



Силабус освітнього компонента

Програма навчальної дисципліни



Теорія Марківських процесів

Шифр та назва спеціальності
113 – Прикладна математика

Інститут
ННІ Комп'ютерного моделювання, прикладної фізики та математики

Освітня програма
Комп'ютерне та математичне моделювання

Кафедра
Математичне моделювання та інтелектуальні обчислення в інженерії (161)

Рівень освіти
Магістр-науковець (1 рік 9 місяців)

Тип дисципліни
Науково-професійна, вибіркова

Семестр
3

Мова викладання
Українська

Викладачі, розробники



Ларін Олексій Олександрович (відповідальний лектор)

Oleksiy.Larin@khp.edu.ua

доктор техн. наук, професор, досвід роботи - 15 років
Фахівець в галузі обчислювальної механіки, ймовірного моделювання та прогнозуванні надійності. Основний фокус наукових робіт присвячено розробці моделей, методів, підходів та алгоритмів комп'ютерного моделювання та статистичного аналізу інженерних систем, зокрема із випадковими параметрами. Автор понад 150 наукових та методичних праць

[Детальніше про викладача на сайті кафедри](#)

Загальна інформація

Анотація

Курс є теоретичним, який надає студентам базові знання і теорія марківських процесів та їхнього застосування для прикладних досліджень в галузі статистичної динаміки та прогнозуванню надійності систем. Застосовуючи набуті знання, студенти розвивають навички моделювання та прогнозування динаміки систем з урахуванням випадкових стохастичних впливів, а також підходи до визначення ймовірності досягнення випадковим процесом певних граничних значень, що покладено в основу прогнозування роботоздатності та оцінки надійності багатьох інженерних та інформаційних систем. В рамках дисципліни студентам надаються загально теоретичні постановки та напрямки прикладних чисельних алгоритмів, які можуть бути використані для вирішення прикладних задач. Курс акцентує на самостійній практичній роботі, що передбачає розв'язок засобами обчислювальних симуляцій двох розрахунково-графічних задач.

Мета та цілі дисципліни

Метою цієї дисципліни є надання студентам глибокого розуміння теорії Марківських процесів та їх використання в різноманітних наукових та інженерних задачах. Основні цілі включають вивчення ключових концепцій та властивостей Марківських процесів, розвиток навичок моделювання та аналізу динаміки систем з їх використанням. Дисципліна також має за мету підготувати студентів

до ефективного застосування отриманих знань для вирішення реальних інженерних завдань в контекст прогнозування надійності.

Формат занять

Лекції, практичні заняття. Підсумковий контроль – залік.

Компетентності

СК1. Здатність розв'язувати задачі й проблеми, які можуть бути формалізовані, потребують оновлення й інтеграції знань, зокрема в умовах неповної інформації.

СК2. Здатність проводити наукові дослідження з розробки нових та адаптації існуючих математичних та комп'ютерних моделей для дослідження різноманітних процесів, явищ і систем, здійснювати відповідні експерименти та аналізувати одержані результати.

СК3. Здатність розробляти методи й алгоритми побудови, дослідження та програмної реалізації математичних моделей у техніці, фізиці, біології, медицині та інших галузях та здійснювати їх аналіз.

СК4. Здатність розробляти та досліджувати математичні та комп'ютерні моделі, проводити обчислювальний експеримент та розв'язувати формалізовані задачі за допомогою спеціалізованих програмних засобів.

СК9. Здатність математично формалізувати постановку наукових та практичних задач, обирати математичний аналітичний або чисельний метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

СК11. Здатність до математичного опису різноманітних динамічних процесів, що можуть відбуватись в системах об'єктів проектування.

СК12. Здатність виявляти сутність науково-технічних проблем в професійній діяльності, застосовувати відповідні математичні моделі для дослідження механічних об'єктів та процесів.

Результати навчання

РН4. Будувати математичні моделі складних систем і вибирати методи їх дослідження, реалізовувати побудовані моделі програмно та перевіряти їх адекватність за допомогою комп'ютерних технологій.

РН14. Мати знання математично формалізувати постановку наукових та практичних задач, обирати математичний аналітичний або чисельний метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

РН18. Розуміти сутність науково-технічних проблем в професійній діяльності, застосовувати відповідні математичні моделі для дослідження механічних об'єктів та процесів.

Обсяг дисципліни

Загальний обсяг дисципліни 150 год. (5 кредитів ECTS): лекції – 32 год., практичні заняття – 32 год., самостійна робота – 86 год.

