МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«Харківський політехнічний інститут»

Ю.С. Грищук

ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів
вищих навчальних закладів.

Харків НТУ «ХПІ» 2008

ББК 31.264 з
Г85
УДК 621.311.6

Рецензенти: ***О.Д. Черенков*** доктор техн. наук, професор ХНТУСГ;
В.В. Кузьмін доктор техн. наук, зам. директора з наукової роботи;
М.І. Шпика, канд. техн. наук, зав. проектно-конструкторським і науково-дослідним відділом ДП, завод "Електротяжмаш";
А.Б. Богаєвський, канд. техн. наук, доцент, ХНАДУ.

Гриф надано Міністерством освіти і науки України,
лист № 1.4/18-Г-1236 від 20.07.2007р.

Грищук Ю. С.
Г85 Основи наукових досліджень: Навч. посібник. / Ю.С. Грищук. – Харків: НТУ «ХПІ», 2008. – 232 с.

ISBN 978-966-953-678-7

Розглянуто основні процеси наукових досліджень, методики і методи, теорія планування експерименту, лабораторний практикум, питання автоматизації експериментальних досліджень, обробки та оформлення їх результатів із застосуванням мікроконтролерів і ЕОМ. Наведено приклади, завдання, контрольні запитання і варіанти задач.

Призначено для студентів електромеханічних спеціальностей 7092206 – “Електричні машини і апарати”, 7092205 – “Електропобутова техніка” і може бути корисним для студентів технічних вузів, аспірантів, наукових та інженерно-технічних працівників.

Іл. 45. Табл. 44. Бібліогр. 51 назв

ББК 31.264 з

ISBN 978-966-953-678-7

© Ю.С. Грищук, 2008

ПЕРЕДМОВА

Підготовка фахівців, здатних розв'язувати складні інженерні, організаційні та дослідницькі задачі, й підвищення ефективності і якості наукових досліджень є актуальним завданням, що стоїть перед вищою школою й наукою в нашій державі і потребує його невідкладного вирішення.

Знання основ теорії наукових досліджень, сучасних методів їхнього проведення, що використовують теорію планування експерименту й математичну статистику, – необхідна й обов'язкова умова підготовки інженерів-електромеханіків. Застосування цих методів дає можливість, широко використовуючи сучасну мікропроцесорну й обчислювальну техніку, одержувати математичні моделі досліджуваних об'єктів або процесів, що дозволяють досить точно й адекватно їх описувати.

Наявність таких моделей заміняє подальші експериментальні дослідження об'єктів або процесів аналізом їхніх математичних моделей при розв'язанні поставлених конкретних задач з дослідження електричних апаратів (ЕА) й електропобутової техніки і інших електромеханічних систем.

Ймовірнісно-статистичні методи дозволяють проводити вивчення надмірно складних (недобре організованих і з недостатньо зрозумілими механізмами) об'єктів або процесів і здійснювати побудову математичних моделей для подальшого їхнього використання при виборі оптимальних параметрів об'єкта або для оптимального керування процесом. Застосування методів математичного планування експерименту істотно підвищує точність і значно зменшує обсяг експериментальних досліджень. Це скорочує строки їх проведення й значною мірою підвищує їх економічність й ефективність.

В основу даного навчального посібника покладено матеріал курсу, що

читався автором з 1985 р. по 1993 р. слухачам факультету підвищення кваліфікації й що викладається в цей час студентам п'ятого курсу спеціальностей «Електричні машини й апарати» й «Електропобутова техніка». Навчальний посібник може бути корисний в навчально-дослідницькій і науково-дослідній роботі студентів інших технічних спеціальностей. Виклад матеріалу супроводжується прикладами, завданнями, контрольними запитаннями.

Наведений лабораторний практикум і приклади автоматизації наукових досліджень із застосуванням сучасних мікроконтролерів і ЕОМ дозволяють закріпити теоретичний курс при вивченні основ наукових досліджень, математичної статистики, теорії планування експерименту, автоматизації досліджень та одержати практичні навички проведення на цій основі досліджень, побудови й аналізу багатофакторних математичних моделей.

Автор виражає вдячність: *Б.В. Клименку*, доктору техн. наук, професору кафедри електричних апаратів за надані приклади застосування методу найменших квадратів і ортогональних планів двофакторних експериментів; доценту *О.О. Чепелюку*, за допомогу в упровадженні лабораторного практикуму в навчальний процес; завідувачу лабораторії кафедри інформаційних систем і технологій у міському господарстві ХНАМГ *Грищуку С. Ю.* за надану допомогу в підготовці рукопису й оригінал-макета посібника; *всім*, чия допомога і підтримка зробили можливим появу цієї книги.

Автор висловлює глибоку подяку рецензентам:

О.Д. Черенкову, доктору техн. наук, професору кафедри теоретичної електротехніки Харківського Національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка;

В.В. Кузьміну, доктору техн. наук, заступнику директора з наукової роботи ДП, завод "Електротяжмаш";

М. І. Шпика, канд. техн. наук, завідувачу проектно-конструкторського і науково-дослідного відділу проектування електроприводів і систем керування ДП, завод "Електротяжмаш";

О.Б.Богаєвському, канд. техн. наук, доценту кафедри автомобільної електроніки Харківського Національного автодорожнього університету за ряд порад і зауважень, зроблених ними при рецензуванні рукопису, які сприяли поліпшенню даного посібника.

1. ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Основною метою наукових досліджень є пізнання об'єктивної дійсності, розкриття механізму процесів, які проходять в дослідних об'єктах, виявлення сутності, взаємозв'язків і причин виникнення явищ для одержання певних результатів і розв'язання поставлених задач.

Наукові дослідження проводяться для вивчення конкретного об'єкта або процесу за допомогою певних наукових методик (методів, форм і технічних засобів). Правильний науково обґрунтований вибір методик дозволяє забезпечити успішне розв'язання тієї або іншої проблеми. Через те, що наукова діяльність супроводжується напруженою інтелектуальною працею, вона вимагає знання особливостей й дотримання гігієни розумової праці, врахування організаційних, психологічних й інших її аспектів, включаючи як окремі етапи, так і весь процес наукових досліджень, що закінчується впровадженням результатів цих досліджень у виробництво.

Для процесу наукових досліджень характерний ряд послідовних і логічно взаємозалежних процесів, які випливають із загальних закономірностей і різних форм розвитку науки. Загальні закономірності проведення наукових досліджень містять у собі такі етапи пізнання: *збір, вивчення, систематизація фактів, установлення зв'язків між ними, узагальнення й створення наукової теорії.* Всі ці етапи являють собою різні форми дослідницької діяльності, які умовно можна назвати як *інформаційний і науковий пошук*. Різним аспектам їх проведення присвячені роботи [1-20, 22-48] і інші.

Інформаційному пошуку відповідає емпіричний рівень пізнання, на якому відбувається накопичення даних. Процесу наукового пошуку відповідає теоретичний рівень пізнання, на якому відбувається вивчення й систематизація даних, будуються емпіричні і аналітичні залежності, проводиться їхній аналіз, синтез і розробляється наукова теорія.

Наукова теорія являє собою сукупність основних понять, термінів, визначень, емпіричних і евристичних (детермінованих) математичних моделей, об'єктивних законів, що діють у природі й суспільстві, ідей і гіпотез у відповідній галузі, об'єднаних у логічну злагоджену систему. *Істинність наукової теорії перевіряється й підтверджується практикою.*

1.1. Основні етапи процесу наукових досліджень

Проведення наукових досліджень передбачає послідовне виконання цілого ряду логічно взаємозалежних робіт, які умовно можна об'єднати в такі основні етапи: *вибір теми, інформаційний пошук, науковий пошук, впровадження*.

Процес вибору теми містить у собі такі види робіт:

- *визначення напрямку досліджень* (наприклад, вибір класу електричних апаратів, електропобутової техніки або їхніх вузлів, систем, технологічних процесів виготовлення тощо);
- *загальне ознайомлення із проблемою* (наприклад, з проблемою техніко-економічних характеристик електричних апаратів, електропобутової техніки, інших електромеханічних систем, технологічних процесів їх виготовлення з метою їхнього поліпшення і т. д.);
- *вибір теми наукового дослідження й визначення відповідності її пропонованим вимогам*, таким, як актуальність і важливість, теоретична або практична спрямованість і корисність, наукова новизна, наявність джерел й обсяг фінансування, реальність її виконання (наприклад, темою дослідження може бути розробка нових або вдосконалення існуючих електричних апаратів, електропобутової техніки, їхніх вузлів або систем, методик їхнього розрахунку й проектування, технології тощо);
- *складання плану й програми*, *проведення наукових досліджень* із вказівкою термінів початку й закінчення виконання робіт;
- *розробка техніко-економічного обґрунтування* з попереднім складанням кошторису витрат і визначенням економічного ефекту.

Інформаційний пошук включає проведення таких робіт:

- *огляд існуючих вітчизняних і закордонних об'єктів дослідження або технологій і критичний аналіз їхніх переваг і недоліків* (наприклад, огляд й аналіз автоматичних вимикачів або запобіжників, методик їхнього розрахунку й проектування, технологій виготовлення тощо);
- *уточнення назви теми* з метою приведення її у відповідність зі змістом роботи;
- *обґрунтування мети й загальної постановки задач наукового дослі-*

дження.

Інформаційний пошук здійснюється шляхом відбору первинних і вторинних джерел науково-технічної інформації (НТІ) і їхнього вивчення.

Первинними джерелами НТІ є як опубліковані, так і неопубліковані документи. До опублікованих документів зараховують періодичні (журнали, збірники статей і наукових праць, вісники вузів, науково-дослідних організацій і відомств тощо) і неперіодичні видання (книги, монографії, що виходять одноразово або багаторазово, спеціальні види технічних видань). До останніх належить патентна документація, інформаційні бюлетені й листки, промислові каталоги, нормативно-технічна документація, прейскуранти, і т. ін. Важливим і найбільш достовірним джерелом НТІ є патентна документація. Вона включає опубліковані й неопубліковані документи (у тому числі й добуті з них), що містять відомості про винаходи й патенти. Повна інформація на кожен винахід наводиться в його патентному описі, що перебуває в патентному відомстві. В Україні з 1991р.таким є ДП Укрпатент.

Реферативна інформація подається в бюлетенях винаходів ДП Укрпатент або збірниках. Наприклад, у збірнику "Винаходи за рубежем" наведено матеріали патентних бюлетенів провідних держав – Великобританії, Франції, США, Росії, Японії, ФРН і ін.– більш, ніж по 50 передплатних групах.

Пошук патентної інформації здійснюється з метою встановлення патентної чистоти пропозиції, новизни заявки на передбачуваний винахід, рівня патентоспроможних рішень, прав власника патенту. Він проводиться по різних каталогах і покажчиках: тематичному, іменному, нумераційному, терміну дії патенту тощо. При цьому використовується міжнародна класифікація винаходів (МКВ), класифікаційні індекси якої зібрані в алфавітно-предметному покажчику.

Вторинні джерела НТІ створюються шляхом переробки первинних. Вони полегшують знайомство із закордонними, неопублікованими й депонованими рукописами. До вторинних джерел належать: реферативні журнали, огляди й переклади, експрес-інформація, сигнальна інформація. Обов'язковими елементами інформаційного видання є: заголовок, відомості про автора, назва видавництва, місце й рік видання, короткий опис його змісту.

Сигнальна інформація являє собою оперативне повідомлення про публікації з наступним забезпеченням замовлень на копії.

Експрес-інформація являє собою періодичні видання, що містять розширені реферати найважливіших публікацій у вітчизняних і закордонних виданнях. Вона оперативно (протягом місяця) випускається державним, центральними, галузевими й регіональними органами НТІ.

У *реферативних журналах* наводяться анотації або реферати й бібліографічні описи первинних публікацій. Це дозволяє здійснювати пошук найцінніших публікацій по комплектах журналів, що вийшли раніше, постаченим довідково-пошуковим апаратом.

Огляди й перекладі являють собою найбільш оброблений вид інформації, у якій документи-першоджерела висвітлюються в стислій, узагальненій формі.

Для ознайомлення з першоджерелами варто заздалегідь підібрати список літератури. По ньому за допомогою алфавітного каталогу здійснюється пошук. У випадку відсутності такого списку варто користуватися систематичним каталогом.

Важливим джерелом одержання науково-технічної інформації є наукові семінари, симпозіуми, конференції, наукові школи, на яких вчені обмінюються передовим досвідом, установлюють ділові контакти, проводяться публічні захисти дисертацій тощо.

Досить ефективним є застосування сучасних технічних засобів пошуку інформації, які використовують ЕОМ, Інтернет, інформаційно-пошукові системи, що дозволяють автоматизувати збір і видачу науково-технічної інформації.

Науковий пошук є центральним процесом у наукових дослідженнях. Він являє собою евристичну, інтелектуальну діяльність і супроводжується напруженою інтелектуальною працею. Пошук містить у собі переміжні теоретичні й експериментальні дослідження. У процесі їхнього проведення здійснюється вивчення фізичної сутності об’єкта або технологічного процесу й впливу різних факторів на них, розробка теорії, наукове обґрунтування методики, вибір технічних засобів, проведення експерименту, статистична обробка результатів, формулювання нових наукових положень й їхнє обговорення. Науковим результатом дослідницької роботи може бути раніше невідоме кількісне співвідно-

шення, математична модель досліджуваного об’єкта або його складових, новий технологічний процес тощо. Отримані нові наукові результати, що мають важливе теоретичне або практичне значення, публікуються в монографіях, статтях і науково-технічних звітах, що і є результатом наукових досліджень. Отримані в процесі наукових досліджень винаходи, відкриття й написані дисертації, подані на здобуття наукового ступеня кандидата або доктора наук, також є результатом наукових досліджень.

Для успішного проведення наукових досліджень необхідно ознайомитися з особливостями розумової праці, принципами її організації, що передбачають цілеспрямованість, дотримання гігієни розумової діяльності, а також інших вимог.

Впровадженням називають реалізацію результатів наукових досліджень на практиці, що здійснюється виконанням дослідно-конструкторських і доводочних робіт. Впровадження фундаментальних і прикладних наукових досліджень здійснюється через розробки, які дозволяють перетворювати результати на технічні застосування. Розробки проводяться в ДКБ, проектних, дослідних виробництвах і завершуються підготовкою виробів або технологічних процесів до впровадження. На цьому етапі проводяться:

1) дослідження, підготовка ескізного проекту й формування основних технічних вимог, техніко-економічне обґрунтування;

2) вибір й обґрунтування основних технічних рішень і підготовка технічного проекту;

3) підготовка робочого проекту, створення й оформлення робочої документації, необхідної для створення дослідних промислових зразків;

4) створення, монтаж, налагодження й експериментальна експлуатація дослідної партії промислових зразків. Ця стадія є тривалою, тому що система допрацьовується, доводиться в експлуатаційних умовах до повної відповідності технічним вимогам і завершується передачею в промислову експлуатацію за рішенням спеціальної (відомчої, міжвідомчої, державної) комісії;

5) одержання об’єктивних і вичерпних даних про промислову експлуатацію протягом року з метою наступного усунення недоліків й остаточного впровадження виробів або технологій у виробництво.

1.2. Методологія, методика й методи наукових досліджень

Ефективність проведення наукових досліджень значною мірою залежить від вибору методології, методик і методів наукових досліджень.

1.2.1. Методологія наукових досліджень

Основою будь-якої науки є методологія. Під терміном «методологія» мається на увазі вчення про способи науково-дослідної діяльності, її методи, структуру логічної організації й засоби. Методологія дає можливість науково обґрунтовано й цілеспрямовано, з урахуванням специфіки розв'язуваних задач вибрати й використати методики й методи наукових досліджень. Розрізняють філософську методологію й спеціально-наукову, котра у свою чергу підрозділяється на загальнонаукові методологічні концепції, методологію окремих спеціальних наук і методику досліджень.

1.2.2. Методика й план-програма наукових досліджень

Під терміном "методика" мається на увазі сукупність логічних, взаємозалежних, послідовних методів, засобів і форм, що дозволяють проводити наукові дослідження. Розрізняють такі методики: теоретичних й експериментальних досліджень, обробки результатів, їхнього аналізу й синтезу, функціонально-вартісного аналізу, аналізу визначення техніко-економічної ефективності досліджень і т. д. Перш ніж приступити до наукових досліджень, необхідно науково обґрунтувати методику їхнього проведення. Оскільки основою методики наукових досліджень є методи, то ця задача зводиться до складання логічної послідовності методів досліджень у вигляді планів і програм.

Перед складанням плану-програми варто ознайомитися з методами розв'язання подібних задач аналогічного класу й передбачити кілька варіантів розв'язання поставленої задачі. Якщо таких задач немає, то необхідно почати з постановки найпростіших задач і розробити варіанти схем їхнього послідовного ускладнення.

При складанні плану-програми необхідно виходити з головного: з теми, мети наукового дослідження й з відведених або планованих строків на її виконання. Мета роботи повинна бути чітко й коротко сформульована й

з’ясована з дослідником. Вся робота в плані-програмі, як правило, розбивається на етапи (по роках, по кварталах або по місяцях). Кількість і зміст допоміжних задач, які в них розв’язуються, визначаються головною задачею. На кожному етапі передбачається вирішення певних складних питань, які в межах цього етапу розбивають на ряд простих задач із чітким установленням границь дослідження й строків його проведення, із зазначенням його початку й закінчення. У межах всієї роботи кожен етап або питання, а в межах усього етапу кожна задача повинні бути чітко сформульовані, обґрунтовані й мати між собою логічний взаємозв’язок і послідовність.

Приклад

Мета роботи: підвищення швидкодії плавких запобіжників, призначених для захисту напівпровідникових перетворювачів електроенергетичних установок.

Етап 1. Розробка й дослідження математичних моделей комутаційних процесів при горінні електричної дуги в запобіжниках з дугогасними наповнювачами. Строк виконання: 01.01.2007 – 31.12.2007.

1.1. Огляд й аналіз вітчизняних і закордонних конструкцій швидкодіючих запобіжників, їхніх математичних моделей і методик розрахунку. Строк виконання: 01.01.2007 – 15.02.2007.

1.2. Розробка технічного завдання. Строк виконання: 16.02.2007 – 30.03.2007.

1.3. Розробка й дослідження математичних моделей енергії дуги й середньоінтегральної напруги на дузі й інтегральних захисних характеристик. Строк виконання: 02.04.2007 – 30.09.2007.

1.4. Розробка алгоритмів і програм розрахунку інтеграла квадрата струму за час відключення (джоулевого інтеграла) і конструктивних параметрів запобіжника. Строк виконання: 01.10.2007 – 30.11.2007.

1.5. Оформлення результатів роботи. Строк виконання: 01.12.2007 – 30.12.2007.

Методи дослідження

Теоретичне дослідження

Методи аналізу електричної дуги в дугогасній речовині (в кварцовому, комбінованому або іншому наповнювачі).

Методи визначення градієнта напруги на електричній дузі, енергії дуги, інтегральних захисних характеристик запобіжників.

Кінцевий результат:

- огляд й аналіз конструкцій і методик розрахунку запобіжників;
- технічне завдання;
- математичні моделі характеристик електричної дуги, що горить у дугогасному наповнювачі;
- алгоритм і програми розрахунку джоулевого інтеграла й інших характеристик і конструктивних параметрів запобіжників.

Аналогічно складаються й всі наступні етапи: 2-й, 3-й, 4-й на весь період виконання дослідницької роботи.

Складена план-програма досліджень є обґрунтуванням для розрахунку кошторису витрат і кадрового складу виконавців передбачуваної науково-дослідної роботи. У кошторисі наводяться статті витрат фінансових і матеріально-технічних ресурсів на виконання робіт, указується обсяг фінансування і його джерела в цілому на весь період і розбивка по роках. У статті витрат включаються: зарплата; відрахування на соціальне страхування; накладні витрати; витрати на матеріали, спеціальне устаткування й прилади; витрати на наукові відрядження; витрати на роботи, виконувані іншими організаціями; інші прямі витрати.

При проведенні наукових досліджень можуть виникати різні непередбачені ситуації, оскільки врахувати й обґрунтувати всі аспекти й деталі майбутнього дослідження – досить складне завдання. У зв’язку з цим у процесі дослідження в план-програму й кошторис можуть вноситися ті або інші зміни. Кількість таких змін залежить від кваліфікаційного рівня керівників і дослідників, глибини пророблення плану-програми й від того, наскільки він усвідомлений дослідниками. *Найбільш перспективною є план-програма, розроблена самими дослідниками* й погоджена з керівником з урахуванням їхніх власних ідей, накопиченого досвіду в проведенні подібних досліджень і вивченої літератури. У цьому випадку в ній у найбільш повній мірі може бути передбачене застосування сучасних і високоефективних технічних, математичних і програмних засобів. До таких засобів належать автоматизо-

вані системи збору й обробки інформації (АС ЗОІ) із застосуванням ЕОМ, експериментальні дослідження на базі сучасних однокристальних мікроконтролерів. Ці програмні засоби являють собою прикладні пакети програм: для теоретичних розрахунків і досліджень – MatCad, математичні системи Maple [14] й ін.; для експериментальних досліджень – програми проведення й математичної обробки результатів багатофакторних експериментів; для планів повного факторного експерименту першого порядку – ПФЕ2^m, ПФЕ2^m з урахуванням нелінійностей; для дробових планів першого порядку – ДФЕ2^{m-q}; для ортогональних центрально-композиційних планів другого порядку – ОЦКП; для дробових планів другого порядку – ДОЦКП [22, 27, 42,43], програми оптимізації математичних моделей [23, 26,27] й ін.

1.2.3. Методи наукових досліджень

Термін «метод» (від грецького methodos – дослідження) означає вивчення, спосіб теоретичного опису або практичної реалізації якого-небудь процесу, спосіб пізнання. Метод є основою методики. Згідно з роботами [3, 17] методи умовно підрозділяють на такі категорії:

- *загальний метод* (матеріалістична діалектика) – категорія, що діє у всіх галузях науки й на всіх етапах дослідження;
- *загальнонаукові методи* (загальні для всіх наук), у яких безпосередньо реалізуються принципи методологічної системи й найбільш важливі вимоги при розгляді досліджуваних процесів (єдність світу і його матеріальність, історизм, системність, об’єктивність тощо);
- *часткові методи*, які загалом можуть породжуватися загальнонауковими і які, як менш загальні, використовуються для певного типу наук;
- *спеціальні*, які пов’язані із загальнонауковими методами через часткові і які є спеціальними для даної науки.

До спеціальних методів можна віднести методи, які використовуються в таких галузях науки: в електротехніці – для розрахунку електричних ланцюгів (наприклад, метод контурних струмів); теплотехніці – для розрахунку теплових ланцюгів (метод теплових опорів); електричних апаратах – для розрахунку контактних, дугогасних, струмоведучих й електромагніт-

них систем, плавких запобіжників, реле, теплових й електромагнітних розчеплювачів і їх комутаційних і теплових характеристик та ін.

До часткових методів можна віднести методи функціонально-вартісного аналізу, що дозволяють знизити витрати матеріальних і фінансових ресурсів при розробці й виготовленні електричних апаратів і машин, електропобутової техніки й інших виробів.

1.2.4. Загальнонаукові методи

Вони містять у собі: однофакторні й багатофакторні (класичні і плановані) експерименти, спостереження, вимір, рахунок, порівняння, аналіз і синтез, узагальнення, абстрагування, формалізацію, аксіоматику, індукцію й дедукцію, ідеалізацію, гіпотетичний, історичний, системний і статистичний методи, предметне, фізичне, аналогове, кібернетичне і математичне моделювання.

Через те що процес пізнання перебуває в розвитку, вищенаведені методи можуть переходити з однієї умовної категорії в іншу. Пізнання являє собою складний, багатоступінчастий процес збагнення істини і містить у собі два рівні: *чуттєвий і раціональний*. На чуттєвому рівні забезпечується безпосередній зв'язок дослідника з навколишньою дійсністю, що допомагає йому проникнути в різноманіття явищ природи, у досліджуванні об'єкта або процесу. Раціональне пізнання, яке доповнює чуттєве, сприяє усвідомленню сутності об'єктів або процесів, розкриває закономірності їхнього поводження й розвитку.

Залежно від рівня й способів проведення наукових досліджень методи, відповідно до класифікації, наведеної в роботі [17], *умовно поділяють на емпіричні, емпірико-теоретичні й теоретичні*. Емпіричним називається наукове знання, що отримане з досвіду шляхом проведення спостережень й експериментів. *До емпіричних методів зараховують:* експеримент, спостереження, рахунок, вимір, порівняння. Теоретичне знання відбиває об'єкт з урахуванням його розвитку й існування, закономірностей становлення й внутрішніх зв'язків. Воно узагальнює емпіричні дані, виявляє співвідношення між ними й існуючими теоріями, формулює нові висновки й узагальнення. Між емпіричним і теоретичним рівнями пізнання немає чіткої

грані. Процес їхньої взаємодії виражається в постійному виникненні й вирішенні нескінченних протиріч. Протиріччя між емпіричними даними й науковою теорією може виникати через недосконаліть теорії або тоді, коли даний факт не виражає сутності досліджуваного об'єкта або процесу. Для пізнання сутності явища одних емпіричних методів недостатньо; для цього потрібен діалектичний підхід, облік внутрішньої суперечливості явища, логічні узагальнення, абстрагування від несуттєвих властивостей і зв'язків досліджуваного об'єкта або процесу. Ця задача може бути розв'язана за допомогою емпірико-теоретичних і теоретичних методів дослідження.

До емпірико-теоретичних методів належать: моделювання, аналіз і синтез, дедукція й індукція, гіпотетичний, історичний, системний і статистичний методи. *Теоретичні методи містять у собі:* абстрагування, ідеалізацію, узагальнення, аксіоматику й формалізацію. Вони дозволяють забезпечити перехід від конкретного (або конкретно-чуттєвого) емпіричного рівня дослідження до абстрактного рівня, що дозволяє проникнути в сутність явищ навколишньої дійсності, виявити, узагальнити й сформулювати істотне, головне. З вищевикладеного можна зробити висновки, що загальнонаукові методи застосовуються як на емпіричному, так і на теоретичному рівнях наукових досліджень. Широке застосування цих методів у цілому ряді наук, у тому числі в електромеханіці, електротехніці, теплотехніці, електродинаміці й ін., пояснюється тим, що різні галузі науки у своєму розвитку й функціонуванні підкоряються об'єктивним законам, які наведені в [17]. Розглянемо короткий опис зазначених загальнонаукових методів.

Спостереженням називається систематичне, цілеспрямоване сприйняття об'єкта. Наукове спостереження містить у собі такі необхідні компоненти: вибір об'єкта, мета, опис, висновки. У наші дні для наукового спостереження застосовують потужні засоби, що дають високу точність сприйняття й фіксації результатів. Цей метод повинен задовольняти такі вимоги: навмисності (наявність мети); планомірності (виробляється за планом); цілеспрямованості (спостереження найбільш істотних сторін явища); активності (пошук потрібних явищ); систематичності (спостереження за певною системою) [3].

Спостереження забезпечує інформацію у вигляді діаграм, схем, таблиць, протоколів, кіно- і фотодокументів про кількісні і якісні показники, що характер-

ні для об’єкта. Однак прилади не тільки підсилюють можливості органів чуттів, але й вносять небажані «корективи», які складно визначити й усунути. Це стосується, насамперед, дослідження мікро- і макросвіту, спостереження яких вимагає обов’язкового обліку властивостей приладу й характеру його взаємодії з досліджуваним явищем. Розвиток такого методу залежить від удосконалювання технічних засобів спостереження.

Прикладами спостереження як методу пізнання можуть бути: спостереження за погодою (включаючи супутники Землі) у вигляді величезної кількості метеозведень, на підставі яких складаються довгострокові наукові прогнози погоди [3]; спостереження за процесом горіння дуги при вимиканні електричного кола у вигляді кіно- і фотозйомки.

Порівнянням називається процес установлення розходження між об’єктами матеріального світу, знаходження в них спільних властивостей (за істотними ознаками). Цим методом доцільно користуватися для порівняння об’єктів, що мають спільні однорідні властивості й найбільш істотні ознаки, параметри [3, 17].

Порівнянням в області технічних наук називають установлення співвідношення між однорідними відбиваними властивостями емпіричних об’єктів, яке виконується органолептичним шляхом, так і за допомогою спеціальних пристроїв порівняння з метою одержання відповідей «більше», «менше» або «дорівнює».

Рахунком у більш вузькому, технічному сенсі називається визначення числа кількісно однотипних об’єктів у даній їхній сукупності. Для здійснення рахунку необхідне розрізнення, виявлення кожного дискретного об’єкта окремо. Результати рахунку – числа, що є основним продуктом переробки для ЕОМ.

Вимір розвивався з порівняння й став більш могутнім, універсальним пізнавальним методом. Виміром називають фізичний процес визначення чисельного значення деякої величини шляхом порівняння її з еталонною, прийнятою за одиницю. Пропонується наявність таких основних елементів: об’єкта виміру, еталона, вимірювальних приладів, методу виміру. Принцип кількісного підходу до опису фізичних явищ за допомогою виміру – важливий універсальний метод пізнання фізичних явищ і процесів (методологічний фундамент точних

наук). Вимір забезпечує безпосередній зв'язок між експериментом і теорією, високу вірогідність наукових досліджень і т. ін. Наука про вимір називається «метрологією».

Вимір фізичних величин визначається як знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів. Для технічних наук виміри забезпечують одержання кількісної і якісної інформації, необхідної для автоматизації керування різними об'єктами й для багатьох інших цілей.

Рахунок і вимір – основні методи одержання кількісної інформації. Результатами рахунку й виміру є числа. Рахунок теоретично не має похибок, а у вимірі похибка неминуча. Рівень вимірів у країні по суті визначає рівень її наукових досліджень.

Експеримент (лат. experimentum – перевірка, проба) – науково поставлений дослід, цілеспрямоване вивчення викликаного нами явища в умовах, які точно враховуються, коли є можливість стежити за ходом його зміни, активно впливати на нього за допомогою комплексу різноманітних засобів і відтворювати це явище в тих же самих умовах.

Експеримент (фізичний) припускає використання спостереження, порівняння й виміру. Експеримент – найважливіший елемент практики. Він, будучи первинним стосовно теорії, є основою теоретичного знання, критерієм його істинності. Особливо значущим є експеримент при вивченні екстремальних умов, що найчастіше не піддаються теоретичному дослідженню. Експеримент повинен бути науково обґрунтований, необхідно визначати його похибку.

Процес проведення експерименту вимагає від дослідника переходу від пасивного до активного способу діяльності. Експериментатор може змінювати умови вивчення об'єкта, розглядати його в «чистому» вигляді, повторювати ситуації, а також моделювати його на дослідницьких стендах або на спрощених, зменшених моделях. Сьогодні експеримент як метод пізнання реалізується в таких системах: контролю, ідентифікації об'єктів, розпізнавання образів, локації, діагностики, наукового експерименту. Сучасні наукові дослідження є зазвичай перемежованими – теоретичними й експериментальними. Тому всіляке вдосконалювання експериментальних досліджень – необхідна умова розвитку сучасної науки.

Узагальнення являє собою метод виявлення найбільш істотних відношень сукупності об'єктів і формування такого загального положення (твердження), що стосується кожного одиничного об'єкта даного класу. Глибоке розкриття методу узагальнення можливе лише на основі діалектичного закону єдності й боротьби протилежностей. Мета узагальнення – визначення загального поняття, у якому відбите головне, основне, що характеризує об'єкти даного класу. При цьому необхідно враховувати єдність і суперечливість загального й конкретного. Наприклад, загальне відбиває головне конкретних об'єктів, але не може замінити й повністю відбити все різноманіття конкретного.

У методі узагальнення пізнання відбувається перехід від одиничного до загального, а отримане знання поширюється переходом від загального до часткового, одиничного. Узагальнення – спосіб утворення нових наукових понять, формулювання нових законів і теорій [3, 17].

Абстрагування – це уявне відволікання від несуттєвих властивостей, зв'язків, відношень об'єкта й виділення декількох сторін, що цікавлять дослідника. На першому етапі визначаються несуттєві фактори, які можна не враховувати. На другому етапі досліджуваний об'єкт заміщається іншим, менш багатим властивостями і являє собою спрощену модель, що зберігає головне в складному. Абстрагування може застосовуватися до реальних й абстрактних об'єктів, що пройшли абстрагування раніше (абстракція більш високого ступеня спільності).

Абстрагування – це важливий етап процесу пізнання при переході від почуттєвого сприйняття до уявного образу. Розрізняють узагальнююче, аналітичне й ідеалізуюче абстрагування [3, 17].

Метод формалізації дає можливість досліджувати об'єкт шляхом відображення його в знаковій формі якої-небудь штучної мови (математики, радіотехніки, хімії й т. ін.). Цей метод дозволяє розв'язувати проблему узагальнено; забезпечує стислість і чіткість фіксації без двозначностей звичайної мови; дає знакову модель об'єкта.

Формалізація зв'язана, як правило, із застосуванням математичного апарату. Метод зводить дослідження реальних змістовних сторін об'єктів, властивостей і відносин до формального дослідження відповідних їм знаків (абстрактних об'єктів); дозволяє одержувати більш економічні розв'язки; широко

застосовується при математичному моделюванні в електромеханіці, електричних апаратах і машинах, електроприводі, електропобутовій техніці та інших багатьох областях знань.

Аксіоматичний метод заснований на аксіомах – очевидних положеннях, прийнятих без доказу. Теорія розробляється шляхом логічних доказів з використанням дедукції. Це найбільш строгий і точний метод організації й систематизації наукових знань. Більш широко застосовується в теоретичних науках (математиці, математичній логіці, механіці, термодинаміці, електродинаміці тощо). Із усіх істинних тверджень однієї групи, називаних аксіомами, можуть бути отримані, шляхом перетворення за певними правилами, всі істинні твердження іншої групи, називані теоремами.

Аналіз розчленовує об'єкт (подумки або експериментально) на складові частини (елементи) з метою більш глибокого пізнання; *синтез*, навпаки, з'єднує окремі глибоко пізнані одиничні частини об'єкта в єдине ціле. Аналіз і синтез наочно являють собою закон діалектичної єдності й боротьби протилежностей у застосуванні до взаємозв'язку одиничного й загального.

Загальне, котре для полегшення пізнання розчленовується аналізом на одиничні складові, не існує поза одиничним, а одиничне не може існувати поза загальним. У цьому складається їхня нерозривна єдність, хоча одиничне й загальне протилежні один одному. Розповсюджений приклад аналізу – строга наукова класифікація (підрозділ на класи й підкласи).

Індуктивним умовиводом називається такий, у якому зі знання про частину предметів класу робиться висновок про весь клас. При *дедуктивному* умовиводі, навпаки – зі знання про весь клас робиться висновок про один предмет класу. Сутність дедукції – використання загальних наукових положень для дослідження конкретних явищ.

Індуктивні умовиводи дають лише ймовірне знання, тому що вони ґрунтуються на емпіричних спостереженнях кінцевого числа об'єктів. Дедуктивні умовиводи приводять до нового, достовірного знання, оскільки вихідні посилки істинні. Наприклад, індукція – це основа статистичних методів дослідження, що дозволяють робити висновки про властивості генеральної сукупності об'єктів за вивченими властивостями кінцевої кількості елементів вибірки із цієї сукупності.

Метод моделювання дозволяє досліджувати властивість об'єкта на його моделі (аналогу), подібність якої з об'єктом істотна, а розходження несуттєве. У науці застосовується декілька його різновидів. Моделювання в науковому дослідженні дозволяє одержати наукові висновки й узагальнення за аналогією. Метод має таку структуру: постановка задачі; створення або вибір моделі; дослідження моделі; перенос знання з моделі на оригінал.

Гіпотетичний метод заснований на розробці гіпотези. У прикладних науках – це основний теоретичний метод досліджень. Його широко використовують в експерименті, наприклад, в багатофакторних дослідженнях.

1.2.5. Математичне моделювання

Моделювання – це дослідження об'єктів пізнання на їхніх моделях, побудова й вивчення моделей реально існуючих предметів й явищ (живих і неживих систем, інженерних конструкцій, різноманітних процесів – фізичних, хімічних, біологічних, соціальних) і конструйованих об'єктів (для визначення, уточнення характеристик, раціоналізації способів їхньої побудови й т. ін.).

Єдина класифікація моделювання тяжка через багатозначність поняття «модель» у науці й техніці, тому його класифікують за різними ознаками.

Моделювання називають *предметним*, якщо дослідження ведеться на моделі, що перетворює основні геометричні, фізичні, динамічні й функціональні характеристики у властивості «оригіналу» (але не обов'язково у всі властивості). Якщо модель і модельований об'єкт мають однакову фізичну природу, то говорять про *фізичне* моделювання, що складається в заміні вивчення деякого об'єкта або явища експериментальним дослідженням його моделі, що має ту ж фізичну природу. В основі фізичного моделювання лежать подібність й аналіз розмірності. Необхідні умови фізичного моделювання – геометрична подібність (подібність форми) і фізична подібність моделі й натури: у подібні моменти часу й у подібних точках простору значення змінних величин, що характеризують явища для натури, повинні бути пропорційні значенням тих же величин для моделі. Наявність такої пропорційності дозволяє перераховувати експериментальні результати, одержувані для моделі, на натуру шляхом множення кожної з обумовлених величин на постійний для всіх величин даної розмірності «множник – коефіцієнт подібності».

Моделювання *аналогове* – один з найважливіших видів моделювання, заснований на аналогії (у більш точних термінах – ізоморфізмі) явищ, що мають різну фізичну природу, але описуваних однаковими математичними рівняннями.

При знаковому моделюванні моделями служать знакові утворення якого-небудь виду: схеми, графіки, креслення, формули й т. ін. Найважливіший вид знакового моделювання – математичне моделювання (логіко-математичними, здійснюваними засобами мови математики й логіки). Сучасною формою «матеріальної реалізації» знакового (насамперед, математичного) моделювання є моделювання на ЕОМ – універсальних і спеціалізованих.

Реальна побудова знакових моделей або їхніх фрагментів може замінятися подумки наочним поданням знаків й операцій над ними. Такий різновид знакового моделювання називають *уявним* моделюванням. Цей термін часто застосовують і для позначення «інтуїтивного» моделювання, що не використовує ніяких чітко фіксованих знакових систем, а перебігає на рівні «модельних уявлень» [3].

За характером тієї сторони об'єкта, що піддається моделюванню, доречно розрізняти моделювання структури об'єкта й моделювання його поводження (функціонування процесів, що перебігають у ньому і т. ін.).

Кібернетичне моделювання являє собою моделювання функціонування досліджуваних систем шляхом абстрагування від їхньої структури.

Для ряду складних явищ (наприклад, турбулентності, пульсацій в областях відриву потоку) користуються *стохастичним* моделюванням, заснованим на встановленні ймовірностей тих або інших подій. Такі моделі не відбивають ходу окремих процесів у даному явищі, що носять випадковий характер, а визначають деякий середній сумарний результат [3].

Математичне моделювання є найбільш універсальним видом моделювання. Воно дозволяє здійснити за допомогою спеціального пристрою розв'язання цілого класу задач, що мають однаковий математичний опис; забезпечує простоту переходу від однієї задачі до іншої, введення змінних параметрів, збурювання і різних початкових умов; дає можливість моделювати вроздріб (за «елементарними» процесами).

Математичне моделювання використовує досить ефективний засіб дослі-

дження – швидкодіючу обчислювальну техніку (ЕОМ). Таке моделювання більш економічне, ніж фізичне, як за витратами часу, так і за вартістю. Однак істотний недолік його в тім, що застосовуваний у цей час математичний апарат не дозволяє в багатьох випадках з достатньою повнотою відбити властивості досліджуваної складної системи. У ході математичного моделювання доводиться розв'язувати три основні задачі: складання математичної моделі, знаходження її розв'язку й перевірка адекватності моделі досліджуваному процесу або об'єкту [3].

Перша задача полягає у встановленні зв'язків між параметрами процесу, а також граничних і початкових умов у формалізації (математичному описі) досліджуваної системи.

Друга задача полягає в знаходженні цільової функції (показника якості або ефективності) $E = f(X, Y)$ від керованих X і некерованих Y змінних при обмеженнях $g_i(X, Y) < b_i$, де $i = 1, 2, ..., m$; b_i – величина i-го ресурсу. При цьому коефіцієнти рівнянь математичної моделі визначаються звичайно експериментальним шляхом, і задача розв'язується на ЕОМ. Оптимальний розв'язок залежності $X_{опт}$ від структури цільової функції й обмежень знаходять методами теорії оптимальних розв'язків, називаних також методами математичного програмування (лінійне, нелінійне, динамічне, геометричне, стохастичне, дискретне, евристичне). Ці методи актуальні при створенні АСК [3].

У процесі розв'язання *третьої* задачі встановлюється, наскільки справедливі прийняті допущення й отримана модель. Слід зазначити, що математичне моделювання не протиставляється фізичному, а скоріше доповнює його засобами математичного опису й чисельного аналізу. У свою чергу фізичне моделювання дозволяє визначати коефіцієнти рівнянь математичної моделі й установлювати адекватність моделі досліджуваному об'єкту або процесу.

Для одержання математичних моделей першого й другого порядків досить ефективними є математичні методи, які базуються на теорії планування багатофакторних експериментів. З цією метою проводиться багатофакторний експеримент, за результатами якого здійснюється розрахунок коефіцієнтів математичної моделі, дисперсійний і регресійний аналіз отриманих математичних моделей, статистична обробка результатів експерименту й перевірка співвідношень отриманих розрахункових статистичних критеріїв Кохрена, Стьюдента й Фішера з їхні-

ми табличними значеннями.

Проведення багатофакторних експериментів і математична обробка їхніх результатів здійснюються відповідно до методики, наведеної в роботах [18, 19, 24, 25]. Згідно з цією методикою об’єкт дослідження або процес розглядаються у вигляді "чорного ящика", на вхід якого подаються фізичні величини, які називають факторами, що суттєво впливають на вихідні характеристики об’єкта або процесу. Величини, які одержують на виході "чорного ящика", називають відгуками або функціями відгуків. Рівняння або система рівнянь, які зв’язують вихідні величини з вхідними, називають математичними моделями. За математичні моделі вибирають відрізки степеневих рядів – поліноми першого або другого порядків. Для визначення невідомих коефіцієнтів таких багатофакторних моделей використовують ортогональні плани першого і другого порядків. При виборі об’єкта досліджень, факторів, відгуків, виду математичної моделі слід строго дотримуватись вимог, які вони повинні задовольняти і які викладені в розділі 2.

За фактори звичайно вибирають конструктивні або технологічні параметри об’єкта дослідження або процесу, параметри електричного кола, навколишнього середовища і інші, які суттєво впливають на функції відгуку. За функції відгуку вибирають вихідні величини, що визначають якісні характеристики досліджуваного об’єкта або процесу.

Контрольні запитання:

1. Задачі і проблеми наукових досліджень.
2. Особливості процесів наукових досліджень і основні їх етапи.
3. Визначення напрямку наукових досліджень, вибір теми і розробка техніко-економічного обґрунтування їх проведення.
4. Особливості проведення інформаційного і наукового пошуку.
5. Які роботи проводяться на етапі впровадження результатів досліджень?
6. Методика і план програма наукових досліджень. Наведіть приклади.
7. Загальнонаукові методи досліджень.
8. Фізичне, аналогове, кібернетичне і математичне моделювання.
9. Викладіть сутність індуктивного і дедуктивного методів досліджень.
10. Особливості застосування методів формалізації, узагальнення, аналізу і синтезу, абстрагування, аксіоматичного і гіпотетичного методів.

