирования и вернетесь к работе с документом Visio. При этом диаграмма Microsoft Graph может быть перемещена, удалена или, например, скопирована точно так же, как и любой другой элемент иллюстрации.

Если вам понадобится изменить график, дважды щелкните на нем левой кнопкой мыши. Программа вновь перейдет в режим редактирования диаграммы, и вы сможете настроить ее внешний вид или изменить отображаемые значения.

Основными преимуществами Microsoft Graph являются простота и скорость создания и редактирования графиков. Кроме того, эту программу и созданные с ее помощью диаграммы можно использовать в других приложениях Microsoft Office.

К недостаткам Microsoft Graph относятся ограниченный выбор типов диаграмм и недостаточно широкие возможности настройки их внешнего вида.

Кроме того, все значения отображаются на графиках с одинаковыми интервалами, поэтому вы не сможете построить точный график функции, если вам не известны некоторые из ее промежуточных значений.

Мы не будем подробно рассматривать процесс работы с диаграммами Microsoft Graph. Информацию, относящуюся к этой программе, вы можете найти в справочной системе приложений Office или в литературе, посвященной работе с программами Microsoft Word и Excel.

Отметим, что приложение Microsoft Excel специально предназначено для работы с табличными данными и математическими функциями. С его помощью вы можете подготовить более качественные и аккуратно оформленные графики, которые затем могут быть скопированы в документ Microsoft Visio или другое приложение, например, при помощи буфера обмена.

Примечание. Для построения графиков сложных функций намного удобнее использовать специализированные приложения, такие как Maple, MathCAD, MathLAB или Origin.

Подготовленные с их помощью графики можно скопировать в документ Visio через буфер обмена или импортировать, предварительно сохранив на диск в «понятном» для Microsoft Visio формате.

7.5. Построение диаграмм в Visio при помощи специальных элементов

Если необходимо построить несложный, но при этом красиво оформленный график, вы можете воспользоваться специализированными наборами элементов (фигур), входящими в комплект поставки Visio. Для упрощения построения графиков такие фигуры могут быть снабжены функциями автоматизированной настройки внешнего вида и размеров.

Для отображения больших массивов данных удобнее использовать графики Maple, Microsoft Graph или Excel, однако в некоторых случаях такие специализированные элементы Visio позволяют достичь хороших результатов.

Фигуры или блоки, предназначенные для построения графиков и диаграмм, объединены в несколько наборов. В этом разделе мы последовательно познакомимся с возможностями их применения, а также с некоторыми особенностями настройки.

7.6. Элементы графиков и таблиц

Элементы, предназначенные для быстрого оформления несложных, но при этом красочных графиков и таблиц с данными, представлены в наборе Бизнес Диаграммы и графики - Фигуры для диаграмм. Вы можете подключить этот набор к документу, например, при помощи кнопки Фигуры, расположенной на панели инструментов окна Visio (рис. 7.3).