Передумови вивчення дисципліни (пререквізити)

Для ефективного засвоєння дисципліни важливо мати глибоке розуміння теорії ймовірностей та диференціальних рівнянь. Знання теорії випадкових процесів та статистики також вважається передумовою. Рекомендується також мати розуміння теорій дискретних динамічних систем або теорії коливань дискретних систем з кінцевою кількістю ступенів вільності. Додатково, рекомендується мати досвід у використанні математичного програмного забезпечення для числового моделювання та розв'язання диференціальних рівнянь. Знання мов програмування, таких як MATLAB/Octave/Wolfram Mathematica/Python (бібліотеки SciPy, NumPy) або інші, буде корисним для виконання практичних завдань та РГЗ у рамках курсу, але не вимагаються бо відповідні програмні навички необхідні на базовому рівні, а їх розбудова не є у фокусі дисципліни.

Особливості дисципліни, методи та технології навчання

Методи викладання та вивчення курсу включають традиційні лекції для теоретичних основ та практики. Фактично дана дисципліна є суттєво теоретичною надаючи поглиблені наукові компетенції. Практична частина побудова у два підходи: класичні практичні заняття на яких

розглядаються приклади щодо теоретичних концепцій (це фактично дуже близько до інтерактивних лекцій затяг по суті) і межах розбору завдань поставлених на РГЗ. Для закріплення практичних навичок запропоновано виконання індивідуальних розрахункових завдань (РГЗ). При цьому відповідні практичні заняття побудовані наступним чином: у формі занять семінарського типу де в межах консультацій розглядаються приклади вирішення студентами завдання заданого в РГЗ для віртуального варіанту. При цьому саме виконання РГЗ здійснюється в системі символічної математики або з використанням мови Python у середовищі PyCharm (на вибір більшості студентів у групі). Наступні практики відбуваються у вигляді консультацій щодо проблем з якими стикнувся студент при виконання РГЗ (в тому числі допомога і з програмною частиною) та захист результатів даного завдання. Важливим є відповіді на теоретичні питання щодо теми РГЗ, а також інтерпретація отриманих результатів та висновків

Програма навчальної дисципліни

Теми лекційних занять

Тема 1. Вступ в теорію марківських процесів

Огляд основних понять випадкових процесів та їхніх характеристик. Визначення марківського процесу.

Тема 2. Ланцюги Маркова

Визначення. Рівняння Маркова. Ланцюг з двома станами. Спектр марківських повідомлень

Тема 3. Дискретні марківські процеси

Пуассонівський процес. Марківські послідовності

Тема 4. Неперервні марківські процеси

Визначення. Вивід рівняння Фокера-Планка-Колмогорова. Граничні умови.

Тема 5. Методи вирішення рівняння Фокера-Планка-Колмогорова

Типові підходи розділення змінних та перетворення Лапласа. Метод характеристичних функцій. Гаусове наближення.

Тема 6. Стохастичні диференціальні рівняння

Розгляд стохастичних диференціальних рівнянь та їх використання в теорії марківських процесів. Дифузійний процес.

Тема 7. Стохастичні диференціальні рівняння (продовження)

Розгляд стохастичних диференціальних рівнянь та їх використання в теорії марківських процесів.

Нормальний марківський процес. Процеси з розподілом Пірсона

Тема 8. Багатовимірні неперервні марківські процеси

Визначення. Вивід системи рівнянь Фокера-Планка-Колмогорова. Граничні умови.

Тема 9. Стохастичні диференціальні рівняння (узагальнення)

Поняття стохастичних інтегралів та диференціалів (визначення в сенсі Іто та Стратоновича)

Визначення локальних характеристик марківських процесів та теорема Дуба

Тема 10. Розширення області використання марківських процесів

Застосування теорії марківських процесів для дослідження статистичної динаміки коливальної системи, що знаходиться під дією шуму.

Тема 11. Загальна постановка задачі визначення ймовірності досягнення границі марківським процесом

Рівняння Понтрягіна. Зв'язок з рівнянням Фокера-Планка-Колмогорова

Тема 12. Загальна постановка задачі визначення ймовірності досягнення границі марківським процесом (продовження)

Математична постановка задачі визначення ймовірності часу першого досягнення границі

Тема 13. Розширення області використання марківських процесів (продовження)

Застосування теорії марківських процесів для прогнозування надійності. Зведення випадкових процесів до майже марківських.

Тема 14. Стохастичне диференціальне рівняння для кінетики розвитку пошкоджуваності в механічних системах

Моделі та підходи до опису кінетики накопичення пошкоджуваності (втома, корозія тощо). Лінійні випадки та їхні точні розв'язки. Нелінійні постановки та проблеми кореляційного аналізу для статистичного прогнозування

Тема 15. Використання методу характеристичних функцій для рішення задачі прогнозування надійності

Рішення рівняння Фокера-Планка-Колмогорова побудованого для майже марківського процесу, що описує стохастичне накопичення кінетики пошкоджуваності на основі методу характеристичних функцій.