2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

У процесі пізнання експериментальні дослідження є необхідним етапом в одержанні емпіричного наукового знання. Досліджуючи різні процеси й об'єкти протягом своєї діяльності, дослідник поступово накопичує практичні відомості про їх, що допомагає йому пізнати ці процеси та об'єкти й на основі цього знання вдосконалити й оптимізувати їх. Найчастіше таких відомостей явно недостатньо, щоб зробити які-небудь висновки. Тоді той або інший об'єкт чи процес піддають планомірному експериментальному дослідженню.

Експериментом називається сукупність дослідів, об'єднаних єдиною метою, єдиною системою обмежень у просторі й часі.

Дослідом можна вважати реалізацію на якому-небудь об'єкті деяких умов, правил. У результаті досліду з'являється та або інша *подія* (наприклад, подією буде поява електричної дуги при відключенні струму короткого замикання електричними апаратами (ЕА) захисту). Поява події реєструється за допомогою якого-небудь параметра, (наприклад, часу вимикання або струму обмеження), що має, як правило, числове вираження й найбільш повно характеризує результат. Такий параметр відбиває ефективність події. Він звичайно позначається буквою *У* і називається *критерієм оптимальності***.**

Всеосяжним, глобальним критерієм оптимальності є економічний критерій. *Частковим критерієм оптимальності* може бути будь-який вихідний параметр досліджуваного об'єкта (наприклад, швидкодія, струм обмеження або зносостійкість ЕА), що характеризує його якість, або технологічний параметр, що характеризує технологічний результат процесу. Такий критерій називають *виходом процесу* (наприклад, товщина гальванічного антикорозійного покриття деталей ЕА або ЕПТ).

Результат процесу залежить від умов його перебігу, що характеризуються значеннями параметрів, які впливають на процес (наприклад, величини струму, часу перебігу процесу й т. ін.). Незалежні параметри процесу (об'єкта) називають *факторами***.** Числове значення будь-якого фактора повинне встановлюватися незалежно від значень інших факторів.

Оптимізація процесу (об'єкта) зводиться до відшукання таких умов його перебігу (наприклад, конструктивних розмірів ЕА, технологічних параметрів, параметрів електричного кола й т. ін.), за яких критерій оптимальності буде мати екстремальне значення, тобто максимум або мінімум. Якщо збільшення чисельного значення критерію оптимальності означає збільшення ефективності процесу (об'єкта), критерієм є максимум, а якщо його збільшення означає зниження ефективності процесу (об'єкта) критерієм є мінімум. Очевидно, дослідник повинен бути забезпечений приладами для виміру критерію оптимальності або його складових з метою визначення й стабілізації факторів. Остання вимога пов'язана з тим, що дослід проводиться за певних наперед заданих умов. Вплив всіх факторів одночасно врахувати неможливо, тому в експерименті досліджується їхня обмежена кількість, а частіше – один фактор. Інші фактори стабілізуються, тобто встановлюються на якомусь одному для всіх дослідів рівні [25,27].

2.1. Помилки експериментів

При проведенні експериментальних досліджень виникає ситуація, коли не всі фактори забезпечені системами стабілізації (наприклад, погодні умови, самопочуття оператора й т. д.). В іншій ситуації фактори стабілізуються з якоюсь похибкою. Наприклад, вміст якого-небудь компонента в середовищі залежить від помилки при його зважуванні й готуванні суміші, від наявності домішок у металах й інших матеріалах, від допусків на геометричні розміри матеріалів різних профілів, що випускаються промисловістю. З огляду на той факт, що вимір параметра y здійснюється вимірювальними приладами, що мають якусь похибку, можна дійти висновку, що результати повторності того самого досліду y_k повинні відрізнятися один від одного й від дійсного значення виходу процесу y на величину абсолютної помилки

$$\Delta y_k = y_k - y \ ,$$

де $k = 1 \div m$ – номер повторності досліду.

Розбіжність результатів може викликатися трьома причинами. Якщо цією причиною є помилка в діях оператора, несправність вимірювальних

приладів або різке порушення основних умов перебігу процесу, то такі помилки відносяться до *грубих***.** Якщо буде доведено, що значна величина Δy_k викликана саме цим, то відповідний результат y_k з подальшого аналізу повинен бути виключений.

Якщо у контрольній серії дослідів при відомому y, величина y_k зміщена відносно y в одну сторону, то відповідну помилку Δy_k зараховують до *систематичних*. *Систематичні помилки* можуть з'явитися через спрямовану зміну в часі впливу на процес якого-небудь неврахованого фактора (наприклад, збільшення температури й вологості навколишнього повітря протягом часу, необхідного для здійснення всіх запланованих дослідів експерименту). Одним з можливих засобів нейтралізації впливу на результат експерименту таких систематичних помилок є *рандомізація експерименту*, тобто забезпечення випадковості в послідовності здійснення дослідів у рамках плану експерименту. Для встановлення випадкової послідовності користуються таблицями випадкових чисел (додаток 2, табл. Д 2.1) або генератором випадкових чисел.

Коли величина систематичної помилки стає відомою дослідникові, а виключити причини, що викликали появу цієї помилки, важко, то в результати вносять відповідні виправлення.

Неконтрольована, випадкова зміна безлічі факторів, що впливають на процес, викликає випадкові відхилення вимірюваної величини від її дійсного значення. Тому результати паралельних дослідів утворять набір випадкових величин, аналіз точності й вірогідності яких здійснюється методами математичної статистики й теорії ймовірностей.

При експериментальному дослідженні якого-небудь об'єкта або технологічного процесу вимірюваний результат останнього є випадковою величиною, на яку впливає величезне число факторів. Саме тому результат дослідження, як правило, є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом (теорема Ляпунова) [25].

Під *розподілом випадкової величини* розуміють сукупність всіх можливих її значень і відповідних їм ймовірностей.

При проведенні статистичного аналізу експериментальних даних,

якщо випадкова величина y є розподіленою за нормальним законом, за математичне очікування вибирають її середньоарифметичне значення $\bar{y}$, тому що при досить великій кількості повторень ($\kappa \to \infty$) воно дорівнює істинному значенню y.

При одиничному результаті досліду y_u оцінка істинного значення вимірюваної величини буде менш точною, ніж середньоарифметична оцінка при будь-якій кількості повторень: $\left|y - \bar{y}\right| < \left|y - y_u\right|$. Менші по модулю абсолютні відхилення будуть зустрічатися більш часто, тобто їхня поява буде більш імовірною. Позначимо ймовірність появи y_u в інтервалі від y_1 до y через $P_1(y_1 < y_u < y)$, а ймовірність появи результату в інтервалі від y_2 до y – через $P_2(y_2 < y_u < y)$, а $P_1 - P_2 = dP$ і $y_1 - y_2 = dy$.

Тоді *щільність розподілу випадкової величини* визначиться як $p(y) = dP / dy$.

Функція щільності розподілу випадкової величини $p(y)$, симетрична відносно y, досягає максимального значення при $y_u = y$ і швидко спадає до нуля при збільшенні $|\Delta y_u| = |y_u - y|$. Вона задається двома параметрами: істинним значенням y і середньоквадратичним відхиленням S [25]:

$$p(y) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{(y_u - y)^2}{2S^2}\right].$$

Квадрат середньоквадратичного відхилення S^2*, який називається дисперсією випадкової величини,* є кількісною характеристикою розкиду результатів y_u навколо істинного значення y.

2.2. Види експериментів

Для розв'язання багатьох складних задач в ЕМ, ЕА, ЕБТ, наприклад пов'язаних з вивченням фізичних процесів при горінні електричної дуги, що відбувається в електричних апаратах при комутації електричних кіл і т.ін., доводиться удаватись до експерименту. Це викликано тим, що аналітичне або чисельне розв'язання в рамках сучасного математичного апарата

й існуючих технічних засобів на даному етапі неможливо. Поряд з теорією, експеримент є однією з форм пізнання об'єктивного світу. Він являє собою послідовність заздалегідь обумовлених дій, яких вживають з метою вивчення об'єктивних закономірностей і характеристик процесу або об'єкта дослідження, які полягають в безпосередньому впливі на процес або об'єкт. Експеримент, як складне поняття, складається із сукупності дослідів, що є його складовими елементами. В електромеханіці (ЕМ), електричних апаратах (ЕА), електропобутовій техніці (ЕПТ) в більшості випадків експерименти багатофакторні. При проведенні таких експериментів приймається або класичний, або факторний план. Проведення експериментальних досліджень електромеханічних систем, електричних апаратів й електропобутової техніки звичайно вимагає істотних матеріальних, трудових і фінансових витрат.

Якщо в розпорядженні дослідника є абстрактна математична модель процесу або об'єкта (електромеханічної системи, електричного апарата, електропобутового пристрою або технологічного процесу їх виготовлення), то експериментальне дослідження досить точно може бути замінене експериментом на моделі і тоді ці витрати можуть бути суттєво зменшені.

Класична методика експериментування складається в почерговій зміні (варіюванні) факторів, що визначають умови проведення дослідів. Такий підхід прийнятний, коли досліджуване явище визначається невеликою кількістю факторів. Зі збільшенням кількості факторів при зазначеній методиці експериментування різко зростає кількість дослідів. Наприклад, якщо кількість факторів дорівнює трьом і кожний з них може набувати п'яти можливих значень (варіюється на п'ятьох рівнях), кількість дослідів буде дорівнювати $5^3 = 75$. При сімох факторах, варійованих на п'ятьох рівнях, кількість дослідів зростає до $5^7 = 78125$. Такий експеримент надзвичайно громіздкий, його результати важко аналізувати. Природно виникає запитання, чи не можна зменшити кількість дослідів, вибравши такі умови їхнього проведення, щоб одержати досить достовірні й у той же час легко інтерпретовані відомості про об'єкт дослідження. Розв'язання цієї задачі може бути здійснене на основі математичної теорії планування експерименту. У цьому випадку *планування експерименту являє собою вибір кількості й умов проведення дослідів, необхідних і достатніх для одержання розв'язку, що ціка-*

вить нас, з необхідною точністю.

Аналітичні методи планування експерименту можуть бути застосовані для розв'язання багатьох задач. Найбільш часто вони застосовуються при розв'язанні таких типів задач:

1) визначення екстремуму (максимуму або мінімуму) відгуку і пошук оптимальних умов (вхідних параметрів) ;

2) побудова емпіричних інтерполяційних формул (регресій), що дозволяють передбачати перебіг фізичних процесів в об'єкті або процесі;

3) ранжирування факторів, визначення ступеня впливу кожного з них на поводження об'єкта або процесу (визначення значущості факторів).

Експеримент, що проводиться з метою визначення оптимальних умов і екстремуму відгуку в області його визначення називають *екстремальним*.

Експеримент, що проводять з метою розкриття механізму явища і визначення інтерполяційної залежності, яка зв'язує умови й результат проведення дослідів, називають *інтерполяційним або регресійним*.

Інтерполяційні експерименти, як правило, дозволяють визначити значущість факторів, тобто проводити їх ранжирування за впливом на відгук, а також визначити характер взаємодії факторів між собою і їх загальний вплив на відгук (вихідний параметр) .

2.3. Планування експерименту. Основні поняття й терміни

У теорії планування експерименту використовується цілий ряд основних понять і термінів, з'ясування яких є необхідною умовою її вивчення й успішного практичного застосування.

2.3.1. Об'єкт дослідження і його математична модель

Побудова математичної моделі досліджуваного об'єкту (процесу), яка достатньо точно (адекватно) його описує, дає можливість подальші його дослідження замінити аналізом його математичної моделі. При проведенні планованих експериментів абстрагуються від фізичної природи внутрішньої сутності об'єкта (процесу або пристрою) дослідження. Об'єкт розглядають як «чорний ящик» (рис. 2.1), на який впливає певна сукупність зовнішніх умов, факторів, яка визначає характер перебігу процесів в об'єкті й дослі-

джувані якості, що змінюють деякі характеристики об'єкта – відгуки. Вхідні змінні величини $x_1, x_2, \ldots, x_j, \ldots, x_m$ прийнято називати *факторами,* а вихідні дослідні величини $y_1, y_2, \ldots, y_k, \ldots, y_s$ – *відгуками або функціями відгуків.* У даному випадку ми маємо на увазі проведення так званого активного експерименту, який дає можливість досліднику шляхом проведення сукупності дій над об'єктом одержувати його якісні вихідні характеристики *y*.

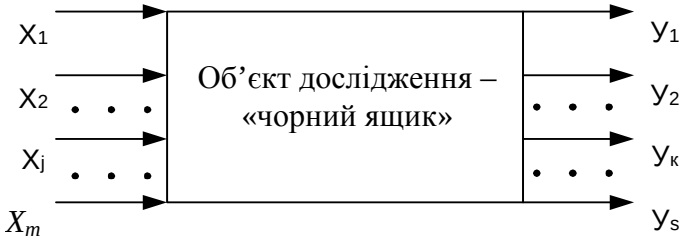

Рисунок 2.1 – Схема об'єкту дослідження

Сукупність залежностей, що зв'язують зовнішні впливи й результати дослідів (*s* виражень, що зв'язують кожен відгук з кожним з факторів), називають математичною моделлю об'єкта й виражають системою рівнянь:

$$\begin{cases} y_k = f_k(x, x_2, \ldots, x_j, \ldots, x_m), \\ k = 1, 2, \ldots, s. \end{cases} \qquad (2.1)$$

Функції y_k називають функціями відгуку, а вирази (2.1) – рівняннями регресії. *Математична модель повинна завбачати із заданою точністю результати експерименту в деякій області значення факторів у наступних дослідах. Модель, що задовольняє цю вимогу, називається адекватною.*

Як функції відгуку зазвичай використовують відрізки степеневих рядів – поліноми. В екстремальних експериментах, як правило, застосовують лінійні моделі, в інтерполяційних – нелінійні. *Якщо проводиться екстремальний експеримент, то фактори називають параметрами оптимізації, а відгуки – критеріями оптимізації, або цільовими функціями.*

Реакція об'єкта дослідження на умови проведення досліду є багатоаспектною, зміна умов приводить до зміни практично всіх відгуків.

При проведенні екстремальних експериментів звичайно не вдається підібрати такий набір умов, за якого всі результати (відгуки) були б най-

кращими, тому як критерій звичайно розглядають якусь одну реакцію об'єкта, а інші відгуки розглядають як обмеження, що накладаються на умови проведення екстремального експерименту.

У тих випадках, коли важливими є кілька реакцій, доводитися удаватись до компромісу – вибирати комплексний критерій **(**цільову функцію) *y:*

$$y = \sum_{k=1}^{S} \beta_k \cdot y_k \,, \tag{2.2}$$

де – β_k – ваговий коефіцієнт для k-го відгуку y_k.

Вагові коефіцієнти β_k, які звичайно призначають шляхом експертних оцінок, носять значною мірою суб'єктивний характер і їх вибір, навіть для спеціалістів, є складним завданням. В [25] для побудови комплексного критерію оптимальності рекомендується використати функції бажаності або метод невизначених множників Лагранжа і наведені приклади їх застосування.

При проведенні планованих експериментів фактори дискретизують, причому кожний з факторів може набувати одного з декількох дискретних значень, тобто перебувати на одному з декількох рівнів.

Фіксований набір рівнів факторів (кожен фактор може перебувати на деякому рівні) визначає один з можливих станів об'єкта – «чорного ящика».

Всі можливі набори рівнів факторів утворять повну безліч станів об'єкта. Складність (показник складності) об'єкта визначається кількістю його можливих станів *n*:

$$n = \prod_{j=1}^{m} P_j \,, \tag{2.3}$$

де P_j – кількість рівнів варіювання *j-го* фактора.

При $P_1 = P_2 = \ldots = P_m = P$, тобто при однаковій кількості рівнів одержимо

$$n = P^m. \tag{2.4}$$

Проведення планованих експериментів можливе, якщо об'єкт має такі

властивості:

1. Відтворюваність результатів. Мірою відтворюваності є розкид (дисперсія) відгуку, визначеного кілька разів при одному стані через нерівні проміжки часу.

2. Керованість об’єктом, тобто можливість проведення активного експерименту, що припускає можливість призначення в кожному досліді необхідних рівнів факторів.

2.3.2. Вимоги до відгуків і факторів

При проведенні досліджень на основі теорії планування експерименту передбачається, що функція відгуку відповідає певним вимогам, а саме є безперервною, гладкою й має не більше одного екстремуму в області визначення факторів, тобто вона моноекстремальна. Рис. 2.2 ілюструє зазначені положення для однофакторного експерименту в області визначення фактора X від $X_{\min}$ до $X_{\max}$ [22].

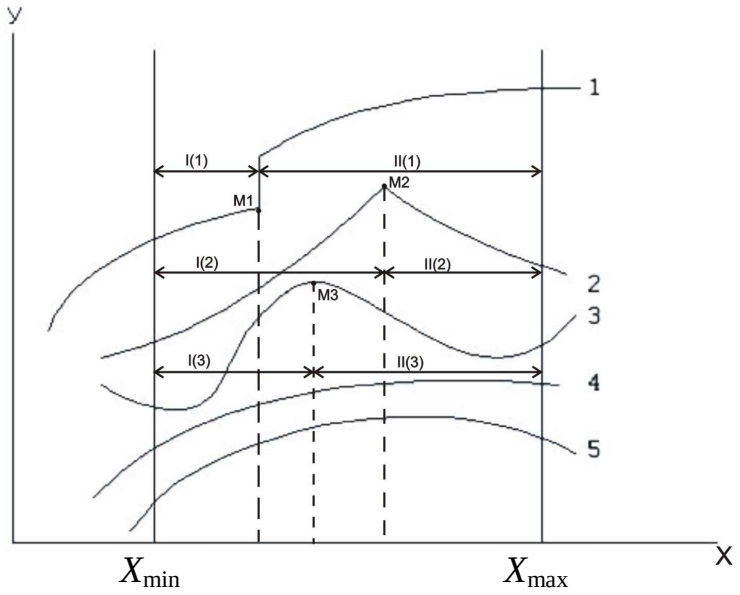

Рисунок 2.2 – Залежності $y = f(x)$: I(1), II(1), I(2), II(2), I(3), II(3) – перший і другий інтервали кривих 1, 2, 3 відповідно

Поза цим інтервалом поводження об’єкта не вивчається.

Крива 1 не задовольняє умові безперервності, крива 2 – умові гладко-

сті (перша похідна перетерплює розрив). Крива 3 має декілька екстремумів і також не задовольняє перераховані вище вимоги.

Функції 4 й 5 можуть задовольняти сформульовані вимоги, тому що крива 4 монотонна, а крива 5 має єдиний екстремум в інтервалі $[X_{\min}; X_{\max}]$.

Якщо попереднє вивчення об'єкта показує, що ці умови не виконуються на обраному інтервалі зміни фактора (рис. 2.2, точки М1, М2, М3), то можна звузити область визначення або розділити її на декілька інтервалів (як це показано штриховими лініями на рис. 2.2) і будувати окремі математичні моделі для кожного з інтервалів I(1), II(1), I(2), II(2), I(3), II(3).

Відгук обов'язково повинен бути кількісним і задаватися числом.

Безліч значень, яких може набувати відгук, називається областю його визначення. Відгук повинен бути однозначним у статистичному плані. Це означає, що заданому стану об'єкта повинне відповідати одне (з точністю до помилки експерименту) значення відгуку.

Відгук повинен мати фізичний сенс, бути простим, легко обчислюватися й існувати для всіх можливих станів об'єкта.

Основні вимоги, пропоновані до факторів, полягають ось в чому:

1. Кожен фактор повинен мати область визначення. У завданнях планування експерименту використовують дискретні області визначення.

2. Фактори можуть бути не тільки кількісними, але і якісними. Для оцінки якісних факторів використовують ранговий підхід.

3. Фактори повинні бути керованими, тоді можна ставити активний експеримент. Планувати можна тільки активний експеримент.

4. Точність виміру факторів повинна бути по можливості високою.

5. Фактори повинні бути незалежними один від одного.

6. Сукупність факторів повинна бути сумісна.

2.3.3. План експерименту

Плани експериментів прийнято зображувати у вигляді таблиць (матриць), що містять умови проведення дослідів. Звичайно в цю же таблицю вводять і результати дослідів.

План m-факторного експерименту, що складається з n дослідів, наводиться нижче (табл. 2.1). У першій колонці таблиці записують номер i–го

досліду (i = 1,2,3,…,n). Потім заповнюють колонки, у яких указуються значення j-тих факторів для (j = 1,2,…, m) x_1, x_2, … , x_j, … , x_m. Наприклад: x_{11} – значення першого фактора в першому досліді; x_{12} – значення першого фактора в другому досліді; x_{21} – значення другого фактора в першому досліді й т. ін., тобто перший індекс означає номер фактора, другий – номер досліду. Запис x_{ji} означає значення j-го фактора в i-му досліді, .

Таблиця 2.1 – План і результати n дослідів m-факторного експерименту

Номер досліду	Умови дослідів						Результати експерименту		
i	x_1	x_2	…	x_j	…	x_m	y_1	…	y_s
1	x_{11}	x_{21}	…	x_{j1}	…	x_{m1}	y_{11}	…	y_{s1}
2	x_{12}	x_{22}	…	x_{j2}	…	x_{m2}	y_{12}	…	y_{s2}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
i	x_{1i}	x_{2i}	…	x_{ji}	…	x_{mi}	y_{1i}	…	y_{si}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
n	x_{1n}	x_1	…	x_{jn}	…	x_{mn}	y_{1n}	…	y_{sn}

Після проведення чергового i-го досліду заповнюються відповідні клітки колонок результатів y_1, y_2, … , y_s. При проведенні планованих експериментів відкидається традиційний підхід, що полягає в пофакторному варіюванні умов дослідів при переборі всіх можливих станів об’єкта.

Особливостями планованих експериментів є:

1) прагнення до мінімізації числа дослідів;

2) одночасне варіювання всіх факторів;

3) використання спеціального математичного апарата, заснованого на принципі ортогональності, методі найменших квадратів, теорії ймовірностей і математичній статистиці, а також на числових методах оптимізації.

Основні принципи побудови різних математичних моделей і відповідних планів експериментів першого і другого порядків, а також відповідний спеціальний математичний апарат будуть розглянуті нижче.

2.4. Визначення математичних моделей методом найменших квадратів (МНК)

В теорії планування експерименту за математичну модель об'єкта (функцію відгуку) приймають відрізки степеневих рядів – поліноми. Таким чином, при визначенні моделі об'єкта виникають два запитання: по-перше, який повинен бути порядок полінома і як обчислити його коефіцієнти. Порядок полінома звичайно призначають виходячи з характеру перетинів поверхні відгуку і, як правило, обмежуються першим або другим порядком, а коефіцієнти полінома визначають за допомогою методу найменших квадратів (МНК). Відзначимо, що МНК може застосовуватися і тоді, коли функцію відгуку потрібно апроксимувати не поліномом. Нехай є деяка функція m змінних задана в точках $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{mi})$, $i = 1,2,\dots,n$.

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_m), \tag{2.5}$$

Рівняння цієї функції невідоме. Будемо шукати це рівняння у вигляді

$$\tilde{y} = f(x_1, x_2, ..., x_m, b_1, b_2, ..., b_j, ..., b_k), \tag{2.6}$$

де y – довільна функція m незалежних змінних $x_1, x_2, \dots, x_m$ і k постійних параметрів $b_1, b_2, \dots, b_к$, які необхідно визначити.

Задамося деяким набором параметрів $b_1, b_2, \dots, b_к$, а також значеннями незалежних змінних, відповідними координатами i-ї точки. Підставивши ці значення в праву частину виразу (2.6), одержимо

$$\tilde{y}_i \le y(x_{1i}, x_{2i}, ..., x_{mi}, b_1, b_2, ..., b_j, ..., b_k). \tag{2.7}$$

Обчислимо різницю: $$\Delta_i = y_i - \tilde{y}_i, \tag{2.8}$$

де y_i – значення функції y в i-й точці.

Різниця Δ_i називається нев'язкою для функції (2.6) у точці i. Нев'язка може бути обчислена в кожній із n точок, де задана функція y, і для будь-якого набору параметрів. Очевидно, потрібно прагнути вибрати такий набір

параметрів b_1, b_2,…,b_k, при якому рівняння (2.6) щонайкраще апроксимує значення функції *y*. Як критерій найкращої апроксимації може бути взятий найменший найбільший модуль нев'язки одержаний в *n* дослідах

$$\sigma = \max_{i=1}^{n} |\Delta_i| = \min, \tag{2.9}$$

або найменша сума модулів нев'язок визначених в *n* дослідах експеримента

$$\sigma = \sum_{i=1}^{n} |\Delta_i| = \min, \tag{2.10}$$

або найменша сума квадратів нев'язок визначена в *n* дослідах експеримента

$$\sigma = \sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2 = \min. \tag{2.11}$$

У всіх трьох випадках функція σ не може бути негативною й має не менш одного екстремуму.

Найбільш зручним для обчислень є критерій суми квадратів нев'язки, який наведено в (2.11). В [25] показано, що чим менше цей критерій тим більша функція правдоподібності $P(\Delta_i)$, що є умовою одержання максимально правдоподібних оцінок коефіцієнтів (параметрів b_1, b_2,…,b_k) апроксимуючого рівняння при нормальному законі розподілення ймовірності результатів експерименту. Функція правдоподібності $P(\Delta_i)$ являє собою добуток щільностей ймовірності появи нев'язок визначених для кожного з *n* дослідів експерименту і згідно [25] визначається за формулою:

$$P(\Delta i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{\Delta i^2}{2S^2}\right), \tag{2.12}$$

де *S* – середньоквадратичне відхилення.

Якщо скористатися цим критерієм, то найкращу апроксимацію буде забезпечувати такий набір параметрів, при якому досягає мінімуму сума

квадратів нев'язок. Реалізація цієї умови при визначенні коефіцієнтів рівняння *називається апроксимацією за методом найменших квадратів.*

Критерій σ можна розглядати як функцію k змінних: b_1, b_2,…,b_k, причому екстремум цієї функції визначають шляхом розв'язання системи рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma}{\partial b_j} = 0, \\ j = 1,2,...,k. \end{cases} \tag{2.13}$$

Підставивши в систему (2.13) вираз критерію з (2.11), з врахуванням (2.7) і (2.8), після простих перетворень одержимо систему рівнянь вигляду

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - \tilde{y}_i) \dfrac{\partial}{\partial b_j} (x_{1i}, x_{2i}, ..., x_{mi}, b_1, b_2, ..., b_k) = 0, \\ j = 1,2,...,k. \end{cases} \tag{2.14}$$

Таким чином, задача визначення параметрів b_1, b_2,…,b_k зводиться до розв'язання системи рівнянь (2.14). У загальному випадку ця система є трансцендентною і одержати її розв'язок в загальному вигляді важко, однак, коли функція $y(\cdot)$ являє собою поліном, ця система, як це буде показано нижче, є системою лінійних алгебраїчних рівнянь, методи розв'язання якої добре відомі.

Варто особливо відмітити що МНК дозволяє визначати коефіцієнти рівняння незалежно від закону розподілення випадкової величини, а отже, може застосовуватись в тих випадках, коли дослідник не може на даному етапі дослідження доказати нормальність закону розподілу.

2.4.1. МНК для функції однієї змінної

При обробці експериментальних даних, особливо коли в них є випадкові помилки, доцільно застосувати метод найменших квадратів (МНК). Він дозволяє зменшити вплив випадкових причин на експериментальні дані і

одержати математичну модель об’єкта у вигляді полінома тієї чи іншої степені. При однофакторних експериментах всі фактори, крім одного, стабілізуються на якому-небудь постійному рівні. Згідно з МНК сума квадратів відхилень між відомими експериментальними значеннями дослідної функції y_i і відповідними значеннями апроксимуючої функції $y_{\text{p}i}$, повинна бути мінімальною:

$$\sigma = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_{\text{p}i})^2 = \min .$$

Розглянемо приклад використання МНК для знаходження коефіцієнтів b_0, b_1 і побудови лінійної математичної моделі відгуку y_{p} з однією змінною x:

$$y_{\text{p}} = b_0 + b_1 x .$$

Підставив значення y_{p} у вираз для критерію апроксимації σ, одержимо

$$\sigma(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 = \min .$$

Екстремум функції двох змінних $\sigma(b_0, b_1)$ знаходиться шляхом диференціювання її по кожній змінній та прирівнювання отриманих часткових похідних до нуля. Незалежно від числа n, ця операція дозволяє отримати систему рівнянь, число яких у точності дорівнює числу шуканих невідомих; ці рівняння зазвичай називають нормальними. Здійснюючи вказані дії, знаходимо:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma(b_0, b_1)}{\partial b_0} = -2\sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - b_0 - b_1 x_i) = 0; \\ \dfrac{\partial \sigma(b_0, b_1)}{\partial b_1} = -2\sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - b_0 - b_1 x_i) x_i = 0. \end{cases}$$

Після перетворень одержимо систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i; \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i. \end{cases}$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь відносно b_0 і b_1, отримаємо:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=0}^{n} y_i \sum_{i=0}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2}$$

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=0}^{n} y_i x_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2}$$

Подібним чином можна було б записати формули для коефіцієнтів b і в більш складних випадках. Очевидно, що це потребувало би більших зусиль, так як подібні формули вийшли б більш громіздкими. Крім того, наявність різниці в знаменниках виразів для b_0 і b_1 показує, що при деяких несприятливих умовах, коли ця різниця дорівнює нулю, визначення коефіцієнтів є неможливим. *Розглянемо приклад застосування МНК для визначення невідомих коефіцієнтів математичної моделі з однією змінною x.*

Допустімо, у результаті однофакторного експерименту отримано n значень відгуку (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 – Результати однофакторного експерименту

Номер досліду	1	2	…	i	…	n
Фактор	x_1	x_2	…	x_i	…	x_n
Відгук	y_1	y_2	…	y_i	…	y_n

Рівняння функції відгуку невідоме. Будемо шукати це рівняння у ви-

гляді полінома m-го порядку

$$\tilde{y} = b_0 x^0 + b_1 x^1 + b_2 x^2 + ... + b_j x^j + ... + b_m x^m . \qquad (2.15)$$

Даний поліном містить m+1 невідомий коефіцієнт. Функція являє собою суму

$$y(\cdot) = b_0 x^0 + b_1 x^1 + b_2 x^2 + ... + b_j x^j + ... + b_m x^m , \qquad (2.16)$$

у якій параметрами є коефіцієнти b_j.

З урахуванням того, що $\partial\sigma / \partial b_j = x^j$, а також беручи до уваги (2.14) і (2.16), одержимо систему рівнянь для визначення коефіцієнтів b_j:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} (y_i - b_0 x_i^0 - b_1 x_i^1 - b_2 x_i^2 - ... - b_m x_i^m) x_i^j = 0, \\ j = 0,1,2,...,m. \end{cases} \qquad (2.17)$$

Перетворимо систему (2.17). Для цього множник x_i^j внесемо в дужки й зробимо перегрупування доданків:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} y_i x_i^j - \sum_{i=1}^{n} b_1 x_i^1 x_i^j - \sum_{i=1}^{n} b_2 x_i^2 x_i^j - ... - \sum_{i=1}^{n} b_m x_i^m x_i^j = 0, \\ j = 0,1,2,...,m. \end{cases} \qquad (2.18)$$

Поміняємо знаки в системі (2.17) на протилежні, перенесемо першу суму в праву частину й винесемо коефіцієнти b_0, b_1,…,b_m з-під знака суми. Тоді одержимо

$$\begin{cases} b_0 \sum_{i=1}^{n} x_i^0 x_i^j + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^1 x_i^j + b_m \sum_{i=1}^{n} x_i^m x_i^j = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i^j , \\ j = 0,1,2,...,m. \end{cases} \qquad (2.19)$$

Суми, що входять у систему (2.19), є постійні числа, тому (2.19) є сис-

темою лінійних алгебраїчних рівнянь. Можна довести, що рівняння даної системи є лінійно залежними при $n \le m$. Таким чином, система (2.19) може мати єдиний розв'язок тільки у випадку, якщо кількість дослідів n більша від порядку полінома m. Ця умова, однак, є необхідною, але недостатньою.

Розглянемо як приклад викладену в [22].обробку однофакторного експерименту, результати якого наведено в табл. 2.3 і на рис. 2.3.

Кількість дослідів n дорівнює 10, порядок полінома m приймемо таким, що дорівнює одиниці, кількість невідомих коефіцієнтів дорівнює двом.

Таблиця 2.3 – Результати однофакторного експерименту

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	0	1	1	2	3	4	4	5	6	6
y_i	4	5	4	3	3	3	2	2	2	1

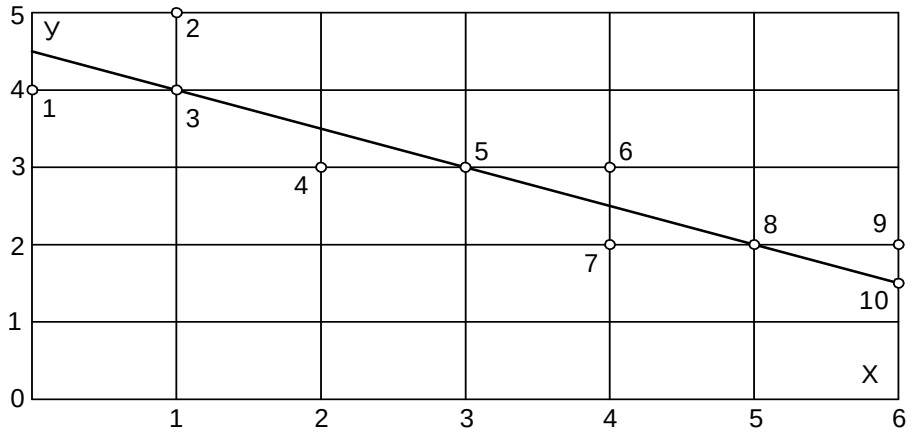

Рисунок 2.3 – Результати однофакторного експерименту

Таким чином, система рівнянь для визначення коефіцієнтів b_0 й b_1 має вигляд

$$\begin{cases} b_0 \sum_{i=1}^{10} x_i^0 x_i^0 + b_1 \sum_{i=1}^{10} x_i^1 x_i^0 = \sum_{i=1}^{10} y_i \, x_i^0, \\ b_0 \sum_{i=1}^{10} x_i^0 x_i^1 + b_0 \sum_{i=1}^{10} x_i^1 x_i^1 = \sum_{i=1}^{10} y_i \, x_i^1. \end{cases} \qquad (2.20)$$

З огляду на те, що $x_i^0 = 1$, одержимо

$$\begin{cases} b_0 n + b_1 \sum\limits_{i=1}^{10} x_i = \sum\limits_{i=1}^{10} y_i , \\ b_0 \sum\limits_{i=1}^{10} x_i + b_1 \sum\limits_{i=1}^{10} x_i^2 = \sum\limits_{i=1}^{10} y_i x_i . \end{cases} \qquad (2.21)$$

Для накопичення сум, що входять в останню систему рівнянь, зручно використати таблицю результатів експерименту, що транспонують (рядки заміняють стовпцями) і доповнюють двома колонками, в одній з яких записують квадрат фактора x_i^2, а в іншій добуток $y_i x_i$. Крім того, таблицю доповнюють рядком, у який записують суми елементів стовпців (табл. 2.4).

Таблиця 2.4 – Результати експерименту

i	x_i	y_i	x_i^2	$y_i x_i$
1	0	4	0	1
2	1	5	1	5
3	1	4	1	4
4	2	3	4	6
5	3	3	9	9
6	4	3	16	12
7	4	2	16	8
8	5	2	25	10
9	6	2	36	12
10	6	1	36	6
Σ	32	29	144	73

З урахуванням отриманих значень сум система рівнянь набуває такого вигляду:

$$\begin{cases} 10b_0 + 32b_1 = 29, \\ 32b_0 + 144b_1 = 73. \end{cases}$$

Розв’язок цієї системи такий:

$$b_0 = 4{,}4\,; \quad b_1 = -0{,}476\,.$$

Таким чином, ми можемо записати рівняння функції, що описує результати експерименту у такому вигляді:

$$y = 4{,}4 - 0{,}476x\,.$$

Графік цієї функції наведено у вигляді суцільної лінії на рис. 2.3.

Даний приклад показує, що навіть у найпростішому випадку (поліном першого порядку) для обчислення коефіцієнтів доводиться проробити відносно велику кількість обчислень, причому обсяг обчислень багаторазово зростає при підвищенні порядку полінома. Так, при m = 4 потрібно обчислити 13 сум і розв’язати систему п’яти рівнянь із п’ятьма невідомими. Зазначені розрахунки при відносно високих порядках поліномів звичайно виконують за допомогою ЕОМ. При дослідженні ЕА і ЕБТ кількість факторів m може бути набагато більшим, що може суттєво ускладнити розрахунки.

2.4.2. МНК для лінійної функції декількох змінних

В переважній більшості, в ЕМ, ЕА і ЕБТ, проводяться багатофакторні наукові експерименти.

Допустімо, у результаті m-факторного експерименту отримано значення відгуку (табл. 2.5).

У дану таблицю уведений фіктивний фактор $x_0 = 1$. У кожному рядку таблиці записані умови (значення факторів) і результати дослідів (відгуки). Запис x_{ji} означає значення j-го фактора в i-му досліді, запис y_i – значення відгуку в i-му досліді.

Рівняння функції відгуку невідоме. Будемо шукати це рівняння у вигляді лінійної функції m змінних:

$$\tilde{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \ldots + b_jx_j + \ldots + b_mx_m\,. \qquad (2.22)$$

Таблиця 2.5 – Результат *m*-факторного експерименту

i	x_0	x_1	x_2	…	x_j	…	x_m	y
1	x_{01}	x_{11}	x_{21}	…	x_{j1}	…	x_{m1}	y_1
2	x_{02}	x_{12}	x_{22}	…	x_{j2}	…	x_{m2}	y_2
…	…	…	…	…	…	…	…	…
i	x_{0i}	x_{1i}	x_{2i}	…	x_{ji}	…	x_{mi}	y_i
…	…	…	…	…	…	…	…	…
n	x_{0n}	x_{1n}	x_{2n}	…	x_{jn}	…	x_{mn}	y_n

Введення фіктивного фактора $x_0 = 1$ дає можливість записати це рівняння у вигляді

$$\tilde{y} = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + ... + b_j x_j + ... + b_m x_m . \qquad (2.23)$$

Дана функція містить $m + 1$ невідомий коефіцієнт. Функція $\sigma(\cdot)$ являє собою суму

$$\sigma(\cdot) = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + ... + b_j x_j + ... + b_m x_m , \qquad (2.24)$$

у якій параметрами є коефіцієнти b_j.

З урахуванням того, що $\partial\sigma / \partial b_j = x_j$, а також беручи до уваги (2.14) і (2.16), одержимо систему рівнянь для визначення коефіцієнтів:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} (y_i - b_0 x_{0i} - b_1 x_{1i} - b_2 x_{2i} - ... - b_m x_{mi}) x_{ji} = 0, \\ j = 1,2,...,m. \end{cases}, \qquad (2.25)$$

Після нескладних перетворень система (2.25) набуває такого вигляду:

$$\begin{cases} b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{0i} y_{ji} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} y_{ji} + ... + b_m \sum_{i=1}^{n} x_{mi} y_{ji} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{ji} , \\ j = 0,1,2,...,m. \end{cases} \qquad (2.26)$$

Дана система є системою лінійних алгебраїчних рівнянь.

Зазначимо, що викладений тут метод визначення коефіцієнтів може бути розповсюджений і на нелінійні моделі. Нехай, наприклад, проводиться двофакторний експеримент, і модель має вигляд полінома другого порядку

$$\tilde{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_1 x_2 + b_4 x_1^2 + b_5 x_2^2 . \qquad (2.27)$$

Якщо позначити

$$x_0 = 1,\ x_3 = x_1 x_2,\ x_4 = x_7^2,\ x_5 = x_2^2, \qquad (2.28)$$

тоді рівняння (2.27) набуває вигляду

$$\tilde{y} = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5 . \qquad (2.29)$$

Далі, шляхом введення фіктивних факторів x_3, x_4, і x_5, квадратичну функцію двох змінних перетворимо в лінійну функцію п’яти змінних.

Розглянемо як приклад наведену в [21, 22] обробку двофакторного експерименту, пов’язаного з визначенням залежності ЕДС генератора постійного струму E від струму збудження $I_з$ і частоти обертання ω. Для уникнення незручностей пов’язаних з різною фізичною розмірністю $I_з$ і ω введемо відносні величини

$$x_1 = I_з / I_{зн},\quad x_2 = \omega / \omega_н,\quad y = E,$$

де $I_{зн}$, $\omega_н$ – номінальні значення струму збудження й частоти обертання.

Залежність $y(x_1, x_2)$ наведено в табл. 2.6 і на рис. 2.4 згідно [21, 22].

Таблиця 2.6 – Залежність $y(x_1,x_2)$

i	x_1	x_2	$Y=E$
1	0,2	0,50	56
2	0,6	0,50	92
3	1,0	0,50	112

Продовження табл. 2.6

4	0,2	0,75	84
5	0,6	0,75	140
6	1,0	0,75	164
7	0,2	1,0	112
8	0,6	1,0	184
9	1,0	1,0	220

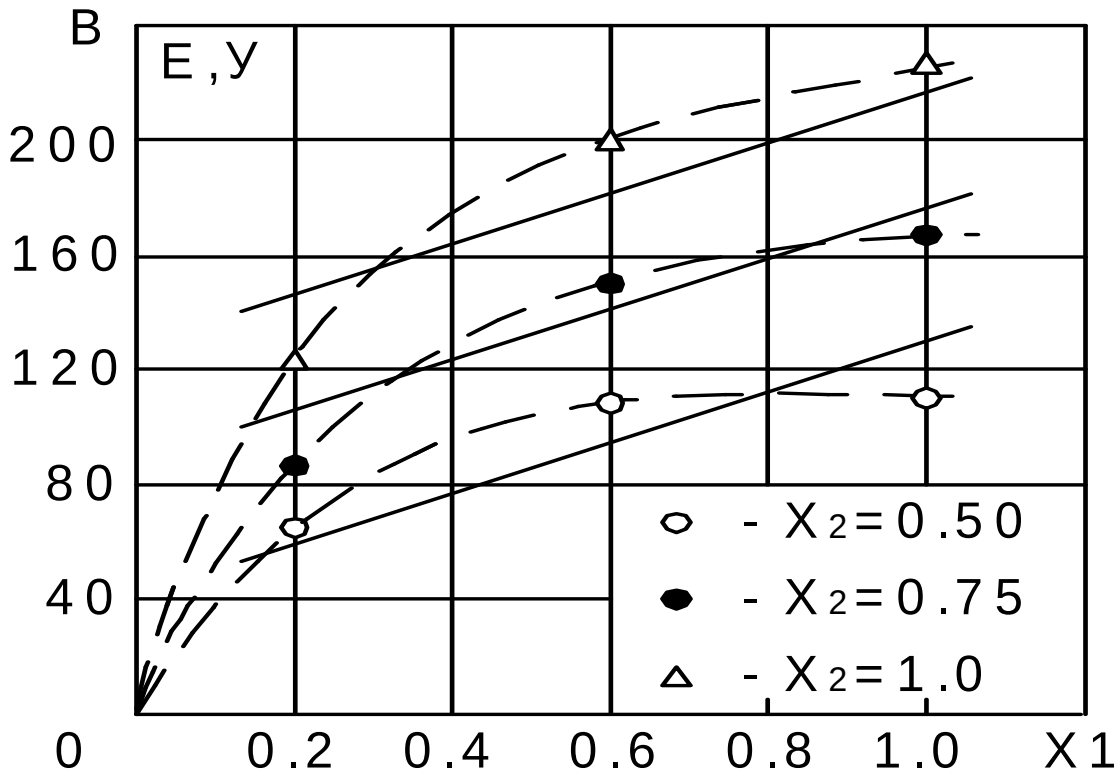

Рисунок 2.4 – Залежність $y = E(x_1,x_2)$

Кількість дослідів дорівнює дев’яти, кількість факторів – двом, кількість невідомих коефіцієнтів – трьом.