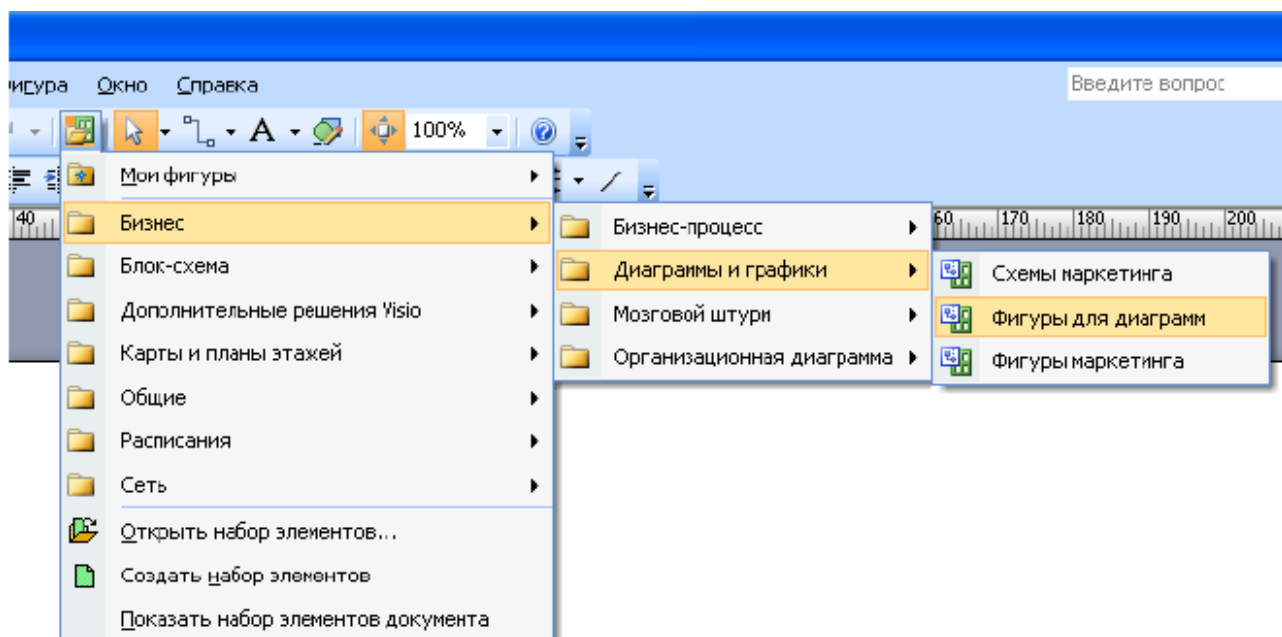


Рисунок 7.3 – Элементы для быстрого оформления красочных графиков находятся в наборе Бизнес - Диаграммы и графики - Фигуры для диаграмм

На рис.7.4 представлен пример использования двух элементов из этого

набора – 3D координат и Объемная гистограмма. В левой части окна на панели Фигуры, вы можете видеть другие элементы, также входящие в набор Фигуры для диаграмм.

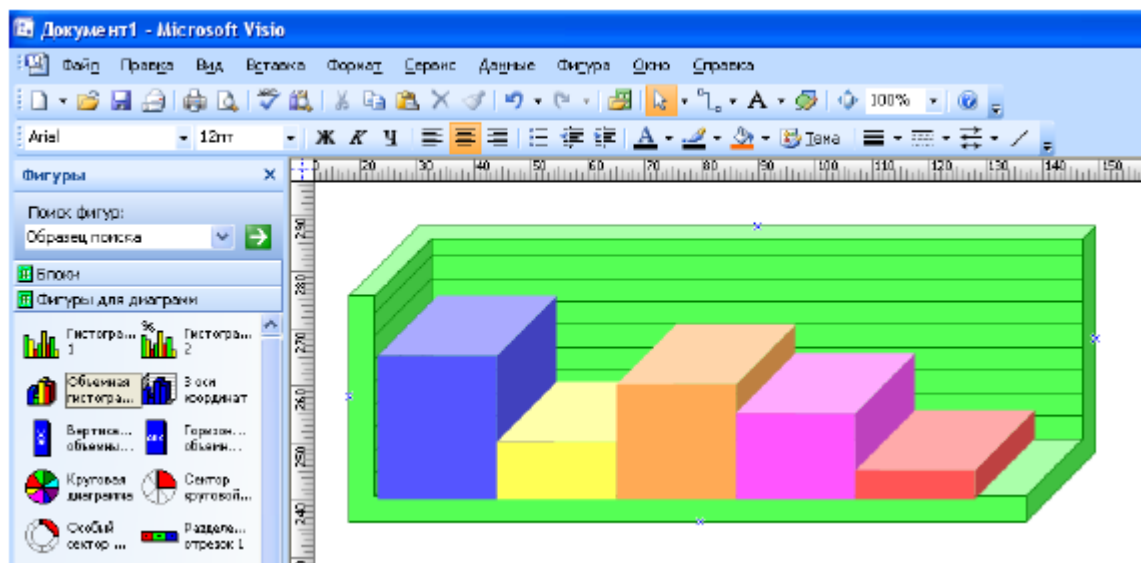


Рисунок 7.4 – Элементы набора Фигуры для диаграмм позволяют быстро построить график с достаточно сложным оформлением

На рис. 7.5 представлены элементы, использованные для построения приведенной выше диаграммы. Так же, как при работе с другими блоками иллюстрации, для настройки параметров элементов используются кнопки панели инструментов и команды контекстных меню.

В контекстном меню могут находиться команды, специфичные для выделенного элемента и позволяющие, например, включить или отключить отображение линий окантовки или значений, соответствующих столбцам гистограммы. Если вам неудобно использовать контекстное меню, вы сможете найти эти же команды в меню Фигура - Действия.

Обратите внимание на маркеры в виде ромбов, появляющиеся на экране при выделении того или иного элемента. С их помощью вы можете настроить параметры внешнего вида элемента, например ширину столбцов.

