

ПРИЛОЖЕНИЕ А

А.1. Моделирование постоянных магнитов

Программа позволяет моделировать и проводить расчет постоянных магнитов, основываясь на одной из физических моделей, показанной на рис. А.1.

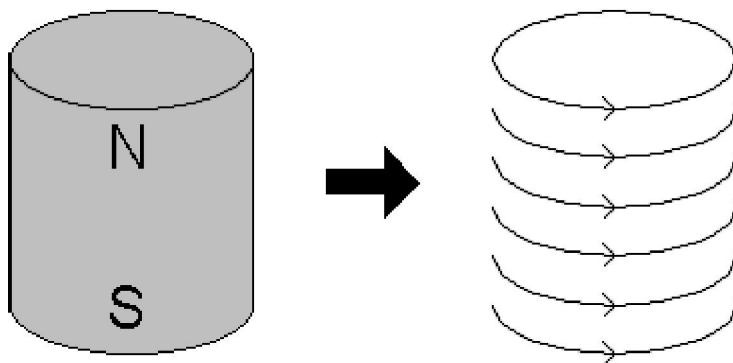


Рисунок А.1 – Модель постоянного магнита

В модели постоянный магнит заменен некоторым ферромагнитным телом, которое окружено плоским током. Кривая намагничивания этого тела представляет собой смещенную по оси H кривую размагничивания материала. Точка с координатами $- (минус H_c)$ смещается в точку $(0;0)$. Окно свойств постоянного магнита показано на рис. А.2.

Block Property X

Name

B-H Curve

Linear Material Properties

Relative μ_r Relative μ_z

ϕ_{hr} , deg ϕ_{hz} , deg

Nonlinear Material Properties

 ϕ_{hmax} , deg

Coercivity A/m Electrical Conductivity MS/m

Source Current Density MA/m²

Special Attributes: Lamination & Wire Type

Lam thickness, mm Lam fill factor

Number of strands Strand dia, mm

Рисунок А.2 – Задание свойств постоянного магнита

Значение относительной магнитной проницаемости определяется как:

$$\mu_r = \frac{B_r}{\mu_0 \cdot H_c} \quad (\text{A.1})$$

В случае нелинейных свойств материала магнита система позволяет задать зависимость между индукцией и напряженностью магнитного поля при выборе опции «нелинейная зависимость $B - H$ » в диалоговом окне.

А.2. Моделирование открытых границ асимптотическим граничным условием

Метод конечных элементов предполагает задание некоторых условий на границе расчетной области, т.е. рассматривает расчет полей в замкнутых областях. Однако многие задачи требуют рассмотрения открытых границ, для которых $A = 0$ при r стремящемся к бесконечности (постоянный магнит в воздухе, поле соленоида). В этих случаях необходимо моделирование открытых границ.

В простейшем случае можно построить достаточно удаленную внешнюю границу, задав нулевое значение магнитного потенциала на ней. Для уменьшения времени счета можно разделить расчетную область на несколько подобластей, укрупнив сетку в подобластях, не представляющих расчетный интерес. Но можно использовать асимптотическое граничное условие на границе области радиусом r_0 . Для плоской проблемы решение для векторного магнитного потенциала на поверхности удаленной круговой области может быть представлено рядом по параметру θ :

$$A(r, \theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_m}{r^m} \cdot \cos(\theta + \alpha_m), \quad (\text{A.2})$$

где a_m , α_m – параметры, выбираемые так, чтобы решение соответствовало предписанному значению магнитного потенциала на границе.

Как правило, если расстояние достаточно велико, то доминирующей является первая гармоника и в формулах достаточно взять $m = 1$.

Используя граничное условие Робина, можно записать:

$$c_0 = \frac{m}{\mu_0 \cdot r_0}, c_1 = 0, \quad (\text{A.3})$$

где m – номер гармоники (обычно первая), r_0 – радиус внешней границы m , μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, равная $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$, Гн/м.

Для электростатической задачи:

$$c_0 = \frac{\varepsilon_0 \cdot m}{r_0}, c_1 = 0, \quad (\text{A.4})$$

где m – номер гармоники (обычно первая), r_0 – радиус внешней границы m , ε_0 – проницаемость вакуума, равная $8,8541 \cdot 10^{-12}$, Ф/м.

Более подробно этот вопрос описан в инструкции к программе. При чем подобный подход может быть применен и в осесимметричном случае.

Пример. Рассчитать поле двух алюминиевых пластин с токами 100 A и минус 100 A при частоте 5000 Гц , радиус дуги – 50 мм (рис. А.3).

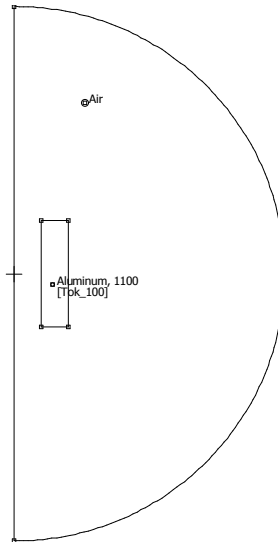


Рисунок А.3 – Пластина с током

В этом случае выбираем коэффициенты в граничном условии Робина:

$$c_0 = \frac{1}{\mu_0 \cdot r_0} = 15915494,31, \quad c_1 = 0.$$

На внутренней границе граничное условие $A = 0$. В результате получаем картину поля, показанную на рис. А.4.

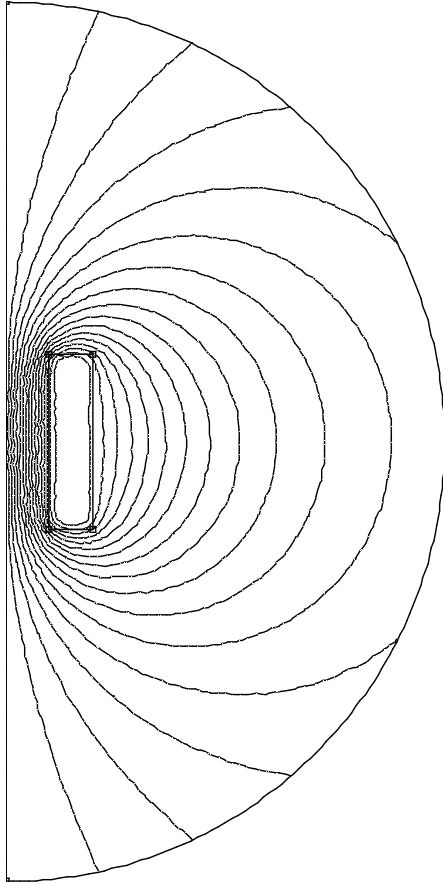


Рисунок А.4 – Картина поля двух шин с противоположным направлением тока

Однако в случае поля постоянного магнита, заметную роль могут играть и высшие гармоники. В этом случае к внешней границе необходимо применить специальное граничное условие Strategic dual image, позволяющее учитывать особенности моделирования постоянных магнитов.

А.3. Моделирование бесконечных границ при помощи преобразования Кельвина

Данное преобразование позволяет точно моделировать открытые границы, не внося изменений в алгоритм решения задачи методом конечных элементов.

А.3.1. Общие положения

Как правило, на больших расстояниях от источника поля пространство однородно и линейно (воздух). В этом случае поле описывается уравнением для векторного магнитного потенциала:

$$\nabla^2 \vec{A} = 0. \quad (\text{A.5})$$

В полярной форме (A.5) запишется:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(r \cdot \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial A_\varphi^2}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (\text{A.6})$$

Предположим, что «ближнее» поле определено в круге радиуса r_0 . В этом случае «дальняя» область – все то, что осталось за пределами этого круга. Тогда можно попытаться отобразить безграничную область на окружность, связав первую и вторую области соответствующим образом выбранными граничными условиями. Определим новую переменную $R = \frac{r_0^2}{r}$.

Далее необходимо записать (A.6) в новых переменных. Алгебраические

преобразования показывают, что вид уравнения для переменной R аналогичен уравнению (A.6) (более подробно см. инструкцию Femm).

Преобразованное уравнение для внешнего региона имеет точно такую же форму, как и для внутренней области. Следовательно, создавая две плоских круговых области – расчетную и область удаленного поля и связывая соответствующие границы периодическими условиями для непрерывности областей – можно решить поставленную задачу.

Алгоритм решения задачи следующий:

1. Построить круговую область решения в «ближней» области.
2. Построить круговую область решения в «дальней» области.
3. Задать периодические граничные условия и применить их к соответствующим границам (рис. A.5).

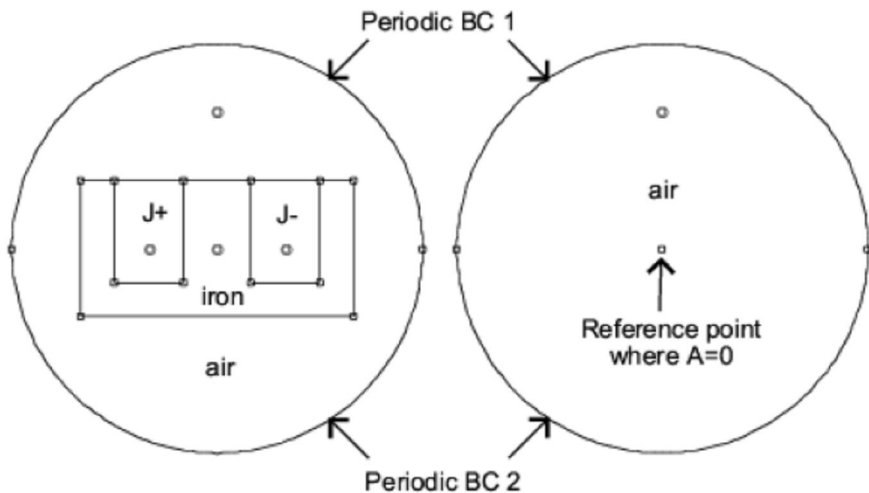


Рисунок A.5 – периодические условия на границах

Причем окружности могут быть и неодинакового радиуса.

В случае осесимметричной задачи соответствующие окружности должны располагаться так, как показано на рис. А.6.

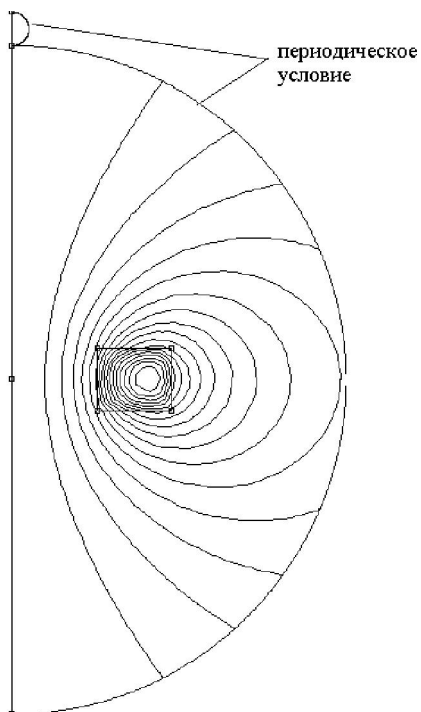



Рисунок А.6 – Моделирование открытых границ в осесимметричном случае

Данные граничные условия могут быть применимы к осесимметричной задаче либо к плоской задаче если алгебраическая сумма токов расчетной области равна нулю.

В последних версиях программы появилась специальная опция задания открытых границ , позволяющая построить такие границы для

плоского и осесимметричного случая. Вид раскрывающегося окна показан на рис. А.7.

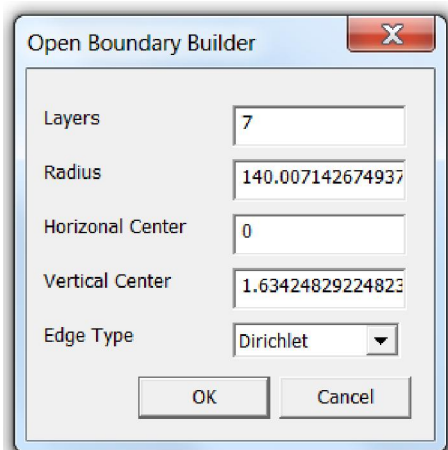


Рисунок А.7 – Моделирование открытых границ в осесимметричном случае

В окне надо указать:

- число слоев;
- радиус расчетной области;
- центральную точку;
- условие на дальней границе (как правило, условие Дирихле – ноль поля на бесконечности).

В результате программа сформирует многослойную внешнюю границу в соответствии с типом задачи, с различными значениями магнитной проницаемости вне расчетной области, подобранными так, чтобы на самой последней внешней границе поле было равно нулю.

Результат расчета показан на рис. А.8.

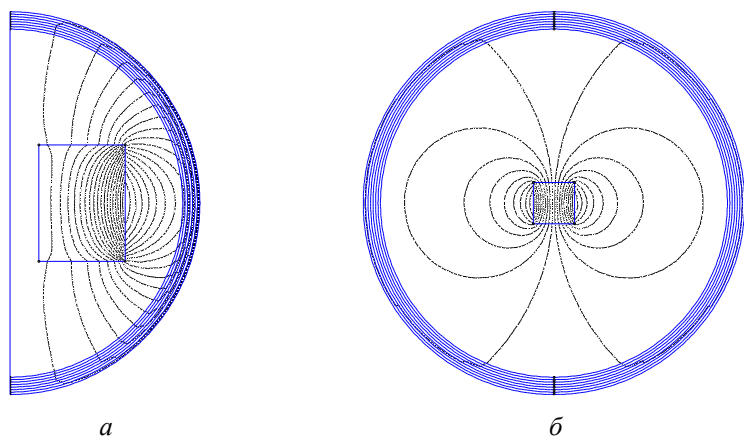


Рисунок А.8 – Результаты расчета: *a* – в осесимметричном; *б* – в плоском случае

Для более подробного изучения рекомендуется посмотреть и проанализировать примеры, приведенные в системе.