Система рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів математичної моделі b_0, b_1 й b_2 має вигляд

$$\begin{cases} b_0 n + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} = \sum_{i=1}^{n} y_i, \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{1i}, \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{2i}. \end{cases}$$

Для накопичення сум, що входять у дану систему рівнянь, зручно використати таблицю результатів експерименту *y*, доповнену колонками, у які записують величини: $x_{1i}^2, x_{2i}^2, x_{1i}x_{2i}, y_i x_{1i}, y_i x_{2i}$, а також рядком, у який вносять суми елементів стовпців (табл. 2.7) [21,22].

Таблиця 2.7 – Результати експерименту *y* і розрахунків сум стовбців

i	x_1	x_2	y	$x_1{}^2$	$x_2{}^2$	x_1x_2	yx_1	yx_2
1	0,2	0,50	56	0,04	0,25	0,10	11,2	28
2	0,6	0,50	92	0,36	0,25	0,30	55,2	46
3	1,0	0,50	112	1,00	0,25	0,50	112,0	56
4	0,2	0,75	84	0,04	0,5625	0,15	16,8	63
5	0,6	0,75	140	0,36	0,5625	0,45	84,0	105
6	1,0	0,75	164	1,00	0,5625	0,675	164,0	123
7	0,2	1,0	112	0,04	1,0	0,20	22,4	112
8	0,6	1,0	184	0,36	1,0	0,60	110,4	184
9	1,0	1,0	220	1,00	1,0	1,0	220,0	220
Σ	5,4	6,75	1164	4,20	5,44	4,05	795,0	937

З урахуванням отриманих значень сум система рівнянь набуває вигляду

$$\begin{cases} 9{,}00b_0 + 5{,}40b_1 + 6{,}75b_2 = 1164, \\ 5{,}40b_0 + 4{,}20b_1 + 4{,}05b_2 = 796, \\ 6{,}75b_0 + 4{,}05b_1 + 5{,}44b_2 = 973. \end{cases}$$

Розв'язок цієї системи такий:

$$b_0 = -58{,}82\,;\ b_1 = 101{,}67\,;\ b_2 = 169{,}54\,.$$

Отже, ми можемо записати лінійне рівняння функції, що описує результати експерименту:

$$\tilde{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2\,;$$
$$\tilde{y} = -58{,}2 + 101{,}67 x_1 + 169{,}54 x_2\,.$$

Перетин цієї функції при x_2 = 0,5; 0,75; 1,0 зображено у вигляді суцільних ліній на рис. 2.4. Результати зіставлення обмірюваних (експериментальних) y і розрахованих за моделлю відгуків $\tilde{y}$, що передбачаються [21, 22], наведено в табл. 2.8

Таблиця 2.8 – Результати зіставлення відгуків

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	56	92	112	84	140	164	112	184	220
$\tilde{y}$	46,28	86,95	127,62	88,67	129,38	170,01	131,05	171,72	212,39
$\varepsilon = y - \tilde{y}$	9,72	5,05	-15,62	-4,67	10,62	6,01	-19,05	12,28	7,61
$\frac{\varepsilon}{y} \cdot 100\%$	17,4	5,5	-14,0	-5,6	7,6	-3,7	-17,0	6,7	3,5

Як видно з даного прикладу, для обчислення коефіцієнтів b_0, b_1, і b_2 потрібно виконати значний обсяг обчислень (визначити 8 сум і розв'язати

систему трьох рівнянь із трьома невідомими). Однак лінійна модель погано апроксимує результати експерименту. Це видно із табл. 2.8, де відносне відхилення розрахованого відгуку від експериментального перевищує 17 %.

В роботах [22, 23, 27] наведено один простий прийом, що дозволяє істотно підвищити точність математичної моделі об'єкта. Суть цього прийому полягає в тому, що поліномом апроксимується не відгук, а функція, що являє собою відношення відгуку до степеневих функцій факторів

$$y / \prod_{j=1}^{m} (x_j)^{Pj}, \qquad (2.30)$$

де P_j – показники, значення яких підбирають з урахуванням характеру перетину поверхні відгуку.

З урахуванням виразу (2.6) рівняння математичної моделі набуває такого вигляду:

$$y = [\prod_{j=1}^{m} (x_j)^{Pj}](b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + ... + b_m x_m). \qquad (2.31)$$

Введення поправкового множника у вигляді добутку степеневих функцій факторів робить модель нелінійною, що забезпечує підвищення її точності. У роботах[21,22] наведено викладений вище прийом стосовно до розглянутого вище прикладу. Оскільки ЕРС генератора лінійно залежить від частоти обертання якоря й нагадує графік функції $y = \sqrt{x}$, уведемо поправковий множник $x_2\sqrt{x_1}$, і рівняння моделі будемо шукати у вигляді

$$\tilde{y} = x_2\sqrt{x_1}(b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2).$$

Це означає, що поліномом ми будемо апроксимувати відношення відгуку до поправкового множника.

У табл. 2.9 наведено значення факторів x_1 й x_2, відгуку y, перетвореного відгуку $y' = y / x_2\sqrt{x_1}$, а також значення $x_1^2, x_2^2, x_1x_2, y'x_1, y'x_2$, необ-

хідні для обчислення сум, що входять у систему рівнянь для визначення коефіцієнтів.

З урахуванням отриманих значень сум система рівнянь набуває вигляду

$$\begin{cases} 9{,}00b_0 + 5{,}40b_1 + 6{,}75b_2 = 2129{,}9, \\ 5{,}40b_0 + 4{,}20b_1 + 4{,}05b_2 = 1242{,}6, \\ 6{,}75b_0 + 4{,}05b_1 + 5{,}44b_2 = 1596{,}5. \end{cases}$$

Таблиця 2.9 – Значення факторів і відгуків

i	x_1	x_2	y	y'	x_1^2	x_2^2	x_1x_2	$y'x_1$	$y'x_2$
1	0,2	0,50	56	250,4	0,04	0,25	0,10	50,1	1256,2
2	0,6	0,50	92	237,5	0,36	0,25	0,30	142,5	118,8
3	1,0	0,50	112	224,0	1,00	0,25	0,50	224,0	112,0
4	0,2	0,75	84	250,4	0,04	0,5625	0,15	50,1	187,8
5	0,6	0,75	140	241,0	0,36	0,5625	0,45	144,6	180,8
6	1,0	0,75	164	218,7	1,00	0,5625	0,75	218,7	164,0
7	0,2	1,00	112	250,4	0,04	1,00	0,20	50,1	250,4
8	0,6	1,00	184	237,5	0,36	1,00	0,60	142,5	237,5
9	1,0	1,00	220	220,0	1,00	1,00	1,00	220,0	220,0
Σ	5,4	6,75	1164	2129,9	4,20	5,44	4,05	1242,6	1596,5

Стовпці ж $x_0, x_4 = x_1^2$ та $x_5 = x_2^2$ не ортогональні між собою.

Тому коефіцієнти $b_1, b_2, b_3 = b_{12}$ визначають за формулою

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{13} y_j x_{ji}}{\sum_{i=1}^{13} x_{ji}^2},$$

а коефіцієнти $b_0, b_4 = b_{11}, b_5 = b_{22}$ – з розв'язання системи рівнянь, отриманої з (2.23):

$$\begin{cases} b_0 \sum_{i=1}^{13} x_{0i}^2 + b_{11} \sum_{i=1}^{13} x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^{13} x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^{13} y_i \,, \\ b_0 = \sum_{i=1}^{13} x_{1i}^2 + b_{11} \sum_{i=1}^{13} x_{1i}^2 + b_{22} \sum_{i=1}^{13} x_{1i}^2 x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^{13} y_i x_{1i}^2, \\ b_0 = \sum_{i=1}^{13} x_{2i}^2 + b_{11} \sum_{i=1}^{13} x_{1i}^2 x_{2i}^2 + b_{22} \sum_{i=1}^{13} x_{2i}^4 = \sum_{i=1}^{13} y_i x_{2i}^2. \end{cases}$$

Обчисливши суми в лівих частинах, одержимо

$$\begin{cases} 13b_0 + 8b_{11} + 8b_{22} = \sum_{i=1}^{13} y_i, \\ 8b_0 + 12b_{11} + 4b_{22} = \sum_{i=1}^{13} y_i x_{1i}^2, \\ 8b_0 + 4b_{11} + 12b_{22} = \sum_{i=1}^{13} y_i x_{2i}^2. \end{cases}$$

Розв’яжемо дану систему рівнянь:

$$b_0 = 0{,}2 \sum_{i=1}^{13} y_i - 0{,}1 \left(\sum_{i=1}^{13} y_i x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^{13} y_i x_{2i}^2 \right);$$

$$b_{11} = 0{,}125 \sum_{i=1}^{13} y_i x_{1i}^2 - 0{,}1 \sum_{i=1}^{13} y_i + 0{,}01875 \left(\sum_{i=1}^{13} y_i x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^{13} y_i x_{2i}^2 \right).$$

Розв’язок цієї системи такий:

$$b_0 = 260{,}58\,;\ b_1 = -36{,}81\,;\ b_2 = -2{,}45\,.$$

Отже, ми можемо записати рівняння функції, що описує результати експерименту:

$$\tilde{y} = x_2\sqrt{x_1}(b_0 + b_1x_1 + b_2x_2) = x_2\sqrt{x_1}(260{,}58 - 36{,}81x_1 - 2{,}45x_2).$$

Перетини цієї функції при x_2 = 0,5; 0,75; 1,0 зображено у вигляді пунктирних ліній на рис. 2.4. Результати зіставлення обмірюваних y і передбачуваних моделлю відгуків $\tilde{y}$, наведено в табл. 2.10 [22].

Таблиця 2.10 – Результати зіставлення відгуків y і $\tilde{y}$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	56	92	112	84	140	164	112	184	220
$\tilde{y}$	56,38	91,89	111,27	79,38	137,49	166,45	112,84	182,84	221,32
$\varepsilon = y - \tilde{y}$	-0,38	0,21	0,73	4,62	2,51	-2,45	-0,15	1,16	-1,32
$\frac{\varepsilon}{y}\cdot 100\%$	-0,68	0,12	0,65	5,50	1,79	-1,49	-0,18	0,63	-0,6

Із графіків і таблиці видно, що відносна похибка не перевищує 5,5 %. Таким чином, за рахунок введення поправочного множника точність моделі істотно підвищилася, що вказує на доцільність її застосування. Ці та інші способи підвищення точності математичних моделей докладно розглянуті нижче в п. 5.6.

2.4.3. МНК для ортогональних планів

Можливість застосування МНК при побудові багатофакторних моделей на основі ортогональних планів випливає із проведеного на основі матричної алгебри аналізу матриці умов дослідів. Для цього рекомендується перейти до матричного запису невідомих рівнянь (типу 2.22) функції відгуку, необхідних для визначення коефіцієнтів b_j. Таку операцію можна зробити для любої кількості дослідів і при любій кількості членів ряду. Якщо було проведено n дослідів, в кожному із яких задавалось певна комбінація факторів (наприклад, в i–му досліді x_{0i}, x_{1i}, x_{2i},..., x_{mi}) і в результаті яких були одержані відповідні результати y_i, то всі комбінації факторів можна пред-

ставити матрицею *X*, всі результати – матрицею *Y*, а всі невідомі коефіцієнти – матрицею *B*.

$$X = \begin{vmatrix} x_{01} & x_{11} & \dots & x_{u1} \dots & x_{m1} \\ x_{02} & x_{12} & \dots & x_{u2} \dots & x_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \dots & \dots \\ x_{0i} & x_{1i} & \dots & x_{ui} \dots & x_{mi} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \dots & \dots \\ x_{0n} & x_{1n} & \dots & x_{un} \dots & x_{mn} \end{vmatrix} \qquad Y = \begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_i \\ \dots \\ y_n \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_j \\ \dots \\ b_m \end{vmatrix}$$

Як видно, матриця всіх комбінацій факторів (умов дослідів) *X* прямокутна і має 1 + *m* стовбців і *n* рядків, матриця результатів *Y* – матриця-стовбець, яка має *n* елементів, а матриця невідомих коефіцієнтів *B* – матриця-стовбець, яка має 1 + *m* елементів. Ці матриці можна використати для запису системи нормальних рівнянь, які будуть мати такий вигляд:

$$Y = BX, \tag{2.32}$$

або

$$X_t Y = X_t X B, \tag{2.33}$$

або

$$CB = X_t Y, \tag{2.34}$$

де X_t – транспонована матриця *X*, тобто така, в якій всі рядки, що знаходяться в матриці *X*, замінені стовпчиками; $C = X_t X$ – квадратна матриця, яка має 1 + *m* рядків і стовпців.

Для того щоб одержати матрицю невідомих коефіцієнтів, необхідно помножити обидві частини рівняння (2.34) на матрицю C^{-1}, зворотну по відношенню до матриці *C*. Тоді $CC^{-1} = E$, де *E* – одинична матриця. Відповідно одержимо

$$B = C^{-1} X_t Y. \tag{2.35}$$

З (2.33) видно, що матриця $C = X_t X$, яка безпосередньо зв'язана з матрицею X, відіграє виключно важливу роль у визначенні коефіцієнтів. Проведений в роботі [24] аналіз цієї матриці дозволяє визначити ті умови, за яких визначник системи рівнянь відмінний від 0 ($\Delta C \neq 0$), а отже за яких завжди можна визначити невідомі коефіцієнти. Крім того, щоб знайти $1 + m$ невідомих коефіцієнтів b_j, необхідно провести ряд дослідів з неповторними комбінаціями умов їх проведення (рівнів факторів), кількість яких, принаймні, не менша, ніж кількість невідомих коефіцієнтів, тобто $n \geq 1 + m$. Якщо одержаний у такий спосіб поліном не достатньо точно апроксимує результати дослідів, то кількість членів полінома мала. Тоді всю процедуру їх знаходження необхідно починати спочатку, тому що зміна m хоча б на одиницю приведе до зміни значення всіх коефіцієнтів, що робить експеримент пасивним. При переході до активного експерименту необхідно використовувати не спонтанні (за своїм бажанням) комбінації факторів, а строго визначенні на основі матричного аналізу значення факторів в кожному досліді. Це дозволить побудувати матрицю комбінацій факторів X таким чином, щоб невідомі коефіцієнти визначались з її допомогою незалежно один від одного. Ці умови такі: матриця значень факторів X повинна відповідати умові ортогональності

$$\sum_{u=1}^{n} x_{ji} \cdot x_{ui} = 0, \quad j \neq u \ , \tag{2.36}$$

де j, u – номери різних стовпчиків; i – номер рядка (досліду); n – число дослідів в плані.

Відповідно таке планування експерименту називають ортогональним плануванням. Ортогональне планування широко використовується для побудови математичних моделей електромеханічних систем (ЕМС). Хоча воно не єдине в теорії планування експерименту. Якщо план експерименту побудований з урахуванням умови симетричності $\sum_{i=1}^{n} x_{ji} = 0$, то його змінна x_j буде мати як позитивне, так і негативне значення. Такий симетричний план дає можливість незалежним чином визначити коефіцієнти лінійного

рівняння b_0, b_1,…, b_j, а також коефіцієнти, які характеризують ефекти міжфакторних взаємодій b_{jk} ($j \neq k$) як відношення відповідних визначників системи рівнянь за загальною формулою (2.39). Тобто, він буде ортогональним відносно цих коефіцієнтів. Такий план передбачає рівномірне змінення досліджуваного фактора від досліду до досліду.

Поняття ортогональності планів випливає також з поняття ортогональності векторів. Два n-мірних вектори є ортогональними, якщо сума попарних добутків відповідних компонентів дорівнює нулю.

Розглянемо план m-факторного експерименту, що містить n дослідів (табл. 2.4). Кожний з факторів можна розглядати як n-мірний вектор. План експерименту називається ортогональним, якщо всі зазначені n-мірні вектори (фактори) є взаємно ортогональними. Для ортогонального плану справедлива рівність

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ji} x_{ki} = 0, \quad j \neq k . \tag{2.37}$$

Якщо план експерименту є ортогональним, система рівнянь (2.19) розпадається на систему незалежних рівностей, у кожній з яких є тільки один невідомий коефіцієнт b_j

$$b_j \sum_{i=1}^{n} x_{ji}^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{ji} . \tag{2.38}$$

Для ортогонального плану вдається одержати вираз для коефіцієнтів b_j у загальному вигляді

$$b_j = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{ji} \Big/ \sum_{i=1}^{n} x_{ji}^2 . \tag{2.39}$$

Таким чином, ортогональне планування експерименту дозволяє істотно спростити процедуру обробки результатів експерименту.

Розглянемо як приклад викладену в [22] обробку двофакторного експерименту, результати якого наведено в табл. 2.11.

Таблиця 2.11 – Результати обробки двофакторного експерименту

i	x_0	x_1	x_2	$y(x_0)$	x_0^2	x_1^2	x_2^2	yx_1	yx_2
1	1	-1	-1	250,4	1	1	1	-250,4	-250,4
2	1	0	-1	237,5	1	0	1	0	-237,5
3	1	1	-1	224,0	1	1	1	224,0	-224,0
4	1	-1	0	250,4	1	1	0	-250,4	0
5	1	0	0	241,0	1	0	0	0	0
6	1	1	0	218,7	1	1	0	218,7	0
7	1	-1	1	250,4	1	1	1	-250,4	250,4
8	1	0	1	237,5	1	0	1	0	237,5
9	1	1	1	220,0	1	1	1	220,0	220,0
Σ	9	0	0	2129,9	9	6	6	-88,5	-4,0

Шляхом безпосередньої перевірки можна переконатися в тім, що

$$\sum_{i=1}^{9} x_{01}x_{1i} = 0, \quad \sum_{i=1}^{9} x_{0i}x_{2i} = 0, \quad \sum_{i=1}^{9} x_{1i}x_{2i} = 0.$$

Тому план експерименту є ортогональним. Визначимо коефіцієнти математичної моделі:

$$b_0 = \sum_{i=1}^{9} y_i x_{0i} / \sum_{i=1}^{9} x_{0i}^2 ;$$

$$b_1 = \sum_{i=1}^{9} y_i x_{1i} / \sum_{i=1}^{9} x_{1i}^2 ;$$

$$b_2 = \sum_{i=1}^{9} y_i x_{2i} / \sum_{i=1}^{9} x_{2i}^2 ;$$

$$b_0 = 2129,/9 = 236,63;$$

$$b_1 = -88,5/6 = -14,75;$$

$$b_2 = -4,0/6 = -0.67.$$

Рівняння моделі

$$\tilde{y} = 236{,}65 - 14{,}75x_1 - 0.67x_2.$$

Як бачимо, процес обробки ортогонального експерименту істотно менш трудомісткий, ніж процес обробки звичайного не ортогонального експерименту. У наступному розділі викладаються деякі прийоми побудови ортогональних планів. Більш детальне викладення МНК з графічним зображенням поверхні відгуку і апроксимуючої поверхні для двох змінних, а також приклад його застосування для розрахунку невідомих коефіцієнтів на основі ортогональних планів наведено в [24]. Там же на основі матричної алгебри показана можливість його застосування для побудови багатофакторних моделей. При проведені досліджень різних процесів в ЕА, ЕПТ і ЕМС доцільно одержати математичну модель, в якій враховуються всі фактори, які мають суттєвий вплив на процес або об'єкт. Звичайно в процес дослідження включають 4–5 факторів. Включення більшої кількості факторів зменшує ступінь адекватності одержаної багатофакторної моделі.

Контрольні запитання:

1. Експериментальні дослідження, експеримент, дослід.
2. Помилки експериментів і проведення рандомізації дослідів.
3. Щільність розподілу і дисперсія випадкової величини.
4. Види експериментів. Планування експерименту.
5. Основні терміни і поняття теорії планування експерименту.
6. Вимоги до об'єкта дослідження і його математичної моделі.
7. Назвіть вимоги до факторів і відгуків. Наведіть приклади.
8. Які критерії апроксимації використовуються при побудові математичних моделей першого і другого порядків? Наведіть приклади.
9. Метод найменших квадратів і його застосування при побудові моделей з однією, двома і декількома змінними. Наведіть приклади.
10. Особливості побудови ортогональних планів експериментів.
11. Яким вимогам повинна відповідати матриця умов дослідів *X*?
12. Особливості запису математичних моделей в матричній формі.

3. ОРТОГОНАЛЬНІ ПЛАНИ БАГАТОФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

При плануванні експерименту слід передбачити щоб визначник системи рівнянь був відмінним від нуля. Це забезпечить можливість визначення коефіцієнтів рівняння регресії і спростити обчислювальну процедуру. У даному розділі будуть викладені деякі прийоми побудови ортогональних планів, на основі яких за загальною формулою обчислюються коефіцієнти і будуються лінійні й квадратичні математичні моделі (рівняння регресії)об'єктів або процесів, що зв'язують відгуки і фактори.

3.1. Ортогональні плани першого порядку

При проведенні досліджень ЕА, ЕМС, ЕПТ в цілому ряді випадків, коли дослідні об'єкти або процеси надмірно складні і розуміння механізму процесів недостатнє, неможливо побудувати аналітичні (детерміновані) залежності на основі явищ переносу або балансу різних величин. Вирішення таких задач можливе шляхом побудови багатофакторної емпіричної математичної моделі на основі ортогональних планів першого порядку.

Як було показано в п. 2.4, план є ортогональним при виконанні умови

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ji} X_{ki} = 0, \quad j \neq k, \; j \neq 0, \tag{3.1}$$

де j і k – номери факторів (стовпців, колонок); i – номер досліду (рядка); X_{ji}, X_{ki} – натуральні значення j-х і k-х факторів в i-му досліді.

Припустивши, що $k = 0$, одержимо

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ji} X_{0i} = \sum_{i=1}^{n} X_{ji} = 0, \quad j \neq 0. \tag{3.2}$$

Таким чином, необхідною умовою ортогональності плану є рівність нулю суми елементів будь-якого стовпця за винятком стовпця X_0, сума елементів якого дорівнює кількості дослідів. Ця умова є необхідною, але недо-

статньою, однак вона показує, що значення кожного з факторів (крім фіктивного фактора X_0) повинні мати різні знаки, причому сума позитивних значень повинна дорівнювати сумі негативних значень факторів. Цю властивість плану експерименту називають властивістю симетрії. У тих випадках, коли фактори не можуть бути знакозмінними, їх необхідно перетворити з натуральної (фізичної) розмірності в безрозмірні (кодовані) величини.

Розглянемо прийом перетворення факторів, що забезпечує симетрію плану експерименту. Нехай в експерименті кожний з факторів варіюється з постійним кроком зміни

$$\Delta h_j = \frac{X_{j\,max} - X_{j\,min}}{P_j - 1} = \frac{Y_j}{P_j - 1} = \frac{2h_j}{P_j - 1}, \qquad (3.3)$$

де Δh_j – крок зміни *j*-го фактора; Y_j – інтервал варіювання *j*-го фактора; $X_{j\min}, X_{j\max}$ – мінімальне й максимальне значення *j*-го фактора; h_j – крок варіювання *j*-го фактора; P_j – кількість рівнів варіювання *j*-го фактора.

Якщо змістити початок координат на середину інтервалу варіювання фактора (сполучити з нульовим рівнем *j*-го фактора) $X_{j0} = (X_{j\,min} + X_{j\,max})/2$, то в новій системі координат будемо мати як позитивні, так і негативні значення, причому сума всіх значень перетвореного *j*-го фактора буде дорівнювати нулю. Перетворення здійснюється за допомогою формули

$$x_j = \frac{X_j - X_{j0}}{C_j}, \qquad (3.4)$$

де x_j – перетворене (кодоване) значення *j*-го фактора X_j; C_j – довільна постійна величина; X_j – натуральне значення *j*-го фактора; X_{j0} – середнє натуральне значення *j*–го фактора.

Якщо припустити, що $C_j = h_j$, то кодоване значення, що відповідає верхньому й нижньому рівням факторів, дорівнює ± 1.

Можна довести, що перетворення всіх факторів за формулою (3.4) забезпечує поряд із симетрією ортогональність плану першого порядку, яка визначається формулою (3.2).

Розглянемо як приклад двофакторний експеримент [22].

Значення факторів наведено в табл. 3.1 у другій і третій колонках. Перший фактор x_1 варіюється від 1 до 3, другий x_2 – від 1 до 4; кроки варіювання: $h_1 = 1;\ h_2 = 1.5;$ нульові рівні: $x_{10} = 2;\ x_{20} = 2.5$. Застосуємо формулу перетворення (3.4), припустивши, що $C_j = h_j$:

$$x_1 = \frac{X_1 - 2}{1};\ x_2 = \frac{X_2 - 2{,}5}{1{,}5}$$

Таблиця 3.1 – Значення факторів

i	X_1	X_2	x_1	x_2	$x_3 = x_1 x_2$
1	1	1	-1	-1	1
2	1	2	-1	-0,33	0,33
3	1	3	-1	0,33	-0,33
4	1	4	-1	1	-1
5	2	1	0	-1	0
6	2	2	0	-0,33	0
7	2	3	0	0,33	0
8	2	4	0	1	0
9	3	1	1	-1	-1
10	3	2	1	-0,33	-0,33
11	3	3	1	0,33	0,33
12	3	4	1	1	1
Σ			0	0	0

Значення перетворених (кодованих) факторів x_1 й x_2, а також їхнього добутку $x_3 = x_1 x_2$ наведено в четвертій, п’ятій і шостій колонці табл. 3.1. Суми елементів цих колонок дорівнюють нулю. Таким чином, розглянутий вище прийом дозволив так перетворити фактори, що для кодованих факторів матриця факторів придбала властивість ортогональності.

3.2. Повний факторний експеримент ПФЕ2^m

Найпростішим ортогональним планом, у якому будь-які два стовбці незалежних змінних ортогональні, являється план повного факторного експерименту. *Експеримент, в якому досліджувані фактори змінюються на двох рівнях (верхньому (максимальному) – +1 і нижньому (мінімальному) – -1) і реалізуються всі можливі комбінації рівнів факторів, називається повним факторним експериментом ПФЕ2^m*. Як видно, в даному плані кодоване значення верхнього рівня дорівнює одиниці, а нижнього рівня – мінус одиниці. *Кількість дослідів в плані ПФЕ2^m визначається як* $\boldsymbol{n = 2^m}$.

Такий план дозволяє будувати математичні моделі першого порядку. Пошукова математична модель першого порядку в загальному вигляді для натуральних факторів $X_1, X_2,\ldots, X_m$ має вигляд

$$Y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \ldots + B_m X_m \qquad (3.5)$$

Нижче, як приклад побудови плану ПФЕ2^m, у табл. 3.3 наведено матрицю факторів (умов дослідів) і результатів експерименту при m=2 [22]. При заповненні зазначеної матриці виникають певні труднощі, особливо при великій кількості факторів. Для заповнення матриці можна рекомендувати таке правило: у стовпці, що відповідає факторові $x_j\,(j>0)$, послідовно чергуються 2^{j-1} одиниць зі знаком плюс і стільки ж одиниць зі знаком мінус. У стовпці x_0 всі елементи дорівнюють +1.

Матриці факторів ПФЕ2^m характеризуються такими властивостями:

1. *Симетричність – сума елементів будь-якого стовпця (за винятком стовпця x_0) дорівнює нулю:*

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ji} = 0, \quad j \neq 0, \qquad (3.6)$$

де x_{ji} – кодоване значення j-го фактора в i-му досліді.

2. *Нормування – сума квадратів елементів будь-якого стовпця дорівнює кількості дослідів:*

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ji}^2 = n. \qquad (3.7)$$

3. *Ортогональність – сума попарних добутків елементів двох будь-яких стовпців дорівнює нулю:*

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ji} x_{ki} = 0, \quad j \neq 0, \quad j \neq k\,. \qquad (3.8)$$

4. *Ротатабельність – дисперсії передбачених значень відгуку на рівних відстанях від центра плану постійні і мінімальні*.

З урахуванням властивості нормування формула для визначення коефіцієнтів спрощується:

$$b_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i x_{ji}\,. \qquad (3.9)$$

Фактори X_1, X_2,…, X_m у загальному випадку розмірні величини, причому розмірності можуть бути всілякі; числа, що виражають величини факторів, можуть мати різні порядки. Неважко зрозуміти, що це може привести до серйозних незручностей, коли ми почнемо вирішувати завдання й шукати коефіцієнти виразу (2.2), який являє собою суму добутків факторів з різною фізичною розмірністю. Так як визначити таку суму неможливо, тому, звичайно, не працюють із натуральними (фізичними) значеннями факторів, а роблять попередньо операцію кодування факторів, що представляє собою лінійне перетворення факторного простору (рис. 3.1).

Для здійснення операції кодування необхідно насамперед вибрати вихідну область експериментування, тобто задати верхні й нижні межі зміни кожного фактора в ході експерименту $X_{j\max}$, $X_{j\min}$.

Тоді операція кодування факторів зводиться до лінійного перетворення системи координат у факторному просторі з переносом початку координат в точку з координатами $X_{1\text{ср}}$, $X_{2\text{ср}}$,…, $X_{m\text{ср}}$ (0' на рис. 2.1) і вибору для кожного фактора нового масштабу, такого, що значенню $X_{j\min}$ буде

відповідати – 1, $X_{j\max}$ – + 1, *а* $X_{j\text{ср}}$ – 0, *де*

$$X_{j\text{ср}} = (X_{j\min}+X_{j\max})/2. \tag{3.10}$$

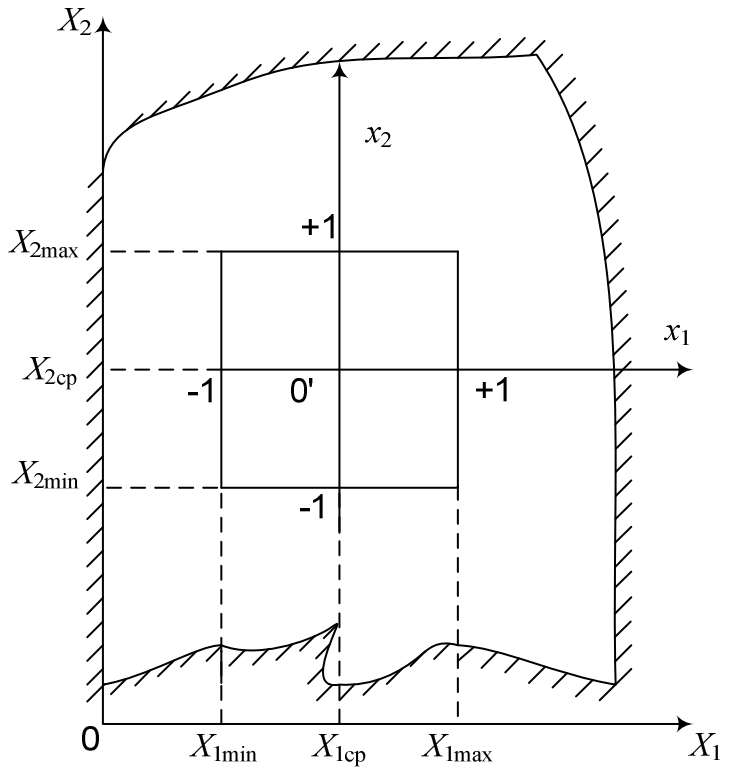

Рисунок. 3.1 – Область визначення (область експериментування) функції двох змінних у дійсних і кодованих значеннях факторів.

Фактори в новому масштабі або, як ми їх будемо далі називати, кодовані значення факторів x_j, пов'язані з факторами у вихідному натуральному масштабі (із дійсними значеннями факторів) X_j очевидними співвідношеннями:

$$x_j = \frac{X_j - X_{j\text{ср}}}{X_{j\text{ср}} - X_{j\min}} = \frac{X_j - X_{j\text{ср}}}{X_{j\max} - X_{j\text{ср}}} = \frac{X_j - X_{j\text{ср}}}{h_j}, \tag{3.11}$$

де $(X_{j\text{ср}} - X_{j\min}) = (X_{j\max} - X_{j\text{ср}}) = h_j$ – крок варіювання факторів.

Кодування факторів варто робити за формулою

$$x_j = (X_j - X_{j0})/h_j. \qquad (3.12)$$

Після чого пошукова математична модель може бути представлена в кодованому вигляді

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + ... + b_m x_m$$

Результати кодування факторів доцільно звести в таблицю.

Розглянемо як приклад двофакторний експеримент. Як фактори виберемо товщину перешийку плавкого елементу X_1 і кількість послідовних перешийків X_2. Пошукова лінійна математична модель буде мати вигляд:

$$y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2$$

Для уникнення труднощів, пов'язаних з різною фізичною розмірністю факторів, після визначення їх граничних і середніх рівнів та кроків варіювання, проводиться кодування факторів, результати якого представлені в табл. 3.2.

Таблиця 3.2 – Кодовані й відповідні їм натуральні значення рівнів двох факторів і кроків їх варіювання.

Фактори		X_1	X_2
Одиниці вимірювання факторів		м 10^{-6}	
Кроки варіювання факторів		40	1
Рівні факторів	-1	80	3
	0	120	4
	+1	160	5

Математична модель в кодованому вигляді буде мати вид:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

Для визначення невідомих коефіцієнтів b_0, b_1, b_2 використаємо план ПФЕ2^2, значення факторів і результати якого наведено в табл. 3.3 (ліворуч від жирної лінії) [22]. Колонки, розташовані праворуч від жирної лінії, необхідні для накопичення сум, що входять у формули для визначення коефіцієнтів рівняння регресії.

Таблиця 3.3 – Значення факторів і результати двофакторного експе риментy ПФЕ 2^2

Номер досліду	Фіктивний фактор	Умови дослідів		Результати експерименту	Результати розрахунку	
i	x_0	x_1	x_2	y	yx_1	yx_2
1	+1	+1	+1	14,8	14,8	14,8
2	+1	-1	+1	17,2	-17,2	17,2
3	+1	+1	-1	18,3	18,3	-18,3
4	+1	-1	-1	21,3	-21,3	-21,3
Σ				71,6	-5,4	-7,6

Зазначені суми відповідно такі

$$\sum_{i=1}^{4} y_i x_0 = \sum_{i=1}^{4} y_i = 71{,}6; \qquad \sum_{i=1}^{4} y_i x_{1i} = -5{,}4; \ \sum_{i=1}^{4} y_i x_{2i} = -7{,}6.$$

Знаючи ці суми, визначаємо коефіцієнти:

$$b_0 = \frac{1}{4} 71{,}6 = 17{,}9; \quad b_1 = \frac{1}{4}(-5{,}4) = -1{,}35; \quad b_2 = \frac{1}{4}(-7{,}6) = -1{,}9.$$

Рівняння регресії має вигляд

$$\tilde{y} = 17{,}9 - 1{,}35 x_1 - 1{,}9 x_2 .$$

У табл. 3.4 наведено результати зіставлення обмірюваних і передвіщених моделлю (розрахованих) відгуків [22]. Звертає на себе увагу сталість модуля нев'язки у всіх рядках плану експерименту. Це, однак, не випадковий збіг, а загальна закономірність, що формулюється як властивість ротатабельності плану ПФЕ2^m. Ця властивість полягає в тому, що точність розрахунку значень відгуку на однакових відстанях від центра плану постійна. З табл. 3.4 випливає, що передвіщені лінійною моделлю значення відгуків $\tilde{y}$ відрізняються від результатів експерименту y.

Таблиця 3.4 – Результати зіставлення відгуків

I	y	$\tilde{y}$	$\varepsilon = y - \tilde{y}$
1	14,8	14,65	0,15
2	17,2	17,35	-0,15
3	18,3	18,45	-0,15
4	21,3	21,15	0,15

З метою підвищення точності моделі в неї вводять нелінійність. Найпростіша нелінійність, яка є добутком двох факторів, що називають ефектом парної взаємодії рівняння регресії при двофакторному експерименті, набуває такого вигляду:

$$\tilde{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 . \qquad (3.13)$$

Уведемо фіктивний фактор $x_3 = x_1 x_2$. Матриця ПФЕ з врахуванням цієї змінної для експерименту, розглянутого в попередньому прикладі, наведена в табл. 3.5. Неважко шляхом простої перевірки переконатися в тім, що дана матриця зберегла всі властивості матриць ПФЕ.

Таким чином, для визначення коефіцієнта $b_3 = b_{12}$ можна скористатися формулою (3.9):

$$b_3 = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} y_i x_{3i} ,$$

$$b_3 = \frac{14{,}8 - 17{,}2 - 18{,}3 + 21{,}3}{4} = \frac{0.6}{4} = 0{,}15$$

Таблиця 3.5 – План ПФЕ 2^2 з урахуванням нелінійності $x_3 = x_1 x_2$

i	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1 x_2$	y	yx_3	$\tilde{y}$
1	+1	+1	+1	+1	14,8	+14,8	14,8
2	+1	-1	+1	-1	17,2	-17,2	17,2
3	+1	+1	-1	-1	18,3	-18,3	18,3
4	+1	-1	-1	+1	21,3	+21,3	21,3
Σ						0,6	

Рівняння регресії з урахуванням ефекту парної взаємодії

$$\tilde{y} = 17{,}9 - 1{,}35x_1 - 1{,}9x_2 + 0{,}15x_1 x_2.$$

Значення, розраховані за рівнянням регресії, наведено в останній колонці табл. 3.5. Ці значення збігаються з результатами експерименту. Такий збіг не випадковий: кількість невідомих коефіцієнтів, а виходить, і кількість рівнянь, дорівнює кількості дослідів.

Рівняння регресії, у якому кількість невідомих коефіцієнтів збігається з кількістю дослідів, називають насиченим. *Для визначення невідомих коефіцієнтів математичної моделі необхідно щоб дійсна кількість коефіцієнтів у рівнянні регресії не перевищувала кількість дослідів у плані експерименту*. Кількість коефіцієнтів в лінійній математичній моделі визначається за формулою

$$n_k = m + 1.$$

Розглянемо приклад побудови математичної моделі першого порядку для чотирифакторного експерименту $m = 4$.

Математична модель першого порядку при $m = 4$ має такий вигляд:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4$$

Визначення невідомих коефіцієнтів моделі проводиться на основі плану ПФЕ 2^m для $m = 4$ (табл. 3.6) за формулою (3.9).

Таблиця 3.6 – План ПФЕ 2^4.

Номер досліду	Кодовані значення факторів (умови дослідів)					Результати експерименту U_c
i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	y_e
1	1	1	1	1	1	757
2	1	-1	1	1	1	652
3	1	1	-1	1	1	396
4	1	-1	-1	1	1	357
5	1	1	1	-1	1	363
6	1	-1	1	-1	1	345
7	1	1	-1	-1	1	397
8	1	-1	-1	-1	1	380
9	1	1	1	1	-1	339
10	1	-1	1	1	-1	350
11	1	1	-1	1	-1	466
12	1	-1	-1	1	-1	415
13	1	1	1	-1	-1	425
14	1	-1	1	-1	-1	501
15	1	1	-1	-1	-1	232
16	1	-1	-1	-1	-1	223

Завдання. Провести розрахунок коефіцієнтів для двох видів чотирифакторних математичних моделей першого порядку (лінійної та з урахуванням нелінійностей) для середньоінтегральної напруги на дузі U_c, на основі плану ПФЕ 2^4 і результатів експериментальних даних y_e, наведених в табл. 3.5. Записати побудовані математичні моделі у кінцевому вигляді та визначити різницю між експериментальними і розрахованими значеннями функції відгуку U_c за обома видами моделей для всіх дослідів плану. Одержані результати порівняти і зробити висновки.

3.3. Дробовий факторний експеримент ДФЕ2^{m-q}

Проведення досліджень на основі повного факторного експерименту ПФЕ2^m при великій кількості факторів ($m > 4$) значно збільшує їх трудомісткість. Вже у випадку, коли $m > 3$ такі плани є неекономічними, тому що кількість дослідів в них значно перевищує кількість невідомих коефіцієнтів шуканої моделі, хоча було б достатньо, щоб вони були рівними.

Розглянемо чотирифакторний експеримент при двох рівнях варіювання кожного з факторів – ПФЕ2^4. Такий експеримент містить у собі 16 дослідів і дозволяє побудувати насичене рівняння регресії, що містить головні лінійні ефекти, а також ефекти взаємодій – парних, потрійних і четверних:

$$\begin{aligned}\tilde{y} &= b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + \\ &+ b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + \\ &+ b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + \\ &+ b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 + \\ &+ b_{1234}x_1x_2x_3x_4.\end{aligned} \qquad (3.14)$$

У першому рядку даного рівняння записано доданки, що визначають головні лінійні ефекти; у наступних двох рядках – ефекти парних взаємодій, потім – ефекти потрійних взаємодій і, нарешті, ефект четверної взаємодії.

Практика показує, що ефекти потрійної взаємодії й більш високих порядків (а в деяких випадках і парних взаємодій) статистично не значимі, тобто абсолютні значення відповідних коефіцієнтів виявляються меншими від помилок їхнього визначення. Таким чином, для одержання достатньої моделі необхідно визначити не 2^m, а значно менше коефіцієнтів. Наприклад, якщо в чотирифакторному експерименті домінуючими виявляються головні лінійні ефекти, то рівняння регресії буде містити тільки п’ять доданків і число невідомих коефіцієнтів також буде дорівнювати п’яти. Таким чином, кількість дослідів в експерименті може бути зменшена.

Експеримент, що містить частину дослідів ПФЕ, називають дробовим факторним експериментом (ДФЕ). У табл. 3.7 наведено матрицю факторів ПФЕ2^4. Оскільки рівняння регресії містить п’ять невідомих коефіцієнтів,

для їхнього визначення в принципі досить п’яти дослідів. Однак непарна кількість дослідів обов’язково приведе до несиметрії, а виходить, і до неортогональності плану. Можна показати, що кількість дослідів у ДФЕ $n_Д$ пов’язана з кількістю дослідів у ПФЕ 2^m $n_П$ залежністю

$$n_Д = 2^{-q} n_П, \qquad (3.15)$$

де q – ціле позитивне число (показник або індекс дробності плану).

