



Силабус освітнього компонента Програма навчальної дисципліни



Варіаційне числення

Шифр та назва спеціальності
113 – Прикладна математика

Інститут
ННІ Комп'ютерного моделювання, прикладної фізики та математики

Освітня програма
Комп'ютерне та математичне моделювання

Кафедра
Прикладна математика (170))

Рівень освіти
Бакалавр

Тип дисципліни
Спеціальна (фахова),

Семестр
3

Мова викладання
Українська

Викладачі, розробники



Курпа Лідія Василівна (відповідальний лектор)

Lidiya.Kurpa@khpi.edu.ua

Доктор технічних наук, доцент, професор кафедри прикладної математики НТУ «ХПІ»

Автор більш ніж 260 наукових статей та методичних розробок, основні курси: математичний аналіз, СГВМ, лінійна алгебра, математична фізика.

Сфера наукових інтересів. Розробка ефективних методів розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними в областях складної геометричної форми.

[Детальніше про викладача на сайті кафедри
https://web.kpi.kharkov.ua/apm/golovna/](https://web.kpi.kharkov.ua/apm/golovna/)



Міхлін Юрій Володимирович

Yuriy.Mikhlin@khpi.edu.ua

Д-р фіз.-мат. наук, проф., проф. каф. ПМ

Науковець та викладач з більш ніж 50-річним досвідом викладання, теоретичної та практичної роботи у галузі нелінійної динаміки, теорії нелінійних нормальних мод коливань, теорії стійкості руху, динаміки тонкостінних пружних систем, гасіння коливань та ін. Має більш, ніж 300 наукових публікацій, є співавтором 6 монографій. Неодноразово виступав з доповідями та лекціями в університетах різних країн та на провідних міжнародних конференціях. Основні курси: Спеціальні глави вищої математики, Диференціальні рівняння, Лінійна алгебра, Стійкість динамічних систем

[Детальніше про викладача на сайті кафедри](#)

Загальна інформація

Анотація

Курс "Варіаційне числення" відіграє важливу роль у вивченні математичного аналізу та сучасних методів математичного моделювання. Цей курс є необхідною складовою частиною навчального процесу, сприяючи розвитку аналітичних та чисельних навичок студентів у вирішенні математичних завдань. Вивчення "Варіаційного числення" надає можливість системного оволодіння методами аналізу та вирішення завдань з використанням різних підходів, що є важливим для їхньої подальшої успішної діяльності в області математики та математичного моделювання.

Мета та цілі дисципліни

Мета вивчення курсу "Варіаційне числення" полягає в тому, щоб студенти оволоділи методологією та особливостями використання апарату варіаційного числення. Водночас це не лише розуміння теоретичних аспектів, а й отримання практичних навичок для застосування цих знань у наукових дослідженнях. Курс спрямований на вивчення концепційних основ варіаційного числення, які є необхідними для успішного використання їх у власних дослідженнях та академічній діяльності.

Формат занять

Лекції, практичні заняття, самостійна робота, індивідуальні завдання, консультації. Підсумковий контроль – залік.

Компетентності

ЗК1: Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК2: Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК3: Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК8: Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

СК1: Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач.

Результати навчання

ПР1: Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук

ПР2: Використовувати сучасний математичний апарат для моделювання реальних фізичних та механічних процесів в професійній діяльності. Розв'язувати задачі теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

Обсяг дисципліни

Загальний обсяг дисципліни 120 год. (4 кредитів ECTS): лекції – 32 год., практичні заняття – 16 год., самостійна робота – 72 год.

Передумови вивчення дисципліни (пререквізити)

Для успішного проходження курсу необхідно мати знання та практичні навички з наступних дисциплін: функціональний аналіз, математичний аналіз, теорія диференціальних рівнянь, рівняння математичної фізики.

Особливості дисципліни, методи та технології навчання

Курс "Варіаційне числення" складається з 2 змістовних модулів. У першому модулі акцент робиться на розкритті теоретичних основ варіаційного числення, тоді як другий спрямований на

апарат дослідження функціоналів різних типів на безумовний та умовний екстремум. Також розглядаються наближені методи для ефективного вирішення варіаційних задач.

Програма навчальної дисципліни

Теми лекційних занять

Тема 1. Основні поняття варіаційного числення.

Функціонал. Варіація функціонала.

Інтегральні функціонали та їх диференційовність.

Екстремум функціонала.

Основні леми варіаційного числення

Тема 2. Найпростіші задачі варіаційного числення

Необхідні умови екстремуму у варіаційних задачах з фіксованими межами

Найпростіша задача варіаційного числення. Рівняння Ейлера

Окремі випадки найпростішої задачі варіаційного числення.

Необхідна умова екстремуму для функціоналів, що залежать від кількох функцій.

Функціонали, що залежать від похідних вищих порядків.

Функціонали, що залежать від функцій кількох змінних.

Канонічний вигляд рівнянь Ейлера.

Тема 3. Варіаційні задачі з рухомими межами

Природні крайові умови.

Загальна варіаційна задача з рухомими межами.

Умови трансверсальності.

Екстремалі з кутовими точками

Тема 4. Варіаційний метод Рітца. Поняття про теорію R-функцій та її застосування

Основні типи варіаційних задач на умовний екстремум.

Необхідні умови екстремуму функціонала у задачі Лагранжа

Ізопериметрична задача.