А.4. Приближённое моделирование слоистых структур

Для уменьшения потерь от вихревых токов в электротехнике часто применяют слоистую структуру материала (шихтованный магнитопровод). Наиболее правильный и точный путь моделирования таких структур – моделировать каждое дискретное расслоение ферромагнитного материала и изоляцию между ними. Вместе с тем необходимо отметить, что такое моделирование трудновыполнимо и существует альтернативный метод, рассматривающий такую структуру как единый материал со свойствами, различными вдоль и поперек шихтовки. Рассмотрим два характерных случая: шихтовка расположена вдоль линий магнитного потока; шихтовка расположена поперёк линий магнитного потока.

А.4.1. Шихтовка вдоль линий магнитного потока

Расчетная модель показана на рис. А.9.

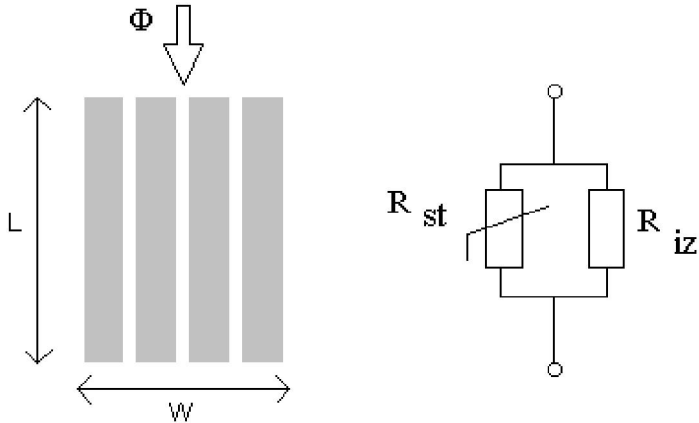


Рисунок А.9 – Продольная шихтовка

В этом случае, приняв магнитную проницаемость ферромагнетика постоянной величиной, а магнитную проницаемость изоляции как μ_0 (глубина участка равна единице), можно записать:

$$R_{st} = \frac{L}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot c \cdot W}, \quad R_{iz} = \frac{L}{\mu_0 \cdot (1 - c) \cdot W}, \quad (\text{А.7})$$

где R_{st} – магнитное сопротивление ферромагнетика; R_{iz} – магнитное сопротивление изоляции; L – длина участка; W – ширина участка; c – коэффициент заполнения объема ферромагнетиком.

Вычисляя эквивалентное сопротивление можно получить:

$$R_{ek} = \frac{L}{\mu_0 \cdot (1 - c + \mu_r \cdot c) \cdot W}. \quad (\text{А.8})$$

Из (А.8) следует, что моделирование шихтовки, расположенной вдоль потока, сводится к соответствующему изменению магнитной проницаемости в этом направлении:

$$\mu_{\parallel} = \mu_0 \cdot ((1 - c) + \mu_r \cdot c). \quad (\text{А.9})$$

Если учесть, что коэффициент заполнения в зависимости от толщины пластин равен (0,7...0,95), то проницаемость практически равна проницаемости железа.

А.4.2. Шихтовка поперек линий магнитного потока

Вид расчетной модели показан на рис. А.8.

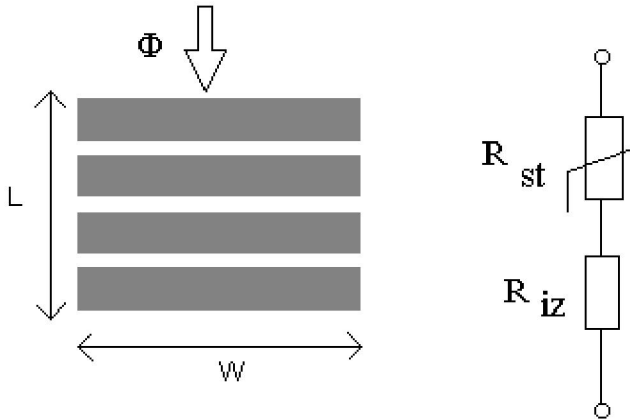


Рисунок А.8 – Расчетная модель поперечной шихтовки

Значение сопротивления ферромагнетика и изоляции можно записать:

$$R_{st} = \frac{c \cdot L}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot W}, \quad R_{iz} = \frac{(1 - c) \cdot L}{\mu_0 \cdot W}. \quad (\text{А.10})$$

Тогда эквивалентное сопротивление определится по формуле:

$$R_{ek} = \frac{L \cdot (c + \mu_r - \mu_r \cdot c)}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot W}. \quad (\text{А.11})$$

В этом случае эквивалентная магнитная проницаемость для случая поперечного протекания потока запишется:

$$\mu_{\perp} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{(c + (1 - c) \cdot \mu_r)}. \quad (\text{A.12})$$

Моделирование шихтованной структуры при произвольном направлении потока осуществляется при помощи формул (A.9, A.12).

В случае гармонической проблемы вихревые токи вызывают дополнительные потери в шихтованном магнитопроводе. Если толщина листа шихтовки соизмерима с другими размерами геометрии, то эффекты потерь могут быть смоделированы частотно-зависимой магнитной проницаемостью. В этом случае относительная магнитная проницаемость в формулах (A.9, A.12) может быть заменена следующим выражением:

$$\mu_{rf} = \frac{\mu_r \cdot e^{-\frac{j \cdot \phi_h}{2}} \cdot \tanh \left[e^{-\frac{j \cdot \phi_h}{2}} \cdot \sqrt{j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot \mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{d}{2} \right]}{\sqrt{j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot \mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{d}{2}}. \quad (\text{A.13})$$

где ϕ_h – представляет фазовый угол сдвига между напряжённостью поля и вектором магнитной индукции; σ – проводимость материала; d – толщина листа шихтовки; ω – круговая частота поля.

Примечательно, что потери на гистерезис могут быть учтены и для не шихтованного материала путем умножения магнитостатической проницаемости на величину $e^{-\frac{j \cdot \phi_h}{2}}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б.

Б.1. Задачи по расчету магнитных полей

Б.1.1. Ферромагнитный цилиндр в однородном постоянном магнитном поле

Определить параметры и построить картину изменения постоянного магнитного поля напряженностью 20 А/м при внесении в него ферромагнитного цилиндра. Размеры цилиндра и расчетной области показаны на рис. Б.1 в миллиметрах.

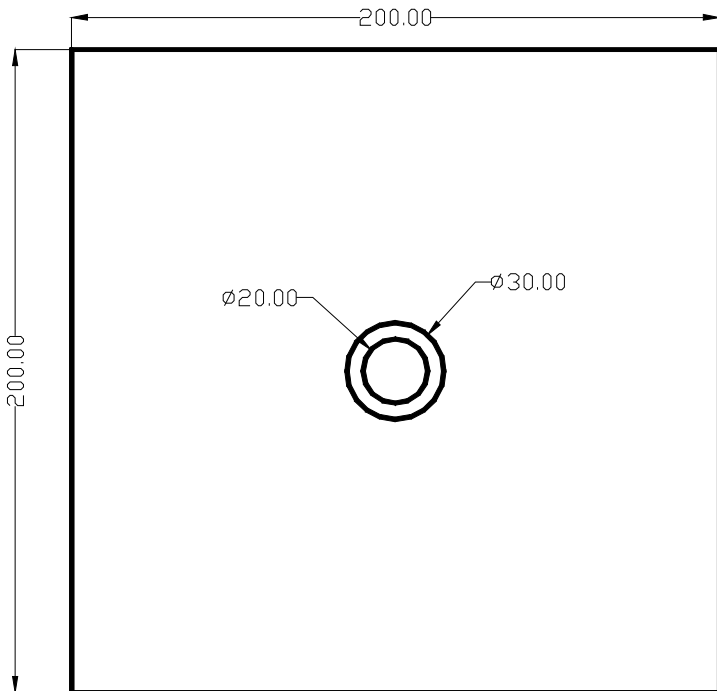


Рисунок Б.1 – Расчетная область и ферромагнитный цилиндр

Материал цилиндра – железо, окружающая среда – воздух.

Алгоритм решения задачи.

1. Открыть программу и выбрать *File/New*.

2. В меню *Problem/Problem Definition* выбрать:

Problem Type – Planar;

Length Units – Millimeters;

Frequency Hz – 0;

Depth – 100.

Остальные параметры оставить по умолчанию.

3. Для прорисовки геометрии войти в режим рисования точек и, нажав клавишу *Tab*, ввести последовательно координаты точек расчетной области А(минус 100,100), В(100,100), С(минус 100, минус 100), Д(100, минус 100). Далее с помощью команды *View Natural* согласовать размеры расчетной области с размерами экрана и немного уменьшить командой *Zoom Out*.

4. В режиме рисования точек:

– ввести координаты точек окружностей (0; 15), (0;10);

– выделить точки правой клавишей мыши;

– выполнить команду *Edit Mirror* (или клавишей быстрого доступа) и в открывшемся окне указать линии отражения – например (0; 0) и (10; 0);

– в случае ошибки – выделить новые точки и нажать клавишу *Delete* или выполнить команду *Undo*;

– перейти в режим рисования дуг, выделить левой клавишей мыши две точки с наименьшей ординатой, в окне указать дуговой угол – 180 градусов, продолжить действия до построения двух окружностей.

5. Выбор материалов:

– открыть *Property/Material Library* и перетянуть левой клавишей мыши требуемые материалы из библиотеки в модель (из левого окна в правое окно);

– редактирование свойств выбранных материалов (если оно требуется) осуществляется командой *Property/Material/Modify Property*, выбранного из списка материала, в этом же окне кнопкой *Add Property* можно создать свой материал, задав его имя и свойства;

– для задания свойств областей перейти в режим "задание материальных свойств" – зеленая кнопка;

– левой клавишей мыши пометить три области: внешнее пространство – корпус цилиндра – внутреннее пространство цилиндра;

– щелчком правой клавиши мыши выделить метки трех областей: внешнее пространство – внутренне пространство цилиндра, нажать клавишу ПРИБЕЛ и в окне выбрать: *Blok Type – Air*; убрать метку – *Let Triangle Choose Mesh Size*; установить – *Mesh Size* равным 2;

– метке внутри цилиндра присвоить значения – *Pure Iron – Mesh Size – 1*.

6. Выбор граничных условий. Для задания значения напряженности поля на границах области выбраны смешанные граничные условия с помощью команд *Property/Boundary/Boundary Property*.

В открывшемся окне выбрать *Add Property* и установить:

– для первой границы *Name – H+*, *BC Type – Mixed*, $c1 = 20; c0 = 0$;

– для второй границы *Name – H-*, *BC Type – Mixed*, $c1 = \text{минус } 20$; $c0 = 0$.

Перейти в режим *ЛИНИЯ*:

– выделить правой клавишей верхнюю границу расчетной области и с помощью клавиши ПРИБЕЛ задать граничное условие *H-*;

– выделить правой клавишей нижнюю границу расчетной области и с помощью клавиши *ПРОБЕЛ* задать граничное условие H^+ .

7. Командой *Analysis/Analyze* решить задачу.

8. Командой *Analysis/View Results* перейти в окно вывода результатов.

Расчетная картина магнитного поля показана на рис. Б.2.

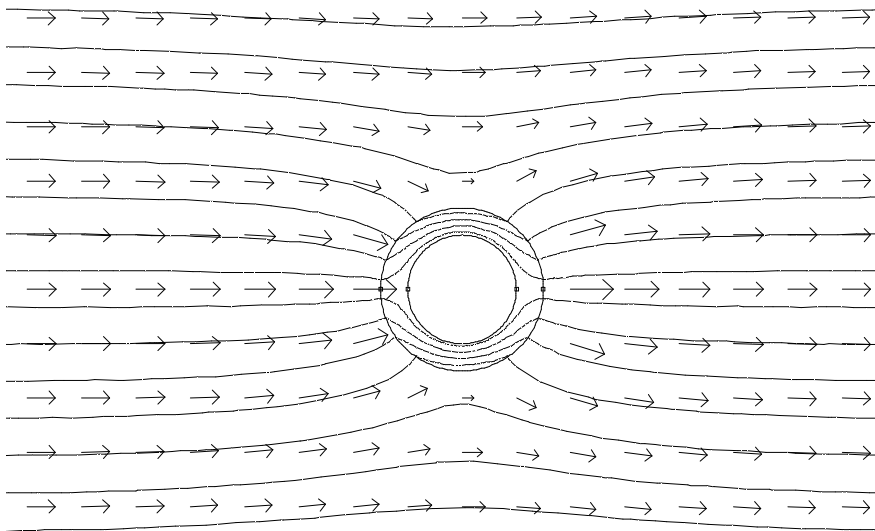


Рисунок Б.2 – Картина расчетного магнитного поля

Б.1.2. Неферромагнитный цилиндр в однородном переменном магнитном поле

Для расчета такого рода задач необходимо в меню *Problem* установить значение частоты 5000 Гц, добавить из библиотеки материал *Алюминий* и провести расчет. Картина магнитного поля показана на рис. Б.3.