Таблиця 3.7 – Матриця факторів плану ПФЕ2^4

I	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1	+1
3	+1	+1	-1	+1	+1
4	+1	-1	-1	+1	+1
5	+1	+1	+1	-1	+1
6	+1	-1	+1	-1	+1
7	+1	+1	-1	-1	+1
8	+1	-1	-1	-1	+1
9	+1	+1	+1	+1	-1
10	+1	-1	+1	+1	-1
11	+1	+1	-1	+1	-1
12	+1	-1	-1	+1	-1
13	+1	+1	+1	-1	-1
14	+1	-1	+1	-1	-1
15	+1	+1	-1	-1	-1
16	+1	-1	-1	-1	-1

Матрицю ДФЕ іноді називають дробовою реплікою ПФЕ. При q = 1 виходить напівреплiка (1/2–репліка), при q = 2 – чвертьрепліка (1/4–репліка) і т. д. Скорочено дробову репліку позначають ДФЕ2^{m-q}.

У чотирифакторному експерименті напівреплiка містить вісім дослідів, а чвертьрепліка – чотири. Оскільки визначенню підлягають п’ять кое-

фіцієнтів, то для їхнього визначення потрібно не менше п’яти дослідів. Таким чином, у цьому випадку може бути використана напівреплiка ПФЕ. При складанні дробових реплік виникає запитання, як з 2^m дослідів ПФЕ вибрати 2^{m-q} досліди так, щоб матриця ДФЕ була симетричною, нормованою й ортогональною? Для забезпечення зазначених властивостей ДФЕ необхідно дотримуватися таких правил:

1. Матриця ДФЕ2^{m-q} містить 2^{m-q} рядків й $m + 1$ колонок.

2. Колонки $x_0, x_1, \dots, x_{m-q}$ заповнюють за правилом заповнення матриць ПФЕ2^m.

3. Колонки $x_{m-q+1}, x_{m-q+2}, \dots, x_m$ заповнюють за допомогою спеціальних виразів, що являють собою добуток факторів $x_1, x_2, \dots, x_{m-q}$ або частини з них. Ці вирази називають генеруючими співвідношеннями. Кількість генеруючих співвідношень повинна дорівнювати індексу дробності.

Матриця ДФЕ2^{4-1}, складена за допомогою зазначених правил, наведена в табл. 3.8. При цьому генеруючими співвідношеннями є

$$x_4 = x_1 x_2 x_3.$$

Генеруюче співвідношення показує, яку взаємодією факторів заміщає той або інший лінійний ефект. У нашому прикладі це означає змішування лінійного ефекту змінної x_4 з ефектом потрійної взаємодії факторів x_1, x_2, x_3. Іншими словами, якщо в ПФЕ можуть бути визначені значення коефіцієнтів, b_4 й b_{123} виявляться однаковими (при цьому необхідно мати на увазі, що план дробового експерименту не може одночасно містити колонки, які враховують деякий лінійний ефект і взаємодію, що заміщає цей ефект, тому що ці колонки будуть однаковими й, отже, план не буде мати властивість ортогональності). Змішування оцінок ефектів не означає невизначеності, тому що дробовий експеримент проводиться в припущенні, що лінійні ефекти є домінуючими. Явище змішування оцінок прийнято записувати в символічній формі:

$$b_4 \to \beta_4 + \beta_{123}, \quad \text{або} \quad b_4 \leftrightarrow b_{123}.$$

Для визначення змішування оцінок інших ефектів користуються вира-

зом так званого визначального контрасту. Визначальний контраст одержують з генеруючого співвідношення шляхом множення його лівої й правої частин на ліву частину і в нашому прикладі він виглядає так:

$$x_4^2 = x_1 x_2 x_3 x_4 .$$

Таблиця 3.8 – Матриця дробного плану ДФЕ2^{4-1} при m = 4

i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1	-1
3	+1	+1	-1	+1	-1
4	+1	-1	-1	+1	+1
5	+1	+1	+1	-1	-1
6	+1	-1	+1	-1	+1
7	+1	+1	-1	-1	+1
8	+1	-1	-1	-1	-1

Оскільки при застосованому способі кодування $x_j = \pm 1$, то $x_j^2 = +1$, й число, що знаходиться в лівій частині визначального контрасту, обов'язково буде дорівнювати +1:

$$1 = x_1 x_2 x_3 x_4 .$$

Помноживши ліву й праву частини визначального контрасту на будь-який фактор або будь-яку взаємодію, одержимо вираз, що визначає ефект змішування, наприклад:

$$x_1 \cdot 1 = x_1^2 x_2 x_3 x_4 , \Rightarrow x_1 = x_2 x_3 x_4 , \Rightarrow b_1 \leftrightarrow b_{234};$$
$$x_2 x_3 \cdot 1 = x_1 x_2^2 x_3^2 x_4 , \Rightarrow x_2 x_3 = x_1 x_4 \Rightarrow b_{23} \leftrightarrow b_{14} .$$

Можна показати, що в даному прикладі немає жодного головного лінійного ефекту, змішаного з іншим лінійним ефектом, а всі парні взаємодії

змішані один з одним.

Як уже вказувалося вище, при $q > 1$ для побудови дробової репліки необхідно q генеруючих співвідношень, які *породжують q виразів контрастів*, що мають різні кількості співмножників у правих частинах визначальних контрастів. Їх називають *роздільною здатністю дробової репліки*. У розглянутому прикладі $m = 4$, і даний експеримент скорочено позначають ДФЕ2^{4-1}. *Дробові репліки дозволяють зменшити кількість дослідів й, у деяких випадках, наблизити кількість дослідів до кількості факторів, враховуючи й фіктивний фактор x_0, тобто наситити план*. ДФЕ зручний для побудови лінійних моделей при великій кількості факторів. При цьому, однак, апріорі має бути відомо, що ефекти взаємодії виявляються слабко. Взагалі дробові репліки зручні для дослідження відгуку в першому наближенні, при відносно невеликому інтервалі варіювання факторів, коли поверхня відгуку близька до гіперплощини. У противному разі використання дробових реплік може призвести до неадекватності математичних моделей і необхідності проведення додаткових заходів для підвищення їх точності. Методи забезпечення адекватності математичних моделей наведені в п. 3.6.

3.4. Ортогональні центрально-композиційні плани другого порядку

Рівняння регресії, що враховують ефекти взаємодії, є нелінійними. Однак якщо зафіксувати всі фактори, крім якого-небудь одного, на певних рівнях, то отримана таким способом залежність є лінійною. Інакше кажучи, рівняння з урахуванням ефектів взаємодії є лінійними в перетинах. У ряді випадків такими рівняннями не можна із прийнятною точністю описати реальну поверхню відгуку. Це, наприклад, може бути в області мінімуму або максимуму функції відгуку. У таких випадках рівняння регресії має бути нелінійним у перетинах. Введення в рівняння регресії квадратів факторів забезпечує одержання зазначених нелінійностей. Планування експерименту, з метою одержання рівняння регресії у вигляді квадратичного поліному називається плануванням другого порядку. Поліном другого порядку містить доданки, що враховують головні лінійні ефекти, ефекти парних взаємодій, а також квадратичні ефекти. Щоб уникнути труднощів, пов’язаних з розхо-

дженням у розмірності факторів, необхідно натуральні значення факторів перевести в безрозмірні величини (зробити кодування факторів, як наприклад, в табл. 3.12) за допомогою формули:

$$x_j = (X_j - X_{j0})/h_j,$$

де x_j – кодоване значення j-го фактору; X_j – натуральне значення j-го фактору; X_{j0} – натуральне значення основного (середнього) рівня j-го фактору; h_j – крок варіювання j-го фактору.

Після кодування факторів, поліном буде мати такий загальний вигляд

$$\tilde{y} = \sum_{j=0}^{m} b_j x_j + \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=j+1}^{m} b_{jk} x_j x_k + \sum_{j=1}^{m} b_{jj} x_j^2 . \qquad (3.16)$$

Перший доданок правої частини враховує головні лінійні ефекти, другий – ефекти взаємодії, третій – квадратичні ефекти (всі в кодованому вигляді). Головні лінійні ефекти формально можна розглядати як ефекти взаємодії з фіктивним фактором $x_0 = 1$. Тоді вираз (3.16) запишеться більш компактно:

$$\tilde{y} = \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=j}^{m} b_{jk} x_j x_k . \qquad (3.17)$$

Зокрема, при $m = 2$ (двофакторний експеримент) одержимо

$$\tilde{y} = b_{00}x_0x_0 + b_{01}x_0x_1 + b_{02}x_0x_2 + b_{11}x_1x_1 + b_{12}x_1x_2 + b_{22}x_2x_2 =$$
$$= b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2.$$

Кількість належних до визначення коефіцієнтів квадратичного рівняння регресії n_k становить

$$n_k = m + 1 + c_m^2 + m = \frac{m^2 + 3m + 2}{2}. \qquad (3.18)$$

Повний або дробовий факторний експеримент не дозволяє визначити коефіцієнти квадратичного полінома через такі причини:

1. Два рівні варіювання факторів не дозволяють виявити нелінійний характер перетину поверхні відгуку.

2. При $m \leq 3$ кількість дослідів менша за кількість невідомих коефіцієнтів.

3. Стовпці x_j^2 тотожні стовпцю x_0, тому такий план не є симетричним й ортогональним.

На рис. 3.2 наведено координати точок стану об'єкта дослідження при двофакторному експерименті, проведеному відповідно до ОЦКП другого порядку, в якому кількість дослідів визначається за формулою

$$n_{\text{ОЦКП}} = 2^m + 2m + 1$$

Матриця планування для $m = 2$ наведена в табл. 3.9.

При побудові плану другого порядку, плани ПФЕ2^m або ДФЕ2^{m-q} використовують лише як його складові частини, а саме як ядра планів.

Ядро плану доповнюється точками, координати яких вибирають з умов симетрії й ортогональності. Найбільшого поширення набули так звані ортогональні центрально-композиційні плани (ОЦКП) другого порядку. Ядро такого плану – ПФЕ або ДФЕ – доповнюється m парами симетричних точок, розташованих на координатних осях на деякій відстані α від центра плану (зіркові точки), а також точкою в центрі плану (нульова точка). Число α називається зірковим плечем.

Така матриця симетрична й ортогональна, але не має властивості нормування. Введення фіктивних факторів $x_4 = x_1^2$ і $x_5 = x_2^2$ порушує симетрію й ортогональність матриці, тому що такі фіктивні фактори позитивні.

Для забезпечення симетричності і ортогональності плану, квадратичні ефекти враховуються за допомогою введення поправки φ і фіктивних факторів $x_j^2 - \varphi$, де φ – позитивне постійне число, іменоване квадратичною поправкою. У табл. 3.10 наведено матрицю ОЦКП двофакторного експериме-

нту з урахуванням фіктивних факторів $x_4 = x_1^2 - \varphi$ й $x_5 = x_2^2 - \varphi$.

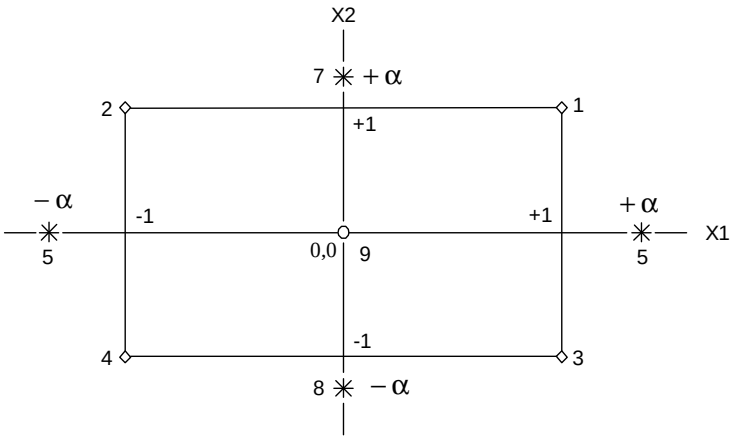

Рисунок 3.2 - Координати розміщення точок в ОЦКП при двох факторах:
◊ – точки ПФЭ2^2; * – зіркові точки; ○ – нульова точка

Таблиця 3.9 – Матриця планування

i	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$
1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	-1
3	+1	+1	-1	-1
4	+1	-1	-1	+1
5	+1	+α	0	0
6	+1	-α	0	0
7	+1	0	+α	0
8	+1	0	-α	0
9	+1	0	0	0

Значення поправки φ і зіркового плеча α однозначно визначають виходячи з умов симетричності й ортогональності плану. Стовпці x_4 й x_5 взаємно ортогональні зі стовпцями x_1, x_2 й x_3 при будь-яких значеннях α і φ, а ортогональність цих стовпців один з одним і зі стовпцем x_0 (тобто їхня симетрія) спостерігається лише при конкретних значеннях α і φ, які можуть бути отримані шляхом розв’язання системи двох рівнянь.

Таблиця 3.10 – Матриця ОЦКП при $m = 2$.

i	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$	$x_4 = x_1^2$-φ	$x_5 = x_2^2$-φ
1	+1	+1	+1	+1	1- φ	1- φ
2	+1	-1	+1	-1	1- φ	1- φ
3	+1	+1	-1	-1	1- φ	1- φ
4	+1	-1	-1	+1	1- φ	1- φ
5	+1	+α	0	0	α^2- φ	- φ
6	+1	-α	0	0	α^2- φ	- φ
7	+1	0	+α	0	- φ	α^2- φ
8	+1	0	-α	0	- φ	α^2- φ
9	+1	0	0	0	- φ	- φ

Складання рівняння симетрії зводиться до прирівнювання до нуля суми елементів стовпців x_4 або x_5:

$$4(1-\varphi) + 2(\alpha^2 - \varphi) - 3\varphi = 0. \qquad (3.19)$$

Складання рівняння ортогональності зводиться до прирівнювання до нуля суми попарних добутків елементів стовпців x_4 й x_5:

$$4(1-\varphi)^2 + 4\varphi(\alpha^2 - \varphi) + \varphi^2 = 0. \qquad (3.20)$$

Розв’язання зазначеної системи рівнянь дає такі значення:

$$\alpha = 1, \quad \varphi = 2/3.$$

У загальному випадку (при m факторах) з ядром у вигляді ДФЭ2^{-q} зазначена система рівнянь набуває такого вигляду:

$$\begin{cases} 2^{m-q}(1-\varphi) + 2(\alpha^2 - \varphi) - (2m-1)\varphi = 0, \\ 2^{m-q}(1-\varphi)^2 - 4\varphi(\alpha^2 - \varphi) + (2m-3)\varphi^2 = 0. \end{cases} \qquad (3.21)$$

Результати розв'язання системи (3.21) наведено в табл. 3.11. У випадку ОЦКП, коли ядром плану являється ПФЕ2^m (при q=0), зазначена система рівнянь набуває вигляду

$$\begin{cases} 2^m(1-\varphi)+2\left(\alpha^2-\varphi\right)-(2m-1)\varphi=0, \\ 2^m(1-\varphi)^2-4\varphi\left(\alpha^2-\varphi\right)+(2m-3)\varphi^2=0. \end{cases}$$

З огляду на ортогональність матриці планування шляхом введення квадратичних поправок φ і фіктивних факторів $x_j^2-\varphi$, визначення коефіцієнтів рівняння регресії проводиться за формулою:

$$b_{jk}=\sum_{i=1}^{n}(y_i x_{jk})_i \Big/ \sum_{i=1}^{n}(x_{jk})_i^2, \qquad (3.22)$$

де

$$x_{jk}=\begin{cases} x_j x_k \text{ при } j=0 \text{ і } j\neq k \\ x_j^2-\varphi \text{ при } j\neq 0 \text{ і } j=k \end{cases}$$

Таблиця 3.11 – Результати розв'язання системи рівнянь (3.21)

q	Значення α і φ							
	m	2	3	4	5	6	7	8
0	α	1,000	1,215	1,414	1,596	1,761	1,910	2,044
	φ	0,667	0,730	0,800	0,863	0,912	0,945	0,968
1	α				1,546	1,724	1,884	2,029
	φ				0,769	0,843	0,900	0,939
2	α						1,841	2,000
	φ						0,825	0,889
3								1,949
								0,804

Рівняння регресії з урахуванням квадратичних ефектів записують у такий спосіб:

$$\tilde{y}=b_0+b_1x_1+b_2x_2+b_{12}x_1x_2+b_{11}\left(x_1^2-\varphi\right)+b_{22}\left(x_2^2-\varphi\right).$$

Визначивши, що

$$b_0^{'} = b_0 - \varphi(b_{11} - b_{22}), \tag{3.23}$$

одержимо

$$\tilde{y} = b_0^{'} + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2. \tag{3.24}$$

У загальному випадку маємо:

$$\tilde{y} = \sum_{j=0}^{m} b_j x_j + \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=j+1}^{m} b_{jk} x_{jk} + \sum_{j=1}^{m} b_{jj} \left(x_j^2 - \varphi\right), \tag{3.25}$$

або

$$\tilde{y} = \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=j}^{m} b_{jk} x_{jk}\ , \tag{3.26}$$

де

$$x_{jk} = \begin{cases} x_j x_k \ \text{ при } \ j = 0 \quad \text{і} \quad j \neq k \\ x_j^2 - \varphi \ \text{ при } \ j \neq 0 \ \ \text{і} \quad j = k \end{cases}.$$

Розглянемо як приклад матрицю ОЦКП двофакторного експерименту [22], результати якого наведені в табл. 3.12.

Таблиця 3.12 – Матриця ОЦКП для двох факторів

i	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$	$x_4 = x_1^2$-φ	$x_5 = x_2^2$-φ	y	$\tilde{y}$
1	+1	+1	+1	+1	1/3	1/3	7	7,17
2	+1	-1	+1	-1	1/3	1/3	4	4,17
3	+1	+1	-1	-1	1/3	1/3	3	2,83
4	+1	-1	-1	+1	1/3	1/3	6	5,83
5	+1	+1	0	0	1/3	-2/3	5	5
6	+1	-1	0	0	1/3	-2/3	5	5
7	+1	0	+1	0	-2/3	1/3	3	2,67
8	+1	0	-1	0	-2/3	1/3	1	1,33
9	+1	0	0	0	-2/3	-2/3	2	2

Наведемо результати обчислення коефіцієнтів за формулою (2.39):

$$\sum_{i=1}^{9} x_{0i}^2 = 9; \qquad \sum_{i=1}^{9} x_{1i}^2 = 6; \qquad \sum_{i=1}^{9} x_{2i}^2 = 6;$$

$$\sum_{i=1}^{9} x_{3i}^2 = 4; \qquad \sum_{i=1}^{9} x_{4i}^2 = 2; \qquad \sum_{i=1}^{9} x_{5i}^2 = 2;$$

$$\sum_{i=1}^{9} y_i x_{0i}^2 = 36; \qquad \sum_{i=1}^{9} y_i x_{1i}^2 = 0; \qquad \sum_{i=1}^{9} y_i x_{2i}^2 = 4;$$

$$\sum_{i=1}^{9} y_i x_{3i}^2 = 6; \qquad \sum_{i=1}^{9} y_i x_{4i}^2 = 6; \qquad \sum_{i=1}^{9} y_i x_{5i}^2 = 0.$$

Можна переконатися, що стовпці x_1, x_2 й $x_3 = x_1x_2$ взаємно ортогональні між собою й з іншими стовпцями:

$$b_0 = \frac{36}{9} = 4; \qquad b_1 = \frac{0}{6} = 0; \qquad b_2 = \frac{4}{6} = 0{,}67;$$

$$b_{12} = b_3 = \frac{6}{4} = 1{,}5; \qquad b_{11} = b_4 = \frac{6}{2} = 3; \qquad b_{22} = \frac{0}{2} = 0.$$

Запишемо рівняння регресії:

$$\tilde{y} = 4 + 0{,}67x_2 + 1{,}5x_1x_2 + 3\left(x_1^2 - 0{,}67\right). \tag{3.27}$$

Після розкриття дужок одержимо

$$\tilde{y} = 2 + 0{,}67x_2 + 1{,}5x_1x_2 + 3x_1^2. \tag{3.28}$$

Значення $\tilde{y}$, що відповідають вузловим точкам плану, наведені в табл. 3.12. З результатів зіставлення обмірюваних і передвіщених моделлю відгуків видно, що нев'язка (похибка передвіщеного відгуку) не є постійною в рівновіддалених від центра точках факторного простору. Це поясню-

ється тим, що ОЦКП не має властивості ротатабельності.

Розглянемо приклад побудови математичної моделі другого порядку для трифакторного експерименту $m = 3$. Як відгук в ньому вибрано середньоінтегральна напруга на електричній дузі Uс, а як фактори вибрані: товщина перешийка плавкого елемента X_1; кількість послідовних перешийків $X2$; кількість паралельних перешийків X_3. Результати кодування факторів для всіх п'яти рівнів наведені в табл. 3.13. Після кодування факторів математична модель другого порядку при $m = 3$ буде мати такий вигляд:

Таблиця 3.13 – Кодовані й відповідні їм натуральні значення рівнів трьох факторів і кроків їх варіювання

Фактори		X_1	X_2	X_3
Одиниці вимірювання факторів		м 10^{-6}		
Кроки варіювання факторів		40	1	2
Рівні факторів	- α	46,18	2,16	1,34
	-1	80	3	3
	0	120	4	5
	+1	160	5	7
	+α	193,8	5,83	8,86

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2$$

Визначення невідомих коефіцієнтів моделі проводиться на основі плану ОЦКП для $m = 3$ (табл. 3.14) за формулою (3.22).

Завдання. Провести розрахунок коефіцієнтів трифакторної моделі другого порядку на основі плану і результатів експериментальних даних y_e, наведених в табл. 3.13. Записати математичну модель у кінцевому вигляді та визначити різницю між експериментальними і розрахованими значення-

ми функції відгуку для всіх дослідів даного плану.

Таблиця 3.14 – План ОЦКП другого порядку для трьох факторів.

Номер досліду	Для розрах. b_0	Умови дослідів			Розрахункові стовпчики для визначення коефіцієнтів b_{jk} і b_{jj} при x_jx_k і x_j^2						Результати експерименту Uс
i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	x_1^2-φ	x_2^2-φ	x_3^2-φ	y_e
1	+1	+1	+1	+1	1	1	1	1- φ	1- φ	1- φ	549
2	+1	-1	+1	+1	-1	-1	1	1- φ	1- φ	1- φ	932
3	+1	+1	-1	+1	-1	1	-1	1- φ	1- φ	1- φ	582
4	+1	-1	-1	+1	1	-1	-1	1- φ	1- φ	1- φ	466
5	+1	+1	+1	-1	1	-1	-1	1- φ	1- φ	1- φ	559
6	+1	-1	+1	-1	-1	-1	1	1- φ	1- φ	1- φ	599
7	+1	+1	-1	-1	-1	-1	1	1- φ	1- φ	1- φ	466
8	+1	-1	-1	-1	1	1	1	1- φ	1- φ	1- φ	532
9	+1	+α	0	0	0	0	0	α^2- φ	- φ	- φ	560
10	+1	-α	0	0	0	0	0	α^2- φ	- φ	- φ	549
11	+1	0	+α	0	0	0	0	- φ	α^2- φ	- φ	516
12	+1	0	-α	0	0	0	0	- φ	α^2- φ	- φ	420
13	+1	0	0	+α	0	0	0	- φ	- φ	α^2- φ	582
14	+1	0	0	-α	0	0	0	- φ	- φ	α^2- φ	666
15	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	316

Для зменшення кількості дослідів в планах другого порядку застосовують ідею композиційного планування. Воно передбачає спочатку дослідження на основі плану ПФЕ2^m, а тільки потім, якщо одержана математична модель не може бути визнана адекватною, додання до цього плану дослідів в так званих "зіркових" точках і досліду в центрі плану експерименту (план ОЦКП). Для більш значного скорочення дослідів початкові дослідження в таких випадках слід проводити на основі дробового плану ДФЕ2^{m-q}. Такі плани називають дробовими ортогональними центрально-композиційними

планами (ДОЦКП).З цією метою при побудові моделі другого порядку також можна застосувати трирівневі плани ПФЕЗ^m.

3.5. Трирівневі плани повного факторного експерименту ПФЕЗ^m

При побудові математичної моделі другого порядку (квадратичного рівняння), яка представлена в загальному вигляді виразом (3.16), для зменшення кількості дослідів у випадках коли кількість факторів $m < 3$ можна використовувати трирівневі плани ПФЕЗ^m. В загальному випадку кількість дослідів в таких планах визначається як $\boldsymbol{n_{\text{ПФЕЗ}}{}^m = 3^m}$. Кількість i-х дослідів в такому плані при $m = 2$ (табл. 3.15), як і в плані ОЦКП другого порядку, дорівнює 9, а обидва фактори (x_{1i}, x_{2i}) варіюються на трьох рівнях (-1; 0; +1).

Таблиця 3.15 – Трирівневий план Коно ПФЕЗ^2

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_{1i}	–1	–1	+1	+1	–1	+1	0	0	0
x_{2i}	–1	+1	–1	+1	0	0	–1	+1	0

Принцип побудови такого плану продемонстровано на рис. 3.3 на прикладі плану Коно ПФЕЗ^2 [25]. За результатами експерименту y_{ei} коефіцієнти регресії b_j, b_{ju} розраховуються за відомою (2.39) формулою

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{ji} y_{ei}}{\sum_{i=1}^{n} x_{ji}^2}; \qquad b_{ju} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{ji} x_{ui} y_{ei}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{n} (x_{ji} x_{ui})^2}.$$

Складніше одержати формули для розрахунку вільного члена рівняння b_0 і коефіцієнтів квадратичних ефектів b_{jj}, так як відповідні стовбці плану ПФЕ З^m не ортогональні другим стовбцям тому що $x_{0i} = 1$ і $x_j^2 \neq 0$.

Щоб одержати формули для розрахунку коефіцієнтів b_0 і b_{jj} стовбці квадратичних ефектів перетворюють так, щоб вони були ортогональні другим стовбцям плану.

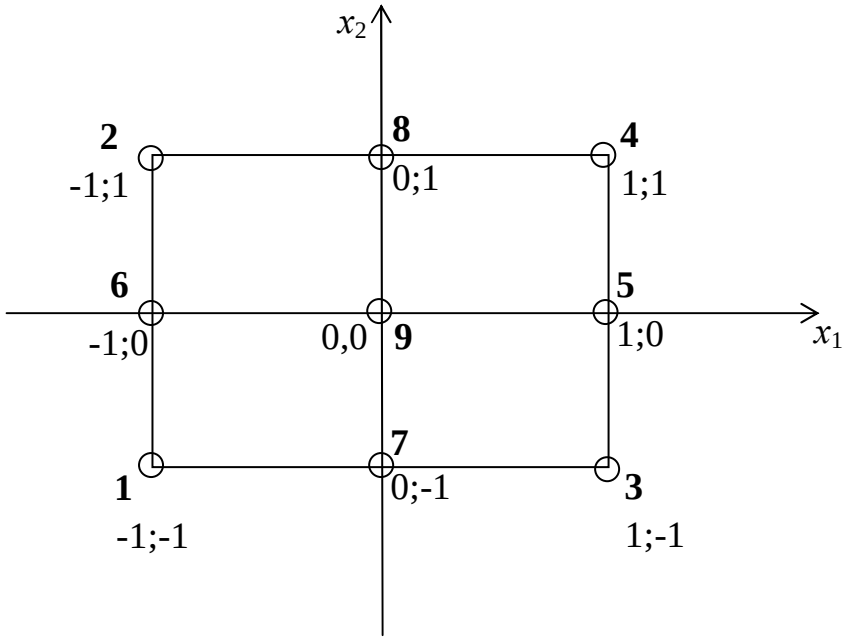

Рисунок 3.3 – Зображення розміщення експериментальних точок в плані Коно ПФЕ3^2 для кодованих (безрозмірних) факторів.

Для цього замінюємо стовбець x_{ji}^2 стовбцем $x_{ji}^{'}$, який визначається співвідношенням:

$$x_{ji}^{'} = x_{ji}^2 - \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{ji}^2}{N} = x_{ji}^2 - \bar{x}_j^2,$$

де $\bar{x}_j^2$ – середнє арифметичне із квадратичних членів x_{ji}^2 плану ПФЕ 3^2.

$$\bar{x}_j^2 = \frac{(-1)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 1^2 + (-1)^2 + 1^2}{9} = \frac{2}{3}.$$

Кодовані значення основних і допоміжних розрахункових стовбців плану ПФЕ 3^m наведені в табл. 3.16 [25].

Таблиця 3.16 – Умови і результати дослідів плану Коно ПФЕЗ^m.

i	x_{0i}	x_{1i}	x_{2i}	$x_{1i}\,x_{2i}$	x'_{1i}	x'_{2i}	$x'_{1i}\,x'_{2i}$	y_{ei}
1	1	–1	–1	+1	1/3	1/3	1/9	100
2	1	–1	+1	–1	1/3	1/3	1/9	110
3	1	+1	–1	–1	1/3	1/3	1/9	90
4	1	+1	+1	+1	1/3	1/3	1/9	95
5	1	–1	0	0	1/3	-2/3	-2/9	90
6	1	–1	0	0	1/3	-2/3	-2/9	80
7	1	0	–1	0	-2/3	1/3	-2/9	100
8	1	0	+1	0	-2/3	1/3	-2/9	120
9	1	0	0	0	-2/3	-2/3	4/9	110

Провівши, згідно табл. 3.16, розрахунок коефіцієнтів за відповідними формулами наведеними вище, одержимо:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{9} x_{1i} y_{ei}}{6} = \frac{-100-100+90+95-90+50}{6} = -5\frac{5}{6};$$

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^{9} x_2 y_{ei}}{6} = \frac{-100+110-90+95-100+120}{6} = 5\frac{5}{6}.$$

Подібним чином визначимо:

$$b_{12} = -1\frac{1}{4};\quad b'_{12} = -16;\quad b'_{22} = 9;\quad b_0 = 99{,}5.$$

Підставимо значення коефіцієнтів в (3.16), одержимо:

$$y = 99{,}5 - 5{,}8x_1 + 5{,}8x_2 - 1{,}2x_1x_2 - 16(x_1^2 - \frac{2}{3}) + 9(x_2^2 - \frac{2}{3}).$$

Після приведення подібних членів отримаємо рівняння:

$$y = 104{,}2 - 5{,}8x_1 + 5{,}8x_2 - 1{,}2x_1x_2 - 16x_1^2 + 9x_2^2.$$

Дисперсії коефіцієнтів розраховуються за формулами:

$$S^2(b_0) = \frac{S^2(y)}{\sum_{i=1}^{N} x_{0i}^2}; \qquad S^2(b_j) = \frac{S^2(y)}{\sum_{i=1}^{N} x_{ji}^2};$$

$$S^2(b_{ju}) = \frac{S^2(y)}{\sum_{i=1}^{N} (x_{ji}x_{ui})^2}; \qquad S^2(b_{jj}^{'}) = \frac{S^2(y)}{\sum_{i=1}^{N} (x_{ji}^{'})^2}.$$

Як видно з формул дисперсії різних коефіцієнтів відрізняються знаменниками. Це вказує на те, що коефіцієнти рівняння оцінюються з різними помилками. Слід зазначити, що плани ПФЕ 3^m при $m \geq 3$ недоцільно використовувати, оскільки вони є дуже громіздкими.

3.6. Дробові ортогональні центрально-композиційні плани.

При розв'язанні завдань на основі математичної теорії планування експерименту використовуються різні математичні моделі. Під математичною моделлю мається на увазі рівняння, що зв'язує функцію відгуку у з факторами (x_1, x_2, … , x_k), що у загальному виді може бути представлене так:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k).$$

Рівняння регресії другого порядку можна побудувати на основі як повного – ОЦКП, так і дробового ортогонального центрально-композиційного плану другого порядку (ДОЦКП). Останній дозволяє значно скоротити кількість дослідів і тим самим зменшити матеріальні витрати й витрати часу на проведення багатофакторних досліджень. Наприклад, якщо для визначення значень коефіцієнтів регресії скористатися ортогональним централь-

ним композиційним планом другого порядку ОЦКП, то повна кількість дослідів $n_{\text{ОЦКП}}$ у цьому випадку дорівнює

$$n_{\text{ОЦКП}} = 2^m + 2m + 1, \tag{3.29}$$

що для кількості факторів $m = 7$ становить 143. Це значно перевершує кількість обумовлених коефіцієнтів регресії другого порядку, що визначається згідно виразу (3.18) і дорівнює 36. Тому при складанні матриці планування доцільно скористатися дробовою реплікою 2^{m-q}, де q – індекс дробової репліки. Тоді кількість дослідів в плані ДОЦКП визначиться за формулою

$$n_{\text{ДОЦКП}} = 2^{m-q} + 2m + 1 \tag{3.30}$$

Це дозволяє, вибравши $q = 2$ (чвертьрепліку), при $m = 7$ зменшити кількість дослідів до 47, зберігши при цьому оптимальні властивості матриці плану ДОЦКП, яка наведена в табл. 3.17.

Разом з тим, зменшення кількості дослідів знижує точність математичної моделі.

Для підвищення точності математичної моделі другого порядку, що будується на основі дробового плану ОЦКП, у її складову включають додаткові члени, які являють собою нелінійності у вигляді потрійних, четвертних і більш високих ефектів взаємодії:

$$x_1,x_2,x_3,\ x_1,x_2,x_3,x_4,\ x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\ .$$

У цьому випадку кількість дослідів залишається такою же, як й у дробовому плані ОЦКП другого порядку, тільки до плану вводяться додаткові розрахункові стовпчики (колонки) для відповідних добутків факторів:

$$x_1x_2x_3,\ x_1x_2x_3x_4,\ x_1x_2x_3x_4x_5\,.$$

За допомогою цих стовпчиків розраховують невідомі відповідні кое-

фіцієнти b_{123}, b_{1234}, b_{12345} й т. д.

Таким чином, за ядро, як видно, вибирають частину плану ПФЕ, тобто план ДФЕ2^{m-q}, який будується за звичайними відомими правилами (див. п. 3.3 або п. 6.3). Зіркові точки ±α, нульова точка й квадратична поправка φ визначаються так само, як і у повному плані ОЦКП другого порядку (див. п. 3.4 вираз (3.21)). Їх числові значення наведені в табл. 3.9.

При виборі індексу роздрібненості репліки q, як і при побудові дробового плану першого порядку, необхідно керуватися тим же правилом $n \geq n_k$, де n – кількість дослідів, а n_k – кількість невідомих коефіцієнтів у поліномі другого порядку. Невідомі коефіцієнти регресії визначають так само, як й у повному плані ОЦКП другого порядку (див. п. 3.4 або п. 6.4, формула (6.4.7)).

Розглянемо приклад побудови на основі плану ДОЦКП (табл. 3.17), математичної моделі другого порядку для m = 7, яка може бути представлена в такому вигляді:

$$y = \sum_{j=0}^{7} \sum_{k=j}^{7} b_{jk} x_{jk}, \qquad (3.31)$$

де

$$x_{jk} = \begin{cases} x_j x_k \ \text{при} \ \ j = 0 \ \ \text{і} \ \ j \neq k \\ x_j^2 - \varphi \ \text{при} \ \ j \neq 0 \ \text{і} \ \ j = k \end{cases}.$$

Для визначення невідомих коефіцієнтів b_0, b_j, b_{jk}, b_{jj} використаємо план-матрицю ДОЦКП при m = 7 (табл. 3.16),. Кількість дослідів в ньому, як було визначено раніше з (3.30), дорівнює 47.

При складанні матриці планування як функція відгуку обраний інтеграл Джоуля $W_в$, а як фактори обрані: X_1 – товщина алюмінієвої фольги плавкого елемента, X_2 – кількість послідовних перешийків плавкого елемента, X_3 – кількість паралельних перешийків плавкого елемента, X_4 – довжина перешийків плавкого елемента, X_5 – струм електричного контуру, X_6 – електромагнітна постійна часу контуру, X_7 – напруга електричного контуру.

Таблиця 3.17 – План-матриця ДОЦКП при $m = 7$

Номер досліду	Кодовані значення факторів (умови дослідів)								Результати експери-менту $W_в$
i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	y_e
1	1	1	1	1	1	1	1	1	12716
2	1	-1	1	1	1	1	-1	1	5394
3	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	13039
4	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	4816
5	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	2597
6	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1081
7	1	1	-1	-1	1	1	1	1	10812
8	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1874
9	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	13226
10	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	4990
11	1	1	-1	1	-1	1	1	1	32654
12	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	12008
13	1	1	1	-1	-1	1	1	1	6801
14	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1578
15	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	3828
16	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1697
17	1	1	1	1	1	-1	1	-1	11213
18	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	4246
19	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	23128
20	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	8717
21	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	3376
22	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1247
23	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	3594
24	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1194
25	1	1	1	1	1	-1	-1	1	18350
26	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	10292
27	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	19525

Продовження табл. 3.17

28	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	5941
29	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	2837
30	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1250
31	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	7158
32	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	3684
33	1	α	0	0	0	0	0	0	13024
34	1	-α	0	0	0	0	0	0	1467
35	1	0	α	0	0	0	0	0	5080
36	1	0	-α	0	0	0	0	0	10808
37	1	0	0	α	0	0	0	0	16729
38	1	0	0	-α	0	0	0	0	294
39	1	0	0	0	α	0	0	0	4673
40	1	0	0	0	-α	0	0	0	7111
41	1	0	0	0	0	α	0	0	4896
42	1	0	0	0	0	-α	0	0	7175
43	1	0	0	0	0	0	α	0	6125
44	1	0	0	0	0	0	-α	0	5192
45	1	0	0	0	0	0	0	α	9602
46	1	0	0	0	0	0	0	-α	4630
47	1	0	0	0	0	0	0	0	5864

Щоб уникнути труднощів, пов’язаних з розходженням у розмірності факторів, необхідно натуральні значення факторів перевести в безрозмірні величини, тобто, зробити кодування факторів за допомогою формули:

$$x_j = (X_j - X_{j0})/h_j$$

де x_j – кодоване значення j-го фактору; X_j – натуральне значення j-го фактору; X_{j0} – натуральне значення основного (середнього) рівня j-го фактору; h_j – крок варіювання j-го фактору.

При проведенні експерименту відповідно до плану другого порядку кожний фактор варіюється на п’яти рівнях, умовно позначених -α, -1, 0, 1, α. Кодовані й відповідні їм натуральні значення факторів для зазначених рівнів, а також кроки варіювання факторів зазначені в табл. 3.18.

Таблиця 3.18 – Кодовані й відповідні їм натуральні значення рівнів факторів і кроків їх варіювання.

Фактори		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
Одиниці вимірювання факторів		м 10^{-6}			м 10^{-3}	А 10^{3}	с 10^{-3}	В
Кроки варіювання факторів		40	1	2	1	10	10	100
Рівні факторів	- α	46,18	2,16	1,34	0,67	1,67	1,67	110,7
	-1	80	3	3	1,5	10	10	194
	0	120	4	5	2,5	20	20	294
	+1	160	5	7	3,5	30	30	394
	+α	193,8	5,83	8,86	4,33	38,3	38,3	477,3

Сполучення (комбінації) факторів задаються матрицею планування, яка складається з ядра плану, що представляє собою план дробового факторного експерименту із числом дослідів, рівним 2^{m-q}, до якого додані $2m$ так званих “зоряних” точок з величиною зоряного плеча α і одна нульова точка в центрі плану з координатами (0,0,...,0) (див. табл. 3.17).

Генеруючі співвідношення для факторів X_6, X_7 вибиралися таким чином, щоб дробова репліка мала максимальну розв’язну здатність, рівну в цьому випадку 5. Для одержання ортогональності плану квадратичні ефекти враховуються за допомогою введення поправки φ і фіктивного фактора $\left(x_j^2 - \varphi\right)$. Значення величин α і φ визначаються з рішення системи двох рівнянь, отриманих з умов ортогональності й симетричності матриці плану-

вання, які мають вигляд:

$$\begin{cases} 2^{m-q}(1-\varphi)+2\left(\alpha^2-\varphi\right)-2(m-1)\varphi=0 \\ 2^{m-q}(1-\varphi)+4\left(\alpha^2-\varphi\right)-2(m-3)\varphi^2=0 \end{cases}$$

При m = 7, і q = 2 знаходимо φ = 0,825, α = 1,841.

Коефіцієнти регресії b_{jk} визначаються за формулою:

$$b_{jk}=\sum_{i=1}^{n} y_i c_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} c_i^2 \qquad (3.32)$$

де

$$C_i=\begin{cases} x_j x_k \quad при\ j\neq k \cup k=0 \\ x_j^2-\varphi \quad при\ j=k \cap k\neq 0 \end{cases};$$

y_i – значення функції відгуку; i – номер досліду

Для визначення коефіцієнтів полінома другого порядку й побудови адекватної математичної моделі доцільно використати алгоритм, наведений в додатку 1, рис. Д1.5, і програму [23, 27], яка дозволяє значно прискорити процес обробки ортогональних експериментів.

В тих випадках, коли поверхня відгуку погано апроксимується поліномом другого порядку, зокрема, при великому інтервалі варіювання факторів, підвищення точності математичної моделі може забезпечуватись шляхом введення перетворень функцій відгуку і (або) поправкових множників у вигляді добутку степеневих функцій факторів [23, 27].

$$P=\prod_{j=1}^{m}\left(x_j / X_{jo}\right)^{p_j}, \qquad (3.33)$$

де P – поправкових множник (поправка, функція поправки); p_j – показник степеня при j-му співмножнику.

Відношення x_j/X_{jo} може бути виражене через кодовані значення факторів і кроки варіювання, тоді

$$P = \prod_{j=1}^{m} \left(1 + x_j h_j / X_{jo}\right)^{p_j} \tag{3.34}$$

З урахуванням поправкового множника обрана раніше математична модель досліджуваних функцій відгуку (3.31) може бути представлена у вигляді:

$$y = \prod_{j=1}^{m} \left(1 + x_j h_j / X_{jo}\right)^{p_j} \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=j}^{m} b_{jk} x_j x_k \tag{3.35}$$

Показники p_j вибираються так, щоб модель (3.35) щонайкраще відбивала результати експерименту [27]. Як критерій найкращого збігу була прийнята сума квадратів відхилень між обмірюваними й передбаченими моделлю відгуками:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(y_{ei} - y_{pi}\right)^2 \tag{3.36}$$

Однак, у випадках, коли є велика різниця між експериментальними значеннями відгуку, зазначений критерій приводить до незадовільних результатів, зокрема, у точках, що відповідають малим відгукам, модель дає відгук з негативним знаком. У таких випадках відповідно до [23, 27] рекомендується застосовувати наступний критерій:

$$R = \max_{i=1}^{n} \left|\left(y_{ei} - y_{pi}\right) / y_{ei}\right| \tag{3.37}$$

Визначення оптимальних значень показників p_j може проводитись методом координатного спуску (Гауса-Зейделя).