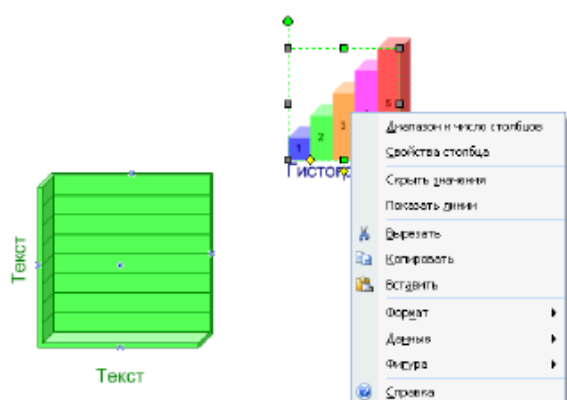


Рисунок 7.5 – Настройка внешнего вида элементов диаграммы выполняется при помощи панели инструментов, маркеров и команд меню

7.7. Диаграммы Ганта

Visio позволяет строить диаграммы Ганта, широко используемые в задачах планирования и управления проектами.

Диаграмма Ганта позволяет в наглядной форме представить задачи, выполняемые в рамках какого-либо проекта, и время, отведенное для их выполнения. Пример такой диаграммы приведен на рис 7.6.



Рисунок 7.6 – Диаграммы Ганта широко используются в задачах планирования и управления проектами

7.8. Введение в автоматизацию Visio

На рис. 7.7 несколько условно показаны основные способы использования Visio.

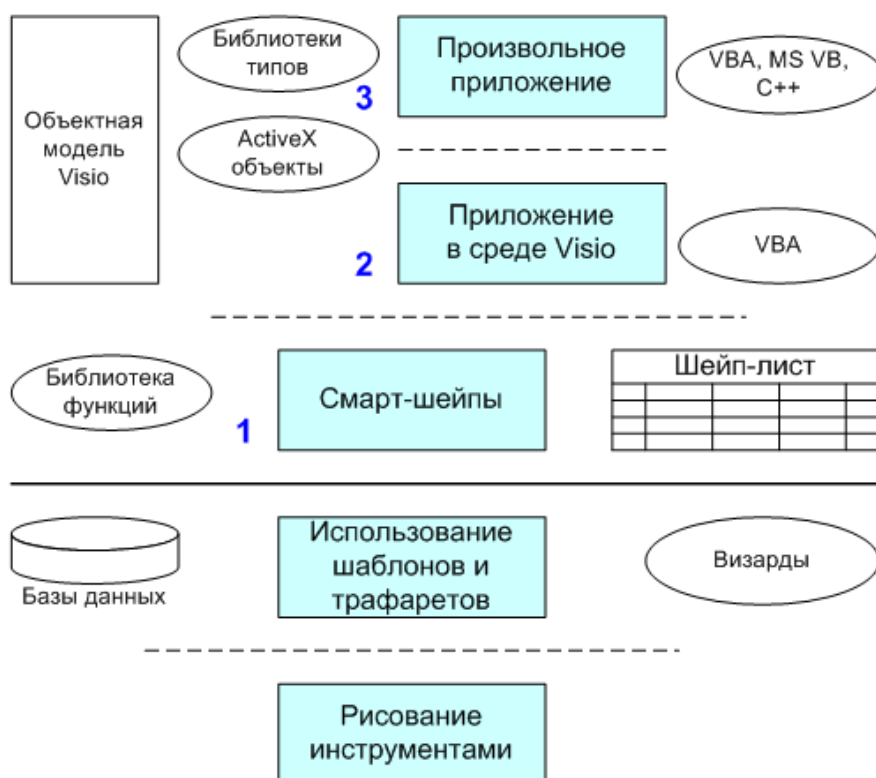


Рисунок 7.7 – Уровни и средства автоматизации Visio

Простейший способ (нижний уровень) - рисовать с помощью инструментов - графических примитивов (линий, прямоугольников, эллипсов, текстовых блоков). Visio предоставляет здесь прекрасные возможности, но будем считать, что это к автоматизации не относится.

Следующий уровень — применение шаблонов и трафаретов. Это уже значительное усовершенствование процесса. Во первых, в оборот вводятся сотни готовых элементов, облегчающих процесс рисования. Во-вторых, чаще всего эти элементы представляют собой не только изображение, но и содержат встроенные функции или несут дополнительные данные. По крайней мере в области сетевых устройств уже практически всегда появление нового устройства сопровождается созданием для него шейпа в Visio.

На этом уровне появляются первые элементы автоматизации - возможность обмена данными с базами и использование специальных расширений — визардов, или встроенных макросов, облегчающих такие типовые операции как соединение с базой данных, передачу данных и т. д.

Визард это некоторая программа или макрос, обеспечивающая выполнение определенной задачи. Строится он обычно как диалоговая программа, настраиваемая в соответствии с ответами пользователя на ряд последовательных вопросов. Запускается через меню "Сервис" или автоматически по соответствующему событию.