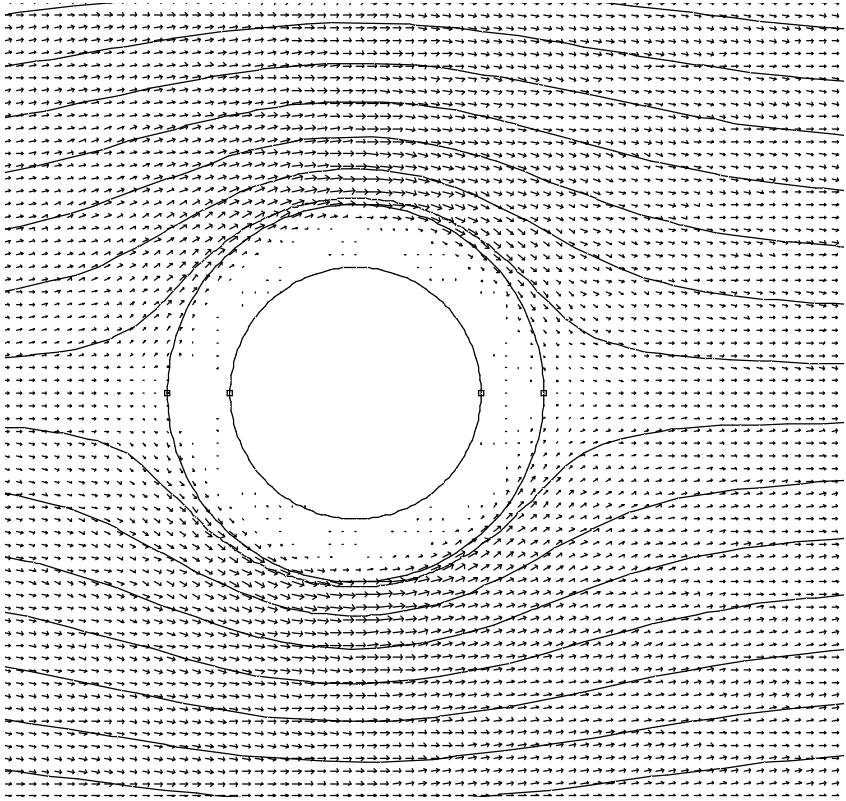


Рисунок Б.3 – Картина магнитного поля проводящего неферромагнитного цилиндра, помещенного во внешнее переменное поле

В случае ферромагнитного цилиндра в переменном магнитном поле необходимо существенно уменьшить размеры расчетной сетки внутри цилиндра, так как глубина проникновения электромагнитной волны в ферромагнетик достаточно мала. Задачи такого рода могут использоваться для расчета степени экранирования магнитного поля проводниками и ферромагнетиками.

На рис. Б.4 показаны картины магнитного поля для сплошного и шихтованного ферромагнитных цилиндров (изменение в свойствах материала) при толщине пластин шихтовки 0,5 мм и коэффициенте заполнения 0,5 при частоте внешнего поля 50 Гц.

Изменение свойств *Pure Iron*:

- выбрать команду *Property/Material/Modify Property*;
- для учета шихтовки в окне *Special Attributes – Laminated in plane* (однаправленная шихтовка для нелинейных материалов не поддерживается), *Lam thickness – 0,5*, *Lam fill factor – 0,5*.

На рис. Б.4 внутри цилиндра видна дополнительная область с более мелкой сеткой по внешнему периметру.

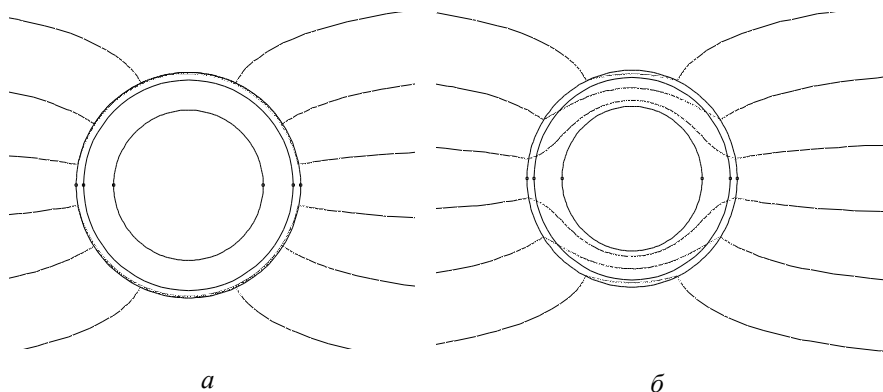


Рисунок Б.4 – Различие магнитного поля: *a* – для сплошного цилиндра; *б* – шихтованного

Картину плотности поля направление поля можно посмотреть с помощью команд *View/Dense Plot/Contour Plot/Vector Plot*.

Построить график поля по линии:

- перейти в режим *Линия*;
- правой клавишей обозначить две точки линии;

– в команде *Plot X-Y* выбрать требуемую переменную.

Б.1.3. Поверхностный эффект

Определить параметры поверхностного эффекта при протекании тока 100 А частоты 1 кГц по круглому (диаметр 20 мм) и квадратному (сторона 20 мм) медным проводникам.

Специфика данной задачи заключается в определении распределения плотности тока в *одном* проводнике. Очевидно, что такая постановка задачи не совсем верна с физической точки зрения. В этом случае для соответствия математической модели реальным физическим условиям применяется специальное граничное условие.

На рис. Б.5 показано окно задания граничных условий и границы проводника.

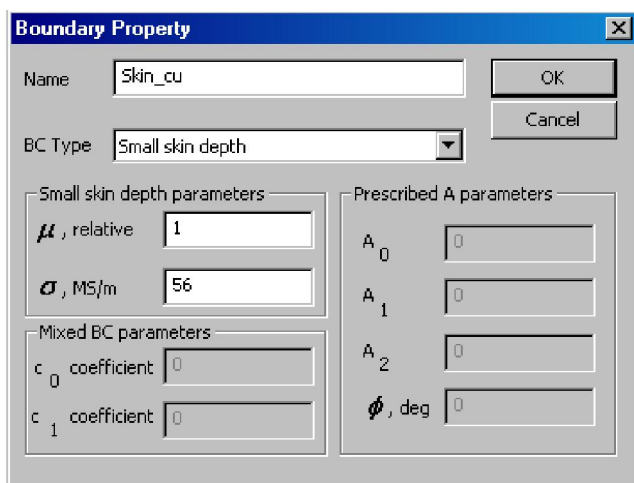
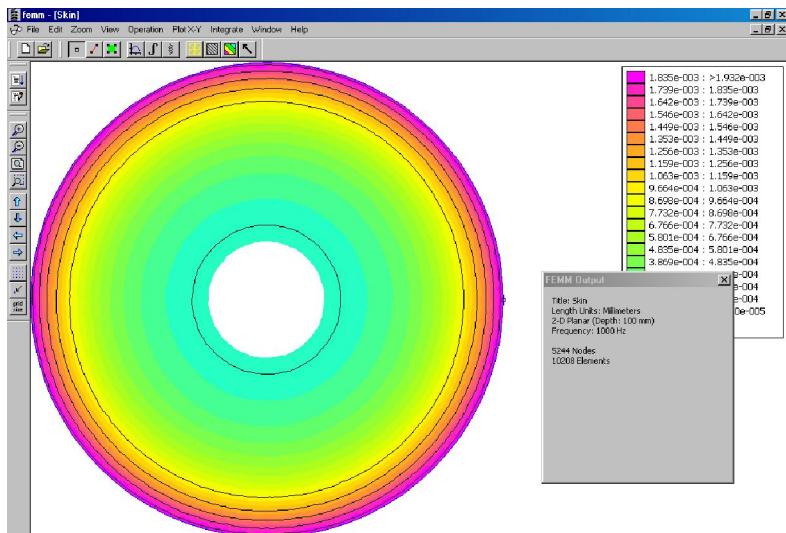
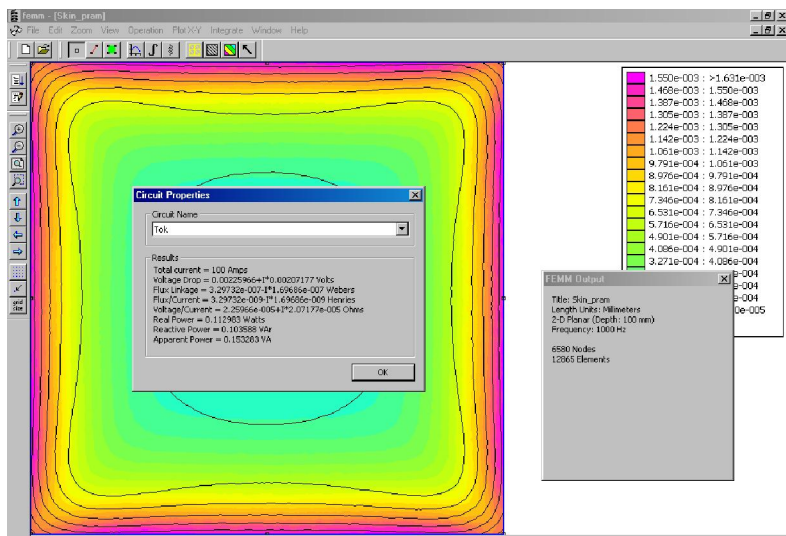


Рисунок Б.5 – Окно задания граничных условий

Результаты расчета и окно «Свойства тока» показаны на рис. Б.6 для цилиндрического и прямоугольного проводников.



а



б

Рисунок Б.6 – Окно результатов расчета плотности тока: а – цилиндр; б – квадрат

В окне свойства тока показаны значения:

– полный ток проводника; потокоцепление; индуктивность; полное сопротивление; активная, реактивная и полная мощности.

Для того чтобы посмотреть распределение тока в сечении проводника необходимо:

1. Перейти в режим Operation/Contour.
2. Установить режим Snap Grid (привязка к узлам сетки).
3. Правой клавишей мыши указать точки диагонали квадрата.
4. Выбрать опцию Plot.
5. Выбрать опцию "Суммарный ток".

График распределения плотности тока показан на рис. Б.7.

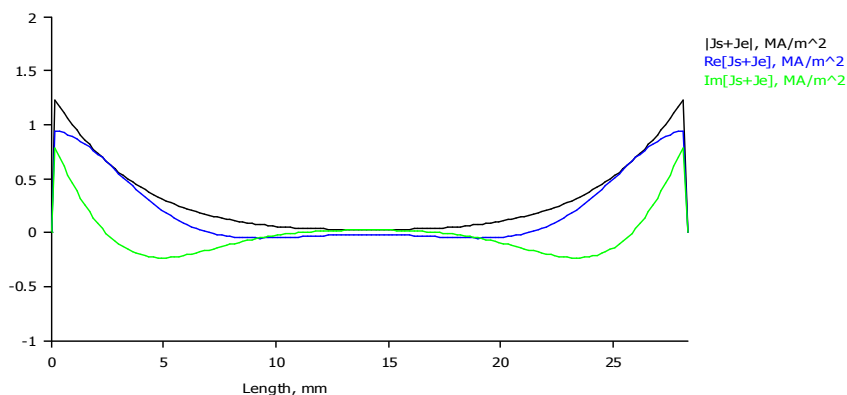


Рисунок Б.7 – Распределение плотности тока по диагонали квадрата

Б.1.4. Магнитное поле колец Гельмгольца

Рассчитать магнитное поле колец Гельмгольца при протекании по ним постоянного однонаправленного и разнонаправленного тока в осесимметричной системе координат. Проводники с током (ввиду малости их размера) можно описать как точечные, задав в свойствах точки значения токов, а затем присвоив эти свойства соответствующим точкам путем выде-

ления точек правой клавишей мыши и нажатия клавиши *Пробел*. Граничные условия задаются в виде преобразования Кельвина в осесимметричной системе координат. На рис. Б.8 показана геометрия системы и ее свойства.

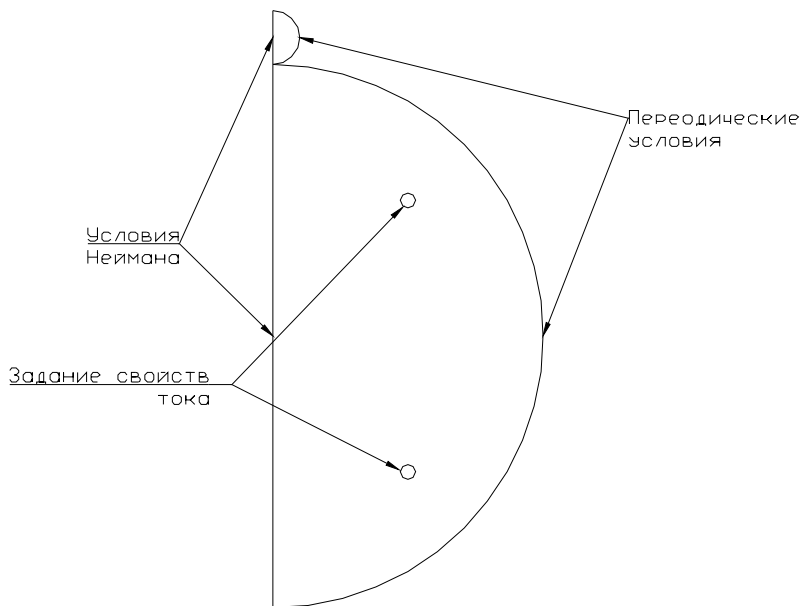


Рисунок Б.8 – Геометрия и граничные условия

Для прорисовки геометрии необходимо выбрать осесимметричную задачу, частота процесса – 0 Гц, единицы измерения миллиметры.