З урахуванням показників степенів p_j і β отримаємо математичну модель досліджуваної функції відгуку $W_в$, яка в загальному вигляді може бути

представлена наступним виразом:

$$y = \left[\prod_{j=1}^{7} \left(1 + x_j h_j / X_{j0}\right)^{p_j} \sum_{j=0}^{7} \sum_{k=j}^{7} b_{jk} x_j x_k \right]^{\beta}, \qquad (3.38)$$

де β – показник степеня зворотної функції у випадку застосування перетворення функції відгуку, при визначенні коефіцієнтів математичної моделі, з метою підвищення її точності

Перший співмножник виразу (3.38) при m = 1 після підстановки чисельних значень h_j і X_{j0} перетвориться в наступний вираз:

$$\prod_{j=1}^{7} \left(1 + x_j h_j / x_{j0}\right)^{p_j} = \left(1 + 0{,}333 x_1\right)^{p_1} \cdot \left(1 + 0{,}25 x_2\right)^{p_2} \cdot \left(1 + 0{,}4 x_3\right)^{p_3} \cdot \left(1 + 0{,}4 x_4\right)^{p_4} \times$$
$$\times \left(1 + 0{,}5 x_5\right)^{p_5} \cdot \left(1 + 0{,}5 x_6\right)^{p_6} \cdot \left(1 + 0{,}34 x_7\right)^{p_7} \qquad (3.39)$$

З огляду на те, що $x_{jk} = x_j x_k$, $x_0 = 1$, $m = 7$ і те, що квадратичні ефекти враховуються за допомогою квадратичної поправки φ, і фіктивного фактору $x_{jj} = x_j^2 - \varphi$, другий співмножник виразу (3.38) може бути представлений у вигляді рівняння:

$$\begin{aligned}
&y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5 + b_6 x_6 + b_7 x_7 + \\
&+ b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{14} x_1 x_4 + b_{15} x_1 x_5 + b_{16} x_1 x_6 + b_{17} x_1 x_7 + \\
&+ b_{23} x_2 x_3 + b_{24} x_2 x_4 + b_{25} x_2 x_5 + + b_{26} x_2 x_6 + b_{27} x_2 x_7 + \\
&+ b_{34} x_3 x_4 + b_{35} x_3 x_5 + + b_{36} x_3 x_6 + b_{37} x_3 x_7 + b_{45} x_4 x_5 + \\
&+ b_{46} x_4 x_6 + b_{47} x_4 x_7 + b_{56} x_5 x_6 + b_{57} x_5 x_7 + b_{67} x_6 x_7 + b_{11}\left(x_1^2 - \varphi\right) + \\
&+ b_{22}\left(x_2^2 - \varphi\right) + b_{33}\left(x_3^2 - \varphi\right) + b_{44}\left(x_4^2 - \varphi\right) + b_{55}\left(x_5^2 - \varphi\right) + \\
&+ b_{66}\left(x_6^2 - \varphi\right) + b_{77}\left(x_7^2 - \varphi\right).
\end{aligned} \qquad (3.40)$$

Для одержання математичної моделі необхідно після проведеної обробки результатів семифакторного експерименту підставити одержані чисельні значення коефіцієнтів b_0, b_j, b_{jk}, b_{jj} , показників степенів p_j і β в (3.38).

Завдання. Провести розрахунок коефіцієнтів для двох видів семифакторних математичних моделей другого порядку (з поправкою та без неї) для інтеграла Джоуля $W_в$ на основі плану ДОЦКП і результатів експериментальних даних $y_е$, наведених в табл. 3.14. Записати побудовані математичні моделі у кінцевому вигляді та визначити різницю між експериментальними і розрахованими значеннями функції відгуку $W_в$ за обома видами моделей для всіх дослідів плану. Одержані результати порівняти і зробити висновки.

Контрольні запитання:

1. Ортогональні плани першого порядку. Рівнобіжні досліди.
2. Побудова математичних моделей першого порядку, в тому числі із урахуванням нелінійностей, на основі плану ПФЕ 2^m при $m = 4; 6$.
3. Дробовий факторний експеримент ДФЕ 2^{m-q} і побудова математичних моделей першого порядку на його основі. Наведіть приклади при $m = 5; 7$.
4. Дробові репліки, генеруючі співвідношення і визначальний контраст.
5. Правила побудови ортогональних ценрально-композиційних планів (ОЦКП) другого порядку, ядро плану, зіркові точки і зіркові плечі.
6. Як визначаються зіркові плечі і квадратична поправка в ОЦКП?
7. Наведіть приклади побудови математичних моделей другого порядку.
8. Правила побудови дробових ортогональних ценрально-композиційних планів (ДОЦКП) другого порядку. Наведіть приклади при $m = 4; 6$.
9. Наведіть приклади побудови математичних моделей другого порядку на основі планів ДОЦКП при $m = 7; 8$.
10. Для чого і як проводиться кодування факторів? Наведіть приклади.
11. Як визначаються коефіцієнти математичних моделей другого порядку на основі планів ОЦКП і ДОЦКП? Наведіть приклади.
12. Наведіть приклади перетворень функцій відгуку, які застосовуються при побудові математичних моделей другого порядку, на основі планів ДОЦКП з метою підвищення їх точності.
13. Наведіть приклади поправкових множників, які застосовуються з метою забезпечення адекватності математичних моделей другого порядку на основі планів ДОЦКП для $m = 5; 6$.

4. РОТАТАБЕЛЬНІ ПЛАНИ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Ротатабельне планування забезпечує рівну точність передбачення відгуку на поверхні сфери радіуса $r = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_j^2}$, на якій перебуває передбачувана точка. Плани, що забезпечують одержання рівноточних результатів для будь-якої точки області визначення факторів, називаються уніформ-ротатабельними композиційними планами другого порядку (УРКП). Структура УРКП не відрізняється від структури відповідних ортогональних планів. Ядром плану є план ПФЕ2^m (або ДФЕ2^{m-q}). Потім планується сукупність «зіркових» точок зі спеціальним чином визначеним плечем «зіркової» точки α і деяка кількість повторностей дослідів у центрі плану $N_{\text{Ш}}$ [25]. Загальна кількість дослідів у плані становитиме:

$$n = 2^m + 2m + N_{\text{Ш.}} \tag{4.1}$$

Якщо дисперсія передбачуваного значення функції відгуку не залежить для ротатабельного плану від напрямку радіуса вектора, то обертання системи осей координат не повинне змінити величину дисперсії. Ґрунтуючись на цій властивості, визначають плече «зіркової» точки α [25].

Якщо за ядро плану береться план ПФЕ2^m чи напівреплiка ДФЕ2^{m-1} або ДФЕ2^{m-q} при $q > 1$, тоді плече «зіркової» точки (зіркове плече) залежить від кількості досліджуваних факторів m і визначається відповідно:

для ПФЕ2^m як $$\alpha = 2\frac{m}{4}; \tag{4.2}$$

для ДФЕ2^{m-1} як $$\alpha = 2\frac{m-1}{4}; \tag{4.3}$$

для ДФЕ2^{m-q} при $q > 1$ як $$\alpha = 2\frac{m-q}{4}. \tag{4.4}$$

Щоб здійснити уніформ-планування, відповідним чином розраховують не-

обхідну кількість повторних дослідів у центрі плану $N_{Ш}$. В роботах [22, 25] даються обчислені значення зіркових плечей α і кількості повторень у центрі плану $N_{Ш}$, в залежності від кількості факторів m й індексів дробності q, які наведено в табл. 4.1. В [25], в таблицях додатку 12 наведено деякі УРКП. Вони найпоширеніші в практиці ротатабельного планування й відрізняються від ОЦКП лише величиною зіркового плеча, що визначається за вище наведеними формулами (4.2), (4.3) і (4.4), а також дублюванням дослідів у центрі плану. У табл. 4.2 наведено план УРКП при двох факторах (m = 2).

Таблиця 4.1 – Значення зіркових плечей α і кількості дослідів у центрі уніформ-ротатабельного плану $N_{Ш}$

m	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	8
q	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	2
$N_{Ш}$	5	6	7	10	6	15	9	21	14	28	20	13
α	1,414	1,682	2	2,378	2	2,828	2,378	3,364	2,828	4	3,364	2,828

Таблиця 4.2 – Матриця УРКП при m = 2

i	x_0	x_1	x_2	$x_3=x_1x_2$	$x_4=x_1^2$	$x_5=x_2^2$
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	-1	+1	+1
3	+1	+1	-1	-1	+1	+1
4	+1	-1	-1	+1	+1	+1
5	+1	+1,414	0	0	+2	0
6	+1	-1,414	0	0	+2	0
7	+1	0	+1,414	0	0	+2
8	+1	0	-1,414	0	0	+2
9	+1	0	0	0	0	0
10	+1	0	0	0	0	0
11	+1	0	0	0	0	0
12	+1	0	0	0	0	0
13	+1	0	0	0	0	0

Уніформ-ротатабельні плани не є повністю ортогональними, однак властивість ортогональності залишається в силі для всіх лінійних кодованих факторів й їхніх парних взаємодій. Тому значення відповідних коефіцієнтів b_j і b_{ju} обчислюють за загальною формулою (2.39), отриманою для ОЦКП.

Коефіцієнти b_{jj} (j = 0, 1, 2,…, m) корельовані між собою, тому не можуть бути знайдені незалежно один від одного і визначаються шляхом розв'язання системи m + 1 лінійних алгебраїчних рівнянь (2.26).

При двох факторах (m = 2) получимо систему трьох рівнянь. Після її розв'язання одержимо формули для визначення коефіцієнтів математичної моделі другого порядку $b_{0,}$ b_{11}, b_{22} [25]:

$$b_0 = 0{,}2\sum_{i=1}^{13} y_{ei} x_{2i}^2 - 0{,}1\left(\sum_{i=1}^{13} y_{ei} x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^{13} y_{ei} x_{2i}^2\right); \tag{4.5}$$

$$b_{11} = 0{,}125\sum_{i=1}^{13} y_{ei} x_{2i}^2 - 0{,}1\sum_{i=1}^{13} y_{ei} + 0{,}01875\left(\sum_{i=1}^{13} y_{ei} x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^{13} y_{ei} x_{2i}^2\right); \tag{4.6}$$

$$b_{22} = 0{,}125\sum_{i=1}^{13} y_{ei} x_{2i}^2 - 0{,}1\sum_{i=1}^{13} y_{ei} + 0{,}01875\left(\sum_{i=1}^{13} y_{ei} x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^{13} y_{ei} x_{2i}^2\right). \tag{4.7}$$

Дисперсії цих коефіцієнтів будуть різними і визначаються вони за такими формулами:

$$S^2(bj) = 0{,}125 S^2(y); \qquad S^2(b_{ju}) = 0{,}250 S^2(y); \qquad S^2(b_{jj}) = 0{,}144 S^2(y)$$

де $S^2(y)$ – дисперсія відтворення результатів дослідів.

При збільшенні кількості факторів відповідні формули для визначення коефіцієнтів стають більш громіздкими. Докладно питання застосування й приклади побудови планів УРКП другого порядку для більшої кількості факторів (m =3, 4, 5) та формули для визначення коефіцієнтів математичної моделі другого порядку b_{jj} (j = 0, 1, 2,…, 5) і їх дисперсій $S^2(b_j)$, $S^2(b_{ju})$, $S^2(b_{jj})$ розглянуті в роботі [25], додаток 12.

4.1. Стратегія багатофакторних експериментальних досліджень

Стратегія експериментального дослідження за допомогою дворівневих багатофакторних планів полягає в послідовному дослідженні поверхні відгуку. Починати дослідження слід з моделей першого порядку (лінійних). Потім їх поступово, по мірі наближення до екстремуму поверхні відгуку, ускладнюють відповідно до результатів перевірки адекватності рівняння. Лінійна модель описує нахилену гіперплощину в m + 1-мірному просторі. Одержане лінійне рівняння буде відображати з достатньою точністю поверхню відгуку лише в деякій локальній області, яка відповідає лише вивченому діапазону змінення факторів. Якщо лінійна модель виявляється неадекватною, тоді без проведення додаткових дослідів до неї додають ряд нелінійних членів у вигляді добутків з різним числом факторів. Якщо така нелінійна модель не забезпечує адекватність, тоді переходять до побудови моделей другого порядку. Для цього можуть бути використані плани ОЦКП і ДОЦКП другого порядку, ротатабельні плани другого порядку – УРКП, трирівневі плани повного факторного експерименту ПФЕЗ^m. Детальний опис останніх і приклади їх застосування наведені в п. 3.5 і в роботі [25]. Спочатку рекомендується застосовувати найпростіші плани, в яких кількість дослідів порівнюється з кількістю невідомих коефіцієнтів, які слід визначити. Доцільно починати дослідження з дробних планів (реплік), в яких кількість дослідів дорівнює або незначно перевищує кількість лінійних коефіцієнтів, які слід визначити. Якщо кількість факторів дорівнює 3, 7, 15, 31, то можна побудувати так званий *насичений план*. Якщо одержана модель недостатньо точно описує досліджуваний процес або об’єкт, то план ускладнюють шляхом додавання деякої кількості дослідів. Одержані при цьому результати обробляють разом з результатами дослідів, які проведені раніше. Визначення координат центра експерименту і інтервалів варіювання факторів h_j значною мірою визначає його ефективність. Координати центру експерименту повинні відповідати найкращим із всіх рекомендованих раніше умовам проходження досліджуваного процесу. Вибір величин інтервалів варіювання факторів у багатофакторному експерименті проводиться з таких міркувань:

1. Значення інтервалів повинні мати таку величину, щоб реакція про-

цесу на відповідні зміни фактора не маскувалась незадовільним відтворенням процесу, який досліджується, і щоб реакцію, на фоні випадкових впливів, можна було б достовірно визначити за допомогою наявних приладів.

2. Зміна виходу функції (відгуку) процесу або об'єкта при зміні якого-небудь j-го фактора на його інтервалі варіювання h_j повинна за розміром відповідати (в ідеальному випадку бути однаковою) зміні виходу процесу при зміні будь-якого іншого j-го фактора на відповідний інтервал h_j.

Одержане в такому випадку симетричне рівняння відносно лінійних членів забезпечить найбільш ефективну програму оптимізації. Для проведення оптимізації процесів використовують такі методи планування багатофакторного експерименту, як симплекс-планування, процедура Бокса-Уілсона та ряд інших, розглянутих в роботах [19, 21, 25, 34].

Для підвищення точності математичної моделі при визначенні коефіцієнтів використовують перетворені функції відгуку, поправкові множники з послідуючим проведенням оптимізації їх показників степенів. Всі ці та інші методи викладені нижче в п.5.6.

Контрольні запитання:

1. Плани УРКП другого порядку і побудова математичних моделей на їх основі при $m = 2; 3$.

2. Стратегія побудови багатофакторних математичних моделей.

3. Особливість визначення коефіцієнтів при лінійних значеннях факторів b_j і при міжфакторних взаємодіях b_{ju} в планах УРКП.

4. Як визначаються коефіцієнти при квадратичних значеннях факторів b_{jj} і вільний член регресійного рівняння b_0?

5. Які плани рекомендується використовувати на початку проведення багатофакторних досліджень і чому?

6. З яких міркувань проводиться вибір величин інтервалів варіювання факторів?

7. Яким умовам повинні відповідати координати центра плана експерименту?

8. В яких випадках можна побудувати насичений план експерименту?

5. РЕАЛІЗАЦІЯ ОРТОГОНАЛЬНИХ ПЛАНІВ

Застосування ортогональних планів при дослідженні електромеханічних систем, електричних машин і апаратів й електропобутових пристроїв дозволяє одержати потрібні математичні моделі при порівняно невеликій кількості дослідів, що дає можливість істотно скоротити строки їхнього проведення та суттєво зменшити матеріальні, трудові й фінансові витрати.

5.1. Проведення експериментальних досліджень

Проведення багатофакторних експериментальних досліджень на основі теорії планування експерименту передбачає планування, проведення й обробку результатів експерименту і включає такі етапи:

- зображення об’єкта досліджень або процесу у вигляді кібернетичної системи – «чорного ящика» та вибір функцій відгуку і факторів;
- вибір виду математичної моделі, яку необхідно побудувати, умов проведення дослідів, рівнів й інтервалів варіювання факторів;
- кодування факторів і побудова плану-матриці експерименту;
- реалізація плану експерименту шляхом проведення експериментальних досліджень відповідно до матриці планування, з метою одержання експериментальних значень функцій відгуку;
- розрахунок коефіцієнтів математичної моделі, яку необхідно побудувати і математична обробка результатів експерименту.

При плануванні експерименту необхідно строго враховувати вимоги, які ставляться до факторів, найважливішими з яких є сумісність і незалежність.

Планування експерименту дає можливість варіювати одночасно всі фактори й оцінювати основні ефекти взаємодії. При проведенні експериментальних досліджень відповідно до складеної матриці планування необхідно вибрати кількість паралельних дослідів, проведення яких необхідно для виключення грубих помилок, визначення й оцінки дисперсії відтворюваності і проведення дисперсійного й регресійного аналізу результатів.

У роботах [25,27,28,32 – 35] показано, що при проведенні експериме-

нтальних досліджень на основі теорії планування експерименту можливі чотири типових випадки, пов'язаних з дублюванням дослідів: 1) рівномірне дублювання; 2) нерівномірне дублювання; 3) дублювання в одній точці; 4) дублювання в окремій серії, що складається з певної кількості дослідів.

У роботі [32] також зазначено, що звичайно віддають перевагу рівномірному дублюванню дослідів, тому що в цьому випадку вихідна ортогональність матриці планування (тобто ортогональність дубльованого плану) не порушується. В інших трьох випадках відбувається порушення ортогональності дубльованих планів, що вимагає деяких змін у дисперсійному й регресійному аналізі при обробці результатів експерименту.

Кількість паралельних дослідів визначається або попередньо й незалежно від спостережень, або в процесі моделювання із застосуванням методу послідовного аналізу [33]. У тому або іншому випадках ця кількість обумовлюється бажаним рівнем значущості результатів. Тому для підвищення вірогідності результатів кожен дослід дублюють, повторюють кілька разів, тобто проводять паралельні досліди. Матрицю планування експерименту з проведенням паралельних дослідів наведено в табл. 5.1. Найчастіше в кожному рядку плану (за однакових умов) проводиться та сама кількість паралельних дослідів. У результаті *i*-го досліду виходить ряд значень відгуків $Y_{i1}, Y_{i2}, ..., Y_{is}, ..., Y_{in}$..

Підвищення точності досягається також шляхом зменшення впливу неврахованих й неконтрольованих причин. Для цього досліди проводяться у випадковій послідовності, процес організації якої називається рандомізацією. Її можна організувати за допомогою таблиць випадкових чисел або лотереї, або генератора випадкових чисел.

Нехай потрібно рандомізувати експеримент, що складається з восьми дослідів. З таблиці випадкових чисел (див. додаток 2, табл. Д 2.1) виписуємо вісім *C*-значних чисел. Припустивши, що $C = 2$ і приписавши кожному з них номер відповідного досліду, одержимо

56,	66,	25,	32,	38,	64,	70,	26	–	випадкові числа;
1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8	–	номер досліду в нерандомізованому плані.

Розташувавши випадкові числа в порядку зростання, одержимо таку послідовність проведення дослідів:

25, 26, 32, 38, 56, 64, 66, 70	–	випадкові числа;
3, 8, 4, 5, 1, 6, 2, 7	–	номер досліду в рандомізованому плані;

При проведенні рандомізації вибір послідовності випадкових чисел може також проводитись за допомогою генератора випадкових чисел.

5.2. Оцінка однорідності експерименту

Обробка результатів виконується в такій послідовності:

- дається оцінка однорідності експерименту за критерієм Стьюдента, згідно з результатами якої виявляються й виключаються грубі помилки-промахи;
- проводиться дослідження закону розподілу випадкових помилок;
- визначається математичне очікування в кожному рядку плану як середньоарифметичний результат проведених дослідів.

При проведенні аналізу отриманих експериментальних результатів може виявитися, що за тих самих умов проведення дослідів результати розрізняються за величиною. Це вказує на те, що вони є випадковими величинами. Останнє може бути обумовлене допусками й відхиленнями геометричних, конструктивних й інших параметрів, які також можуть бути віднесені до випадкових подій. У цьому випадку при побудові математичних моделей ми можемо скористатися методами математичної статистики [34, 35].

Однак аналізу результатів експериментальних досліджень при цьому повинне передувати дослідження закону розподілу випадкових помилок [36]. Це може бути перевірено різними методами (розрахунком основних параметрів, графічним аналізом), які наведені в роботах [35, 37, 38]. Підтвердження того, що отримані експериментальні значення досліджуваних функцій відгуку не суперечать гіпотезі про нормальний закон розподілу випадкових помилок (розподіл Лапласа–Гауса), дозволяє при обробці результатів експерименту використати всі статистичні методи, засновані на цій гіпотезі,

а саме використати середнє арифметичне й дисперсії. Обробка результатів у цьому випадку проводиться в певній послідовності. При проведенні експерименту можливі грубі помилки. Це може бути пов'язано, наприклад, із записом результату експерименту не в ту клітку таблиці. З метою виявлення й виключення помилок проводиться перевірка однорідності паралельних дослідів. Нехай в *i*-му рядку серед результатів $Y_{i1}, Y_{i2}, ..., Y_{is}, ..., Y_{in}$ є результат Y_i^*, у відношенні якого висловлюється припущення, що цей результат помилковий. При цьому складається відношення

$$t = \frac{\left| Y_i^* - \overline{Y_i^*} \right|}{\sigma_i^*}, \qquad (5.1)$$

де $\overline{Y_i^*}, \sigma_i^*$ – оцінки математичного очікування й середньоквадратичного відхилення без врахування сумнівного результату:

$$\overline{Y}_i^* = \frac{1}{u-1} \sum_{s=1}^{u} Y_{is}, \qquad Y_{is} \neq Y_i^*; \qquad (5.2)$$

$$\sigma_i^* = \sqrt{\frac{1}{u-1} \sum_{s=1}^{u} (Y_{is} - Y_i^*)^2}, \qquad Y_{is} \neq Y_i^*. \qquad (5.3)$$

Випадкова величина *t* має *u* – 2 степені вільності (число паралельних дослідів *u* мінус два зв'язки, які використані при визначенні $\overline{Y}_i^*$ й σ_i^*).

Формально процедура перевірки статистичної гіпотези проводиться за допомогою зіставлення того або іншого розрахункового показника з табличним значенням критерію (у цьому випадку *t*) при заданій надійній імовірності *P* (або рівні значущості $g = 1 - P$). Якщо розрахункове значення виявляється менше табличного, то з імовірністю *P* можна прийняти дану гіпотезу. У противному разі гіпотеза відкидається (імовірність правдоподібності гіпотези менше *P*). Таким чином, при $t_р < t$ з імовірністю *P* можна вважати, що паралельні досліди однорідні, у противному разі результат розглядається як наслідок грубої помилки.

Нехай в *i*-му рядку плану отримано такі результати:

2,8; 2,7; 2,9; 3,1; 3,0; 3,8.

Кількість паралельних дослідів дорівнює шести (u = 6), останній результат сумнівний. Визначимо $\overline{Y_i^*}$ й σ_i^*:

$$\overline{Y_i^*} = \frac{1}{5}(2{,}8 + 2{,}7 + 2{,}9 + 3{,}1 + 3{,}0) = \frac{1}{5}14{,}5 = 2{,}9;$$

$$\sigma_i^* = \sqrt{\frac{1}{4}(0{,}01 + 0{,}04 + 0 + 0{,}04 + 0{,}01)} = 0{,}158.$$

Розрахункове значення критерію Стьюдента $t_p = \frac{3{,}8 - 2{,}9}{0{,}158} = 6{,}3$.

Табличне значення критерію Стьюдента при P = 0,95 для f = 6-2 = 4 дорівнює 2,78 (див. додаток 2, табл. Д 2.2). Оскільки $t_\text{р} > t$ гіпотеза про однорідність дослідів відкидається, тому результат останнього досліду варто відкинути а дослід повторити. Після усунення помилкових результатів приступають до перевірки однорідності оцінок дисперсій, які є мірою результатів дослідів.

У теорії планування експерименту доводиться, що визначення коефіцієнтів рівняння можна проводити за середнім значенням $\overline{Y_i}$, але тільки за умови однорідності дисперсій [21, 24, 25].

Середні значення $\overline{Y_{ik}}$ й оцінки дисперсій дослідів S_i^2 визначаються для кожного рядка плану за формулами

$$\overline{Y_i} = \frac{1}{u} \cdot \sum_{s=1}^{u} Y_{is}; \tag{5.4}$$

$$S_i^{\,2} = \frac{1}{u-1} \cdot \sum_{s=1}^{u} (Y_{is} - \overline{Y_i})^2, \tag{5.5}$$

де u – кількість паралельних дослідів (коефіцієнт дублювання).

Знаючи S_i^2, можна зробити оцінку середньоквадратичного відхилення в *i*-му рядку плану:

$$\sigma_i^* = \sqrt{S_i^{\,2}}\ . \qquad (5.6)$$

Перевірка однорідності рядкових оцінок дисперсій здійснюється за критеріями Фішера або Кохрена. При перевірці за критерієм Фішера розрахункове значення критерія знаходять за формулою

$$F_{\text{р}} = \frac{S^{\,2}{}_{\max}}{S^{\,2}{}_{\min}}, \qquad (5.7)$$

де $S^2{}_{\max}$, $S^2{}_{\min}$ – максимальне й мінімальне значення рядкових дисперсій.

Табличне значення критерію Фішера F визначається з табл. Д 2.3, наведеній в додатку 2 для кількості степенів вільності $f_1 = f_2 = u - 1$.

При $F_{\text{р}} < F$ гіпотеза про однорідність дисперсій приймається.

Аналогічно може бути проведена перевірка однорідності дисперсій за критерієм Кохрена, тоді розрахункове значення критерію становить

$$G_p = \frac{S^{\,2}{}_{\max}}{\sum\limits_{i=1}^{n} S^{\,2}{}_i}. \qquad (5.8)$$

Табличні значення критерію Кохрена наведено в додатку 2, табл.2.2, кількість степенів вільності $f_1 = u - 1$; $f_2 = n$. Однорідність дисперсій означає також відтворюваність експерименту. Якщо досліди не відтворені, то необхідно виявити й усунути джерела нестабільності експерименту, а також використати більш точні методи й засоби виміру.

5.3. Оцінка точності й статистичної значущості результатів досліджень

Мірою точності експерименту є дисперсія відтворюваності S_y^2, що при тій самій кількості паралельних дослідів у всьому плані визначається за формулою

$$S_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_i^2 \ . \qquad (5.9)$$

Дана величина може бути обчислена тільки при $n > 1$. Якщо в кожному рядку плану проводиться тільки один дослід, то величина може бути оцінена непрямим шляхом за відомими метрологічними характеристиками вимірювальних приладів. Визначивши величину дисперсії відтворюваності, можна оцінити статистичну значущість експерименту. Вважається, що експеримент містить мало інформації, якщо різниця $Y_{\max} - Y_{\min}$ мала ($Y_{\max} = \max\limits_{i=1}^{n} Y_i, Y_{\min} = \min\limits_{i=1}^{n} Y_i$). У цьому випадку говорять, що експеримент є статистично незначущим. Ця гіпотеза перевіряється за критерієм Стьюдента t. Розрахункове значення цього критерію t_p визначається за формулою

$$t_p = \frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{\sqrt{2S_y / u}} \ . \qquad (5.10)$$

Табличне значення критерію t визначається за рівнем значущості $q = 0{,}05$ і числом степенів вільності f (див. додаток 2, табл. Д 2.4) $t = 2u$. При $t_p < t$ приймається гіпотеза статистичної значущості .

5.4. Оцінка статистичної значущості коефіцієнтів й адекватності математичної моделі

У випадку однорідності паралельних дослідів і рядкових дисперсій розрахунок коефіцієнтів регресії визначається за формулою

$$b_j = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} Y_i \cdot x_{ji}}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_{ji}^2} \qquad (5.11)$$

Визначимо дисперсію j-го коефіцієнта регресії $S^2(b_j)$, маючи на увазі,

що фактори x_{ji} – величини випадкові, а $\overline{Y_i}$ – величини, незалежні одна від одної:

$$S^2(b_j)=\frac{1}{(\sum_{i=1}^{n}x_{ji}^2)^2}\sum_{i=1}^{n}x_{ji}^2 S(\overline{Y_i}).$$

З огляду на те, що,

$$S^2(\overline{Y_i})=S^2(\frac{1}{u}\cdot\sum_{s=1}^{n}Y_{is})=\frac{1}{u^2}\cdot\sum_{s=1}^{n}S^2(Y_{is})=\frac{1}{u}S_i^2 \quad ,$$

одержимо

$$S^2(b_j)=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_{ji}^2 S_i^2}{u(\sum_{i=1}^{n}x_{ji}^2)^2} \quad . \qquad (5.12)$$

Для планів ПФЕ й ДФЕ $x_{ji}^2=1;\ \sum_{i=1}^{n}x_{ji}^2=n$,

$$S^2(b_j)=\frac{1}{u\cdot n}\left(\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}S_i^2\right)=\frac{S_{и}^2}{u\cdot n}. \qquad (5.13)$$

Якщо в кожному рядку плану проводиться тільки один дослід (u = 1) а дисперсія $S_y^2=S^2$ визначається непрямим шляхом, то

$$S^2(b_j)=\frac{S^2}{n} \quad . \qquad (5.14)$$

У загальному випадку при u = 1 (для всіх ортогональних планів) маємо

$$S^2(b_j)=\frac{S^2}{\sum_{i=1}^{n}x_{ji}^2}. \qquad (5.15)$$

Дійсне значення коефіцієнта b_j лежить в інтервалі $[b_j-\Delta b_j, b_j+\Delta b_j]$.

Це твердження справедливе з деякою надійною ймовірністю *P*.

Величину Δb_j знаходять за формулою

$$\Delta b_j = t \cdot \sqrt{S^2(b_j)}\,. \tag{5.16}$$

Критерій Стьюдента *t* визначають з табл. Д 2.4, яка наведена в додатку 2, при $n(u-1)$ степенях вільності (число степенів вільності S_y^2).

Коефіцієнт b_j приймається з ймовірністю *P* статистично незначущим при $|b_j| < \Delta b_j$. При цьому варто врахувати, що параметр X_j не впливає на результат і його можна виключити, тобто, припустити $b_j = 0$.

Перевірка адекватності рівняння регресії (моделі) проводиться за критерієм Фішера, табличне значення якого *F* знаходиться з табл. Д 2.3 (див. додаток 2), а розрахункове визначається за формулою

$$F_{\text{р}} = \frac{S_a^2}{S_y^2}, \tag{5.17}$$

де $F_{\text{р}}$ – розрахункове значення критерію Фішера; S_y^2 – дисперсія відтворюваності; S_a^2 – дисперсія адекватності, яка визначається за формулою

$$S_a^2 = \frac{u}{n-(m+1)} \cdot \sum_{i=1}^{n} (\overline{Y_i} - \widetilde{Y}_i)^2\,, \tag{5.18}$$

де $m + 1$ – число коефіцієнтів у рівнянні; $\widetilde{Y}_i$ – обчислене за моделлю значення відгуку в *i*-й точці плану.

Числа степенів вільності дисперсій S_a^2 і S_y^2 визначаються відповідно як $f_1 = n - (m + 1)$ і $f_2 = n(u - 1)$. При $F_{\text{р}} < F$ гіпотеза про адекватність одержаної математичної моделі приймається з імовірністю *P*.

Якщо в одному з рядків плану для оцінки дисперсії відтворюваності S_y^2 дослід повторений *n* раз (даний рядок для визначеності будемо вважати першим $i = 1$), а інші досліди повторені по одному разу, то

$$S_a^2 = u \cdot (\overline{Y_i} - \widetilde{Y_i})^2 + \frac{\sum_{i=2}^{n} (\overline{Y_i} - \widetilde{Y_i})^2}{(m+1)}. \qquad (5.19)$$

5.5. Приклад статистичного аналізу результатів багатофакторного експерименту

У табл. 5.1. наведено результати двофакторного експерименту другого порядку при дублюванні дослідів у кожному рядку плану п’ять разів [22].

Таблиця 5.1 – Результати двофакторного експерименту

i	x_0	x_1	x_2	$x_3=x_1x_2$	$x_4=x_1^2-\varphi$	$x_5=x_2^2-\varphi$	Результати дослідів					$\overline{Y_i}$	$\widetilde{Y_i}$	$\overline{Y_i}-\widetilde{Y}$
							Y_{i1}	Y_{i2}	Y_{i3}	Y_{i4}	Y_{i5}			
1	+1	+1	+1	+1	1/3	1/3	7,1	7,3	6,8	6,9	7,1	7,04	6,93	0,11
2	+1	-1	+1	-1	1/3	1/3	4,0	4,2	4,2	3,8	4,0	4,04	4,45	-0,41
3	+1	+1	-1	-1	1/3	1/3	2,9	2,9	3,0	3,1	3,1	3,0	3,07	-0,07
4	+1	-1	-1	+1	1/3	1/3	6,0	5,5	6,0	5,9	6,1	5,96	5,55	0,41
5	+1	+1	0	0	1/3	-2/3	5,1	4,9	5,0	5,1	4,9	5,0	5,0	0
6	+1	-1	0	0	1/3	-2/3	4,8	4,8	5,2	5,2	5,1	5,02	5,0	0,02
7	+1	0	+1	0	-2/3	1/3	3,1	3,1	3,0	2,9	3,0	3,02	2,69	0,33
8	+1	0	-1	0	-2/3	1/3	1,0	1,0	1,0	1,1	0,9	1,0	1,31	-0,31
9	+1	0	0	0	-2/3	-2/3	1,9	1,9	2,1	1,9	2,1	1,98	2,0	-0,02

Наведемо результати обробки й статистичного аналізу експерименту за методикою, викладеною в даному розділі згідно з [22].

Середні значення результатів паралельних дослідів такі:

$$\overline{Y_i} = \frac{1}{5}\sum_{s=1}^{5} Y_{is};$$

$$\overline{Y_1} = \frac{1}{5}(7{,}1 + 7{,}3 + 6{,}8 + 6{,}9 + 7{,}1) = \frac{1}{5}35{,}2 = 7{,}04; \quad \overline{Y_2} = 4{,}04;$$

$$\overline{Y_3} = 3{,}0; \quad \overline{Y_4} = \frac{1}{5}(6{,}0 + 5{,}5 + 6{,}0 + 5{,}9 + 6{,}1) = \frac{1}{5}29{,}5 = 5{,}90;$$

$$\overline{Y_5} = 5{,}0; \quad \overline{Y_6} = 5{,}02; \quad \overline{Y_7} = 3{,}02; \quad \overline{Y_8} = 1{,}0; \quad \overline{Y_9} = 1{,}98.$$

У четвертому рядку плану другий результат (5,5) помітно відрізняється від інших. Перевіримо вірогідність цього результату. Для цього визначимо оцінки математичного очікування й середньоквадратичного відхилення без врахування даного результату:

$$\overline{Y_4^*} = \frac{1}{4}(6{,}0 + 6{,}0 + 5{,}9 + 6{,}1) = \frac{1}{4}24 = 6{,}0;$$

$$\sigma_4^* = \sqrt{\frac{1}{3}(0 + 0 + 0{,}01 + 0)} = 0{,}0815.$$

Розрахункове значення критерію Стьюдента $t_р$ визначається так:

$$t_р = \frac{|5{,}5 - 6{,}0|}{0{,}0815} = 6{,}14.$$

З таблиці значень критерію Стьюдента (див. додаток 2, табл. Д 2.4) знаходимо при $f = u - 2 = 5 - 2 = 3$ табличне значення $t = 3{,}18$. Оскільки $t_р > t$, гіпотеза про однорідність дослідів не може бути прийнята, тому другий дослід четвертого рядка плану варто повторити. Нехай у результаті повторного досліду отримане значення 5,8.

Тоді середнє значення паралельних дослідів четвертого рядка плану становить

$$\overline{Y_4} = \frac{1}{5}(6{,}0 + 5{,}8 + 6{,}0 + 5{,}9 + 6{,}1) = \frac{1}{5}29{,}8 = 5{,}96.$$

Результати розрахунку середніх значень наведено в табл. 5.1.

Оцінки рядкових дисперсій такі:

$$S_i^2 = \frac{1}{4}\sum_{s=1}^{5}(Y_{is} - \overline{Y_i})^2;$$

$$S_1^2 = \frac{1}{4}\left[(7{,}1-7{,}02)^2 + (7{,}3-7{,}04)^2 + (6{,}9-7{,}04)^2 + (7{,}1-7{,}04)^2\right] = 0{,}038;$$

$$S_2^2 = 0{,}0277;\ S_3^2 = 0{,}01;\ S_4^2 = 0{,}0125;\ S_5^2 = 0{,}01;\ S_6^2 = 0{,}0418;$$

$$S_7^2 = 0{,}007;\ S_8^2 = 0{,}005;\ S_9^2 = 0{,}012.$$

Перевірку однорідності оцінок рядкових дисперсій будемо робити за критерієм Кохрена. Найбільше з розрахункових значень оцінок рядкових дисперсій визначиться так:

$$S_{\max}^2 = S_6^2 = 0{,}0418.$$

Сума оцінок рядкових дисперсій

$$\sum_{i=1}^{9} S_i^2 = 0{,}159.$$

Розрахункове значення критерію Кохрена

$$G_{\text{р}} = \frac{S_{\max}^2}{\sum_{i=1}^{9} S_i^2} = \frac{0{,}0418}{0{,}159} = 0{,}263.$$

З таблиці значень критерію Кохрена (див. додаток 2, табл. Д 2.2) при $f_1 = u - 1 = 4$ й $f_2 = n = 9$ знаходимо його табличне значення $G = 0{,}358$.

Оскільки $G_{\text{р}} < G$, гіпотеза про однорідність оцінок дисперсій приймається. Це вказує на рівну точність фіксації результатів дослідів, а також на їхню відтворюваність. Визначимо дисперсію відтворюваності S_y^2, що є мірою точності всього експерименту:

$$S_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_i^2 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} S_i^2 = 0{,}0176.$$

Знайдене значення дисперсії відтворюваності дає можливість оцінити статистичну значущість експерименту. Максимальне й мінімальне значення відгуків в експерименті відповідно становлять $\overline{Y}_{\max} = 7{,}04;\ \overline{Y}_{\min} = 1.$

Розрахункове значення критерію Стьюдента t_p для перевірки гіпотези про статистичну значущість становить

$$t_p = \frac{\overline{Y}_{\max} - \overline{Y}_{\min}}{\sqrt{2 \cdot S_y^2 / u}} = \frac{7{,}04 - 1}{\sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}0176}{5}}} = 71{,}9.$$

З таблиці значень критерію Стьюдента (див. додаток 2, табл. Д 2.4) при $f = 2u = 10$ знаходимо табличне значення цього критерію $t = 2{,}23$.

Оскільки $t_p > t$, гіпотеза про статистичну незначущість експерименту відкидається (експеримент статистично значущий). Визначимо значення й оцінимо статистичну значущість коефіцієнтів рівняння регресії:

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} \overline{Y}_i x_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^2};\ \ b_0 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} \overline{Y}_i = 4{,}006;\ b_1 = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{9} \overline{Y}_i x_{1i} = 0{,}003;$$

$$b_2 = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{9} \overline{Y}_i x_{2i} = 0{,}69;\ b_{12} = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{9} \overline{Y}_i x_{1i} x_{2i} = 1{,}24;$$

$$b_{11} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{9} \overline{Y}_i (x_{1i}^2 - \varphi) = 3{,}009;\ b_{22} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{9} \overline{Y}_i (x_{2i}^2 - \varphi) = 0{,}01.$$

Дисперсії коефіцієнтів визначаться таким чином

$$S^2(b_j) = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i^2 x_{ji}^2}{u\sum_{i=1}^{n} x_{ji}^2} = \frac{1}{5}\frac{\sum_{i=1}^{9} S_i^2 x_{ji}^2}{\sum_{i=1}^{9} x_{ji}^2};$$

$$S^2(b_0)=\frac{1}{45}\sum_{i=1}^{9}S_i^2=0{,}0035; \qquad S^2(b_1)=\frac{1}{30}\sum_{i=1}^{9}S_i^2x_{ji}^2=0{,}0046;$$

$$S^2(b_2)=\frac{1}{30}\sum_{i=1}^{9}S_i^2x_{ji}^2=0{,}0033; \quad S^2(b_{12})=\frac{1}{20}\sum_{i=1}^{9}S_i^2(x_{1i}\cdot x_{2i})^2=0{,}0044;$$

$$S^2(b_{11})=\frac{1}{10}\cdot\sum_{i=1}^{9}S_i^2\cdot(x_{1i}^2-\varphi)^2=0.0026; \quad S^2(b_{22})=\frac{1}{10}\cdot\sum_{i=1}^{9}S_i^2\cdot(x_{2i}^2-\varphi)^2=0.0044.$$

Коефіцієнт Стьюдента визначається з табл. Д 2.4, наведеній в додатку 2 при $f = n\,(n-1) = 9\cdot 4 = 36$. Це значення становить $f = 2{,}03$.

Значення «допусків» на коефіцієнти такі:

$$\Delta b_j = t\cdot\sqrt{S^2(b_j)}; \quad \Delta b_0 = t\cdot\sqrt{S^2(b_0)} = t\cdot\sqrt{35\cdot 10^4} = t\cdot 0{,}059 = 0{,}119;$$

$$\Delta b_1 = t\cdot 0{,}0658 = 0{,}13; \quad \Delta b_2 = t\cdot 0{,}0575 = 0{,}117; \quad \Delta b_{12} = t\cdot 0{,}0663 = 0{,}134;$$

$$\Delta b_{11} = t\cdot 0{,}05 = 0{,}101; \quad \Delta b_{22} = t\cdot 0{,}066 = 0{,}134.$$

Оскільки $|b_1| < \Delta b_1$, і $|b_{22}| < \Delta b_{22}$, зазначені коефіцієнти варто визнати статистично незначущими, а відповідні члени з рівняння регресії виключити. Таким чином, рівняння регресії набуває такого вигляду:

$$y = b_0 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}\left(x_1^2-\varphi\right).$$

Підставивши значення коефіцієнтів рівняння регресії одержимо:

$$y = 4{,}006 + 0{,}69x_2 + 1{,}24x_1x_2 + 3{,}009\left(x_1^2-\varphi\right).$$

Значення відгуків, розрахованих за даним рівнянням у вузлових точках плану, наведено в табл. 5.2. Там же наведено різниці обмірюваних (середніх) і розрахованих за моделлю відгуків.

Визначимо дисперсію адекватності:

$$S_a^2 = \frac{u}{n-(m+1)}\sum_{i=1}^{n}(\overline{Y_i}-\widetilde{Y}_i)^2 = \frac{5}{9-(4+1)}\sum_{i=1}^{9}(\overline{Y_i}-\widetilde{Y}_i)^2 = \frac{5}{4}(0{,}06) = 0{,}0045.$$

Розрахункове значення критерію Фішера таке:

$$F_p = \frac{S_a^2}{S_y^2} = \frac{0{,}0045}{0{,}0176} = 0{,}256.$$

З таблиці значень критерію Фішера (див. додаток 3 табл. Д 2.3) при $f_1 = n - (m + 1) = 9(4 + 1) = 4$ й $f_2 = n(u - 1) = 9(5 - 1) = 36$ знаходимо табличне значення цього критерію $F = 2{,}66$. Оскільки $F_р < F$, гіпотезу про адекватність математичної моделі варто прийняти. У випадку, коли $F_р > F$, модель не адекватна, що вказує на необхідність підвищення її точності.