Тема 16. Метод моментів у теорії марківських процесів з точки зору застосування до прогнозування надійності

Загальна постановка методу моментів та його застосування для прогнозування надійності при поступових відмовах, які визначаються майже марківським процесом накопичення пошкоджуваності. Рівняння для ймовірнісних моментів

Теми практичних/лабораторних занять:

Практичне заняття 1.

Ланцюги маркова та приклади їхні застосування в задачах прогнозу

Практичне заняття 2.

Марківські послідовності

Практичне заняття 3

Приклади вирішення рівняння Фокера-Планка-Колмогорова

Практичне заняття 4

Приклади вирішення рівняння Фокера-Планка-Колмогорова

Практичне заняття 5

Застосування теорії марківських процесів для дослідження статистичної динаміки лінійної коливальної системи, що знаходиться під дією шуму.

Практичне заняття 6

Застосування теорії марківських процесів для дослідження статистичної динаміки коливальної системи, що знаходиться під дією шуму. Приклад нелінійної системи.

Практичне заняття 7.

Консультація щодо розгляду прикладу вирішення РГЗ №1. Застосування марківських процесів для дослідження статистичної динаміки коливальної системи. (Заняття семінарського типу з застосуванням програмних засобів програмування на вибір студентів Wolfram Mathematica / Python)

Практичне заняття 8.

Захист РГЗ 1.

Практичне заняття 9.

Визначення коефіцієнтів рівняння Фокера-Планка-Колмогорова для різних моделей кінетики накопичення пошкоджуваності.

Практичне заняття 10.

Визначення показників надійності через характеристичну функцію. Приклади рішення для часткових випадків

Практичне заняття 11.

Застосування методу моментів та системи розполілу Пірсона для прогнозування надійності при поступових відмовах, які визначаються майже марківським процесом накопичення пошкоджуваності.

Практичне заняття 12.

Застосування методу моментів та підходу розкладання щільності ймовірності процесу по ортогональним поліномам.

Практичне заняття 13.

Побудова алгоритмів та обчислювальних підходів до прогнозування надійності на основі методу характеристичних функцій

Практичне заняття 14.

Консультація щодо розгляду прикладу вирішення РГЗ №2. Застосування марківських процесів для вирішення задачі прогнозу надійності (Заняття семінарського типу з застосуванням програмних засобів програмування на вибір студентів Wolfram Mathematica / Python)

Практичне заняття 15.

Захист РГЗ 2.

Практичне заняття 16

Додаткові заняття для захисту РГЗ.

Самостійна робота складається з наступних компонентів

Опрацювання лекційного матеріалу.

Виконання індивідуальних завдань:

Розрахункове завдання (РГЗ) №1: Застосування марківських процесів для дослідження статистичної динаміки коливальної системи

Розрахункове завдання (РГЗ) №2 Застосування марківських процесів для вирішення задачі прогнозу надійності

Література та навчальні матеріали

- 1) Випадкові процеси: теорія, статистика, застосування : підручник / Ю. С. Мішура, К. В. Ральченко, Л. М. Сахно, Г. М. Шевченко. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2023. – 496 с
- 2) Daniel W. Stroock An introduction to Markov Processes, Springer, 2005, 186 p.

Система оцінювання

Критерії оцінювання успішності студента та розподіл балів

Теоретична частина: 36 балів

у формі усного екзамену (2 питання у білеті по 12 балів та додаткові усні запитання 12 балів)

Практична частина курсу: 64 балів

3 індивідуальних розрахункових завдання (РГЗ): РГЗ1 32 бали; РГЗ2 32 бали. Оцінюються відповіді на запитання щодо тема РГЗ, коректність тлумачення результатів, а також якість оформлення звіту (до 5 балів).

Виконання та захист РГЗ є допуском до екзамену

Шкала оцінювання

Сума балів	Національна оцінка	ECTS
90–100	Відмінно	A
82–89	Добре	B
75–81	Добре	C
64–74	Задовільно	D
60–63	Задовільно	E
35–59	Незадовільно (потрібне додаткове вивчення)	FX
1–34	Незадовільно (потрібне повторне вивчення)	F

Норми академічної етики і політика курсу

Студент повинен дотримуватися «Кодексу етики академічних взаємовідносин та доброчесності НТУ «ХПІ»: виявляти дисциплінованість, вихованість, доброзичливість, чесність, відповідальність. Конфліктні ситуації повинні відкрито обговорюватися в навчальних групах з викладачем, а при неможливості вирішення конфлікту – доводитися до відома співробітників дирекції інституту. Нормативно-правове забезпечення впровадження принципів академічної доброчесності НТУ «ХПІ» розміщено на сайті: <http://blogs.kpi.kharkov.ua/v2/nv/akademichna-dobrochesnist/>

Погодження

Силабус погоджено

Дата погодження
30.08.2023

Завідувач кафедри
Олексій ВОДКА

Дата погодження
30.08.2023

Гарант ОНП (1 рік 9 місяців)
Геннадій МАРТИНЕНКО