Нарисовать точки с координатами А(50; 50) и Б(50; минус 50). Диаметр расчетной области (полуокружности) – 200 мм, полуокружности отображения внешнего пространства – 20 мм.

В меню *Свойства/Точка* с помощью опции *Добавить* задать два значения тока – 100 А и минус 100 А.

В режиме точка выделить нужную точку и нажатием клавиши *Пробел* задать ее свойства (значение тока). Задать материальные свойства расчетных областей, присвоив им свойства воздуха.

Граничные условия задаются командой меню *Свойства/Границы*, в котором необходимо выбрать границу *Periodic* и в режиме *Дуга* нажатием клавиши *Пробел* присвоить это условие дугам двух окружностей, предварительно выбрав их правой клавишей мыши. Такое условие позволит задать эффект неограниченного пространства.

Условие Неймана по линии $r = (0; z)$ задается программой "по умолчанию". На рис. Б.9 приведена картина поля для однонаправленных и разнонаправленных значений тока.

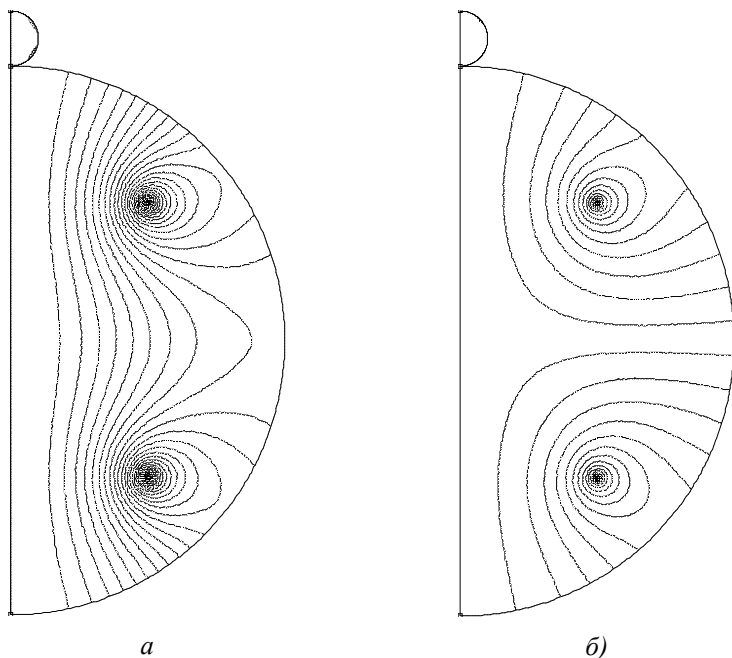


Рисунок Б.9 – Поле колец Гельмгольца: *a* – при одинаковом; *б* – противоположных направлениях тока

Б.1.5. Магнитное поле постоянного кругового магнита с «бесконечными» границами

В том случае, если проводится расчет поля постоянного магнита, то неограниченность магнитного поля можно задать с помощью специального условия, которое применяется только для этого случая «Strategic dual image».

Расчетная геометрия показана на рис. Б.10, тип – осевая симметрия.

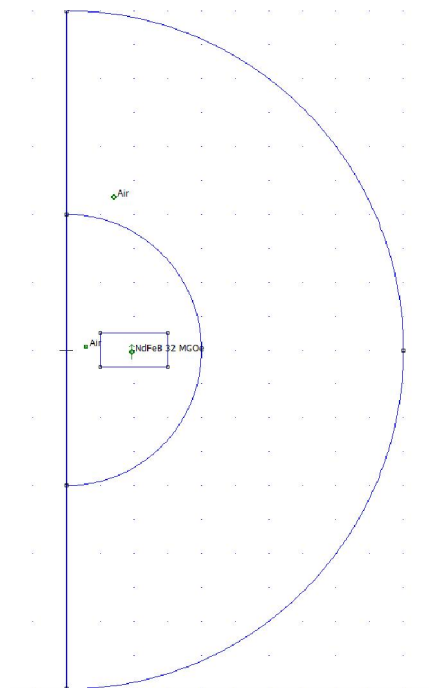


Рисунок Б10 – Расчетная область

Геометрические размеры: диаметры полуокружностей – 200 мм и 80 мм; размеры магнита – А(10;5), Б(30;5), В(10;-минус 5), Г(30; минус 5).

Внутренняя полуокружность нужна для построения более мелкой сетки вблизи магнита. Свойства среды – воздух, магнит – $NdFeB$.

На рис. Б.11 показано поле кругового магнита с «бесконечными» внешними границами «Strategic dual image».

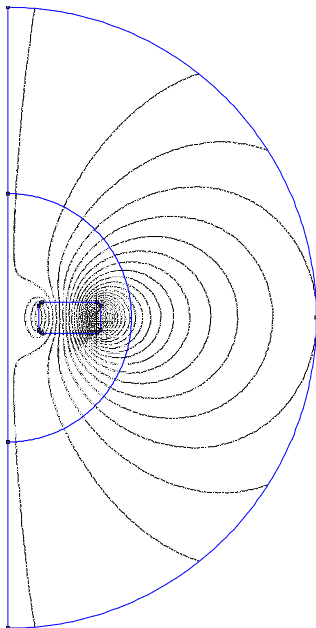
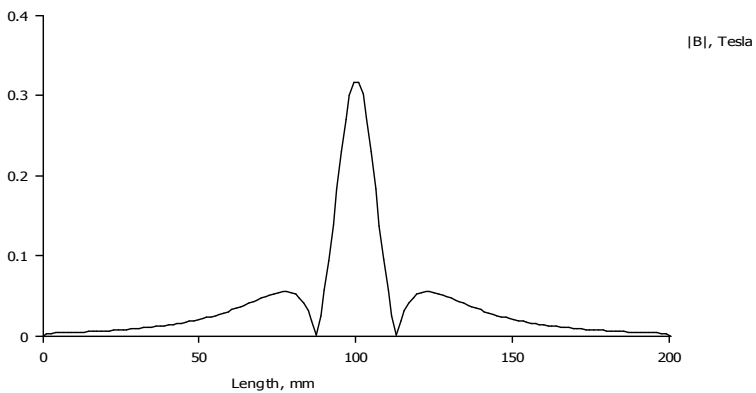
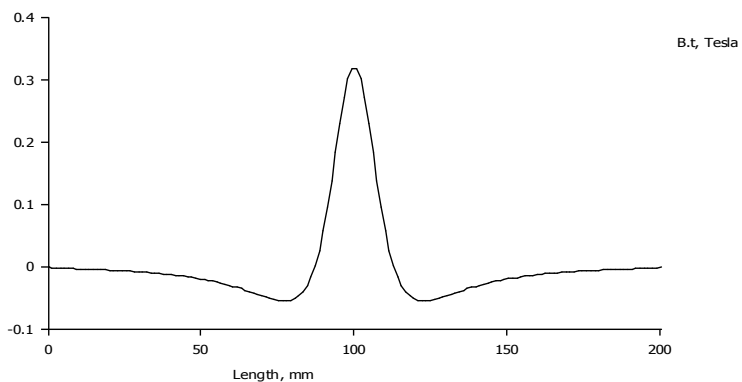


Рисунок Б.11 – Картина поля постоянного магнита

На рис. Б.12 показан график модуля поля по оси магнита и его z составляющая.



a



b

Рисунок Б.12 – График: *a* – модуля поля; *b* – осевая составляющая

Как следует из графика, поле кругового магнита имеет две точки нуля поля на оси магнита.

Б.1.6. Экспорт файла. Магнитное поле трехфазной системы

В примере рассмотрен расчет квазистатического поля трехфазной системы, показанной на рис. Б.13.

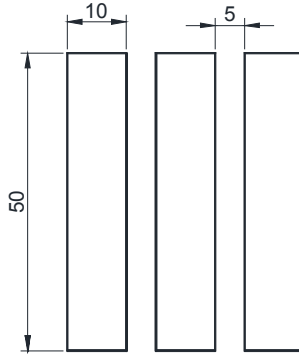


Рисунок Б.13 – Трехфазная система


Рассмотрим процесс импорта геометрии из имеющегося файла с расширением DXF.

Для этого в программе *femt*:

1. Создаем новый файл и выбираем *Магнитная проблема*.
2. Устанавливаем *тип задачи* – плоская, *единицы* – миллиметры, *частота* – 50 Гц, *глубина* – 1000 мм.
3. Командой *Файл/Импорт DXF* выбрать место расположения файла, выделить его и выбрать опцию *Открыть*.
4. В окне *Допуск* нажать *ОК* и согласиться с предупреждением. Необходимо отметить, что предупреждения появляются лишь в том случае, если программа считает некоторые построения в файле некорректными. В этом случае можно повторить процесс "втягивания" файла изменив допуск. Если эта операция не дает желаемого результата, то геометрия в программе требует ручной коррекции. Например, если на чертеже были указаны, а затем удалены размеры, они могут появиться в импортируемом файле. Размеры объектов из импортируемого файла переносятся в файл *femt* один к одно-

му и соответствуют установленным ранее в файле *DXF* единицам. Для просмотра всей геометрии выбираем *Вид/По размеру экрана (Natural)*.

5. Импортируем в программу из библиотеки материалы *Air, Cu*.

6. Определение граничных условий. Так как в симметричной трехфазной системе алгебраическая сумма токов равна нулю, то в качестве граничных условий можно выбрать "открытые границы" кнопкой . В

открывшемся окне выбрать Радиус – 50 мм. Остальные значения – "по умолчанию".

7. Задание токов системы. В меню *Свойства/Ток* добавляем токи трех фаз: $TokA=1000$, $TokB= -500-I*500*\sqrt{3}$, $TokC=-500-I*500*\sqrt{3}$. Начальная фаза тока *A* равна нулю. Программа понимает функцию *sqr*. Окно задания тока показано на рис. Б.14.

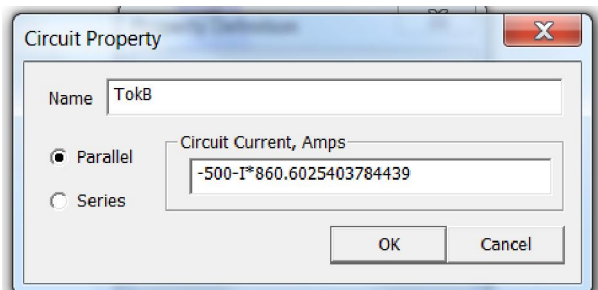


Рисунок Б.14 – Окно задания тока

8. Присваиваем областям материалы свойства, токи и выбираем шаг дискретизации сетки равным 1 мм.

9. Решаем задачу.

В окне постпроцессора можно определить различные параметры сис-



- свойства поля в точке;
- построение линии;
- выделение блока;
- построение графика по линии;
- интеграл по блоку;
- характеристики проводника с током.

На рис. Б.15 показано окно проводника с током.

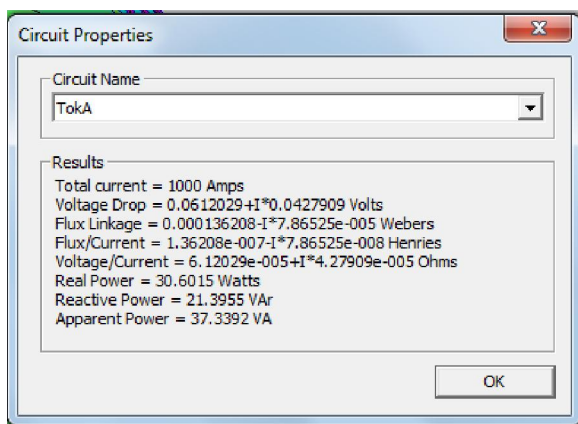


Рисунок Б.15 – Характеристики проводника стоком

Б.1.7. Некоторые особенности решения плоских задач. Трансформатор тока

На рис. Б.16 показана плоская задача расчета трансформатора тока.

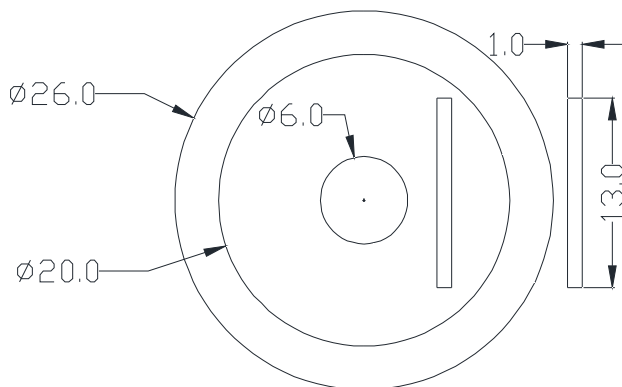


Рисунок Б.16 – Трансформатор тока

Первичная обмотка трансформатора – медный проводник с током 100 А; вторичная обмотка – два прямоугольных проводника 1*13 мм; магнитопровод – шихтованная сталь.