5.6. Способи підвищення точності математичної моделі

За умов, коли модель не адекватна, для підвищення ступеня її адекватності застосовують різні особливі способи як при проведенні досліджень, так і при обробці їх результатів. У таких випадках у роботі [25] для одержання адекватної моделі рекомендується виконати такі дії: зменшити інтервали варіювання факторів h_j всіх або деяких факторів; збільшити число паралельних дослідів (коефіцієнт дублювання); ввести нові, раніш не враховані фактори; врахувати взаємодію факторів більш високого порядку; змінити функцію відгуку, тобто замість функції y вводити перетворені функції $y' = \sqrt[n]{y}, y' = \ln y, y' = y^n$ і інші, з наступними введенням відповідних зворотних функцій. Наприклад, для перетвореної функції $y' = \sqrt[n]{y}$ зворотною функцією буде y^n, для натурального логарифму зворотною буде експонента, для $y' = y^n$ зворотною буде $\sqrt[n]{y}$ і т. д.

Більш ефективним є збільшення порядку математичної моделі за рахунок введення поправочних множників у вигляді добутку степеневих функцій факторів, приклади використання яких наведено в роботах [23, 27, 28, 39, 40]. Приклади побудови моделей, статистичної обробки результатів і використання поправочних множників, разом з введенням перетворених функцій відгуку, наведено в роботах [27, 39-47]. Одержані в цих прикладах, в результаті проведення семи- і восьмифакторних експериментів, на основі

планів ОЦКП і ДОЦКП другого порядку математичні моделі захисних, комутаційних і інтегральних характеристик швидкодіючих запобіжників (струму плавлення $I_{\text{пл}}$, струму обмеження I_o, перенапруги $U_{\text{пер}}$, інтеграла плавлення $W_{\text{пл}}$, інтеграла горіння дуги $W_{\text{г}}$, інтеграла квадрата струму відключення – інтеграла Джоуля $W_{\text{в}}$, середньоінтегральної напруги на дузі $U_{\text{д}}$, енергії дуги $E_{\text{д}}$). в загальному вигляді зображені таким виразом:

$$y = \left[\prod_{j=1}^{m} \left(1 + \frac{x_j h_j}{X_{j0}} \right)^{P_j} \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=j}^{m} b_{jk} x_{jk} \right]^{\beta}. \qquad (5.20)$$

Перший множник цього виразу при $m = 7$ після підстановки числових значень кроків варіювання h_j і середніх натуральних значень факторів X_{j0} наведених у роботі [27] перетвориться у такий вираз:

$$\prod_{j=1}^{7} \left(1 + \frac{x_j h_j}{X_{j0}} \right)^{P_j} = (1 + 0{,}333x_1)^{P_1} \times (1 + 0{,}25x_2)^{P_2} \times (1 + 0{,}4x_3)^{P_3} \times$$
$$\times (1 + 0{,}4x_4)^{P_4} \times (1 + 0{,}5x_5)^{P_5} \times (1 + 0{,}5x_6)^{P_6} \times (1 + 0{,}34x_7)^{P_7}.$$

Цей вираз є поправкою або функцією поправки, яка є добутком степеневих функцій факторів, з показником степені при j-х множниках P_j. Показники степені P_j вибираються так, щоб модель найкращим чином відображала результати експерименту. За критерій найкращого збігу приймається сума квадратів відхилень або максимум відносного відхилення між виміряними і передбаченими моделлю відгуками. Пошук оптимальних значень показників P_j (оптимізація) у роботі [27] здійснювалася чисельним методом координатного спуску (Гауса–Зейделя). Програма оптимізації показників P_j із застосуванням поправкових множників і різних перетворень відгуків та знаходження коефіцієнтів математичних моделей при обробці багатофакторних ортогональних планів наведена в роботі [23]. Приклади алгоритмів і результати розрахунку коефіцієнтів моделей і відносних відхилень між експериментальними і передбаченими моделлю відгуками наведені в

додатку 1. Другий множник виразу (5.20), якщо вважати що $x_{jk} = x_j x_k$, $x_0 = 1$, $m = 7$ і що квадратні ефекти враховуються за допомогою поправки φ, тобто $x_{jj} = x_j^2 - \varphi$, може бути наведений у вигляді семифакторної математичної моделі (регресії) другого порядку. Для одержання адекватної моделі в роботі [24] рекомендується застосовувати заміну натуральних факторів X_j на нові незалежні змінні у вигляді функцій $X_j^{'} = f\left(X_j\right)$. Наприклад: $X_j^{'} = X_j^{\beta_j}$ при $\beta_j \neq 0$; $X_j^{'} = \ln X_j$ при $\beta_j = 0$.

Одержані таким чином математичні моделі другого порядку дозволяють визначати оптимальні значення конструктивних і геометричних параметрів електричних апаратів при заданих номінальних даних і вихідних характеристиках, з наявністю різного роду обмежень. При цьому, в залежності від постановки задачі і умов завдання, можуть використовуватись різні методи оптимізації: аналітичний, імітаційного моделювання, координатного і найскорішого спусків, симплекс-планування, Бокса-Уілсона, випадкового пошуку, Монте-Карло і повного перебору параметрів. Сутність і особливості цих методів з наведенням прикладів викладені в [10, 19, 22, 25, 26].

Контрольні запитання:

1. Основні етапи проведення багатофакторних експериментальних досліджень і порядок проведення математичної обробки їх результатів.

2. Які можливі чотири випадки дублювання дослідів і як враховуються їх особливості при проведенні математичної обробки результатів багатофакторних експериментальних досліджень?

3. Статистична теорія вибіркового методу і обробка емпіричних даних. Наведіть приклади її застосування.

4. Паралельні досліди, для чого вони проводяться і як при цьому визначається математичне очікування. Випадкові величини та їхній розподіл.

5. Статистична сукупність. Багатокутник і гістограма розподілу частоти. Наведіть приклади побудови гістограми.

6. Математичне очікування і дисперсія та їх визначення і розрахунок.

7. Основні види розподілу. Нормальний розподіл, його сутність і характеристика. Генеральна сукупність і випадкова вибірка.

8. За якими критеріями проводиться перевірка статистичних гіпотез?

9. Для чого і як визначається відрядкова дисперсія? Наведіть приклади для різних коефіцієнтів дублювання дослідів.

10.Як визначається однорідність дисперсій? Наведіть приклади для планів ПФЕ 2^m ДФЕ 2^{m-q} і ОЦКП другого порядку.

11.Для чого і як здійснюється рандомізація дослідів? Наведіть приклади для планів ПФЕ 2^m і ОЦКП другого порядку.

12.Як перевіряється однорідність паралельних дослідів? Наведіть приклади для різних коефіцієнтів дублювання дослідів.

13.Як визначається дисперсія відтворення і що вона характеризує? Наведіть приклади її визначення для планів ПФЕ 2^m ДФЕ 2^{m-q} і ОЦКП другого порядку.

14.Як визначити дисперсію адекватності? Наведіть приклади для математичних моделей першого і другого порядків.

15.Як здійснюється оцінка статистичної значущості результатів експерименту і коефіцієнтів математичної моделі? Наведіть приклади для лінійних і нелінійних математичних моделей.

16.За допомогою яких статистичних критеріїв і як проводиться оцінка адекватності математичної моделі? Наведіть приклади для математичних моделей першого і дугого порядків.

17.Способи підвищення точності математичних моделей.

18.Особливості застосування метода Гауса-Зейделя при проведенні оптимізації показників степеня у багатофакторних математичних моделях.

19.Наведіть приклади поправкових множників у вигляді добутку степеневих факторів для 5-ти факторних моделей другого порядку побудованих на основі плану ОЦКП.

20.Наведіть приклади застосування перетворених функцій відгуку і поправкових множників для одержання адекватної математичної моделі другого порядку на основі плану ДОЦКП при $m = 6$.

21.Наведіть приклади застосування перетворених функцій відгуку.

6. ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

Під час дослідження електричних апаратів й електропобутової техніки часто виникають задачі, у яких досліджуваний об'єкт – електромеханічний пристрій або система – не можна успішно аналізувати й синтезувати на основі класичних методів з використанням однофакторних експериментів.

Метою даного лабораторного практикуму є набуття студентами практичних навичок проведення багатофакторних експериментальних досліджень на основі теорії планування експерименту, а також умінь побудови й аналізу математичних моделей досліджуваних об'єктів (електричних апаратів, електропобутової техніки, їхніх вузлів і систем) першого й другого порядку із застосуванням ЕОМ.

Це дозволяє забезпечити знаходження таких умов і правил проведення експерименту, за яких з найменшою витратою праці вдається одержати надійну й достовірну інформацію про об'єкти досліджень й за яких можна подати цю інформацію в компактній і зручній для аналізу, використання і обробки в ЕОМ формі.

6.1. Лабораторна робота № 1. Розробка плану багатофакторного експерименту ПФЕ2^m і математичної моделі першого порядку

Мета роботи – ознайомлення з основами й вивчення методики планування багатофакторних експериментів, набуття студентами практичних навичок проведення на цій основі експериментальних досліджень електричних апаратів, уміння будувати математичні моделі першого порядку й аналізувати фізичні процеси, які відбуваються в електричних апаратах за різних режимів роботи.

Порядок підготовки до роботи

Вивчити:

1) рекомендовану літературу;

2) опис лабораторної установки;

3) методичні вказівки до виконання лабораторної роботи.

Опис лабораторної установки

До складу лабораторної установки входить ПЕОМ IBM (386 або ви-

ща) й експериментальний стенд для комутаційних досліджень електричних апаратів, що дозволяє проводити багатофакторні дослідження й одержувати результати експериментів у числовому вигляді або у вигляді осцилограм.

Якщо буде треба, викладач зможе вносити зміни й для обробки результатів надавати студентам осцилограми.

Технічні характеристики

ПЕОМ IBM достатньо мати такі технічні характеристики: тип мікропроцесора – 80386; розрядність – 16; швидкодія – $5 \cdot 10^6$ операцій/с; обсяг пам'яті – 356 Кбайт. Це дозволить проводити обробку результатів багатофакторних експериментів на мовах високого рівня й будувати математичні моделі різних порядків, підвищувати ступінь їхньої адекватності, а також аналізувати на їхній основі фізичні процеси в електричних апаратах за різних умов роботи.

Схема експериментального стенда для комутаційних досліджень електричних апаратів наводиться на рис. 6.1 і містить у собі: ударний генератор постійного струму (УГ), що приводиться в рух від асинхронного двигуна (АД); захисний вимикач (ЗВ), що забезпечує захист установки від аварійного короткого замикання; вмикаючий апарат (ВА); макет досліджуваного електричного апарата (МА); регулюючі індуктивність (L) і опір (R); електромеханічний осцилограф (ЕО); систему й пульт електронного керування (СПЕК).

Основні відомості

Математичні методи планування експерименту можуть застосовуватися для розв'язання багатьох задач, у тому числі й для побудови інтерполяційних формул (математичних моделей) різних порядків. Для побудови математичної моделі першого порядку у вигляді відрізка степеневого ряду (полінома) доцільно використати повний факторний експеримент ПФЕ 2^m, у якому фактори X_j змінюються на двох рівнях: $X_{j\min} \leftrightarrow (-1)$ і $X_{j\max} \leftrightarrow (+1)$. Нижче, на рис. 6.2, наведено кібернетичну схему (чорний ящик) досліджуваного об'єкта (ДО) при кількості факторів $m = 2$ і кількості функцій відгуку Y для $k = 1$.

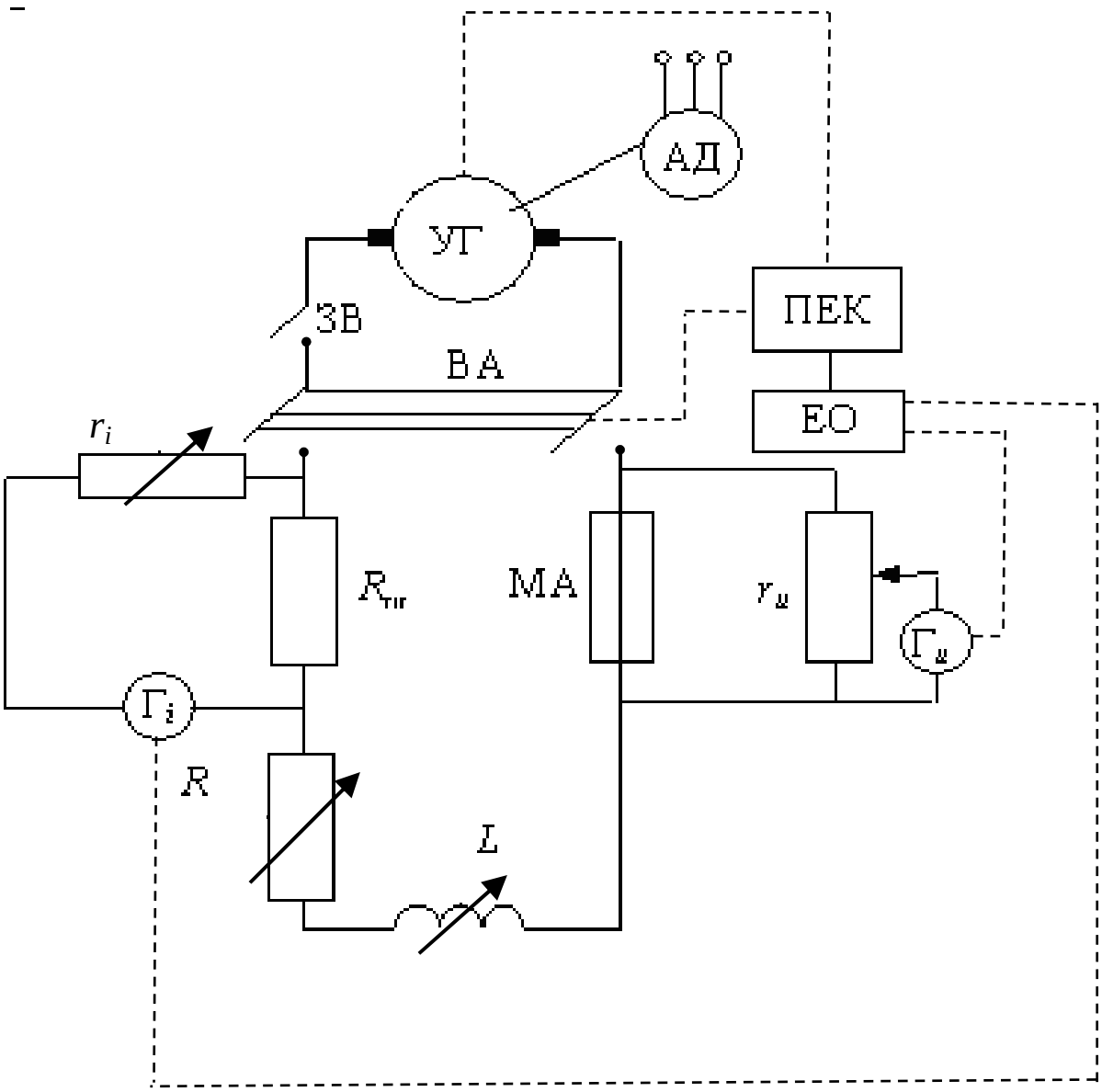

Рисунок 6.1 – Схема експериментального стенда для комутаційних досліджень електричних апаратів

Рисунок 6.2 – Кібернетична схема досліджуваного об'єкта.

Математична модель такого об'єкта дослідження має вигляд

$$y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 , \qquad (6.1.1)$$

де X_1, X_2 – фактори; y – функція відгуку; B_0, B_1, B_2 – невідомі коефіцієнти.

План експерименту при цьому має відповідати всім вимогам теорії планування багатофакторного експерименту. Фактори в плані повинні бути наведені в кодованому вигляді. Тоді пошукову математичну модель у кодованому вигляді можна подати так:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 , \qquad (6.1.2)$$

де x_1, x_2 – кодовані значення відповідних натуральних факторів X_1 й X_2, які в загальному вигляді обчислюються за формулою (6.1.5).

Для обчислення або знаходження невідомих коефіцієнтів у загальному вигляді використовується план ПФЕ2^m, що має відповідати вимогам теорії планування експерименту: симетричності, ортогональності й нормуванню. Невідомі коефіцієнти в цьому випадку будуть обчислюватися за формулою

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_{ei} x_{ji}}{\sum_{i=1}^{N} x_{ji}^{\,2}}, \qquad (6.1.3)$$

де y_{ei} – середнє арифметичне, тобто числова величина експериментального значення функції відгуку в *i*-му досліді, тобто в *i*-му рядку плану; x_{ji} – кодоване значення j-го фактора в i-му досліді або в i-му рядку.

При коефіцієнті дублювання $\kappa_д = 3$

$$y_{ei} = \frac{y_{ei}' + y_{ei}'' + y_{ei}''}{3}. \qquad (6.1.4)$$

Наприклад, якщо взяти за досліджуваний об’єкт швидкодіючий запо-

біжник або автоматичний вимикач і вибрати число факторів m = 2, то розв'язання цієї задачі може бути виконане в такий спосіб.

Виберемо як фактор: X_1 – струм I, як фактор X_2 – напругу U, а як функцію відгуку Y – час відключення $t_в$. Виберемо граничні рівні факторів $X_{j\min}$ і $X_{j\max}$ і знайдемо їх кодовані значення x_j за формулою

$$x_j = \frac{X_j - X_{j\text{ср}}}{h_j}, \qquad (6.1.5)$$

де $X_{j\text{ср}}$ – середнє значення j-го фактора $X_{j\text{ср}} = \dfrac{X_{j\min} + X_{j\max}}{2}$,

h_j – крок варіювання j-го фактора $h_j = X_{j\max} - X_{j\text{ср}} = X_{j\text{ср}} - X_{j\min}$

X_j – натуральне значення j-го фактора.

Визначимо граничні і середні рівні факторів й відповідні їм кодовані значення:

$$X_{1\min} = 10 \text{ кА} \leftrightarrow x_{1\min} = -1; \qquad X_{2\min} = 220 \text{ В} \leftrightarrow x_{2\min} = -1;$$

$$X_{1\max} = 70 \text{ кА} \leftrightarrow x_{1\max} = +1; \qquad X_{2\max} = 660 \text{ В} \leftrightarrow x_{2\max} = +1;$$

$$X_{1\text{ср}} = \frac{70+10}{2} = 40 \text{ кА} \leftrightarrow x_{1\text{ср}} = 0; \quad X_{2\text{ср}} = \frac{220+660}{2} = 440 \text{ В} \leftrightarrow x_{2\text{ср}} = 0;$$

$$h_1 = 70 - 40 = 40 - 10 = 30 \text{ кА}; \qquad h_2 = 660 - 440 = 440 - 220 = 220 \text{ В}.$$

Результати розрахунку зводимо в табл. 6.1.1.

Таблиця 6.1.1 – Граничні рівні факторів X_1 і X_2 і відповідні їм кодовані значення

Фактори		X_1 (I)	X_2 (U)
Одиниця вимірювання		кА	В
Крок варіювання, h_j		30	220
Рівні факторів	-1	10	220
	0	40	440
	+1	70	660

Зобразимо модель у кодованому вигляді:

$$y = b_o + b_1 x_1 + b_2 x_2 . \qquad (6.1.6)$$

Для визначення невідомих коефіцієнтів b_o, b_1, b_2 будуємо план. Для цього знаходимо число дослідів за формулою

$$n = 2^m = 2^2 = 4 . \qquad (6.1.7)$$

Відповідно до правила побудови (стовпці $x_o = +1$ у всіх рядках, а в рядках x_j знак + чергується зі знаком – через 2^{j-1} рядки) складається план ПФЕ2^m (табл. 6.1.2).

Таблиця 6.1.2 – План повного двофакторного експерименту ПФЕ 2^m

	Умови експерименту			Результати експерименту				Результати розрахунків		
	$j = 0$	$j = 1$	$j = 2$							
i	x_o	x_1	x_2	y_{ei}'	y_{ei}''	y_{ei}'''	y_{ei}	y_{pi}	$y_{ei} - y_{pi}$	$\Delta_i\% = \frac{y_{ei} - y_{pi}}{y_{ei}} 100\%$
1	+1	+1	+1							
2	+1	-1	+1							
3	+1	+1	-1							
4	+1	-1	-1							

Примітка: i – номер досліду (рядка); j – номер стовпця.

Порядок виконання

Завдання 6.1. Скласти кібернетичну схему досліджуваного електричного апарата, вибрати фактори й функцію відгуку, визначити граничні величини факторів і відповідні їм кодовані значення. Число факторів m і вид електричного апарата задається відповідно до порядкового номеру в журналі згідно табл. 6.1.3.

Таблиця 6.1.3 – Варіанти даних

№ в журналі	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Вид електричного апарата	Швидкодіючий запобіжник							Автоматичний вимикач						
Число факторів	3	4	5	6	7	8	9	3	4	5	6	7	8	9
№ в журналі	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25			
Вид електричного апарата	Реле часу електромагнітне					Магнітний пускач, контактор								
Число факторів	3	4	5	6	7	3	4	5	6	7	8			

Найменування електричного апарата може бути замінене іншим за бажанням студента із дозволу викладача.

Завдання 6.1.2. Вибрати вид шуканої інтерполяційної формули (математичної моделі) першого порядку, скласти план ПФЕ2^m для проведення експерименту й визначити невідомі коефіцієнти в загальному вигляді.

Завдання 6.1.3. Скласти алгоритм і програму на мовах Бейсик, Паскаль або математичної системи Maple для визначення на ЕОМ числових величин коефіцієнтів, побудови інтерполяційної формули (математичної моделі) першого порядку й розрахунку за моделлю значень функції відгуку, її відхилень й відносних відхилень у відсотках Δ_i % для кожного досліду плану. Розрахувати на ЕОМ коефіцієнти і побудувати математичну модель.

Завдання 6.1.4. Відповідно до побудованої математичної моделі обчислити розрахункові значення функції відгуку $y_{\text{p}i}$ і знайти відхилення (нев'язку) функції відгуку $\Delta_i = y_{ei} - y_{\text{p}i}$ й відносне відхилення у відсотках Δ_i % для кожного досліду в плані ПФЕ2^m та внести результати в табл. 6.1.2.

Експериментальні значення функцій відгуку y_{ei} наведено в додатку 3, табл. Д 3.1. Вони задаються викладачем у числовому вигляді або у вигляді осцилограм.

Зміст звіту

1. Мета роботи.

2. Схема комутаційних досліджень електричних апаратів на постій-

ному струмі, осцилограми.

3. Алгоритм, програма й план експерименту.

4. Результати розрахунків коефіцієнтів й інтерполяційні формули (математичні моделі).

5. Аналіз математичної моделі й висновки.

Контрольні запитання

1. Чим відрізняються багатофакторні плановані експерименти від традиційних однофакторних?

2. Що таке планування експерименту?

3. Які об'єкти доцільно досліджувати на основі планованих багатофакторних експериментів?

4. Які вимоги ставляться до об'єктів дослідження?

5. Назвіть вимоги, які ставляться до факторів, функцій відгуку та математичних моделей згідно з теорією планування експерименту?

6. Що являє собою план багатофакторного експерименту і які його основні особливості? Наведіть приклади.

7. Які види шуканих математичних моделей використовуються в планованих експериментах?

8. Які критерії апроксимації доцільно використати при побудові багатофакторних інтерполяційних формул (математичних моделей)?

9. З якою метою і як проводиться кодування факторів? Наведіть приклади.

10. Викладіть суть методу найменших квадратів. Наведіть приклади.

11. Яким чином складається план багатофакторного експерименту ПФЕ2^m? Наведіть приклади.

12. Наведіть приклади застосування методу найменших квадратів для функцій з двома змінними.

Список літератури

1. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Наука, 1976. – 390 с.

2. Адлер Ю П., Маркова Э. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1971. – 283 с.

3. Грищук Ю. С. Определение оптимальных параметров плавких эле-

ментов быстродействующих предохранителей методом математической теории планирования эксперимента //Вестник ХПИ, №166, Электромашиностроение и автоматизация промышленных предприятий. – Харьков: Высш. шк., 1980. – Вып. 5. – С. 33–37.

6.2. Лабораторна робота № 2. Побудова планів і математичних моделей першого порядку з нелінійностями

Мета роботи – навчитися будувати математичні моделі першого порядку з урахуванням нелінійності на основі плану повного факторного експерименту першого порядку.

Порядок підготовки до роботи

Вивчити:

1) рекомендовану літературу;

2) методичні вказівки до виконання лабораторної роботи.

Перелік використовуваного устаткування

Лабораторна установка являє собою ЕОМ IBM.

Основні відомості

У випадку, якщо перевірка адекватності математичної моделі першого порядку дала негативний результат, тобто модель недостатньо вірно описує процес або об’єкт, слід переходити до побудови математичної моделі більш високого порядку. Бажання мінімізувати кількість дослідів у багатофакторному експерименті, при побудові математичної моделі першого порядку, й необхідність підвищення ступеня її адекватності, приводять до застосування математичної моделі першого порядку з урахуванням нелінійності. Для двох факторів, тобто коли $m = 2$, математична модель першого порядку з нелінійністю в виді добутку двох факторів має вигляд

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 . \qquad (6.2.1)$$

Невідомим у ній, крім коефіцієнтів b_0, b_1, b_2, буде й коефіцієнт b_{12}. Для їхнього знаходження використаємо план ПФЕ2^m, який модифікуємо шляхом додання розрахункового стовпця для фіктивного фактора $x_3 = x_1 x_2$.

Тоді коефіцієнт $b_3 = b_{12}$ буде визначатися за загальною формулою

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{ei} x_{ji}}{\sum_{i-1}^{n} x^2{}_{ji}}. \qquad (6.2.2)$$

Кількість дослідів у ПФЕ2^m визначиться як

$$n = 2^m = 2^2 = 4. \qquad (6.2.3)$$

План такого експерименту наведено у табл. 6.2.1.

Таблиця 6.2. 1 – План першого порядку з нелінійністю $x_1 x_2$

i	x_0	x_1	x_2	$x_1x_2 = x_3$	y_{ei}
1	+1	+1	+1	+1	y_{e1}
2	+1	-1	+1	-1	y_{e2}
3	+1	+1	-1	-1	y_{e3}
4	+1	-1	-1	+1	y_{e4}

При $m = 3$ і більше в математичну модель першого порядку, з урахуванням нелінійності, необхідно включити всі можливі комбінації добутків парної взаємодії факторів: потрійні, четвертні й т.ін. (x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3, $x_1x_2x_3$ тощо). Для цього в плані добудовуються відповідні стовпці, які дозволяють визначити невідомі коефіцієнти b_{12}, b_{13}, b_{23}, b_{123} і т. д. за тією ж загальною формулою (6.2.2).

Порядок виконання

Завдання 6.2.1. Відповідно до варіантів, зазначених у лабораторній роботі №1, для заданої кількості факторів m записати вид шуканої математичної моделі першого порядку з урахуванням нелінійності.

Визначити невідомі коефіцієнти при x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3, $x_1x_2x_3$ і т. д. і для цього побудувати додаткові до плану ПФЕ2^m відповідні стовпці.

Завдання 6.2.2. Розробити алгоритм і програму для розрахунку неві-

домих коефіцієнтів розрахункових значень функції відгуку y_{pi} , її відхилення y_{pi} й відносного відхилення у відсотках Δ_i%.

Завдання 6.2.3. Відповідно до заданого в лабораторній роботі №1 варіанта провести розрахунки невідомих коефіцієнтів, побудувати відповідну математичну модель, визначити розрахункові значення функції відгуку y_{pi} , відхилення функції відгуку Δ_i, відносні відхилення у відсотках Δ_i%.

Зміст звіту

1. Мета роботи.

2. Шукана математична модель із нелінійностями в загальному вигляді й добудований план експерименту.

3. Алгоритм і програма розрахунку коефіцієнтів математичної моделі, розрахункового значення функції відгуку y_{pi} , її відхилення Δ_i й відносного відхилення у відсотках Δ_i% з описом структури й правил застосування.

4. Результати розрахунку, математична модель з урахуванням нелінійності і її аналіз.

Контрольні запитання

1. Який загальний вигляд мають математичні моделі з урахуванням нелінійності для різного числа факторів m = 4, 5, 6 і для чого ми їх будуємо?

2. Як добудовується план експерименту для знаходження коефіцієнтів при нелінійних членах?

3. Як розраховуються невідомі коефіцієнти? Наведіть приклади.

4. Як будується алгоритм і програма розрахунку коефіцієнтів?

5. Яким умовам має відповідати план експерименту?

6. Яким умовам мають відповідати фактори?

7. Яким умовам має відповідати математична модель?

8. Яким умовам мають відповідати функції відгуків?

9. Яким умовам має відповідати досліджуваний об’єкт?

10. Що таке фіктивні фактори, куди й для чого вони вводяться?

Список літератури

1. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. Н. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Энергия, 1975. – 185 с.

2. Адлер Ю. П., Маркова Э. В., Грановский Ю. В. Планирование экс-

перимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 254 с.

6.3. Лабораторна робота № 3. Побудова математичних моделей на основі дробових планів ДФЕ 2^{m-q}

Мета роботи – ознайомитися з методикою побудови дробових багатофакторних планів і навчитися будувати на їхній основі багатофакторні математичні моделі першого порядку, а також розробляти алгоритми й програми для розрахунків невідомих коефіцієнтів, нев'язки функцій відгуку й процентних відхилень між експериментальним значенням функції відгуку й розрахунковим.

Порядок підготовки до роботи

1. Вивчити рекомендовану літературу.

2. Вивчити робочі завдання й методичні вказівки до їхнього виконання.

Опис використаного устаткування

1. ЕОМ

Основні відомості

Розглядаючи чотирифакторний експеримент при двох рівнях зміни кожного з факторів ПФЕ2^4, можна побачити, що він містить у собі проведення 16 дослідів і дозволяє побудувати насичене рівняння регресії, яке складається з лінійної частини (головні лінійні ефекти) і нелінійної частини, у яку входять ефекти взаємодії – парні, потрійні й четвертні:

$$\begin{aligned} y = &\underline{b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4} + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + \\ &+ b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{123}x_1x_2x_3 + \\ &+ b_{124}x_1x_2x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4. \end{aligned} \qquad (6.3.1)$$

У першому рядку даного рівняння записано й підкреслено прямою лінією складові, які визначають головні лінійні ефекти, а в наступних рядках – ефекти парної взаємодії x_1x_2 і т. д., потім ефекти потрійної взаємодії $x_1x_2x_3$ і т. д., і наприкінці – ефект четвертної взаємодії $x_1x_2x_3x_4$.

Практика показує, що в більшості випадків ефекти потрійної взаємо-

дії й більш високих порядків, а також ефекти парної взаємодії статистично не значущі, тобто абсолютні значення відповідних коефіцієнтів математичної моделі менші від помилок їхнього визначення. Таким чином, для побудови досить точної моделі необхідно визначити не 2^m коефіцієнтів, а значно менше. Наприклад, якщо в чотирифакторному експерименті домінуючими є головні лінійні частини (див. рівняння 6.3.1 – всі лінійні ефекти підкреслені), то рівняння регресії буде включати тільки п'ять складових, а число невідомих коефіцієнтів k також буде дорівнювати 5 (b_0, b_1, b_2, b_3, b_4). Для їхнього визначення досить п'яти дослідів, тому що кожен дослід у плані багатофакторного експерименту являє собою рівняння. У загальному випадку повинне виконуватися співвідношення $n \geq k$.

Таким чином, кількість дослідів n в експерименті може бути зменшена до величини k. Але непарна кількість дослідів у ПФЕ2^m обов'язково приведе до несиметрії, а виходить, і до неортогональності плану. Тому для побудови математичної моделі й для скорочення кількості дослідів використовують дробовий багатофакторний експеримент ДФЕ2^{m-q}. Він містить у собі тільки частину дослідів повного факторного експерименту ПФЕ2^m, тому й називається дробовим факторним експериментом ДФЕ2^{m-q}.

Кількість дослідів у ньому визначається як $n_{\text{ДФЕ}} = 2^{m-q}$, де q – індекс роздрібленості репліки, що показує, яку частину плану ПФЕ2^m ми беремо: при $q = 1$ – напівреплiка (1/2 плану ПФЕ2^m), при $q = 2$ – четвертьреплiка (1/4 плану ПФЕ2^m), при $q = 3$ – дві чверті репліки (1/8 плану ПФЕ2^m) і т. д.

Можна показати, що кількість дослідів у дробовому факторному експерименті (ДФЕ) пов'язана із кількістю дослідів у повному факторному експерименті (ПФЕ) такою формулою або залежністю:

$$n_{\text{ДФЕ}} = 2^{-q} n_{\text{ПФЕ}}, \qquad (6.3.2)$$

де q – ціле позитивне число, індекс роздрібленості репліки.

При побудові дробових планів виникає запитання, яким чином з 2^m дослідів повного факторного експерименту (ПФЕ) вибрати частину 2^{m-q} дослідів так, щоб матриця плану ДФЕ була симетричною, ортогональною й

нормованою. Для забезпечення зазначених ознак побудову ДФЕ варто виконувати за такими правилами.

1. Матриця плану ДФЕ2^{m-q} включає 2^{m-q} рядки й $m + 1$ стовпець (колонку).

2. Стовпці (колонки) x_o, $x_1 \ldots x_{m-q}$ заповнюють за правилом заповнення матриць ПФЕ2^m.

3. Колонки x_{m-q+1}, $x_{m-q+2}, \ldots x_m$ заповнюють за допомогою спеціальних співвідношень, які являють собою добуток факторів x_1, $x_2, \ldots x_{m-q}$ або частини з них. Такі співвідношення називають генеруючими.

Наприклад, при $m = 4$ матриця ДФЕ2^{4-1}, побудована за допомогою зазначених вище правил, буде мати генеруюче співвідношення $x_4 = x_1x_2x_3$. Відповідно $b_4 <=> b_{123}$.

Після того як найбільше число множників обране (у нашому випадку три – $x_1x_2x_3$), при необхідності побудови плану беруться співвідношення з меншим числом множників, наприклад, x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3.

Для визначення змішування оцінок інших ефектів використовують співвідношення так званого визначального контрасту. Його одержують з генеруючого співвідношення шляхом множення його лівої й правої частин на ліву частину. У нашому прикладі співвідношення визначального контрасту має такий вигляд:

$$x_4^2 = x_1\, x_2\, x_3\, x_4. \qquad (6.3.3)$$

Оскільки при прийнятому способі кодування $x_j = \pm 1$, то можна записати

$$1 = x_1\, x_2\, x_3\, x_4\,. \qquad (6.3.4)$$

Помноживши ліву й праву частини визначального контрасту на будь-який фактор або на будь-яку взаємодію факторів, одержимо співвідношення, яке визначає ефект змішування:

$$x_1 \cdot 1 = x_1^2\, x_2\, x_3\, x_4 \Rightarrow x_1 = x_2\, x_3\, x_4 \Rightarrow b_1 \Rightarrow b_{234}; \qquad (6.3.5)$$

$$x_2 \cdot x_3 \cdot 1 = x_1\, x_2^2\, x_3^2\, x_4 \Rightarrow x_2x_3 = x_1\, x_4 \Rightarrow b_{23} \leftrightarrow b_{14}. \qquad (6.3.6)$$

Коефіцієнти регресії ($b_0, b_1 ... b_m$) визначаються за тією ж формулою, що й у плані ПФЕ2^m.

Порядок виконання

Завдання 6.3.1. Відповідно до варіанта, зазначеного викладачем, записати шукану математичну модель у загальному вигляді й виділити в ній лінійну частину.

Завдання 6.3.2. Побудувати план дробового факторного експерименту з метою максимального скорочення кількості дослідів і знаходження невідомих коефіцієнтів для лінійної частини математичної моделі.

Завдання 6.3.3. Скласти алгоритм і програму для розрахунку числових значень коефіцієнтів математичної моделі, розрахункових значень функції відгуку y_{pi} і її нев'язки Δ_i, відносного відхилення у відсотках Δ_i%.

Завдання 6.3.4. Відповідно до варіанта, зазначеного викладачем, розрахувати коефіцієнти, розрахункові значення функції відгуку y_{pi}, нев'язки функції відгуку Δ_i й відносного відхилення у відсотках Δ_i%.

Зміст звіту

1. Мета роботи.
2. Математична модель у загальному вигляді.
3. План дробового факторного експерименту.
4. Алгоритм і програма.
5. Результати розрахунків у вигляді таблиці.
6. Математична модель з числовими значеннями коефіцієнтів.

К о н т р о л ь н і з а п и т а н н я

1. Що таке дробовий факторний експеримент ДФЕ?
2. У яких випадках доцільно проводити ДФЕ?
3. Яку математичну модель можна вибудувати, використовуючи ДФЕ?
4. Як обчислити кількість дослідів у ДФЕ? Наведіть приклади.
5. Як співвідноситься кількість дослідів у ДФЕ з кількістю дослідів ПФЕ?
6. Правила побудови матриці ДФЕ2^{m-q}. Наведіть приклади.
7. Що являють собою генеруючі співвідношення? Наведіть приклади.

8. Що таке індекс роздрібленості репліки і як він визначається?

9. Як розраховують коефіцієнти математичної моделі на основі ДФЕ?

10. Поясніть алгоритм і програму обробки результатів ДФЕ.

11. Що таке визначальний контраст і як його одержати? Наведіть приклади.

12. Як визначають змішування оцінок коефіцієнтів?

13. Що таке розрізнювальна здатність дробової репліки?

14. Який дробовий план називають насиченим?

С п и с о к л і т е р а т у р и

1. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Энергия, 1975. – 184 с.

2. Адлер Ю. П. Введение в планирование эксперимента. – М.: Металлургия, 1969. – 158 с.

3. Адлер Ю. П., Маркова Э. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1971. – 283 с.

4. Грищук Ю. С. Применение многофакторного дробного эксперимента при исследовании быстродействующих предохранителей. III Всесоюз. науч.-техн. конф. «Состояние и перспективы развития производства аппаратов низкого напряжения.» (г. Тбилиси, 11–13 ноября 1979 г.). Материалы докл. – М.: Информэлектро, 1979.

6.4. Лабораторна робота № 4. Побудова математичних моделей другого порядку на основі ортогональних центрально-композиційних планів (ОЦКП)

Мета роботи – ознайомлення з ортогональними планами другого порядку та набуття практичних навичок побудови математичних моделей другого порядку на основі ортогональних центрально-композиційних планів (ОЦКП) другого порядку за допомогою ПЕОМ.

Порядок підготовки до роботи

Вивчити:

1) рекомендовану літературу;

2) методичні вказівки до виконання лабораторної роботи.

Перелік використовуваного устаткування

Персональна ЕОМ.

Основні відомості

Рівняння регресії, які враховують ефекти взаємодії, є нелінійними. Але якщо зафіксувати всі фактори, крім якого-небудь одного з них, на певних визначених рівнях, то отримана в такий спосіб однофакторна залежність буде лінійною. Інакше кажучи, рівняння з урахуванням ефектів взаємодії є лінійними в перетині. У ряді випадків такими рівняннями не можна з прийнятною точністю описати реальну поверхню функції відгуку. Наприклад, це може бути в області мінімуму або максимуму функції відгуку. У таких випадках рівняння в перетинах повинні бути нелінійними. Одержати такі нелінійності можна шляхом введення в рівняння регресії квадратів факторів x_j^2, де $j = 1,2,...,m$.

Планування експерименту з метою одержання регресії у вигляді квадратичного полінома називають плануванням другого порядку. Поліном другого порядку включає складові, які враховують головні лінійні ефекти, ефект парних взаємодій, а також квадратичні ефекти. У загальному випадку цей поліном має такий вигляд:

$$\tilde{y} = \sum_{j=1}^{m} b_j x_j + \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=j+1}^{m} b_{jk} x_j x_k + \sum_{j=1}^{m} b_{jj} x_j^2 . \qquad (6.4.1)$$

Перша складова правої частини враховує головні лінійні ефекти, друга – ефекти парної взаємодії, третя – квадратичні ефекти. Головні лінійні ефекти формально можна розглядати як ефект взаємодії з фіктивним фактором $x_o = 1$.

Тоді рівняння (6.4.1) можна записати в більш короткому вигляді

$$y = \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=j}^{m} b_{jk} x_j x_k . \qquad (6.4.2)$$

Наприклад, при $m = 2$ (двофакторний експеримент) одержимо

$$y = b_{00}x_0x_0 + b_{01}x_0x_1 + b_{02}x_0x_2 + b_{11}x_1x_1 + b_{12}x_1x_2 + b_{22}x_2x_2 = \\ = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2. \quad (6.4.3)$$

Кількість невідомих коефіцієнтів квадратного рівняння регресії, яку потрібно визначити, становить

$$k = \frac{m^2 + 3m + 2}{2}. \quad (6.4.4)$$

Повний або дробовий факторний експеримент не дозволяють визначити коефіцієнти квадратного полінома з-за таких трьох причин:

1. Два рівні зміни факторів не дозволяють виявити нелінійний характер перетинів поверхні відгуку.

2. При $m \geq 3$ кількість дослідів менша, ніж кількість невідомих коефіцієнтів k.

3. Стовпці x_j^2 та x_0 рівнозначні, тому такий план не є симетричним й ортогональним.

При побудові плану другого порядку плани ПФЕ або ДФЕ використовуються лише як його складові частини, а саме як ядро цих планів, що доповнюється рівнями зміни (точками), значення координат яких вибирають з умов симетричності й ортогональності. Найбільшого поширення набули так звані ортогональні центрально-композиційні плани (ОЦКП) другого порядку. У таких планах реалізується ідея композиційного планування. Суть цієї ідеї полягає в тому, щоб, використовуючи досліди, проведені шляхом добудови планів першого порядку (ПФЕ або ДФЕ), підвищити точність математичних моделей у випадку їх неадекватності.

Ядро такого плану – ПФЕ або ДФЕ – доповнюють m парами симетричних точок, розміщених на координатних осях на деякій відстані α від центра плану (їх називають «зіркові точки»), а також точкою в центрі плану (нульова точка). Число α називають «зірковим плечем».

Так як, в плані ОЦКП другого порядку ядром являється план ПФЕ2^m, то кількість дослідів в ньому n визначиться за формулою

$$n=2^m+2m+1.$$

На рис. 6.4.1 зображено координати точок стану об’єкта дослідження при двофакторному експерименті (m = 2), що проводиться відповідно до плану ОЦКП другого порядку, в якому нараховується дев’ять дослідів.

Матрицю планування такого експерименту наведено в табл. 6.4.1.

Введення в план стовпців x_1^2 й x_2^2 порушує симетричність й ортогональність матриці, тому що їхні значення не можуть бути від’ємними (x_j^2 = +1). Отже, для врахування квадратичних ефектів вводять фіктивні фактори типу $x_j^2 - \varphi$, де φ – позитивне постійне число, яке називають квадратичною поправкою.