На этом уровне также не требуется навыков программирования, не нужно знание объектной модели. Поэтому его также исключаем из рассмотрения.

Рисование с помощью графических примитивов и работа с шаблонами и трафаретами достаточно подробно рассмотрены в имеющихся руководствах по Visio. В новых версиях Visio несколько изменился состав и оформление панелей, добавились встроенные макросы, но в целом имеющихся сведений вполне достаточно для работы со всеми версиями Visio.

Рассмотрим следующими три уровня.

Часто шейпов и шаблонов оказывается недостаточно. Например, могут понадобиться чертежи, основанные на постоянно изменяющихся данных, как в случае генерации схемы организации по списку имен и названий из базы данных, схемы локальной сети. Можно автоматизировать повторяющиеся задачи, работать в других программах, используя объекты Visio.

Первый шаг — это создание пользовательских смарт-шейпов (интеллектуальных шейпов). То есть шейпов, не только передающих изображение, но и обладающих поведением. Это делается введением формул, управляющих атрибутами шейпа, такими, например, как геометрия шейпа или его реакция на двойной щелчок мышью.

Основой такого управления является шейп-лист (ShapeSheet). Все в Visio

— каждый шейп, группа, стиль, страница, документ — имеют свой шейп-лист — таблицу, в которой хранится информация о данном объекте. Там содержатся такие данные, как высота, ширина, угол, цвет и другие атрибуты, определяющие вид и поведение шейпа. Эту таблицу можно открыть в специальном окне, добавлять или изменять содержащиеся в ней формулы. Причем аргументами могут служить как внутренние данные (имена, текстовые поля), так и данные других объектов. Visio поддерживает процесс создания и использования смарт-шейпов с помощью встроенной библиотеки функций (математических, статистических, обращения к параметрам Visio и среды) и опять же визардов.

Второй шаг — это макросы — простейшие программы, создаваемые и выполняемые непосредственно в среде Visio. Основным инструментом их разработки — встроенный Visual Basic for Applications (VBA). Макросы могут выполнять как простейшие, так и довольно сложные операции. В основном они опираются на объектную модель Visio.

Объектная модель представляет собой путь связи объектов в приложении и связи объектов с их свойствами, методами и событиями, то есть иерархию объектов. Программа управляет рисунком Visio, получая доступ к объектам и используя их свойства, методы и события.

Помимо объектов Visio для повышения функциональности рисунков могут использоваться дополнительные программируемые объекты — объекты ActiveX. Например, можно применять стандартные элементы управления Windows-кнопки, поля ввода текста, выбор из списка. Управляют ими также программы на VBA, которые запускаются событиями и действуют путем изменения свойств объектов или добавлением своих специальных методов.

И наконец, на **третьем уровне** автоматизации стоят программы, написанные на каких-либо универсальных языках программирования: C++, MS Visual Basic и т. д. Такая программа может существовать автономно, а может являться частью какого-то приложения, например MS Excel, позволяя выводить его данные в виде рисунка Visio.

Эти программы также опираются на объектную модель Visio. Но связь с ней происходит через специальные библиотеки типов, служащие интерфейсом и описывающие объектную модель Visio в терминах нужного языка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ПО КУРСУ

1. Ванин, В.А. Научные исследования в технологии машиностроения: Учебн. пособие / В.А. Ванин, В.Г. Однолько, СИ. Пестрецов, В.Х. Фидаров, А.Н. Колодин. — Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2009. — 232 с.

2. Черепашков А.А., Носов Н.В. Компьютерные технологии, моделирование и автоматизированные системы в машиностроении: Учеб. для студ. высш. учеб. заведений. — Волгоград: Ин-Фолио, 2009. — 640 с.

3. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах MathCAD 12, MATLAB 7, Maple 9. — М.: ИТ Пресс, 2006. — 496 с.

4. Кацев П.Г. Статистические методы исследования режущего инструмента. — М.: Машиностроение, 1974. — 231 с.

5. Гелмерс С.А. Microsoft Visio 2010. Шаг за шагом. — М.: ЭКОМ Паблишерз, 2011. — 576 с.

Дополнительная литература

6. Интегрированные генеративные технологии : учеб. пособие [для студ. выс. учеб. заведений] / А.И. Грабченко, Ю.Н. Внуков, В.Л. Доброскок, Л.И. Пупань, В.А. Фадеев; под ред. А.И. Грабченко. — Харьков: НТУ «ХПИ», 2011. — 416 с.

7. Грабченко А.И., Доброскок В.Л., Федорович В.А. 3D моделирование алмазно-абразивных инструментов и процессов шлифования: Учебн. пособие. — Харьков: НТУ «ХПИ», 2006. — 364 с.