Особенность решения задачи заключается в задании условий на границе расчетной области. Задание нулевого потенциала на удаленной границе, имитация бесконечного пространства приводят в данном случае к тому, что прямой и обратный токи вторичной обмотки будут существенно отличаться один от другого, а суммарный ток не будет равным нулю, чего не может быть.

Проблема заключается в некорректной математической постановке задачи: физически не существует однопроводной системы.

Решение задачи должно быть таким, как показано на рис. Б.17.

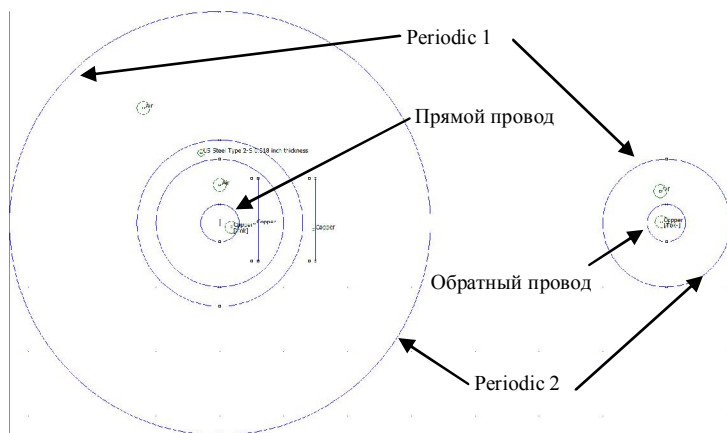


Рисунок Б.17 – Задание граничных условий задачи

В данном случае создана "бесконечная" область при помощи преобразования Кельвина, но с заданием внутри внешнего пространства обратного тока. Расчеты показывают, что при токе 100 А, суммарный ток прямого и обратного провода вторичной обмотки отличается на величину порядка 10^{-6} А.

Б.1.8. Основы работы с использованием языка Lua Scripting

Довольно часто при решении электротехнических задач приходится проводить однотипный расчет при нескольких положениях рабочего органа.

Например: определение силы, действующей на якорь электромагнита при различной величине рабочего воздушного зазора; определение момента, действующего на ротор двигателя в зависимости от угла поворота; изменение потокоцепления катушки датчиков положения и т.д.

В этом случае можно воспользоваться возможностями, предоставляемыми языком *Lua scripting*, встроенным в программу *femm*. Все возможности языка описаны в [1]. Команды языка являются текстом и могут быть

написаны и отредактированы в любом редакторе, включая простейшие, такие как "Блокнот".

Задача 1. Определить силу, действующую на ферромагнитный объект,двигающийся по оси цилиндрической катушки с током 1 А и числом витков 5000 (рис. Б.18), если путь, проходимый телом, составляет 80 мм. Внутренний радиус катушки – 10 мм, наружный – 30 мм, радиус ферромагнитного объекта – 2,5 мм, высота расположения тела – 40 мм. Тип задачи осесимметричный; задание внешних границ определяется преобразованием Кельвина, условия Неймана на оси симметрии.

Значение силы будет вычисляться в 11 дискретных точках с шагом по координате – минус 8 мм, включая начальную точку.

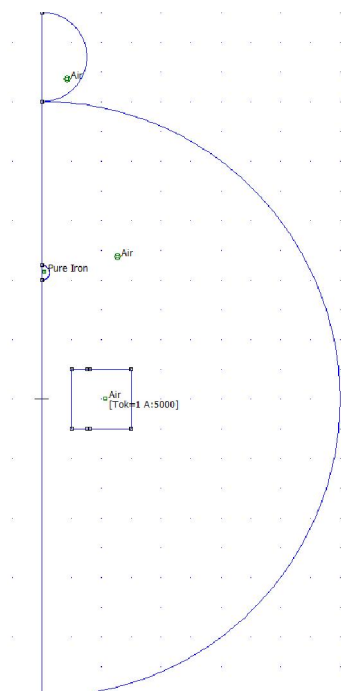


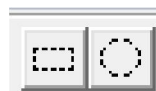
Рисунок Б.18 – Расчетная модель движущегося тела

Отличия данной задачи заключаются в необходимости объединить в единое целое все характеристики движущегося тела: точки, линии, дуги и свойства среды.



Это достигается при помощи команды *Группа* :

– выбрать команду;



– прямоугольной или круговой рамкой выделить смещаемый объект вместе со значком *Свойства среды*;

– нажать клавишу *Пробел* задать номер группы, например 1 (все объекты геометрии по умолчанию соответствуют группе 0).

Перед дальнейшими действиями желательно сохранить исходный файл, а все остальные манипуляции проводить в рабочем файле, сохраненном под другим именем.



Далее кнопкой открыть окно *Lua Console* (рис. Б.19), вставив в него текстовый файл.

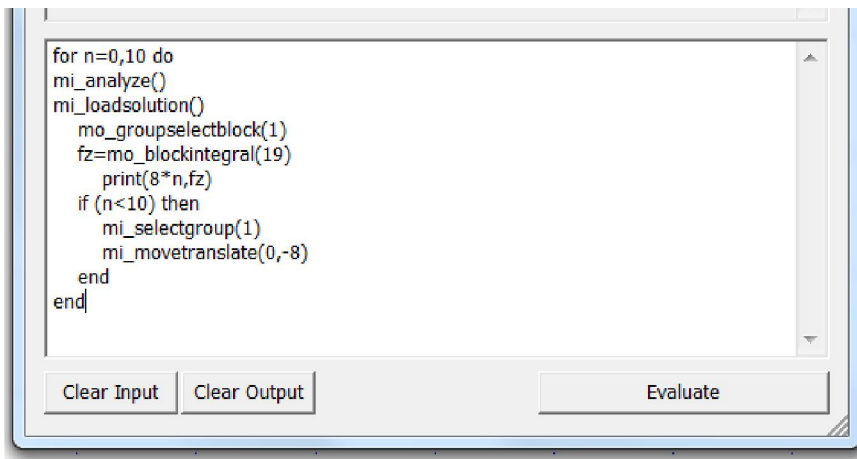


Рисунок Б.19 – Окно *Lua Console* с текстом программы

Расшифровка команд программы.

for n=0,10 do

mi_analyze() Загружает и анализирует геометрию

mi_loadsolution() Выполняет решение проблемы

 mo_groupselectblock(1) Активизирует блок с меткой 1

 fz=mo_blockintegral(19) Вычисляет интеграл функции с № 19

 print(8*n,fz) Вывод на консоль пути и силы

 if (n<10) then Ограничивает последнее перемещение

 mi_selectgroup(1) Выделяет все элементы блока

 mi_movetranslate(0,-8) Перемещает элементы блока на Δr , Δz

 end

end

Команда *Evaluate* запускает процесс решения задачи, по окончании которого в окне *Output* (окно вывода результатов аналогичное рис. Б.19)

можно посмотреть результат. Оформленный в виде графика результат путем преобразования данных в таблицу программы *EXEL* показан на рис. Б.20.

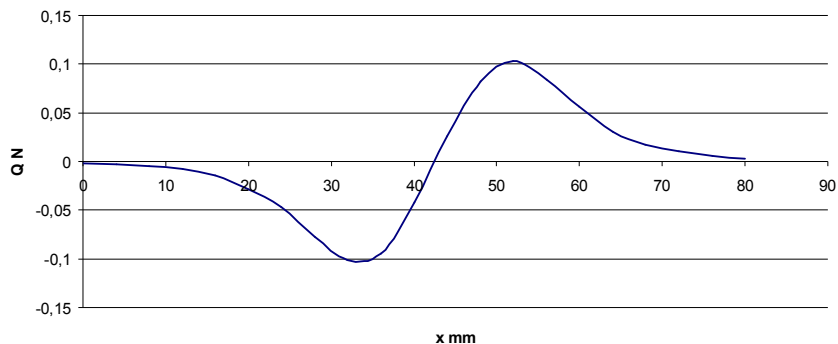


Рисунок Б.20 – Зависимость электромагнитной силы от пути

Задача 2. Определить силу, действующую на якорь броневое электромагнита постоянного тока с ферромагнитным шунтом и поток, приведенный по потокосцеплению катушки в функции величины хода якоря (рис. Б.21). Ход якоря – 14 мм, ампервитки катушки – 5000 А.

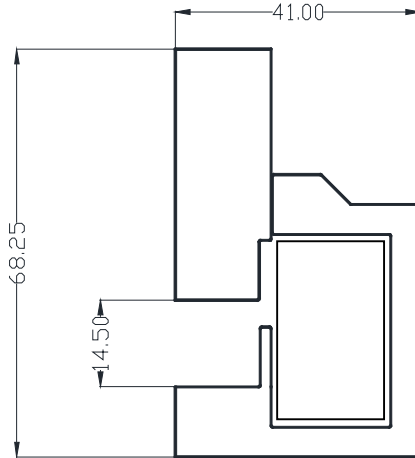


Рисунок Б.21 – Броневой электромагнит

Отличие данной программы от предыдущей заключается в том, что в ней имеются два блока: 1 – якорь электромагнита; 2 – катушка электромагнита.

Текст программы:

S=0.000470683	Площадь поперечного сечения катушки
for n=0,14 do	
mi_analyze()	
mi_loadsolution()	
mo_groupselectblock(1)	
fz=mo_blockintegral(19)	
mo_clearblock(1)	Очистка выделенного ранее блока
mo_groupselectblock(2)	
F=mo_blockintegral(1)	Вычисление интеграла Вб*м ²
print(n,fz,F/S)	Печать хода, силы, потока

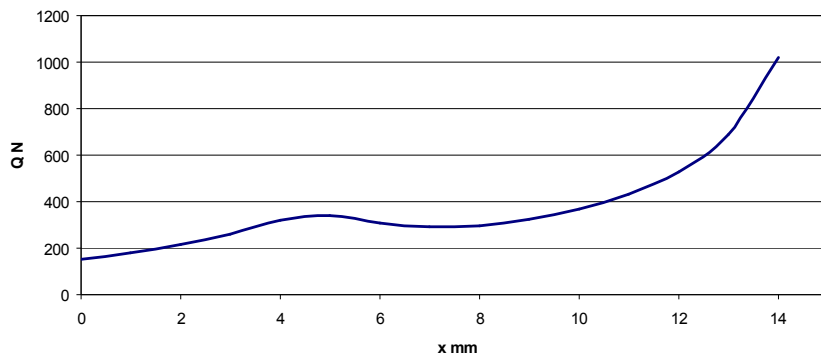
```

if (n<14) then
    mi_selectgroup(1)
    mi_movetranslate(0,-1)
end
end

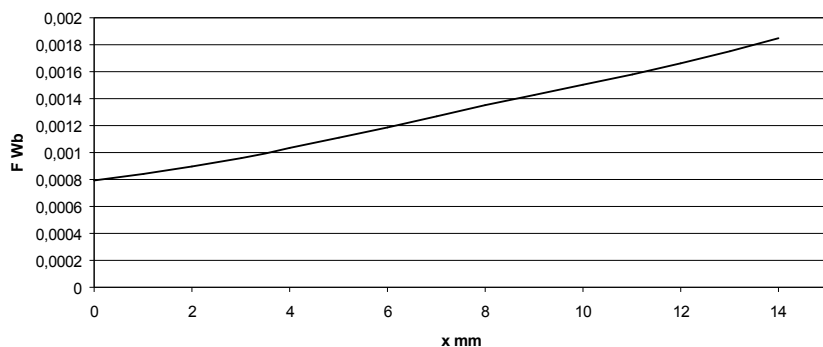
```

В результате в окне вывода будут величины хода [мм], силы [Н], потока [Вб]. *Наличие оператора `to_clearblock(1)` необходимо, иначе вычисление второго интеграла будет проводиться по первому и второму блокам, что неверно.*

Результат показан на рис. Б.22, на котором сила показана с противоположным (для удобства восприятия) знаком и поток.



a



б

Рисунок Б.22 – График: *a* – сила; *б* – поток постоянного электромагнита

Задача 3. Определить момент, действующий на ротор муфты с постоянными магнитами в зависимости от угла его поворота. Глубина муфты – 30 мм; внешний диаметр – 80 мм. В качестве постоянных магнитов используются магниты *NiFeB*. Расчетная модель в программе *femm* показана на рис. Б.23. Из рис. Б. 24 следует, что при повороте внутренней части муфты (ротора) на 90 градусов, система придет в исходное положение.