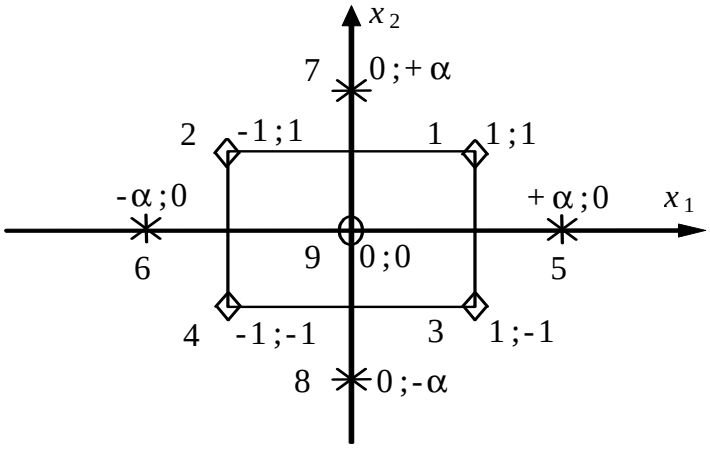

Рисунок 6.4. 1 – Координати точок стану об’єкта дослідження в ОЦКП другого порядку при двох факторах – x_1 і x_2: ◊ (1;2;3;4) – точки ПФЕ2^2; * (5;6;7;8) – зіркові точки; 0(9) – нульова точка

Значення поправки φ і зіркового плеча α однозначно визначаються виходячи з умов симетричності й ортогональності матриці умов дослідів плану експерименту для стовпців x_4 й x_5. Таким чином, α і φ можуть бути знайдені шляхом розв’язання системи двох рівнянь. Побудова рівняння симетричності зводиться до прирівнювання до нуля суми елементів стовпців x_4 або x_5:

$$4(1-\varphi)+2(\alpha^2-\varphi)-3\varphi=0. \qquad (6.4.5)$$

Побудова рівняння ортогональності зводиться до прирівнювання до

нуля суми попарних добутків елементів стовпців x_4 й x_5:

$$4(1-\varphi)^2 - 4\varphi(\alpha^2 - \varphi) + \varphi^2 = 0. \qquad (6.4.6)$$

Таблиця 6.4. 1 – План ОЦКП другого порядку при двох факторах

i	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$	$x_4 = x_1^2 - \varphi$	$x_5 = x_2^2 - \varphi$	y_{ie}
1	+1	+1	+1	+1	$1-\varphi$	$1-\varphi$	y_{1e}
2	+1	-1	+1	-1	$1-\varphi$	$1-\varphi$	y_{2e}
3	+1	+1	-1	-1	$1-\varphi$	$1-\varphi$	y_{3e}
4	+1	-1	-1	+1	$1-\varphi$	$1-\varphi$	y_{4e}
5	+1	$+\alpha$	0	0	$\alpha^2-\varphi$	$-\varphi$	y_{5e}
6	+1	$-\alpha$	0	0	$\alpha^2-\varphi$	$-\varphi$	y_{6e}
7	+1	0	$+\alpha$	0	$-\varphi$	$\alpha^2-\varphi$	y_{7e}
8	+1	0	$-\alpha$	0	$-\varphi$	$\alpha^2-\varphi$	y_{8e}
9	+1	0	0	0	$-\varphi$	$-\varphi$	y_{9e}

Розв’язання системи рівнянь (6.4.5) і (6.4.6) дає такі результати:

$$\alpha = 1, \quad \varphi = \frac{2}{3} = 0{,}667.$$

Аналогічним образом може бути побудована система двох рівнянь у загальному вигляді для m факторів з ядром ПФЕ або ДФЕ й розраховані відповідні значення α і φ.

Через те що побудована за таких умов матриця плану симетрична й ортогональна, визначення коефіцієнтів рівняння регресії другого порядку проводиться за загальною формулою

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{ei} x_{ji}}{\sum_{i=1}^{n} x_{ji}^2}. \qquad (6.4.7)$$

Рівняння регресії другого порядку з урахуванням квадратичних ефектів для $m = 2$ записується в такий спосіб:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11}\left(x_1^2 - \varphi\right) + b_{22}\left(x_2^2 - \varphi\right) \qquad (6.4.8)$$

або в загальному вигляді

$$y = \sum_{j=0}^{m} b_j x_j + \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=j+1}^{m} b_{jk} x_{jk} + \sum_{j=1}^{m} b_{jj}\left(x_j^2 - \varphi\right). \qquad (6.4.9)$$

Порядок виконання

Завдання 6.4.1. Відповідно до заданого викладачем варіанта записати математичну модель другого порядку в загальному вигляді й побудувати план ОЦКП для знаходження коефіцієнтів регресії.

Завдання 6.4.2. Визначити коефіцієнти математичної моделі другого порядку в загальному вигляді.

Завдання 6.4.3. Скласти алгоритм і програму для математичної обробки результатів експерименту, а саме: для визначення коефіцієнтів, розрахункового значення функції відгуку, відхилення функції відгуку й відносного відхилення у відсотках . Результати звести в таблицю.

Завдання 6.4.4. На основі експериментальних значень функцій відгуку, відповідно до заданого викладачем варіанта в лабораторній роботі № 1, обчислити коефіцієнти полінома, розрахункове значення функції відгуку, відхилення функції відгуку й відносне відхилення у відсотках.

Зміст звіту

1. Мета роботи.

2. Рівняння регресії другого порядку в загальному виді.

3. План ОЦКП другого порядку.

4. Алгоритм і програма математичної обробки результатів експерименту з описом структури й правил використання.

5. Результати розрахунків коефіцієнтів регресії, розрахункові значення функції відгуку, її відхилень та її відносних відхилень у відсотках .

6. Побудувану математичну модель другого порядку з описом структури й аналізом.

Контрольні запитання

1. У яких випадках рівняння регресії, які враховують ефекти взаємодії, не можуть із прийнятною точністю описати реальну поверхню функції відгуку?

2. У яких випадках доцільно використовувати рівняння регресії або поліном другого порядку?

3. Що таке планування експерименту другого порядку? Наведіть приклади для $m = 2; 3$.

4. Опишіть загальний вигляд полінома (математичної моделі) другого порядку. Дайте характеристику його складових елементів і частин. Наведіть приклади для $m = 3; 5$.

5. Наведіть приклади математичних моделей другого порядку для різної кількості факторів $3 < m < 10$.

6. На основі якого плану можуть бути визначені коефіцієнти полінома другого порядку?

7. З яких причин коефіцієнти полінома другого порядку не можуть бути визначені на основі ПФЕ або ДФЕ?

8. Які вимоги ставляться й повинні виконуватися при побудові ортогональних планів?

9. Як будуються ортогональні плани другого порядку? Наведіть приклади побудови ОЦКП при $m = 4, 5, 6,...9$.

10. Що може являти собою ядро плану в ОЦКП?

11. Для чого вводяться «зіркове плече» α і квадратична поправка φ? Як визначають їхні числові значення і яка їхня роль при побудові планів ОЦКП для різної кількості факторів? Наведіть приклади для $m = 3, 4, 7$.

12. Як обчислити кількість дослідів у плані ОЦКП другого порядку при різній кількості факторів? Наведіть приклади для $5 < m < 9$.

13. Поясніть алгоритм і програму математичної обробки планів ОЦКП.

14. Який вигляд має побудована математична модель другого поряд-

ку? Наведіть приклади для $5 < m < 9$.

15. Наведіть приклади визначення кодованих значень факторів $(+\alpha;+1;0;-1;-\alpha)$ при побудові плану ОЦКП для $m = 2$.

С п и с о к л і т е р а т у р и

1. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Энергия, 1975. – 184 с.

2. Грищук Ю. С. Применение метода планирования эксперимента при исследовании характеристик быстродействующих предохранителей полупроводниковых преобразователей //Вестник ХПИ. Проблемы оптимизации полупроводниковых систем преобразования энергии. – № 173. Харьков: Высш. шк. Вып. I – 1980.

6.5. Лабораторна робота № 5. Побудова математичних моделей другого порядку на основі дробових планів (ДОЦКП)

Мета роботи – ознайомлення з дробовими ортогональними центрально-композиційними планами (ДОЦКП) другого порядку й набуття практичних навичок побудови на їхній основі за допомогою ЕОМ математичних моделей другого порядку.

Порядок підготовки до роботи

Вивчити:

1) рекомендовану літературу;

2) методичні вказівки до виконання лабораторної роботи.

Перелік використовуваного устаткування

Персональна ЕОМ.

Основні відомості

Рівняння регресії другого порядку можна побудувати на основі як повного, так і дробового ОЦКП другого порядку. Останній дозволяє значно скоротити кількість дослідів і тим самим зменшити матеріальні витрати й витрати часу на проведення багатофакторних досліджень. Разом з тим, зменшення кількості дослідів знижує точність математичної моделі.

Для підвищення точності математичної моделі другого порядку, що будується на основі дробового плану ОЦКП, у її складову включають дода-

ткові члени, які являють собою нелінійності у вигляді потрійних, четвертних і більш високих ефектів взаємодії:

$$x_1,x_2,x_3,\ x_1,x_2,x_3,x_4,\ x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\ .$$

У цьому випадку кількість дослідів залишається такою же, як й у дробовому плані ОЦКП другого порядку, тільки до плану вводяться додаткові розрахункові стовпчики (колонки) для відповідних добутків факторів:

$$x_1x_2x_3,\ x_1x_2x_3x_4,\ x_1x_2x_3x_4x_5\,.$$

За допомогою цих стовпчиків розраховують невідомі відповідні коефіцієнти b_{123}, b_{1234}, b_{12345} й т. д.

Кількість дослідів у дробовому плані ОЦКП другого порядку визначається за формулою

$$n = 2^{m-q} + 2m + 1, \qquad (6.5.1)$$

де q – індекс роздрібненості репліки ядра плану.

Таким чином, за ядро, як видно, вибирають частину плану ПФЕ, тобто план ДФЕ2^{m-q}, який будується за звичайними відомими правилами (див. лаб. №3). Зіркові точки ± α, нульова точка й квадратична поправка φ визначаються так само, як і у повному плані ОЦКП другого порядку (див. лаб. №4). При виборі індексу роздрібненості репліки q, як і при побудові дробового плану першого порядку, необхідно керуватися тим же правилом $n \geq K$, де n – кількість дослідів, а K – кількість невідомих коефіцієнтів у поліномі другого порядку. Невідомі коефіцієнти регресії визначають так само, як й у повному плані ОЦКП другого порядку (див. лаб. роботу № 4, формула (6.4.7)).

Порядок виконання

Завдання 6.5.1. Відповідно до заданого викладачем варіанта записати шукану математичну модель другого порядку з урахуванням нелінійностей з парними ефектами взаємодії $x_j x_{ji}$, що може бути побудована на основі дробового плану ОЦКП другого порядку.

Завдання 6.5.2. Визначити коефіцієнти шуканої математичної моделі в загальному вигляді.

Завдання 6.5.3. Скласти алгоритм і програму для математичної обробки результатів експерименту, а саме для визначення коефіцієнтів полінома, розрахункового значення функції відгуку y_{pi} , відхилення функції відгуку Δ_i й відносні відхилення у відсотках Δ_i%.

Завдання 6.5.4. На основі експериментальних значень функцій відгуку, відповідно до заданого викладачем варіанта в лаб. роботі № 1, обчислити коефіцієнти шуканої математичної моделі, розрахункові значення функції відгуку, відхилення функції відгуку й відносні відхилення у відсотках .

Зміст звіту

1. Мета роботи.

2. Рівняння регресії другого порядку з урахуванням нелінійностей з парними ефектами взаємодії, що може бути побудоване на основі дробового плану ОЦКП другого порядку в загальному вигляді.

3. Дробовий план ОЦКП другого порядку.

4. Алгоритм і програма математичної обробки результатів експерименту з описом структури й правил застосування.

5. Результати розрахунків коефіцієнтів рівняння регресії другого порядку, розрахункове значення функції відгуку, відхилення функції відгуку й відносне відхилення Δ у відсотках. Аналіз одержаних результатів.

6. Побудоване рівняння регресії другого порядку з описом структури й аналізом.

Контрольні запитання

1. Напишіть у загальному вигляді рівняння регресії другого порядку з урахуванням нелінійностей, що може бути побудоване на основі дробового плану ОЦКП другого порядку.

2. У яких випадках доцільно використати дробовий план ОЦКП другого порядку? Наведіть приклади.

3. Як можна підвищити точність математичної моделі другого порядку, що будується на основі дробового плану ОЦКП другого порядку? Наведіть приклади для m = 4 й 5.

4. Як визначається кількість дослідів у дробових планах ОЦКП другого порядку? Наведіть приклади для m = 5, 7 й 8.

5. Як будується дробовий план ОЦКП другого порядку? Наведіть приклади для m = 6 й 7.

6. Як визначається індекс роздрібненості репліки при побудові дробових планів ОЦКП другого порядку? Наведіть приклади для m = 7 й 8.

7. Як визначаються коефіцієнти на основі дробових планів ОЦКП другого порядку? Наведіть приклади для m = 4 й 7.

8. Як визначаються розрахункові значення функцій відгуку в дробовому плані ОЦКП другого порядку? Наведіть приклади.

9. Як визначаються нев'язки функцій відгуку? Наведіть приклади для m = 3.

10. Які вимоги ставляться до ортогональних дробових планів ОЦКП другого порядку?

11. Дайте пояснення до алгоритму й програми математичної обробки дробових планів ОЦКП і розкажіть, як користуватися програмою.

12. Що собою являє ядро дробового ортогонального плану другого порядку?

13. Як визначають зіркове плече α й квадратичну поправку φ? Наведіть приклади для m = 4, 7.

14. Проведіть аналіз побудованої математичної моделі другого порядку на основі планів ОЦКП при m = 4; 5.

15. Що таке генеруючі співвідношення і для чого вони використовуються? Наведіть приклади для m = 5; 6.

16. Для чого проводиться рандомізація дослідів?

17. Для чого проводиться дублювання дослідів? Наведіть приклади й дайте визначення математичного очікування.

18. Що таке визначальний контраст? Наведіть приклади для m = 3.

19. Що таке роздільна здатність дробової репліки? Наведіть приклади для m = 4; 5.

20. Для чого використовується квадратична поправка φ і як вона розраховується ? Наведіть приклади для m = 4; 5.

21. Побудуйте ядро плану ДОЦКП для $m = 8$.

22. Наведіть приклади рандомізації дослідів для планів ПФЕ2^m, ДФЕ2^{m-q}, ОЦКП і ДОЦКП при $m = 7$.

С п и с о к л і т е р а т у р и

1. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эк-сперимента в электромеханике. – М.: Энергия, 1975. – 184 с.

2. Грищук Ю. С. Применение многофакторного дробного эксперимента при исследовании быстродействующих предохранителей. III Всесоюз. науч.-техн. конф. "Состояние и перспективы развития производства аппаратов низкого напряжения" (г. Тбилиси, 11–13 ноября 1979г.): Тез. докл. – М.: Информэлектро, 1979.

3. Кринецкий Н. И. Основы научных исследований: Учеб. пособие для вузов. – К., Одесса: Высш. шк. 1981. – 208 с.

6.6. Лабораторна робота № 6. Статистична обробка результатів

Мета роботи – ознайомлення з принциповими схемами й устаткуванням для проведення комутаційних досліджень електричних апаратів, вивчення методики проведення багатофакторних експериментів і набуття практичних навичок їх проведення й математичної обробки результатів, отриманих у вигляді осцилограм.

Порядок підготовки до роботи

Вивчити:

1) рекомендовану літературу;

2) опис лабораторної установки;

3) методичні вказівки до виконання лабораторної роботи.

Опис лабораторної установки

Лабораторна установка являє собою ЕОМ IBM, а також установку для досліджень електричних апаратів на постійному струмі, принципова схема якої наведена на рис 6.6.1. Установка на постійному струмі дозволяє проводити комутаційні дослідження електричних апаратів й одержувати результати у вигляді осцилограм у мілісекундному реальному масштабі часу при струмі до 70 кА з електромагнітною постійною часу до 40 мс. У випадку неможливості проведення дослідження з технічних причин викладач може

надати ескізи осцилограм відповідно до варіантів, наведених у табл. 6.6.1, або вихідні дані відповідно до додатку 3.

Основні відомості

Комутаційні дослідження

Комутаційні дослідження електричних апаратів проводять як на постійному, так і на змінному струмі.

В схемах для комутаційних досліджень на постійному струмі джерелом енергії можуть бути випрямні агрегати, які живляться від електричної мережі, або ударні генератори. Схеми таких установок наведені в [9, 29].

На рис. 6.6.1 наведено принципову схему для комутаційних досліджень граничної комутаційної здатності потужнострумових електричних апаратів (ЕА) на постійному струмі із застосуванням електромеханічного або електронного осцилографа і пульта електронного керування.

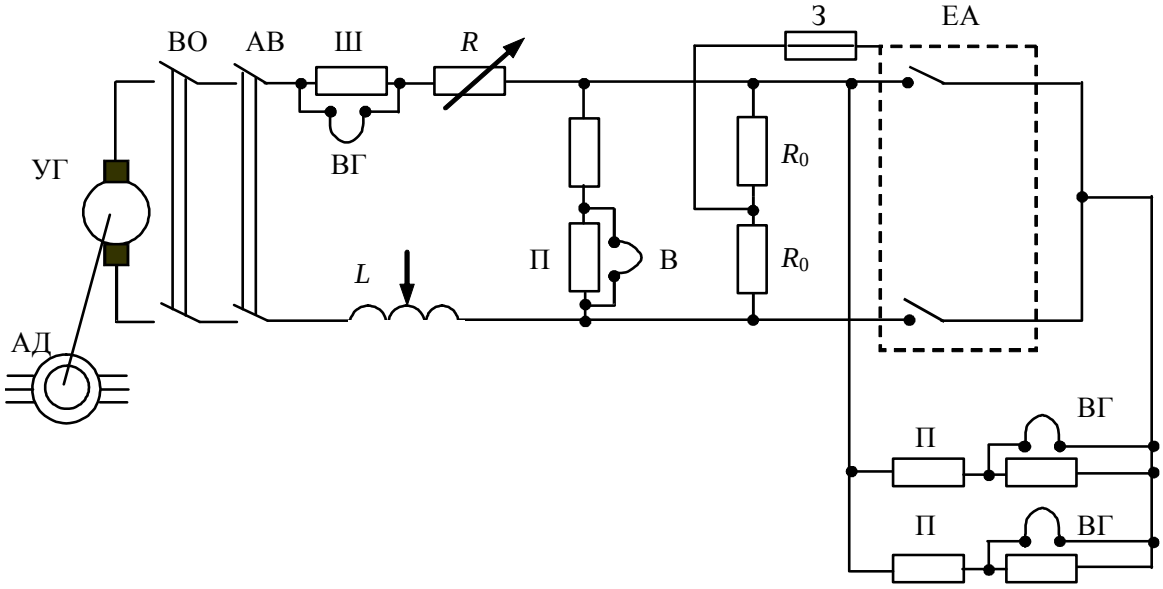

Рисунок 6.6.1 – Принципова схема установки для комутаційних досліджень на постійному струмі

Головне коло силової електричної схеми такої лабораторної установки містить у собі: ударний генератор УГ, який приводиться в дію за допомогою асинхронного електродвигуна АД потужністю 100 кВт і більше й

маховика з маховим моментом 62 т·м^2, що дозволяє на вибігу одержувати напругу U = 880 В і струм $I_{у.к.\ з}$ = 70 кА.

Як захисний вимикач і вимикач оперативного відключення (ВО) застосовують швидкодіючі вимикачі зі стабільним часом відключення.

Таблиця 6.6.1 – Варіанти даних для обробки осцилограм

Номер варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Варіант осцилограми	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Номер варіанта	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Варіант осцилограми	10	1	2	3	4	5	6	7	8
Номер варіанта	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Варіант осцилограми	4	6	9	2	10	4	5	7	3

Як вмикаючий апарат (АВ) застосовують спеціальні короткозамикачі з незначним і стабільним часом відключення.

Для регулювання струму застосовують набори резисторів з перемикальними виводами секцій, які дозволяють включати секції резисторів послідовно й паралельно й регулювати струм малими ступенями.

Необхідну величину постійної часу контуру τ добирають за допомогою дроселя L з немагнітним осердям і перемикальними обмотками. Для виміру струму застосовують низькоомний шунт Ш ($R_ш$ = 0,75·10^{-5} Ом), а для виміру напруги – подільники напруги П, до яких підключають вимірювальні гальванометри (ВГ) осцилографа.

Регулювання напруги здійснюється шляхом зміни обертів асинхронного двигуна.

Установлений струм короткого замикання $I_{у.к.з}$ і постійну часу контуру τ добирають при металевому короткому замиканні для заданої напруги генератора шляхом зміни величини індуктивності дроселя й величини активного опору резисторів. Криві напруги й струмів при проведенні дослідів за допомогою світлопроменевого осцилографа записують на фотопапері й вимірюють осцилографічними методами. При цьому застосовуються високо-

чутливі гальванометри MSU. Масштаб часу регулюється шляхом зміни швидкості протягання фотопаперу в осцилографі й вибирається залежно від часу відключення й діапазону досліджень.

Для діапазону від 0,5 до 10 мс обрано найбільш прийнятний масштаб часу m_t = 0,1 мс/мм.

Обробка масштабних осцилограм

Обробка осцилограм проводиться графічним методом з подальшими розрахунками масштабів і на їхній основі всіх характеристик, у тому числі часових (часу відключення струму, часу горіння електричної дуги), енергії дуги, середньоінтегральних й інтегральних (середньоінтегральне значення напруги за час горіння електричної дуги, інтеграл квадрату струму за час відключення – інтеграл Джоуля, інтеграл квадрату струму за час горіння електричної дуги, інтеграл квадрату струму за час плавлення перешийків швидкодіючих запобіжників) за допомогою ЕОМ і програм, які дозволяють значно підвищити точність їхнього визначення.

Постійну часу контуру τ визначають за масштабною осцилограмою (рис. 6.6.2, відрізок ОС) як час, за який струм після включення досягне 63 % від його максимальної величини I_{max}, якщо за індуктивне навантаження використовуються котушки індуктивності без феромагнітного осердя.

Масштаб часу визначається як $m_t = \tau / \text{ОС} = L / R / \text{ОС}$ [с/мм],

де R, L –активний опір і індуктивність головного кола схеми (рис. 6.6.1).

Швидкість збільшення струму знаходять з осцилограм як тангенс кута α (рис. 6.6.2), створений дотичною до кривої струму $i = f(t)$, проведеною до початку координат, і віссю часу t.

Масштаб струму визначається як

$$m_I = \frac{I_{\text{у.к.з}}}{\text{АВ}} \left[\frac{\text{А}}{\text{мм}}\right], \qquad (6.6.1)$$

де

$$I_{\text{у..к.з}} = U_{\text{н}} / R, \qquad (6.6.2)$$

Масштаб напруги m_u визначається як

$$m_u = \frac{U_н}{ml}\left[\frac{\text{В}}{\text{мм}}\right], \qquad (6.6.3)$$

де ml знаходиться за кривою $U = f(t)$ для часу, що відповідає відключенню $I_{к.з}$, тобто, коли на розриві кола встановлюється напруга контуру $U_н$.

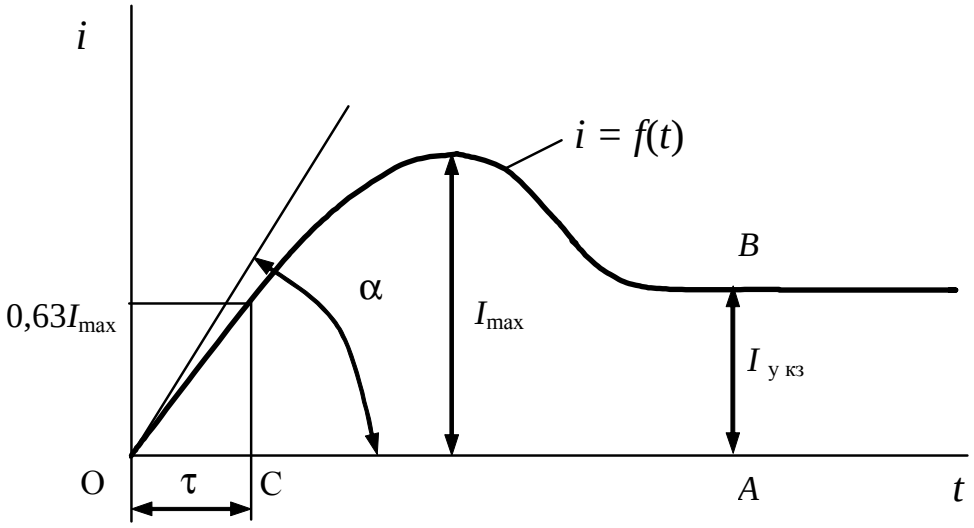

Рисунок 6.6.2 – Визначення масштабу часу $m_{t,}$ постійної часу τ , масштабу струму m_I і швидкості збільшення постійного струму в контурі

Приклад графічної обробки осцилограми відключення постійного струму короткого замикання $I_{у.кз}$ = 30 кА з визначенням часових параметрів (часу плавлення перешийків $t_{пл}$, часу горіння електричної дуги $t_г$, часу відключення $t_в$), струмів плавлення $I_{пл}$ і обмеження $I_о$, і перенапруги $U_п$ за відповідними масштабами, визначеними за допомогою рис. 6.6.2, наведено на рис. 6.6.3.

Методика графічної обробки дослідницької осцилограми полягає в послідовному визначені комутаційних характеристик за такими формулами:

струм обмеження I_o, А:

$$I_0 = m_I cd\ ; \qquad (6.6.4)$$

струм плавлення, що відповідає половині часу плавлення i_0 , А:

$$i_0 = tg\alpha \cdot \frac{t_{пл}}{2}; \qquad (6.6.5)$$

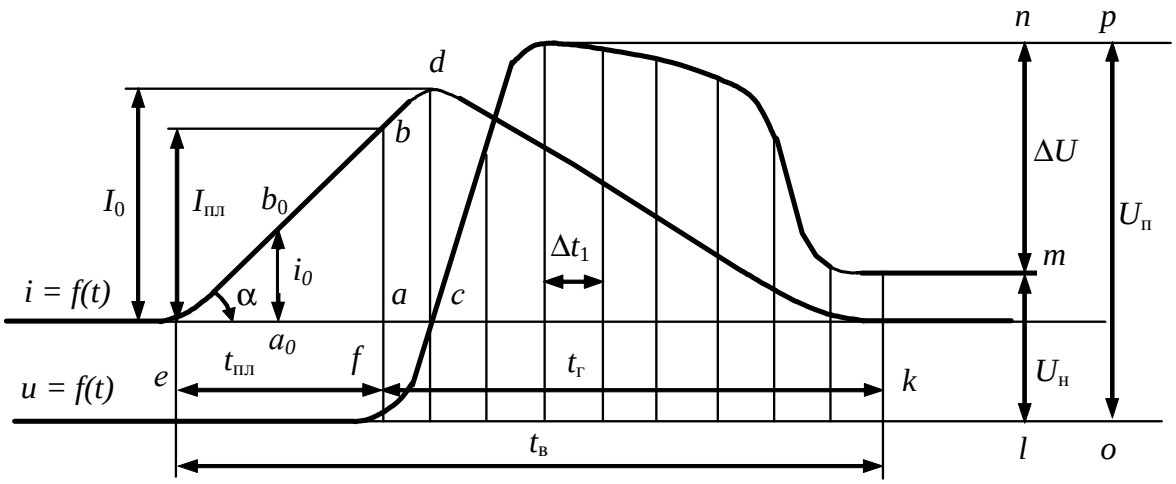

Рисунок 6.6.3 – Осцилограма відключення струму короткого замикання в контурі постійного струму (параметри контуру: $I_{у.к.з}$ = 30 кА, U = 400 В, τ = 43 мс) швидкодіючим запобіжником з алюмінієвим плавким елементом (масштаб часу m_t = 0,1 мс/мм)

струм плавлення $I_{пл}$, А:

$$I_{пл} = m_I \cdot ab; \qquad (6.6.6)$$

час плавлення $t_{пл}$, мс:

$$t_{пл} = m_t \cdot ef; \qquad (6.6.7)$$

час горіння дуги $t_г$, мс:

$$t_г = m_t \cdot fk; \qquad (6.6.8)$$

час відключення $t_в$, мс:

$$t_в = m_t \cdot ek = t_{пл} + t_г; \qquad (6.6.9)$$

Перенапруга $U_{\text{п}}$, В:

$$U_{\text{п}} = m_u \cdot mn \ ; \qquad (6.6.10)$$

інтеграл плавлення $W_{\text{пл}}$, $\text{А}^2\text{с}$:

$$W_{\text{пл}} = \int_0^{t_{\text{пл}}} i^2 dt = \sum_{i=1}^{\delta_{\text{пл}}} \Delta t_i \cdot i_i^{\,2}, \qquad (6.6.11)$$

де $\delta_{\text{пл}}$ – число інтервалів на протязі $t_{\text{пл}}$;

інтеграл горіння дуги $W_{\text{г}}$, $\text{А}^2\text{с}$:

$$W_{\text{г}} = \int_{t_{\text{пл}}}^{t_{\text{г}}} i^2 dt = \sum_{i=t_{\text{пл}}}^{\delta_{\text{г}}} \Delta t_i \cdot i_i^{\,2}; \qquad (6.6.12)$$

інтеграл Джоуля, або інтеграл відключення $W_{\text{в}}$, $\text{А}^2\text{с}$:

$$W_{\text{в}} = \int_0^{t_{\text{в}}} i^2 dt = \sum_{i=1}^{\delta_{\text{в}}} \Delta t_i \cdot i_i^{\,2}, \qquad (6.6.13)$$

де $\delta_{\text{в}}$ – число інтервалів на ділянці $t_{\text{в}}$;

енергія дуги $E_{\text{д}}$, Дж:

$$E_{\text{д}} = \int_{t_{\text{пл}}}^{t_{\text{г}}} i \cdot u dt = \sum_{i=1}^{\delta_{\text{г}}} \Delta t_i \cdot i_i \cdot u_i \, ; \qquad (6.6.14)$$

де $\delta_{\text{г}}$ – число інтервалів на протязі часу горіння дуги $t_{\text{г}}$;

середньоінтегральна напруга на дузі $U_{\text{с}}$, В:

$$U_{\text{с}} = \frac{1}{t_{\text{г}}} \int_{t_{\text{пл}}}^{t_{\text{г}}} U \cdot dt = \frac{1}{t_{\text{г}}} \left(\sum_{i=1}^{\delta_{\text{г}}} \Delta t_i \cdot U_i \right). \qquad (6.6.15)$$

При розробці алгоритму й програми обробки осцилограми потрібно передбачити обчислення всіх вищенаведених комутаційних характеристик на основі масштабів струму m_I, напруги m_u, часу m_t й відповідних лінійних розмірів ординат струму, напруги й абсцис часу плавлення, часу горіння дуги, часу відключення й відповідної їм кількості інтервалів $\delta_{пл}, \delta_г, \delta_в$.

Кількість інтервалів вибирають залежно від характеру зміни кривих струмів й напруги, часу відключення й масштабу часу з тим розрахунком, щоб одержати максимально можливу точність визначення інтегральних комутаційних характеристик.

Порядок виконання

Завдання 6.6.1. Провести графічну обробку осцилограми згідно з варіантом. Визначити масштаби струму m_I, напруги m_u, часу m_t й лінійні розміри ординат кривих струмів $I = f(t)$, напруги $U = f(t)$ й абсцис часу плавлення $t_{пл}$, часу горіння дуги $t_д$, часу відключення $t_в$.

Завдання 6.6.2. Скласти алгоритм і програму для обчислення захисних і комутаційних характеристик за результатами графічної обробки осцилограм.

Завдання 6.6.3. Провести розрахунки на ЕОМ за розробленою програмою згідно з результатами графічної обробки осцилограм захисних і комутаційних характеристик швидкодіючого запобіжника: струму плавлення $I_{пл}$, струму обмеження $I_о$, перенапруги $U_{пер}$, часу плавлення $t_{пл}$, часу горіння дуги $t_д$, часу відключення $t_в$, інтеграла квадрата струму плавлення $W_{пл}$, інтеграла квадрата струму горіння дуги $W_г$, інтеграла квадрата струму відключення (інтеграла Джоуля) $W_в$, середньоінтегральної напруги на дузі $U_д$, енергії дуги $E_д$.

Зміст звіту

1. Мета роботи.

2. Принципова схема комутаційних досліджень на постійному струмі.

3. Ескіз осцилограми з результатами її графічної обробки.

4. Алгоритм, програма й результати розрахунку комутаційних характеристик.

Контрольні запитання

1. Пристрій і принцип дії установки й схеми комутаційних досліджень електричних апаратів на постійному струмі.

2. Порядок проведення комутаційних досліджень на постійному струмі.

3. Призначення структурних елементів схеми комутаційних досліджень.

4. Як визначається постійна часу контуру й з якої осцилограми?

5. Як визначається швидкість наростання струму й з якої осцилограми?

6. Як визначити масштаби струму, напруги й часу й з якої осцилограми?

7. Як проводиться графічна обробка досліджуваної осцилограми?

8. Які основні комутаційні характеристики можна одержати з осцилограми і як вони визначаються?

9. Як розраховують інтегральні характеристики?

10. Як розраховують енергію дуги?

11. Як складається алгоритм і програма обробки осцилограми?

12. Які особливості дослідницької й масштабної осцилограми?

13. Проведіть обробку масштабної осцилограми згідно варіанту №5 (табл. 6.6.1) і визначте швидкість наростання струму, масштаб струму.

14. Проведіть обробку дослідницької осцилограми згідно варіанту №7 (табл. 6.6.1) і визначте струм обмеження, струм плавлення, час плавлення, час горіння дуги, час відключення струму короткого замикання.

15. Визначте інтеграл квадрату струму за час плавлення, інтеграл квадрату струму за час горіння дуги та інтеграл Джоуля згідно варіанту осцилограми №4 (табл. 6.6.1).

16. Визначте масштаб напруги, величину перенапруги, середньоінтегральне значення напруги на дузі при відключенні постійного струму короткого замикання згідно варіанту осцилограми №6 (табл. 6.6.1).

Список літератури

1. Кузнецов Р. С. Аппараты распределения электрической энергии до 1000 В. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергия, 1970. – 543 с.

2. Грищук Ю. С. Исследование процесса коммутации и разработка методики расчета быстродействующих предохранителей: дисс. канд. техн. наук. – Харьков: ХПИ 1980. – 221 с.

3. Намитоков К. К., Хмельницкий Р. С., Аникеева К. Н. Плавкие предохранители. – М.: Энергия, 1979. – 176 с.

4. Петинов О. В., Щербаков Э. Ф. Испытание электрических аппаратов. – М.: Высш. шк., 1985. – 215 с.

6.7. Лабораторна робота № 7. Обробка багатофакторних експериментів

Мета роботи – вивчити методи статистичної обробки результатів експерименту, дисперсійний і регресійний аналізи планів і математичних моделей першого порядку.

Порядок підготовки до роботи

1) вивчити рекомендовану літературу;

2) методичні вказівки до лабораторної роботи й робочі завдання.

Перелік використовуваного встаткування

Персональна ЕОМ.

Основні відомості

Обробка багатофакторних експериментів передбачає проведення дисперсійного і регресійного аналізу. Метою дисперсійного аналізу є розкладання сумарної дисперсії на дві величини: дисперсію зумовлену технікою експерименту, і дисперсію, визвану дією фактора який досліджується. Для його проведення необхідно виконання двох наступних умов:

1) серії вимірювань можна розглядати як випадкові вибірки з генеральних сукупностей які підпорядковуються нормальному розподіленню;

2) дисперсії які зумовлені помилками відтворюваності для всіх серій вимірювань повинні бути однорідними.

У випадку проведення багатофакторних експериментів, за допомогою дисперсійного аналізу визначаються дисперсії, які зумовлені дією кожного фактора окремо і їх взаємодією, та оцінюється статистична значимість цих величин з врахуванням помилок відтворюваності. При дослідженні якого-небудь об’єкту або процесу, зміна вихідної величини y через наявність не-

контрольованих факторів має випадковий характер. Це обумовлює необхідність:

– по-перше, проведення паралельних дослідів, результати яких y_{ei1}, y_{ei2}, y_{ei3} усереднюються, шляхом визначення їх середньоарифметичного значення в залежності від прийнятого коефіцієнта дублювання дослідів;

– по-друге, забезпечення випадкового порядку проведення експерименту, при якому всі неконтрольовані фактори були б рандомізовані.

При проведенні експериментальних досліджень відповідно до складеної матриці планування для плану ПФЕ2^m необхідно вибрати кількість паралельних дослідів. Проведення дублювання дослідів необхідно для виключення грубих помилок і визначення дисперсії відтворення $S_{\text{в}}^2$. Коефіцієнт дублювання $K_{\text{д}}$ може бути визначений попередньо незалежно від спостережень або в процесі досліджень. При проведенні експериментальних досліджень на основі планування експерименту можливі чотири типових випадки, пов’язаних з дублюванням дослідів:

1) рівномірне дублювання;

2) нерівномірне дублювання;

3) дублювання в одній точці;

4) дублювання в окремій серії, що має певну кількість дослідів.

Звичайно віддають перевагу рівномірному дублюванню дослідів, тому що в цьому випадку вихідна ортогональність матриці планування (тобто ортогональність дубльованого плану) не порушується. В інших трьох випадках має місце порушення ортогональності дубльованих планів, що вимагає деяких змін у дисперсійному й регресійному аналізі при обробці результатів експерименту. Аналіз результатів експериментальних досліджень ЕА і ЕБТ вказують на те, що при одних і тих же умовах дослідів їх характеристики можуть бути різними по величині. Це обумовлено існуючими допусками по товщині конструктивних матеріалів, середня величина яких може складати ± 4,5 %. Відхиленнями в розмірах деталей, які виготовляються методами холодної штамповки у межах ± 2 % і рядом інших відхилень конструктивно-технологічного порядку. Так як всі ці відхилення і можливі їх комбінації відносяться до випадкових подій, то одержані експериментальні

значення характеристик ЕА і ЕБТ також являються випадковими величинами. Тому для одержання математичних моделей характеристик, доцільно використати методи математичної статистики. В цьому випадку перед аналізом результатів експериментальних досліджень необхідно провести попередні дослідження закону розподілення випадкових помилок. В [35–37] приводяться різні методи перевірки закону нормального розподілення випадкових помилок. Одним із стандартних статистичних тестів з допомогою якого можна перевірити гіпотезу про нормальне розподілення, являється критерій відповідності χ^2, що потребує проведення великої кількості дослідів для визначення його розрахункової величини і порівняння з табличним значенням (табл. Д 2.5). Щоб виключити вплив систематичних помилок, викликаних зовнішніми умовами й різними неконтрольованими причинами, рекомендується проводити рандомізацію дослідів у часі, тобто проводити їх у випадковій послідовності. Для цього перед безпосередньою реалізацією плану для кожної з $K_д$ серій дослідів, зазвичай проводиться рандомізація дослідів, тобто визначається послідовність виконання дослідів при дослідженні даного об’єкта або процеса. Рандомізація дослідів може бути здійснена за допомогою таблиці або генератора випадкових чисел.

Нехай потрібно рандомізувати план експерименту ПФЕ2^m при $m = 2$. Кількість дослідів дорівнює чотирьом $n = 2^2 = 4$. З таблиці випадкових чисел (див. додаток 2 табл. Д 2.1) виписуємо чотири C – значних числа. Приписавши кожному з них номер відповідного досліду, одержимо:

56, 66, 25, 32 – випадкові числа;

1, 2, 3, 4 – номери дослідів у нерандомізованому плані.

Розташувавши випадкові числа в порядку їх зростання, одержимо таку послідовність проведення дослідів:

25, 32, 56, 66 – випадкові числа;

3, 4, 1, 2 – номери дослідів у рандомізованому плані;

При проведенні експерименту можливі грубі помилки, похибки. Це може бути зв’язано, наприклад, з неточністю запису або із записом результату не в ту клітинку плану й т. д. З метою виключення грубих помилок здійснюється перевірка неоднорідності паралельних дослідів.

Нехай в i-му рядку плану серед результатів $y_{i1}, y_{i2},...y_{iu},..,y_{im}$ є резуль-

тат y_i^*, стосовно якого виникає сумнів і висловлюється припущення, що він помилковий. При цьому складемо відношення

$$t_{p_i} = \frac{\left| y_i^* - \bar{y}_i^* \right|}{\sigma_i^*}, \qquad (6.7.1)$$

де $\bar{y}_i^*, \sigma_i^*$ – оцінки математичного очікування й середньоквадратичного відхилення без врахування сумнівного результату; $t_{\text{р}}$ – розрахункове значення критерію Стьюдента;

$$\bar{y}_i^* = \frac{1}{k_{\text{д}} - 1} \sum_{u=1}^{k_{\text{д}}} y_{iu}, \; y_{iu} \neq y_i^*; \qquad (6.7.2)$$

$$\sigma_i^* = \sqrt{\frac{1}{k_{\text{д}} - 2} \sum_{u=1}^{K_{\text{д}}} \left(y_{iu} - y_i^* \right)^2}, \; y_{iu} \neq y_i^*. \qquad (6.7.3)$$

Випадкова величина $t_{\text{р}}$ має $k_{\text{д}} - 2$ ступенів волі (число паралельних дослідів мінус два зв'язки, які використані для визначення $\bar{y}_i^*$ й σ_i^*).

Формально процедура перевірки статистичної гіпотези робиться за допомогою зіставлення того або іншого розрахункового показника з табличним значенням критерію (у цьому випадку t) при заданій довірчій імовірності P (або рівні значимості $g = 1 - P$). Якщо розрахункове значення виявляється менше табличного, то з імовірністю P можна прийняти дану гіпотезу. У противному разі гіпотеза відкидається (імовірність правдоподібності гіпотези менше P).

Таким чином, при $t_{\text{р}} < t$ з імовірністю P можна вважати, що паралельні досліди однорідні, інакше результат розглядається як наслідок грубої помилки або промаху.

Після усунення грубих помилок розбіжність значень y_i обумовлена тільки випадковими факторами, тобто помилками досліду, які є випадковими внаслідок допусків й інших відхилень, у тому числі конструктивно-технологічного порядку. Тоді й самі значення y_i – випадкові величини й

для їхньої оцінки й роботи з ними застосовується математичний апарат теорії ймовірностей і математичної статистики.

Будь-яка випадкова величина характеризується законом розподілу ймовірностей. Ми допускаємо (постулюємо), що для будь-якого фіксованого набору факторів $x_1, x_2, ..., x_m$ значення y_i розподілені за нормальним законом розподілу Лапласа–Гаусса. У цьому випадку ми можемо цілком охарактеризувати y_i двома величинами – математичним очікуванням (середнім значенням y_i) і дисперсією S_i^2:

$$\overline{y_i} = \sum_{u=1}^{k_д} y_{iu} / k_д ; \qquad (6.7.4)$$

$$S_i^2 = \frac{\sum_{u=1}^{k_д} \left(y_{iu} - \overline{y_i}\right)^2}{k_д - 1}, \qquad (6.7.5)$$

де $k_д$ – коефіцієнт дублювання (число повторень кожного досліду);

u – номер повторення.

Чим більше дисперсія, тим сильніше діють випадкові чинники, тим більш визначеним може виявитися кожне окреме значення y_i.

П р и к л а д. Маємо дві групи значень y_i по три числа в кожній:

I	6	9	15;
II	9,2	9,8	11,0.

Середні в цих групах $\bar{y}_1 = \bar{y}_2 = 10$.

Однак дисперсії істотно розрізняються:

$$S^2\{y_I\} = \frac{(6-10)^2 + (9-10)^2 + (15-10)^2}{3-1} = 21;$$

$$S^2\{y_{II}\} = \frac{(9{,}2-10)^2 + (9{,}8-10)^2 + (11-10)^2}{3-1} = 0{,}84.$$

Природно, що коли дисперсія більша, тоді ми повинні виявити під-

вищену обережність і вжити заходів щодо її зменшення, тобто спробувати знайти причину великого розкиду результатів (неоднаковість умов проведення дослідів, погані вимірювальні прилади й т. д.) і усунути її по можливості. Якщо це не вдасться, тоді необхідно збільшити $k_д$.