8. Fishman George S. Monte-Carlo: Concepts, algorithms and applications. — New-York: Springer-Verlag, 1999. — 722 p.

9. Montgomery D.C., Runger G.C. Applied statistics and probability for engineers / Douglas C. Montgomery, George C. Runger. — New York: John Wiley & Sons, 2003. — 706 p.

СОДЕРЖАНИЕ

Лекция 1 ОСНОВНЫЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ	2
1.1. Основные системы компьютерной математики	2
1.1.1. Системы компьютерной математики для численных расчетов	2
1.1.2. Системы аналитических вычислений	5
1.1.3. Универсальные системы	6
1.2. Структура систем компьютерной математики	7
1.3. Пользовательский интерфейс систем компьютерной математики (СКМ)	8
Лекция 2 СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MATHCAD	15
2.1 Основные возможности системы MathCAD	15
2.2. Возможности MathCAD Prime 3	16
2.3. Сравнительная характеристика MathCAD	17
2.3.1. Назначение	17
2.3.2. Интерфейс	18
2.3.3. Графика	19
2.4. Расширение функциональности MathCAD	20
2.5. Взаимодействие MathCAD с другими программами	21
2.6. Использование компонентов других приложений	21
Лекция 3 СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE	22
3.1. Назначение и место систем Maple	22
3.2. Языки системы Maple	23
3.3. Ориентация систем Maple	24
3.4. Возможности Maple	25
3.4.1. Основные возможности версии системы Maple 6	25
3.4.2. Дополнительные возможности версии системы Maple 7	27
Лекция 4 ВХОДНОЙ ЯЗЫК СИСТЕМЫ MATHCAD	29
4.1. Основы работы в системе MathCAD	29
4.1.1. Пример 4.1	30
4.1.2. Пример 4.2	31
4.2. Функции. Символьные операции	31
4.2.1. Пример 4.3	33
4.3. Построение графиков	34
4.3.1. Пример 4.4	34
4.4. Решение уравнений	35
4.4.1. Использование функции root	35
4.4.2. Использование конструкции Given – find	36
4.5. Операции с векторами и матрицами	36
4.6. Визуализация 3D модели рабочей поверхности шлифовальных кругов с использованием графиков MathCAD	38

Лекция 5 ВХОДНОЙ ЯЗЫК СИСТЕМЫ MAPLE	42
5.1. Основные арифметические операторы Maple	42
5.1.1. Функция add	43
5.1.2. Функция mul	43
5.1.3. Функция sum	43
5.1.4. Функция product	44
5.2. Математические функции	44
5.2.1. Округление чисел	44
5.2.2. Тригонометрические функции	44
5.2.3. Функция eval	44
5.2.4. Функция evalf	45
5.2.5. Функция simplify	45
5.2.6. Функция expand	45
5.2.7. Функция combine	46
5.2.8. Функция factor	46
5.2.9. Функция collect	47
5.2.10. Функция lim	47
5.3. Последовательности, списки и множества	47
5.3.1. Последовательности	47
5.3.2. Списки	48
5.3.3. Множества	48
5.3.4. Функция op	48
5.4. Создание функций	49
5.5. Решение уравнений, систем уравнений и неравенств	49
5.5.1. Функция solve	49
5.5.2. Функция fsolve	50
5.6. Построение графиков	50
5.6.1. Построение двумерных графиков	50
5.6.2. Построение трехмерных графиков	50
Лекция 6 СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И МОДЕЛЬНЫХ ДАННЫХ	52
6.1. Случайные величины	52
6.1.1. Дискретные и непрерывные, одномерные и многомерные случайные величины	52
6.1.2. Разновидности характеристик случайных величин	52
6.1.3. Распределение непрерывной случайной величины	54
6.2. Статистический анализ законов распределения исследуемых признаков при 3D моделировании абразивно-алмазного инструмента	55
6.3. Модификация законов распределения при статистическом моделировании абразивно-алмазных инструментов	64

Лекция 7 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ ВЕКТОРНОЙ ГРАФИКИ VISIO ДЛЯ ОФОРМЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ	73
7.1. Версии Visio	73
7.2. Файловые форматы Visio	74
7.3. Диаграммы. Использование диаграмм в научных исследованиях	74
7.4. Использование диаграмм Microsoft Graph	75
7.5. Построение диаграмм в Visio при помощи специальных элементов	78
7.6. Элементы графиков и таблиц	78
7.7. Диаграммы Ганта	80
7.8. Введение в автоматизацию Visio	80
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ПО КУРСУ	83