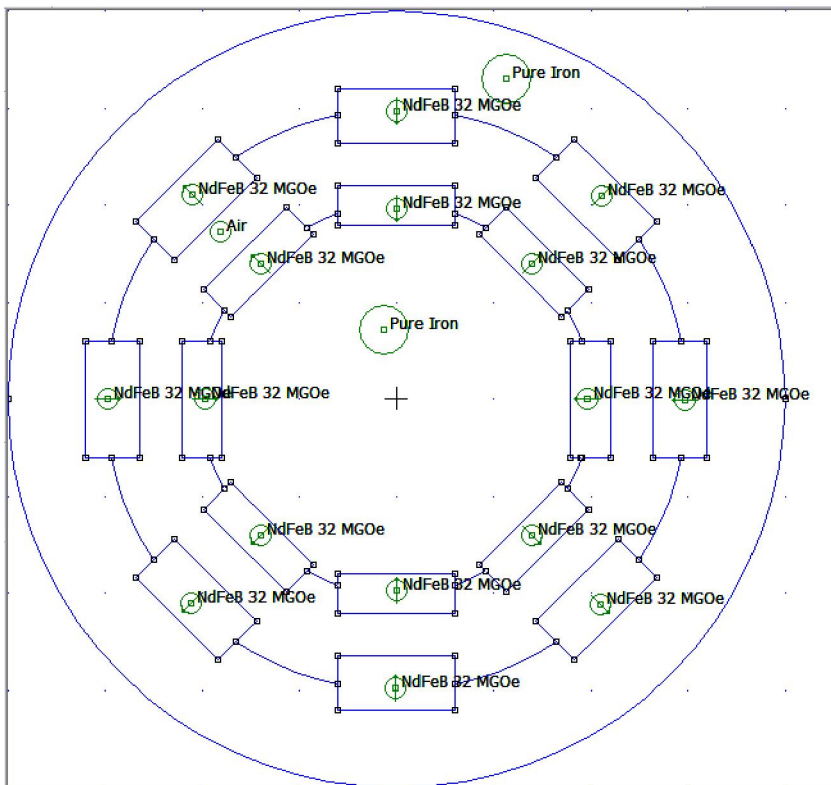


Рисунок Б.23 – Муфта на постоянных магнитах

Так как необходимо вычислить ряд значений моментов при ряде положений ротора, то целесообразно автоматизировать этот процесс.

Отличие данной программы по сравнению с задачей 1, заключается в операторах:

`mz=mo_blockintegral(23)` – вычисление момента (операция № 23) на основании тензора Максвелла;

`mi_selectgroup(1)`

`mi_moverotate(0,0,1,4)` – поворот относительно оси с координатами (0; 0) на 1 градус всех элементов (4) выделенного блока `mi_selectgroup(1)` с номером (1).

Результат расчета показан на рис. Б.24.

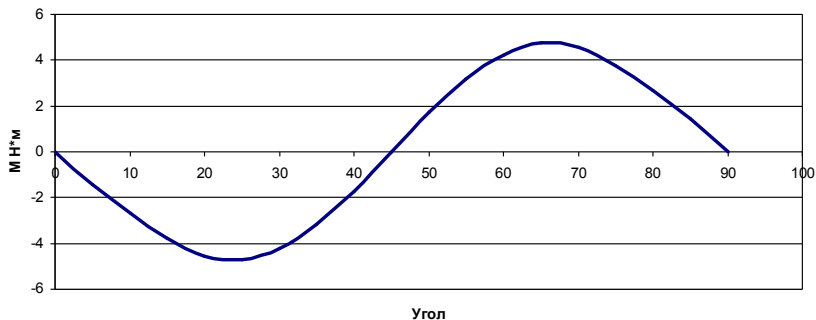


Рисунок Б.24 – Момент ротора в функции угла

Из рис. Б.24 следует, что при вращении ротора на статор будет действовать "тянущий" момент, передающий вращение на вал.

Задача 4. Определить потокосцепление катушек электрической машины с постоянным магнитом (рис. Б.25) в предположении, что витки равномерно распределены по площади катушки. Глубина модели – 100 мм.

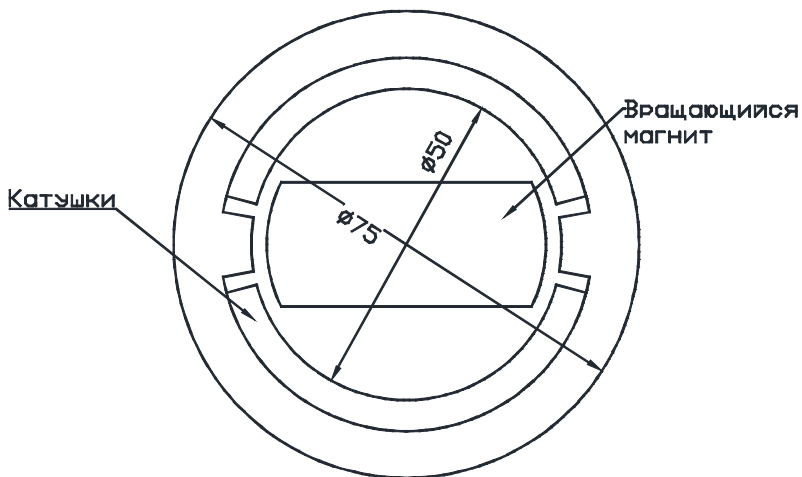


Рисунок Б.25 – Расчетная модель

Данная задача представляет собой комбинацию второй и третьей задач. Центральный магнит оформляется как вращающийся объект, а катушки как объект расчета. В случае если не удастся оформить блок одним выделением при помощи рамки, его можно оформить последовательно через свойства точки, линии, сегмента, материала. При расчете необходимо иметь учесть, что суммарное потокоцепление (выделение одновременно всей катушки) равно нулю. Как и в задаче 2, система рассчитывает величину $B\delta \cdot m^2$, поэтому полученный расчетный результат необходимо разделить на площадь поперечного сечения катушки.

Текст программы:

```
S=0.000359517           Площадь катушки
for n=0,20 do
mi_analyze()
mi_loadsolution()
  mo_groupselectblock(2)
```

```

F1=mo_blockintegral(1)
mo_clearblock(2)
mo_groupselectblock(3)
F2=mo_blockintegral(1)
print(18*n,F1/S,F2/S)    18 – дискретность угла поворота
if (n<20) then
    mi_selectgroup(1)
    mi_moverotate(0,0,36,4)
end
end
end

```

На рис. Б.26 показан поток катушки в функции угла поворота постоянного магнита.

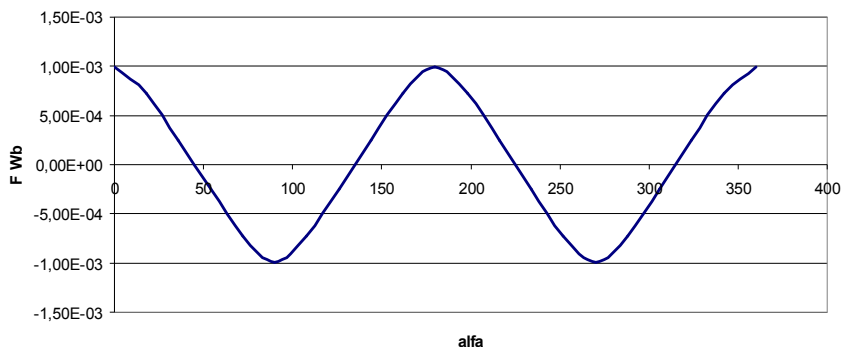


Рисунок Б.26 – Поток катушки в функции угла поворота

Задача 5. Определить постоянную горизонтальную составляющую силы, действующую на один из параллельных проводников с током частоты 50 Гц (рис. Б.26), при ряде токов (1000, 2000, 3000, 4000, 5000) А. Глубина модели – 1000 мм. Суммарный ток шин равен нулю.

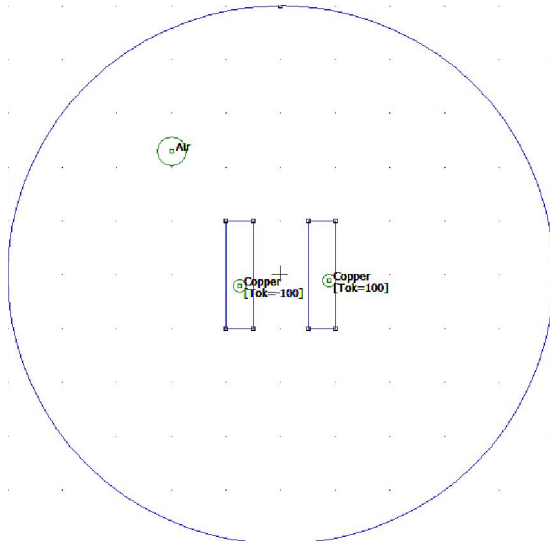


Рисунок Б.27 – Расчетная модель

Геометрические размеры модели:

- размеры шины 5×20 мм²;
- расстояние между шинами 10 мм;
- глубина 1000 мм;
- граничное условие – нулевой потенциал на удаленной границе.

Программа автоматического изменения свойств тока расчетных областей.

```

for n=1,5 do
mi_addcircprop("Tok=100",n*1000,0)      Изменяет значение тока
mi_addcircprop("Tok=-100",n*(-1000),0)  Изменяет значение тока
mi_analyze()
mi_loadsolution()
mo_groupselectblock(1)                  Активизирует блок

```

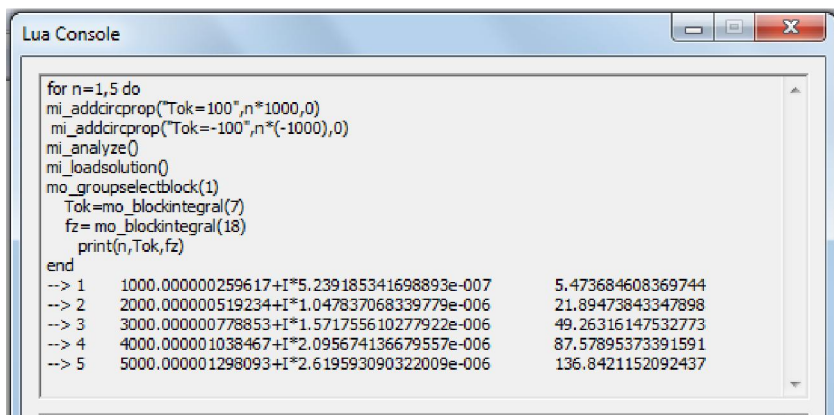
Tok=mo_blockintegral(7) Вычисляет интеграл от плотности тока

fz= mo_blockintegral(18) Вычисляет силу

print(n,Tok,fz)

end

Результат расчета показан на рис. Б.28.



```
Lua Console
for n=1,5 do
mi_addcirprop("Tok=100",n*1000,0)
mi_addcirprop("Tok=-100",n*(-1000),0)
mi_analyze()
mi_loadsolution()
mo_groupselectblock(1)
Tok=mo_blockintegral(7)
fz= mo_blockintegral(18)
print(n,Tok,fz)
end
--> 1 1000.000000259617+I*5.239185341698893e-007 5.473684608369744
--> 2 2000.000000519234+I*1.047837068339779e-006 21.89473843347898
--> 3 3000.000000778853+I*1.571755610277922e-006 49.26316147532773
--> 4 4000.000001038467+I*2.095674136679557e-006 87.57895373391591
--> 5 5000.000001298093+I*2.619593090322009e-006 136.8421152092437
```

Рисунок Б.28 – Результаты расчета

Необходимо учесть, что при переменном токе сила будет изменяться от 0 до значения, равного удвоенному среднему значению с частотой 100 Гц.

На левую шину будет действовать такая же сила, но противоположная по знаку.

Б.2. Задачи расчета электростатических полей

Б.2.1. Электростатическое поле цилиндров, имеющих различные потенциалы

В примере рассчитывается плоское электростатическое поле двух цилиндров, находящихся под разными потенциалами. Для задания одинаковости потенциала внутри каждого цилиндра используется свойство «Проводник», которое затем присваивается границам цилиндров. В данном случае – ± 1000 В. Бесконечные внешние границы моделируются при помощи преобразования Кельвина. Расчетная схема и свойства областей показаны на рис. Б.29.

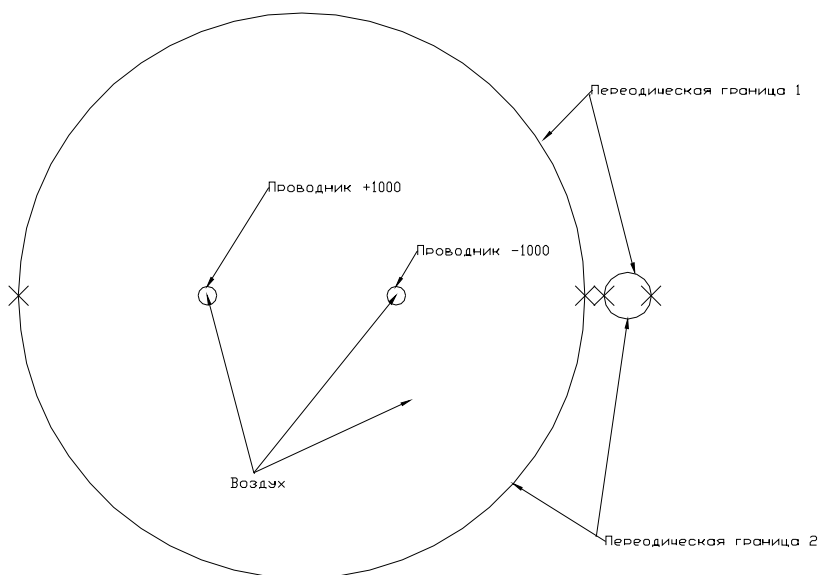


Рисунок Б.29 – Свойства проводников, границ и областей

Расчетная картина напряженности электрического поля с окном «Свойства проводника» показана на рис. Б.30.