Задача Больца.

Тема 5. Достатні умови екстремуму функціоналу

Поле екстремалей.

Достатня умова Вейерштрасса.

Достатня умова Лежандра.

Тема 6. Прямі методи варіаційного числення

Метод Рітца

Скінченно-різницевий метод Ейлера

Метод Канторовича

Теми практичних занять

Тема 1. Основні поняття варіаційного числення

Розглядаються приклади розв'язання задач, що характеризують сутність основних понять варіаційного числення - варіація та приріст функціонала .

Тема 2. Необхідні умови екстремуму у варіаційних задачах з фіксованими межами.

Розглядаються приклади застосування необхідних умов екстремуму функціоналів різних видів для знаходження їх екстремалей.

Тема 3. Варіаційні задачі з рухомими межами

Розглядаються варіаційні задачі, у яких екстремум функціонала визначається на множині функцій, значення яких на межах відрізка $[a;b]$ можуть довільно змінюватися

Тема 4. Варіаційні задачі на умовний екстремум

Розглядаються варіаційні задачі на умовний екстремум. Окремий випадок цих задач - задача Лагранжа, а також варіаційну задачу на умовний екстремум з інтегральними зв'язками - ізопериметричною задачу.

Тема 5. Дослідження функціоналів на екстремум. Умови Вейерштрасса та Лежандра

Перевірити виконання умови Якобі для екстремалі для заданго функціонала. Дослідження функціоналів на екстремум, використавши: а) умову Вейерштрасса; б) умову Лежандра.

Тема 6. Наближені методи розв'язання варіаційних задач

Знаходження наближеного розв'язку варіаційної задачі про екстремум функціонала за допомогою методу Рітца та скінчено-різницевого методу Ейлера.

Теми лабораторних робіт

Лабораторні роботи в рамках дисципліни не передбачені.

Самостійна робота

Курс передбачає виконання індивідуального розрахункового завдання за темами:

1. Знаходження екстремалей заданих функціоналів. (10 балів)
2. Дослідження функціоналів на сильний та слабкий екстремум, використовуючи достатні умови а) Вейерштрасса; б) Лежандра. (20 балів)
4. Знаходження наближеного розв'язку задачі методом Рітца/ методом Ейлера (20 балів)

Студентам також рекомендуються додаткові матеріали для самостійного опрацювання лекційного матеріалу, підготовки до практичних занять, виконання індивідуальних домашніх завдань та підготовки до контрольних робіт.

Література та навчальні матеріали

Основна література

1. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі: підручник. – К., 2003.
2. Моклячук М.П. Збірник задач із варіаційного числення та методів оптимізації: навч. посіб. / М. П. Моклячук. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2014. – 256с.
3. Elsgolc, L.E.: Calculus of Variations, Pergamon Press Ltd., 1962.
4. Gelfand, I. M.; Fomin, S. V. (2000). Silverman, Richard A. (ed.). Calculus of variations (Unabridged repr. ed.). Mineola, New York: Dover Publications. p. 3.

Додаткова література

1. Варіаційне числення та методи оптимізації: навчальний посібник / М.І. Клименко, С.П. Швидка. Запоріжжя: ЗНУ, 2020. 91 с.
2. Варіаційне числення. Рівняння математичної фізики. Навчально-методичний посібник. / О.Є. Коноваленко, В.О. Брусенцев, О.І. Зінченко, О.В. Бондаренко – Харків : НТУ «ХПІ», 2022. – 107 с.
3. Cassel, Kevin W.: Variational Methods with Applications in Science and Engineering, Cambridge University Press, 2013.
4. Hansjörg Kielhöfer Calculus of Variations. An Introduction to the One-Dimensional Theory with Examples and Exercises. Springer International Publishing AG 2018

Система оцінювання

Критерії оцінювання успішності студента та розподіл балів

100% підсумкової оцінки складаються з результатів оцінювання у вигляді заліку (20%) та поточного оцінювання (80%).

Залік: письмове завдання (запитання з теорії та розв'язання двох задач) та усна відповідь.

Поточне оцінювання: колоквіум (10%), контрольні роботи (20%) та індивідуальне розрахункове завдання (50%).

Шкала оцінювання

Сума балів	Національна оцінка	ECTS
90–100	Відмінно	A
82–89	Добре	B
75–81	Добре	C
64–74	Задовільно	D
60–63	Задовільно	E
35–59	Незадовільно (потрібне додаткове вивчення)	FX
1–34	Незадовільно (потрібне повторне вивчення)	F

Норми академічної етики і політика курсу

Студент повинен дотримуватися «Кодексу етики академічних взаємовідносин та доброчесності НТУ «ХПІ»: виявляти дисциплінованість, вихованість, доброзичливість, чесність, відповідальність. Конфліктні ситуації повинні відкрито обговорюватися в навчальних групах з викладачем, а при неможливості вирішення конфлікту – доводитися до відома співробітників дирекції інституту. Нормативно-правове забезпечення впровадження принципів академічної доброчесності НТУ «ХПІ» розміщено на сайті: <http://blogs.kpi.kharkov.ua/v2/nv/akademichna-dobrochesnist/>

Погодження

Силабус погоджено

Дата погодження, підпис

Завідувач кафедри
В'ячеслав БУРЛАЄНКО

Дата погодження, підпис

Гарант ОП
Геннадій ЛЬВОВ