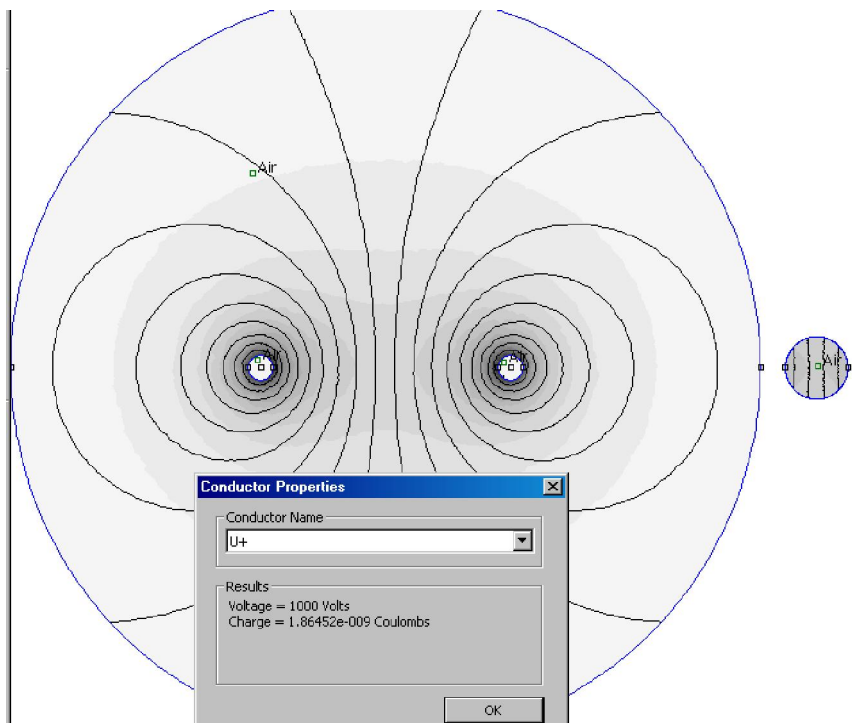


Рисунок Б.30 – Расчетная картина поля

Б.2.2. Электростатическое поле шара, закрепленного над землей на изоляторе

Расчетная схема в осесимметричной системе координат показана на рис. Б.31. Расстояния указаны в метрах.

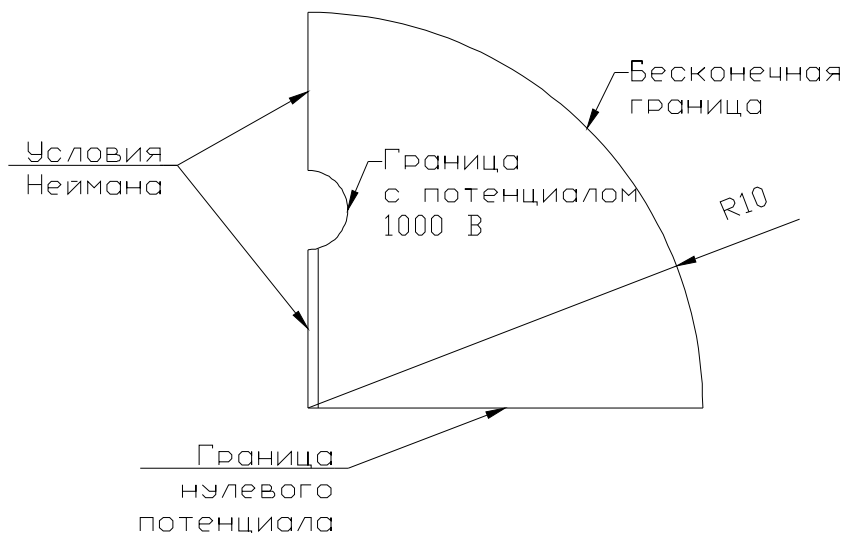


Рисунок Б.31 – Расчетная схема

Граничные условия Неймана заданы в виде опции *Mixed* с коэффициентами $c_0 = 0$, $c_1 = 0$; потенциальные границы – *Fixed Voltage*; условия на внешней границе – *Mixed*, $c_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}/10$. Окружающая среда – воздух, подставка шара – фарфор. На рис. Б.32 показана картина напряженности электростатического поля и эквипотенциали.

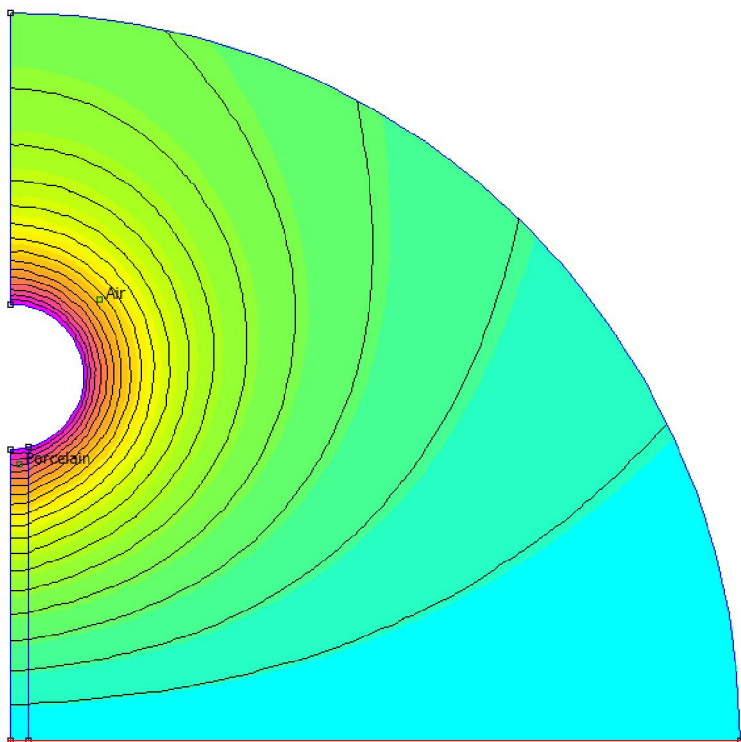


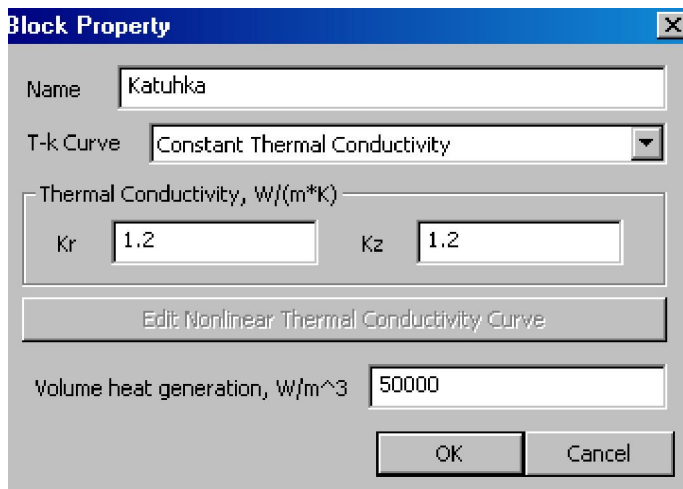
Рисунок Б.32 – Картина напряженности электростатического поля

В задачах такого типа свойство "*Проводник*" желательно применять для эквипотенциальных границ.

Б.3. Тепловые задачи

Б.3.1. Нагрев катушки внутренними источниками тепла

Определить температуру цилиндрической катушки, намотанной на металлический цилиндрический стержень. Коэффициент теплоотдачи с наружной боковой поверхности равен $12,6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$. При этом на внутренней поверхности катушки $K_t=21,2 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$; на верхней поверхности – $16,38 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$; на нижней поверхности – $8,61 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$. Температура окружающего воздуха – $20 \text{ } ^\circ\text{C}$. Катушка нагревается за счет внутренних источников тепла с объёмной мощностью $5 \cdot 10^4 \text{ Вт}/\text{м}^3$. Теплопроводность материала катушки – $1,2 \text{ Вт}/(\text{м } ^\circ\text{C})$. На рис. Б.33 показано окно задания граничных условий и окно материала катушки.



a

Boundary Property [X]

Name: [OK] [Cancel]

BC Type:

Fixed Temperature, K: Heat Flux, W/m^2:

Convection

$K \frac{\partial T}{\partial n} + h(T - T_0) = 0$ h, W/(m^2*K):
 To, K:

Radiation

$K \frac{\partial T}{\partial n} + \beta k_{s,b}(T^4 - T_o^4) = 0$ Beta:
 To, K:

б

Рисунок Б.33: а) – свойства материала; б) – граничные условия
 График изотерм приведен на рис. Б.34.

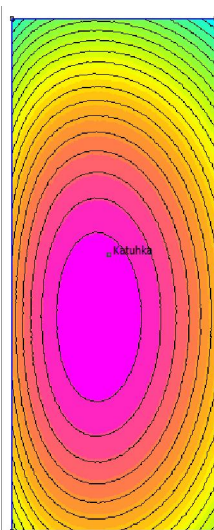


Рисунок Б.34 – График изотерм и температур

Выделяемая мощность равна 37,69 Вт, а отводимая, подсчитанная через интеграл по поверхности – 37,3 Вт (при сетке 0,5 мм).

Среднее превышение температуры по боковой поверхности катушки – 53,6 °С. В случае если это значение существенно отличается от того, при котором рассчитан коэффициент теплоотдачи с наружной боковой поверхности, то требуется его уточнение и новый расчет.

Б.3.2. Излучение тепла

Определить мощность, излучаемую нагревателем, который представляет собой константановую спираль, нагретую до 400 °С и находящуюся в кварцевой оболочке длиной 100 мм. Причем, тепло отдается излучением только с половины поверхности кварцевой оболочки.

В качестве граничных условий приняты условия: теплоизолированная поверхность – $Heat\ flux = 0$; $Fixed\ temperature = 693\ K$; $Radiation - \beta = 0,8$; $T_0 = 273\ K$. В случае, если поверхность нагревателя находится под одним тепловым потенциалом, то границу нагревателя можно задать как *Проводник*. В этом случае после расчета становится доступным соответствующее окно, показанное на рис. Б.35.

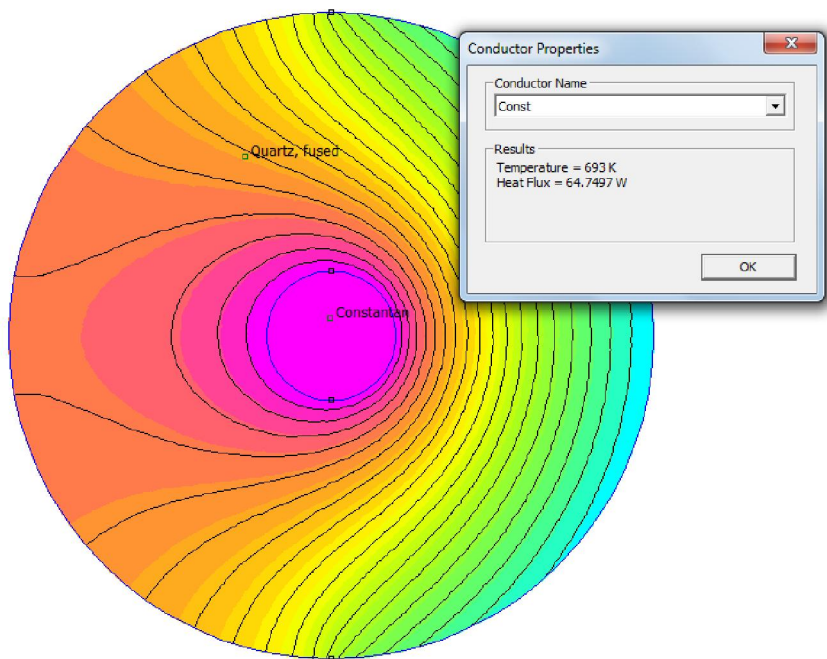


Рисунок Б.35 – Поле изотерм и температур

Суммарный отводимый тепловой поток, излучением – 64,7 Вт.

Б.4. Задачи растекания тока

Б.4.1. Определение параметров проводника при протекании по нему переменного тока промышленной частоты

Определить параметры тонкого (1 мм) медного проводника размерами 40×20 мм сложной конфигурации при протекании по нему тока 2000 А промышленной частоты рис. Б.36.

Для решения задачи необходимо создать новый файл, указав тип решаемой задачи, систему координат, частоту и глубину модели для плоской задачи.

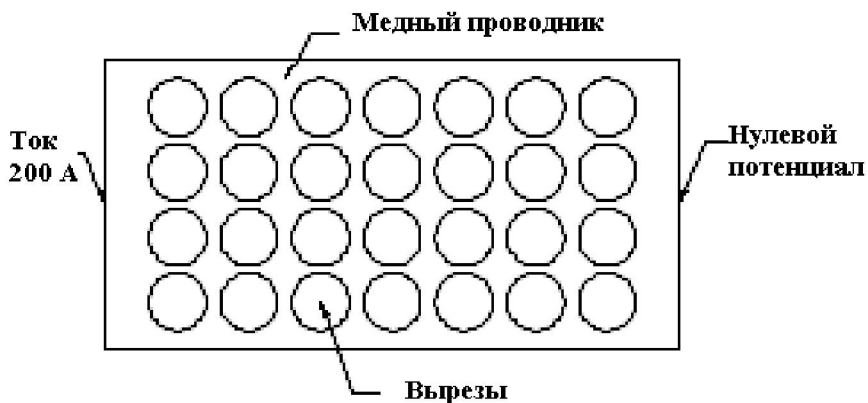
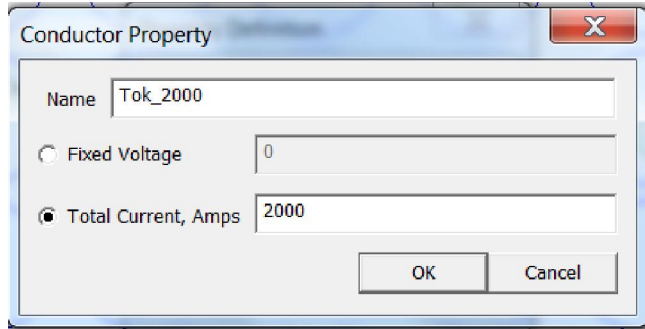


Рисунок Б.35 – Материал, конфигурация и граничные условия расчетной модели

Для задания граничных условий проще всего выбрать команду *Свойства/Проводник* и в открывшемся окне задать значение тока



Второе граничное условие можно задать с помощью такого же окна *Проводник* либо с помощью опции *Граница*, выбрав нулевое значение потенциала.

Для моделирования отверстий был создан материал *Air* с нулевой проводимостью. На рис. Б.36 показано распределение модуля плотности тока и окно «Свойства проводника», позволяющее определить параметры проводника: падение напряжения, полное сопротивление и т.д.

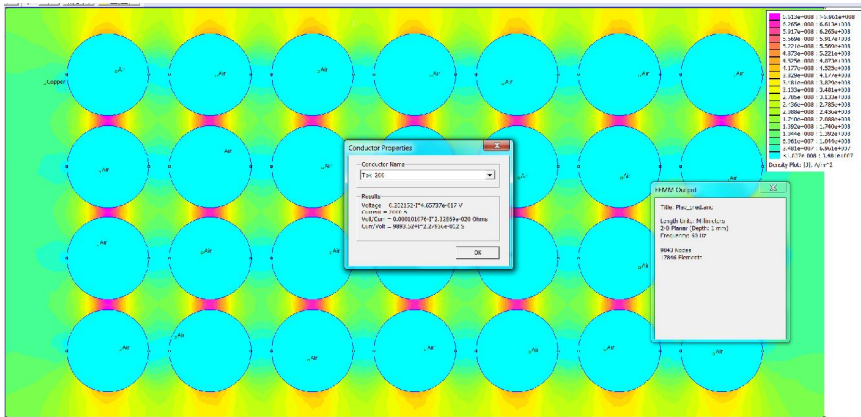


Рисунок Б.36 – Окно «Свойства проводника»

Б.4.2. Определение параметров заземления

Заземленный стержень длиной 2 м находится во влажном грунте под потенциалом 100 В. Определить ток и распределение потенциала в осесимметричной системе координат, приняв, что на расстоянии 100 м потенциал равен нулю. Граничные условия и материал показаны на рис. Б.37.

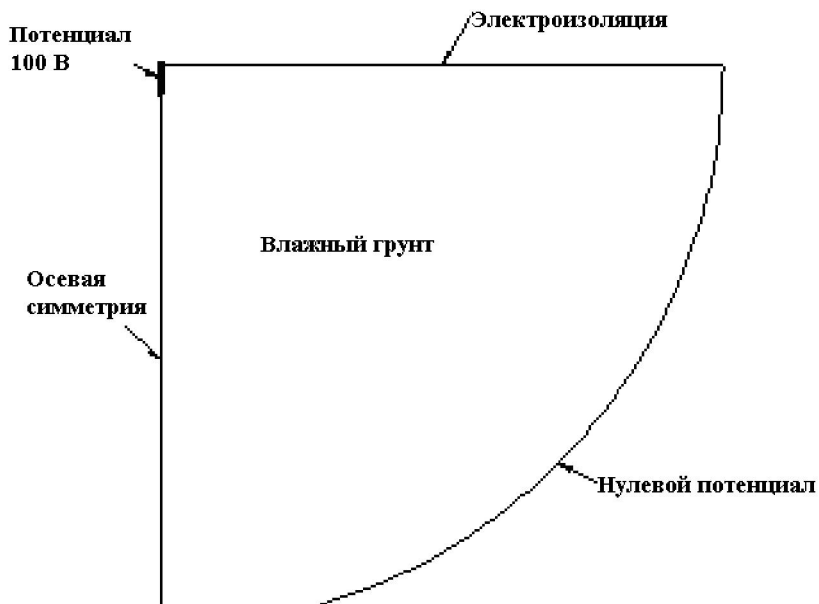


Рисунок Б.37 – Граничные условия и материалы

На рис. Б.37, проводящий стержень, задан как проводник. Результаты расчета приведены на рис. Б.38, где показано окно «свойства проводника», параметры системы в заданной точке.

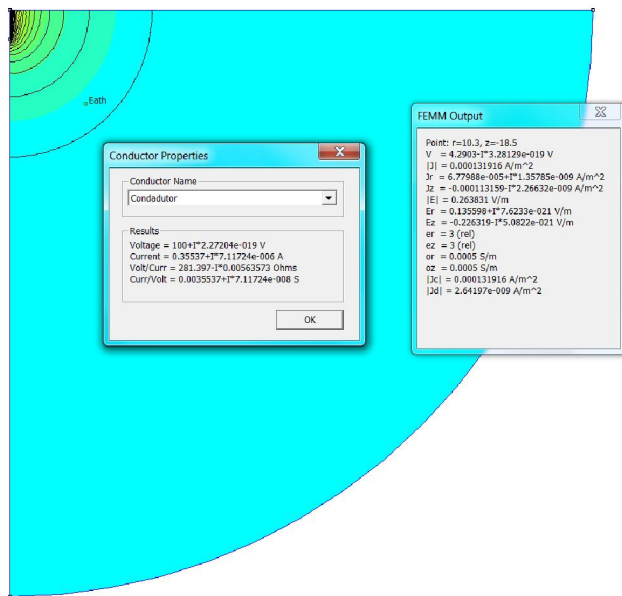


Рисунок Б.38 – Результаты расчета, свойства участка грунта и параметры заземления

На рис. Б.39 показано значение потенциала по глубине грунта.

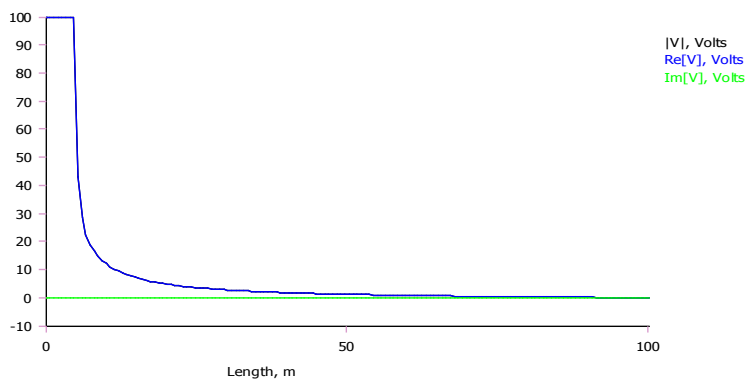


Рисунок Б.39 – Распределение потенциала по глубине грунта

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	1
Раздел 1. Общие сведения о системе	6
1.1. Состав пакета	6
1.2. Ограничения в применении программы	7
Раздел 2. Уравнения магнитного, электростатического, теплового и токового полей.	8
2.1. Магнитостатическая проблема	8
2.2. Уравнения Максвелла для установившегося синусоидального тока	10
2.3. Электростатическая задача	11
2.4. Тепловая задача	12
2.5. Задача растекания тока в проводнике	13
2.6. Граничные условия	14
2.6.1. Граничные условия для магнитных и электростатических полей	14
2.6.2. Граничные условия для тепловых полей	16
2.6.3. Граничные условия для токовых полей	17
Раздел 3. Конечно-элементный анализ	18
Раздел 4. Работа с CAD системой	20
Раздел 5. Магнитостатика	21
5.1. Магнитный предпроцессор	21
5.1.1. Предпроцессор рисования	21
5.1.2. Клавиатура и команды	22
5.1.3. Работа с сеткой	25
5.1.4. Редактирование объектов	26
5.1.5. Формулировка задачи	28
5.1.6. Определение свойств	30
5.1.7. Свойства точки	31
5.1.8. Свойства границ	31

5.1.9. Свойства материалов	35
5.1.10. Библиотека материалов	34
5.1.11. Свойства тока	39
5.1.12. Свойства выбранного блока или границы	40
5.2. Анализ поставленной задачи	41
5.3. Магнитный постпроцессор	42
5.3.1. Манипуляции с изображением	44
5.3.2. Использование клавиатуры	45
5.3.3. Контурные построения	45
5.3.4. Плотность потока	46
5.3.5. Векторное поле	47
5.3.6. Линейное построение	48
5.3.7. Линейные интегралы	50
5.3.8. Интегралы по выделенной области	50
5.3.9. Вычисление сил и моментов	54
5.3.10. Свойства тока	57
Раздел 6. Электростатика	58
6.1. Электростатический предпроцессор	58
6.1.1. Формулировка задачи	58
6.1.2. Определение свойств	59
6.1.3. Свойства точки	60
6.1.4. Свойства границы	60
6.1.5. Свойства материала	62
6.1.6. Свойства проводника	63
6.2. Анализ и решение задачи	64
6.3. Электростатический постпроцессор	64
6.3.1. Контурное построение	65
6.3.2. Построение графика плотности	65

6.3.3. Линейное построение	65
6.3.4. Линейный интеграл	67
6.3.5. Интегралы по блоку	68
6.3.6. Вычисление свойств проводника	69
Раздел 7. Тепловая задача	70
7.1. Тепловой предпроцессор	70
7.1.1. Формулировка задачи	70
7.1.2. Определение свойств	71
7.1.3. Свойства точки	72
7.1.4. Граничные условия	72
7.1.5. Свойства материалов	74
7.1.6. Библиотека материалов	75
7.1.7. Свойства проводника	75
7.2. Анализ задачи	76
7.3. Тепловой постпроцессор	77
7.3.1. Построение контуров	77
7.3.2. Графики плотности	78
7.3.3. Векторное поле	78
7.3.4. Линейные графики	78
7.3.5. Линейный интеграл	79
7.3.6. Интеграл по блоку	80
7.3.8. Проводник	80
Раздел 8. Проблема растекания тока	80
8.1. Предпроцессор растекания тока	80
8.1.1. Формулировка проблемы	81
8.1.2. Определение свойств	81
8.1.3. Свойства точки	82
8.1.4. Граничные условия	83

8.1.5. Свойства материалов	83
8.1.6. Свойства проводников	85
8.2. Анализ задачи	85
8.3. Токовый постпроцессор	86
8.3.1. Построение графиков	86
8.3.2. График эквипотенциалей	86
8.3.3. График плотности	87
8.3.4. Построение графика направления поля	88
8.3.5. Построение линейных графиков	89
8.3.6. Линейный интеграл	90
8.3.7. Объёмный интеграл	91
8.3.8. Расчет проводника	92
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	93
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	94
Приложение А	95
А.1. Моделирование постоянных магнитов	95
А.2. Моделирование открытых границ асимптотическим граничным условием	97
А.3. Моделирование бесконечных границ при помощи преобразования Кельвина	100
А.3.1. Общие положения	100
А.4. Приближённое моделирование слоистых структур	104
А.4.1. Шихтовка вдоль линий магнитного потока	105
А.4.2. Шихтовка поперек линий магнитного потока	106
Приложение Б. Примеры решения задач	108
Б.1. Задачи по расчету магнитных полей	108
Б.2. Задачи расчета электростатических полей	120

Б.2.1. Электростатическое поле цилиндров, имеющих разноименные потенциалы	140
Б.2.2. Электростатическое поле шара, закрепленного над землёй на изоляторе	141
Б.3. Тепловые задачи	144
Б.3.1. Нагрев катушки внутренними источниками тепла	144
Б.3.2. Излучение тепла	146
Б.4. Задачи растекания тока	148
Б.4.1. Определение параметров проводника при протекании по нему переменного тока промышленной частоты	148
Б.4.2. Определение параметров заземления	150
СОДЕРЖАНИЕ	152

Навчально – методичний посібник

БАЙДА Євген Іванович

РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ТА ТЕПЛОВИХ ПОЛІВ
ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОГРАМИ FEMM

Для студентів та аспірантів електротехнічних спеціальностей

В авторській редакції

План 2015 р. поз 110/ ____

Подп. до друку ____ . Формат 60×84 1/16. Папір друк. №2.

друк – різнографія. Гарнітура Times New Roman. Умов. друк. стор. 5,8. Обл.-вид. арк. 8,0

Тираж 50 экз. Зак.№ ____ . Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ "ХПИ"

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК №116 от 10.07.2000 р.

61002, Харків, вул. Фрунзе, 21.

Типографія НТУ "ХПИ", 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21.