У статистиці дисперсія пов'язана з числом ступенів волі *f*. Це число дорівнює різниці між числом дослідів, за якими оцінювалася дисперсія, і числом констант, знайдених за тими же дослідами. У нашому випадку $f = k_д - 1$, тому що за результатами цих дослідів визначалося $\bar{y}_i$ – середнє значення, що належить формулі S_i^2.

Перевірка однорідності дисперсій здійснюється для того, щоб установити, чи маємо ми право використовувати середні значення $\bar{y}_i$ для визначення невідомих коефіцієнтів полінома.

Дисперсії однорідні, якщо вони не залежать від того, у якій точці факторного простору проводяться досліди, і між ними немає значної розбіжності.

Порівняння двох дисперсій може бути зроблене за допомогою критерію Фішера

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{21}{0{,}84} = 25 \quad \text{при} \quad f_1 = f_2 = 2, \quad S_1^2 > S_2^2. \tag{6.7.6}$$

У таблиці для *F* по горизонталі відкладені *f* для більшої дисперсії, а по вертикалі для меншої $F_{табл}$ = 19,0 (див. додаток 2 табл. 2.3).

При числі порівнюваних дисперсій більше 2 рекомендується використовувати інші, потужніші критерії.

При однаковому числі повторень кожного досліду використовують критерій Кохрена *G*, який визначається за формулою

$$G = \frac{S^2_{макс}}{\sum_{i=1}^{n} S_i^2}. \tag{6.7.7}$$

При $G < G_{таб}$ приймається гіпотеза про однорідність дисперсії.

У випадку, коли дисперсії не однорідні, не можна користуватися середніми значеннями як математичним очікуванням.

У цьому випадку необхідно підібрати таке перетворення *y*, щоб дисперсії стали однорідними, наприклад використати $ln\, y$, $\sqrt{y}$, $\sqrt[3]{y}$ й т. д. Так чи інакше ми повинні мати однорідні дисперсії в дослідах.

Кращою оцінкою є дисперсія відтворення

$$S_{\text{в}}^2 = \sum_{u=1}^{n} S_u^2 / n; \tag{6.7.8}$$

$$f_в = (k_{\text{д}} - 1) \cdot n, \tag{6.7.9}$$

де $f_в$ – число ступенів волі дисперсії відтворення; *n* – число дослідів в плані експеримента.

Аналіз отриманої математичної моделі

Через те що $\bar{y}$ – випадкова величина, знайдені коефіцієнти *b* також будуть випадковими величинами й потрібна оцінка точності отриманих коефіцієнтів на основі визначення їхньої дисперсії $S^2\{b_j\}$ за формулою

$$S^2\{b_j\} = S_{\text{в}}^2 \Big/ \sum_{u=1}^{N} x_{iu}^2, \tag{6.7.10}$$

або

$$S^2\{b_j\} = S_{\text{в}}^2 / n, \tag{6.7.11}$$

Як видно з (6.7.11) дисперсія коефіцієнтів $S^2\{b_j\}$ в *N* разів менша від дисперсії відтворення. Знаючи дисперсію кожного коефіцієнта і його чисельне значення *b*, можна визначити межі, у яких з певною довірчою ймовірністю буде отримане дійсне значення коефіцієнта $b_{\text{д}}$:

$$b - \Delta b < b_{\text{д}} < b + \Delta b. \tag{6.7.12}$$

Значення Δb, що визначають довірчий інтервал, визначають за допо-

могою таблиць критерію Стьюдента (див. додаток 2 табл. Д 2.4)

$$\Delta b = t \cdot S\{b_j\}, \tag{6.7.13}$$

де t – табличне значення критерію Стьюдента при прийнятій довірчій імовірності 0,95 і числі ступенів волі f_b, з яких визначена дисперсія $S_{\text{в}}^2$.

Для планів ДФЕ, ПФЕ можна записати

$$\Delta b = t\sqrt{\frac{S_{\text{в}}^2}{n}} = t\frac{S_{\text{в}}}{\sqrt{n}}. \tag{6.7.14}$$

Визначивши довірчі інтервали, вирішуємо питання про значимість кожного коефіцієнта, тобто про невипадкову його відмінність від нуля. Можна вважати, що коефіцієнт b значно відрізняється від нуля, якщо

$$|b| > t \cdot S\{b_j\}x. \tag{6.7.15}$$

У противному разі $b = 0$, тобто, значення його статистично незначне.

Адекватність моделі перевіряється шляхом порівняння двох дисперсій – адекватності $S_{\text{а}}^2$ і відтворення $S_{\text{в}}^2$ із зіставленням їхнього відношення з табличним значенням критерію Фішера F_m, яке визначається з табл. Д 2.3, наведеній у додатку 2:

$$F = \frac{S_{\text{а}}^2}{S_{\text{в}}^2} < F_{\text{т}} \text{ (при } p = 0{,}95), \tag{6.7.16}$$

де

$$S_{\text{а}}^2 = \frac{k_{\text{д}} \sum_{i=1}^{n} \left(\bar{y}_i - y_{\text{р}i}\right)^2}{f_{\text{а}}}; \tag{6.7.17}$$

$k_{\text{д}}$ – коефіцієнт повторення дослідів; $y_{\text{р}i}$ – розрахункове значення функції відгуку ; $f_{\text{а}}$ – ступінь волі дисперсії адекватності; n – кількість дослідів.

$$f_{\text{a}} = n - l \,, \qquad (6.7.18)$$

де l – число коефіцієнтів математичної моделі.

Порядок виконання

Завдання 6.7.1. Провести рандомізацію плану ПФЕ2^m при заданому m відповідно до зазначеного варіанту.

Завдання 6.7.2. Виконати перевірку однорідності паралельних дослідів за результатами, отриманим в i-му рядку плану відповідно до заданого значення m, при кількості паралельних дослідів, що дорівнює п’яти (u = 5). Останній результат – сумнівний:

$(m-0{,}2), (m-0{,}3), (m-0{,}1), (m), (m+0{,}1)$ – результати i-го рядка y_{iu}.

Завдання 6.7.3. Зробити для всіх рядків плану розрахунок математичних очікувань і дисперсій, перевірити однорідність дисперсій , визначити для значень m дисперсію відтворення плану згідно з заданим варіантом, наведеним у додатку 3 табл. Д 3.1.

Завдання 6.7.4. Оцінити статистичну значимість експерименту на основі максимального й мінімального значень відгуків, статистичну значимість коефіцієнтів регресії:

Завдання 6.7.5. Визначити дисперсію адекватності й зробити оцінку адекватності математичної моделі.

Завдання 6.7.6. Скласти алгоритм і програму статистичної обробки результатів експерименту ПФЕ2^m (завдання 2.4.3 – 2.4.6).

Зміст звіту

1. Мета роботи.
2. Рандомізований план ПФЕ2^m.
3. Результати розрахунку й перевірки однорідності паралельних дослідів.
4. Алгоритм, програма й результати розрахунку математичних очікувань, рядкових дисперсій, перевірки однорідності дисперсій; розрахунку дисперсії відтворення, статистичної значимості коефіцієнтів математичної моделі, дисперсії адекватності й перевірки адекватності математичної мо-

делі.

Контрольні запитання

1. Випадкові величини і їхній розподіл. Основні види розподілу.
2. Класичне визначення ймовірності. Аксіоми теорії ймовірностей.
3. Статистична сукупність і розподілення випадкових величин.
4. Багатокутник і гістограма розподілу частоти.
5. Математичне очікування і середнє квадратичне відхилення.
6. Дисперсія, визначення й розрахунок.
7. Нормальний розподіл, його сутність і характеристика.
8. Генеральна сукупність і випадкова вибірка.
9. Перевірка статистичних гіпотез.
10. Як визначити рядкову дисперсію в плані експерименту?
11. Як визначається однорідність дисперсій?
12. Як здійснюється рандомізація дослідів?
13. Як перевіряється однорідність паралельних дослідів?
14. Як визначається дисперсія відтворюваності й що її характеризує?
15. Як визначити дисперсію адекватності?
16. Як оцінюється статистична значущість результатів експерименту?
17. Як оцінюється значимість коефіцієнтів математичної моделі?
18. Як провести оцінку адекватності математичної моделі?
19. Шляхи підвищення ступеня адекватності математичної моделі.
20. За допомогою якого статистичного критерію і як визначається значущість коефіцієнтів математичної моделі?
21. Проведіть рандомізацію дослідів плану ПФЕ 2^3 і ОЦКП при $m = 2$.
22. Як визначається дисперсія коефіцієнтів?

Список літератури

1. Пустыльник Э.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. – М.: Наука, 1968. – 228 с.

2. Румшинский Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. – М.: Наука, 1968. – 228 с.

7. АВТОМАТИЗАЦІЯ ДОСЛІДЖЕНЬ ЕЛЕКТРИЧНИХ АПАРАТІВ

Аналіз вимог, що ставляться до електричних апаратів захисту (автоматичних вимикачів, швидкодіючих запобіжників і ін.) і до методів їх випробувань, указує на вельми широкий перелік параметрів, які повинні перевірятися і досліджуватися при проведенні різних випробувань і досліджень. До таких параметрів відносяться: номінальний струм, струм перевантаження, струм короткого замикання, напруга на дузі, джоулевий інтеграл, час відключення, температура на виводах, температура в центрі плавкого елементу, температура контактів, швидкість руху дуги в дугогасних решітках і т.ін. Все це указує на необхідність використання вельми широкого спектру відповідних датчиків, що дозволяють з необхідною точністю відстежувати зміну цих параметрів в процесі досліджень [29].

7.1. Застосування мікроконтролерів МК 51 при автоматизації досліджень електричних апаратів

При проведенні комутаційних досліджень на постійному струмі таких електричних апаратів, як швидкодіючі запобіжники, автоматичні вимикачі та інші використовуються експериментальні установки, які включають головне коло і коло керування. Схема однієї із таких установок наведена на рис. 7.1. Головне коло установки складає ударний генератор (УГ) ($U_н$ =880 В, $I_{уд}$ =70 кА), регульовані реактори L, регульований опір $R_а$, захисний вимикач (ЗВ), вмикаючий апарат (ВА), макет апарата (МА). Проведення досліджень здійснюється за допомогою пульта електронного керування (ПЕК) і електромеханічного або електронного осцилографа (ЕО).

Вимірювання струмів проводиться за допомогою шунта з опором $R_ш = 0{,}7 \cdot 10^{-5}$ Ом. Напруга на дузі вимірюється за схемою дільника напруги. Криві струму і напруги в стандартних експериментах записувалися на світлочутливий папір за допомогою електромеханічного осцилографа. В цьому випадку обробка осцилограм проводиться графічним методом, що вимагає великих трудових і фінансових витрат і часу і знижує точність вимірювань.

При дослідженні маловивчених процесів для того, щоб забезпечити реєстрацію можливих гострих піків перенапруги, для запису кривих

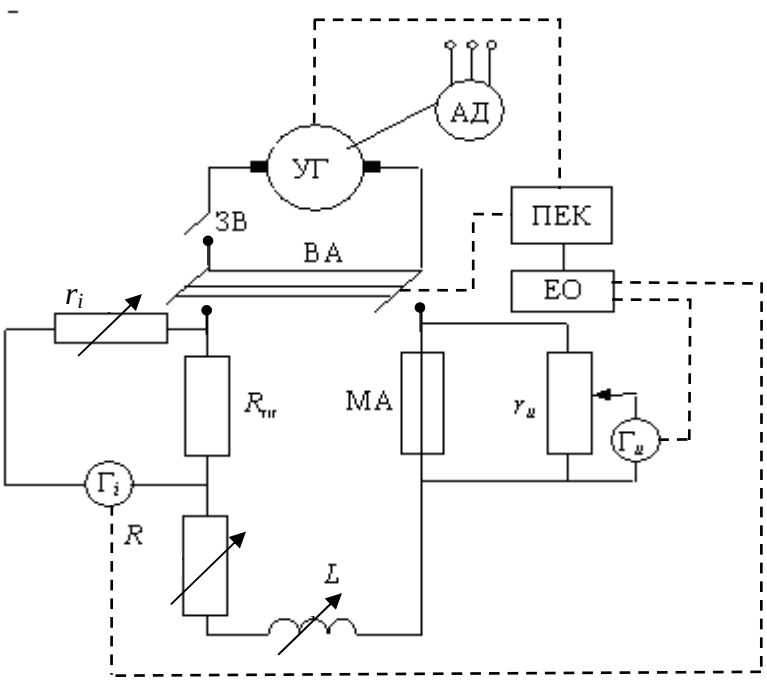

Рисунок 7.1 – Схема експериментального стенду для комутаційних досліджень електричних апаратів

струму і напруги необхідно використовувати електронний осцилограф і здійснювати фотографування за допомогою фотоприставки. У випадках, коли потрібна підвищена точність, обробка осцилограми проводиться за допомогою вимірювального мікроскопа. Все це призводить до додаткових матеріальних, часових і трудових витрат. Скоротити терміни проведення комутаційних досліджень, підвищити точність вимірювань, знизити їх вартість можна, використавши розроблену і розглянуту в роботі [29] автоматизовану систему керування технологічним процесом досліджень (АСУ ТПД) із застосуванням однокристального мікроконтролера.

Структурна схема АСУ ТПД наведена на рис. 7.2. Вона виконана на базі мікроконтролера серії МК 1816*ВЕ*51 [29] і включає:

- датчики контрольованих параметрів (струму, напруги, температури, джоулевого інтеграла) Д 1–Д4 (первинні перетворювачі);
- нормуючі підсилювачі П1–П4;
- чотириканальний комутатор аналогових сигналів типу КР590КИ6;

• аналого-цифровий перетворювач типу К1113ПВ1 (час перетворення до 15 мкс);

• мікроконтролер, що містить вбудований генератор тактових сигналів, пам'ять команд, ОЗП, вбудовані 3 порти і послідовний канал зв'язку;

• компаратори К1–К4 типу К554 СА3, виходи яких по «АБО» об'єднані з вихідними сигналами мікроконтролера, що керують;

• пристрої узгодження і обміну ПЗО1-ПЗО4, що включають виконавчі пристрої силової установки, які задають режим випробувань або досліджень.

Через послідовний інтерфейс *RS*232*C* АСУ ТПД пов'язана з ПЕОМ, яка може змінювати режими випробувань або досліджень, а також приймати, запам'ятовувати, відображати і документувати результати випробувань або досліджень.

До об'єкту дослідження підключені відповідні датчики. Датчики контрольованих параметрів Д1–Д4 є первинними перетворювачами струму, напруги, температури, джоулевого інтеграла в напругу. Нормуючі підсилювачі погоджують вихідну напругу датчиків з необхідним вхідним сигналом АЦП 0 – 10 В і забезпечують низький вихідний опір.

Комутатор аналогових сигналів перемикає один з входів на вихід залежно від керуючого коду, що надійшов від мікроконтролера. Аналоговий сигнал з виходу комутатора надходить на АЦП, який забезпечує перетворення його в цифровий код. Таке перетворення реалізовано найбільш швидкодіючим апаратним способом на основі ВІС АЦП, що підключається до порту МК. Вибраний АЦП є швидкодіючим десятирозрядним перетворювачем вхідної напруги в паралельний двійковий код. Запуск перетворювача проводиться за сигналом, який виробляється мікроконтролером. Закінчення перетворення викликає сигнал готовності, який є командою для зчитування даних.

Мікроконтролер як мікропроцесорний пристрій, відповідно до записаної в пам'ять програми, керує процесом досліджень або випробувань шляхом опитування із заданою періодичністю датчиків Д1 – Д4 відповідно до алгоритму керування. Вихідні сигнали датчиків унаслідок їх різної фізи-

чної природи можуть потребувати посилення і проміжного перетворення на

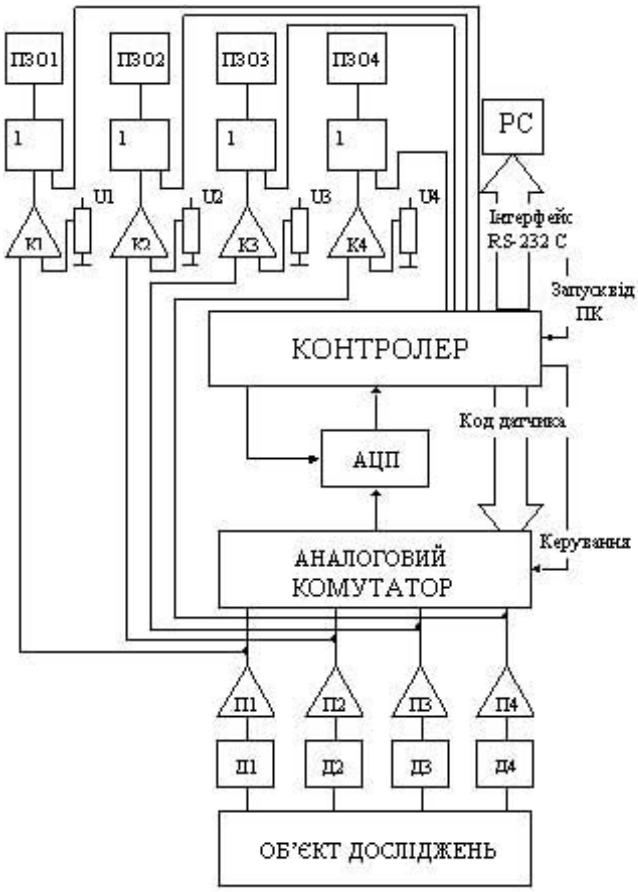

Рисунок 7.2 – Структурна схема автоматизованої системи керування технологічним процесом досліджень електричних апаратів

АЦП або на схемах формувачів сигналів (ФС), які найчастіше виконують функції гальванічної розв'язки і формування рівнів двійкових сигналів стандарту ТТЛ. Мікроконтролер з необхідною періодичністю оновлює керуючі слова на своїх вихідних портах. Деяка частина керуючого слова може інтерпретуватися як сукупність прямих двійкових сигналів керування (СК), які через схеми формувачів сигналів (підсилювачі потужності, реле, оптрони і т.ін.) або пристрої зв'язку з об'єктом (ПЗО1–ПЗО4) надходять на виконавчі механізми (ВМ). Компаратори К1–К4 є паралельним апаратним контуром для захисту від аварійних режимів. ПЗО1–ПЗО4 є підсилювачами потужності, які керують виконавчими пристроями ВП силової установки.

Обґрунтування вибору мікропроцесорної системи показано на прикладі для досліджень швидкодіючих запобіжників.

Мікропроцесор для описаної вище системи вибирається виходячи з характеру досліджуваних процесів і умов досліджень:

- швидкості перебігу процесів;
- кількості досліджуваних параметрів і частоти опиту датчиків;
- завдань з переробки інформації;
- умов експлуатації і вимог до надійності.

Аналіз вихідних даних цього завдання показує, що його розв'язання може бути здійснене на базі мікроконтролера серії МК51.

Система на базі цього мікроконтролера здатна опитувати датчики з частотою 100 мкс, тобто за час відключення запобіжника $t_{\text{відк}} \leq 10$ мкс система встигне опитати датчики 100 разів, чого цілком достатньо для зняття і побудови характеристик запобіжника з необхідною точністю.

Найбільш прийнятним для дослідження характеристик швидкодіючих запобіжників і автоматичних вимикачів є мікроконтролер типу МК1816ВЕ51, що має такі технічні показники:

- тип – паралельний;
- розрядність паралельно оброблюваної інформації – 8 двійкових розрядів;
- форма зображення чисел – двійковий додатковий код;
- методи адресації – регістрова, пряма, безпосередня;
- одиниця, що адресується, – байт;
- кількість команд – 111, включаючи команди арифметичних і логічних операцій, стекових операцій, складання слів двійкової довжини, операції керування;
- формат команд – однобайтова, двобайтова, трибайтова;
- час виконання команд – 1–4 мкс;
- 32 РОН і набір регістрів спеціальних функцій;
- 128 визначуваних користувачем програмно-керованих прапорів;
- послідовний інтерфейс;
- чотири 8-розрядні програмовані канали введення-виведення;

• два 16-бітові багаторежимні таймери/лічильники;

• система переривання з п’ятьма векторами і двома рівнями з програмною установкою пріоритету;

• місткість внутрішнього ОЗП – 128 байтів, ПЗП – 4 кбайта.

Діалог з МК здійснюється за допомогою послідовного інтерфейсу *RS*-232*C* через ПЕОМ або пульт керування.

Важливою особливістю арифметико-логічного пристрою (АЛП) мікроконтролера сімейства МК51 є його здатність оперувати не тільки байтами, але і бітами. Окремі програмно-доступні біти можуть бути встановлені, скинуті, інвертовані, передані, перевірені і використані в логічних операціях. Це дозволяє при керуванні об’єктами часто застосовувати алгоритми, що містять операції над вхідними і вихідними булевими змінними. АЛП являє собою паралельний 8-розрядний пристрій, що забезпечує виконання арифметичних і логічних операцій, а також операцій зсуву, обнуління тощо. АЛП може оперувати чотирма типами інформаційних об’єктів: булевими (біт), цифровими (4 біта), байтними (8 біт) і адресними (16 біт). У АЛП виконується 51 різна операція пересилки або перетворення цих даних. Оскільки використовується 11 режимів адресації (7 – для даних і 4 – для адрес), то шляхом комбінування «операція/режим адресація» базове число команд 111 розширюється до 255. В АЛП реалізується механізм каскадного виконання простих операцій для реалізації складних команд, наприклад таких, як команда умовної передачі керування за результатами порівняння.

Робота схеми здійснюється за розробленим алгоритмом і програмою відповідно до технологічного процесу проведення досліджень швидкодіючих запобіжників, автоматичних вимикачів або інших електричних апаратів. Алгоритм роботи схеми наведено на рис. 7.3. Кількість датчиків може змінюватись, що враховується програмою. Частота їх опитування враховується програмою в залежності від заданого ступеня точності, і може бути визначена за теоремою Котельникова (див. стор. 158).

Розроблена схема автоматизованої системи керування технологічним процесом дослідження (АСУ ТПД) дозволяє скоротити терміни проведення досліджень, підвищити їх достовірність і економічну ефективність.

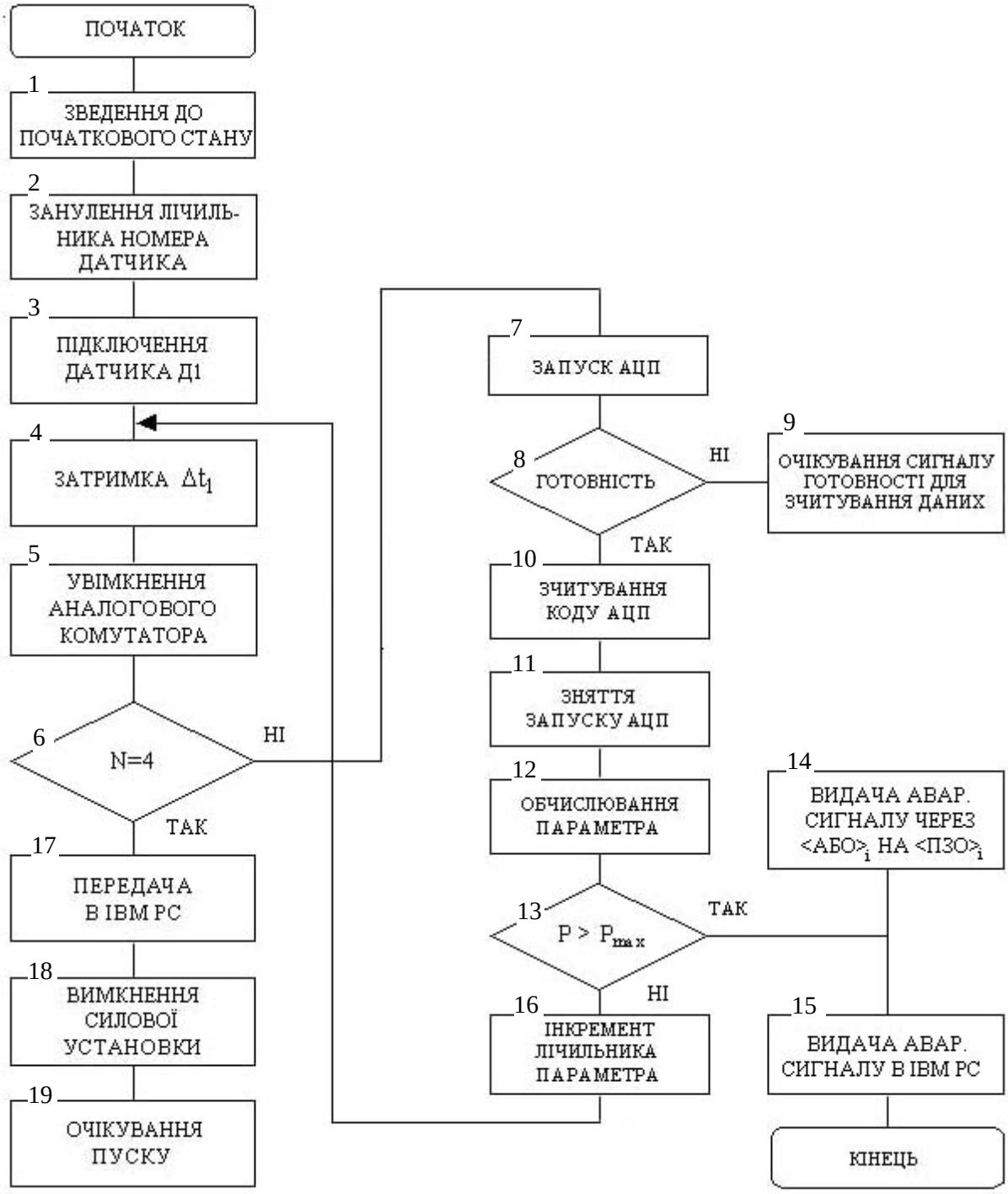

Рисунок 7.3 – Алгоритм роботи схеми автоматизованої системи керування технологічним процесом дослідження швидкодіючих запобіжників

7.2. Структурна схема АСУ ТПД з паралельними АЦП

При дослідженні багатьох різних за природою фізичних процесів (горіння дуги, нагрів, електродинамічні зусилля, електромагнітне поле і ін.),

що перебігають при комутації в електричних апаратах захисту, виникає необхідність у визначенні їх характеристик і параметрів. Ці процеси при відключенні аварійних струмів вельми короткочасні і мають тривалість від 1 до 10 мс. Для дослідження таких процесів можуть бути використані установки, розглянуті в роботах [29, 33, 34], схема однієї з яких описана в п. 7.1 і наведена на рис. 7.1. Керування і проведення досліджень в таких установках здійснюється за допомогою пульта електронного керування і електромеханічного або електронного осцилографа, що надалі при графічній обробці осцилограм призводить до похибок, додаткових матеріальних, часових і трудових витрат, і є малоефективним. Запропонована вище, в п. 7.1 (рис.7.2), структурна схема АСУ ТПД на базі МК51 з послідовним АЦП у ряді випадків також не забезпечує ефективного розв'язання цих задач, зважаючи на низьку швидкодію МК, велику кількість датчиків і частоту їх опитування. Це завдання можна вирішити, використовуючи схему АСУ ТПД з паралельними АЦП, включивши до неї швидкодіючий мікроконтролер серії *MCS*251 [30].

Для захисту електроустановок в аварійних режимах найширше використовуються такі електричні апарати захисту, як автоматичні вимикачі і швидкодіючі запобіжники. Тому розробку структурної схеми АСУ ТПД доцільно виконати для одного з цих апаратів захисту. АСУ ТПД для інших апаратів може відрізнятися тільки кількістю і найменуваннями контрольованих параметрів і відповідними датчиками, які будуть підключені до досліджуваного апарата.

Розглянемо на прикладі технічного завдання на створення мікроконтролерної системи керування стендом для випробувань швидкодіючих запобіжників з такими початковими даними: кількість контрольованих параметрів (датчиків) – 6, зокрема:

- струм (захист);
- напруга (захист);
- температура в центрі плавкого елемента (захист);
- температура на виводах;
- джоулевий інтеграл і інтеграл горіння дуги;

• тривалість одного опитування – 4 мкс;

• кількість розрядів перетвореної інформації – 8;

• зовнішній інтерфейс обміну – *RS*232*C*;

• кількість опитувань датчиків (не менше) – 1000.

Вирішити це завдання і скоротити терміни проведення комутаційних досліджень, підвищити точність вимірювань, знизити їх вартість дозволяє АСУ ТПД з паралельними АЦП, яка розроблена на базі високопродуктивного МК сімейства *MCS*251 8*XC*251*SB* і наведена на рис. 7.4. Схема АСУ ТПД включає:

• датчики контрольованих параметрів (струму, напруги, температури в центрі і на виводах, джоулевого інтеграла, інтеграла горіння дуги) Д 1-Д6;

• нормуючі підсилювачі У1-У6;

• 8-канальний комутатор аналогових сигналів;

• АЦП типу К1108ПВ1 (А, Б) (час перетворення до 1 мкс);

• МК, що містить вбудований генератор тактових сигналів, пам'ять команд, ОЗП, вбудовані 4 порти і послідовний канал зв'язку;

• компаратори К1–К3 типу КР554СА3, виходи яких по «АБО» об'єднані з вихідними сигналами мікроконтролера, що керують;

• пристрої зв'язку з об'єктом *У*, що включають виконавчі пристрої силової установки, які задають режим випробувань або досліджень.

Через послідовний інтерфейс *RS*232*C*, АСУ ТПД пов'язана з ЕОМ, яка може змінювати режими випробувань або досліджень, а також приймати, запам'ятовувати, відображати і документувати результати випробувань або досліджень. Для виходу на послідовний інтерфейс необхідно вирішити такі проблеми: узгодження рівнів сигналів *RS*232 і МК-51 (TTL); підтримання стандартної швидкості прийому передачі; підтримання стандартних форматів посилки; підтримання стандартних протоколів обміну.

Вибір мікроконтролера

Основним елементом системи керування є мікроконтролер 80*C*251*SB* фірми Intel. Даний мікроконтролер вибраний тому, що мікроконтролер цього типу є подальшою розробкою широко відомого в світі мікроконтролера серії *MCS*51, він програмно сумісний зверху, але із значно вищою швидко-

дією (одна операція виконується за 100 нс).

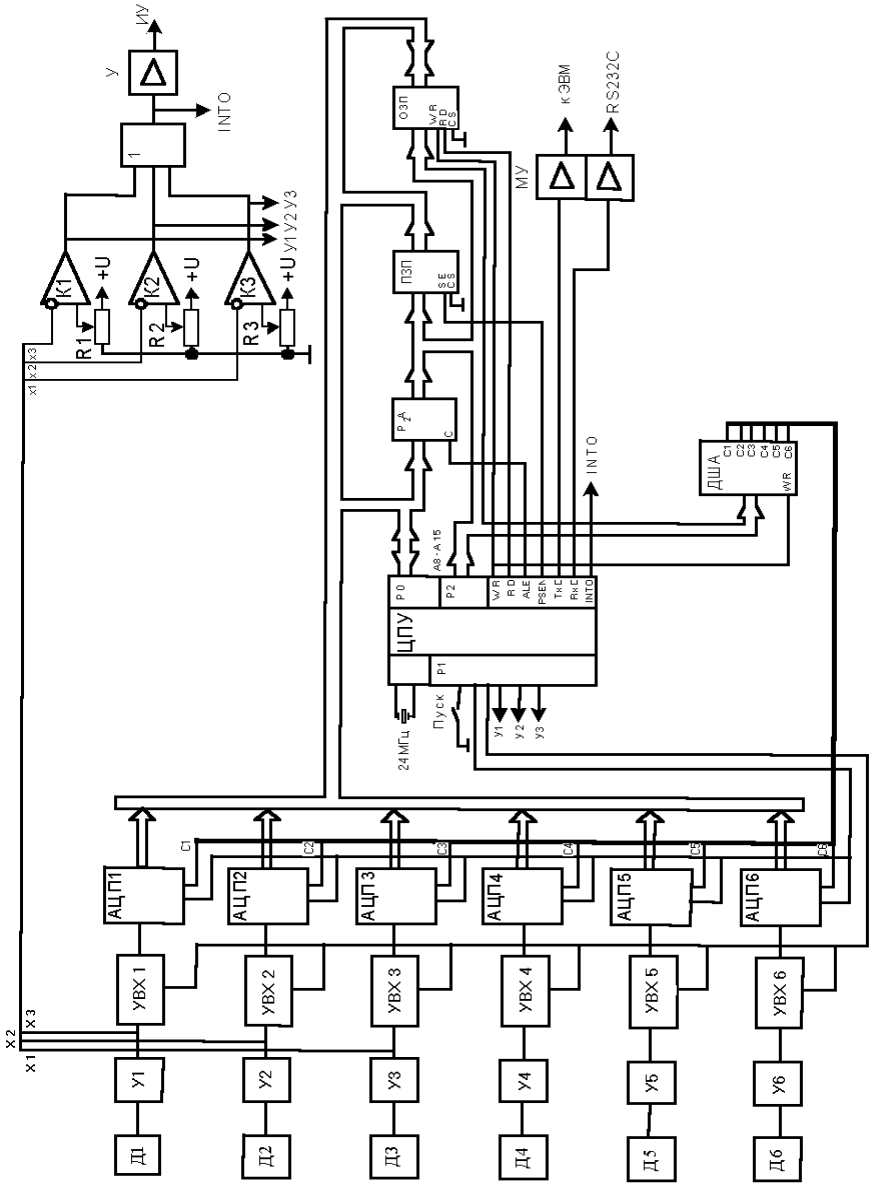

Рисунок 7.4 – Структурна схема АСУ ТПД з паралельними АЦП

Мікроконтролер вибирають виходячи з умови забезпечення тривалості циклу АЦП – перетворення вхідних сигналів і запису їх мікроконтролером в пристрій, що оперативно запам’ятовує (ОЗП),. Загальна кількість операцій утворює 5·6 + 5 = 35 команд. Для забезпечення необхідної швидкодії схеми вимірювання (відповідно до завдання 4 мкс) тривалість однієї команди розраховується як $t_к$ / 35 = 114 нс. Таку швидкодію може забезпечити МК

80*C*251*SB* сімейства *MCS*251.

Опис архітектури мікроконтролера

8*XC*251*SB* – перший МК в сімействі *MCS*251 компанії Intel. Нове сімейство 8-бітових мікроконтролерів підвищує функціональність і продуктивність поширених мікроконтролерів *MCS*51 при збереженні сумісності на рівні двійкових кодів. Завдяки сумісності по контактах з МК 8*XC*51*FX* МК 8*XC*251*SB* може служити засобом підвищення продуктивності існуючих апаратно-програмних систем. До типових областей застосування 8*XC*251*SB* можна віднести системи керування.

Всім МК сімейства *MCS*251 властиві такі загальні особливості:

- 24-бітова лінійна адресація до 16 Мбайт пам'яті;
- ЦПУ регістрової архітектури з регістрами, що адресуються як байти, слова і подвійні слова;
- сторінковий режим, що прискорює вибірку команд із зовнішньої пам'яті;
- конвеєр команд;
- розширена система команд, що включає 16-бітові арифметичні і логічні команди;
- 64-кбайтовий зовнішній стек;
- мінімальний час виконання команд (2 такти в порівнянні з 12 тактами у МК *MCS*51);
- двійкова сумісність з МК *MCS*51;

Перерахуємо деякі переваги, пов'язані з цими особливостями:

- збереження програм, написаних для МК *MCS*51;
- значно вища швидкість обробки, ніж у МК *MCS*51 при тій же тактовій частоті;
- підтримка програм і даних великого розміру;
- підвищена продуктивність програм на мові С.

Функціональна блок-схема МК 8*XC*251*SB*, яка наведена на рис. 7.5, має наступну структуру. Ядро процесора, загальне для всіх мікроконтролерів *MCS*251. Окремі контролери сімейства відрізняються набором периферійних блоків на кристалі, портами вводу-виводу, зовнішньою системною

шиною, розміром ОЗП на кристалі, а також типом і об'ємом внутрішньої пам'яті програм. До складу периферійних пристроїв 8*XC*251*SB* входять виділений сторожовий таймер, таймер-лічильник, матриця програмованих лічильників і порт послідовного введення-виведення. МК 8*XC*251*SB* має чотири 8-бітові порти введення-виведення, P0–P3. Кожну лінію порту введення-виведення можна окремо запрограмувати або як сигнал загального призначення, або як сигнал спеціальної функції, який підтримує або зовнішню шину, або вбудований периферійний пристрій. Порти P0 і P2 утворюють зовнішню шину, що має 16 ліній для мультиплексування 16-бітової адреси і 8-бітових даних. (МК 8*XC*251*SB* дозволяє також конфігурувати 17-й біт зовнішньої адреси). Порти P1 і P3 утворюють сигнали керування шиною і периферією.

МК 8*X*251*SB*, функціональна блок-схема якого наведена на рис. 7.5, має два режими зниженого споживання. У холостому режимі тактові сигнали ЦПУ зупиняються, але підтримується синхронізація периферії. У режимі мікроспоживання внутрішній тактовий генератор зупиняється, і весь кристал переходить в статичний стан. По дозволеному перериванню або апаратному скиданню кристал може вийти з холостого режиму або режиму низького споживання і повернутися в нормальний режим.

Мікроконтролери *MCS*251 мають розширену систему команд, доповнену новими операціями, режимами адресації і операндами.

Багато команд можуть працювати з 8-, 16- і 32-бітовими операндами, що забезпечують зручне і ефективне програмування на мовах високого рівня типу *C*. Включені такі нові можливості, як команда TRAP, новий режим адресації із зсувом і ряд команд умовного переходу. Аналіз опису системи команд і її порівняння з системою команд мікроконтролерів *MCS*51 показує, що 8*XC*251*SB* можна конфігурувати для роботи в двійковому або початковому режимах. У будь-якому режимі 8*XC*251*SB* може виконувати всі команди архітектури *MCS*51 і *MCS*251. Проте початковий режим найбільш ефективний для виконання команд архітектури *MCS*251, а двійковий – для команд архітектури *MCS*51. У двійковому режимі об'єктні коди *MCS*51 можна виконувати на мікроконтролері 8*XC*251*SB* без перекомпіляції.

Якщо система спочатку була спроектована для *MCS*51, то новий МК

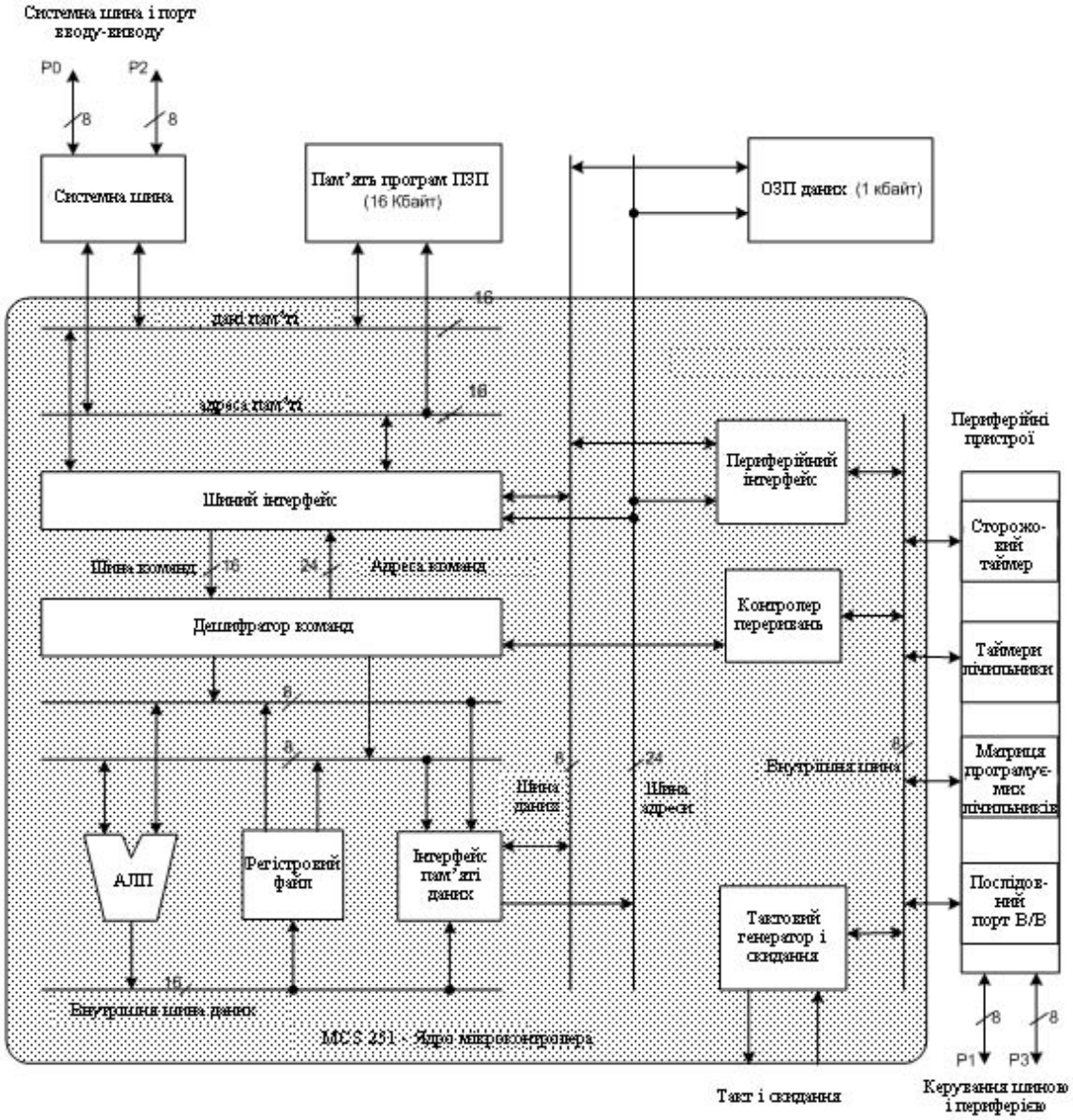

Рисунок 7.5 – Функціональна блок-схема МК 8XC251SB

8*XC*251*SB* виконуватиме код, написаний для *MCS*51, з більшою продуктивністю, якщо 8*XC*251*SB* працюватиме в двійковому режимі. Об'єктний код, написаний для *MCS*51, працює швидше на 8*XC*251*SB*. Проте, якщо велику частину коду переписати в новій системі команд, то продуктивність буде вища, якщо 8*XC*251*SB* працюватиме в початковому режимі. В цьому випадку 8*XC*251*SB* може працювати значно швидше, ніж мікроконтролер *MCS*51.

Мікроконтролери *MCS*251 для зберігання команд і даних використовують єдину, лінійну 16-Мбайтову область адресації пам'яті. 8*XC*251*SB*

може адресувати до 128 кбайт фізичної зовнішньої пам'яті. Регістри спеціальних функцій і регістровий файл мають окремі області адресації.

Вибір АЦП

У схемі, що зображена на рис. 7.4, застосовується 8-бітове перетворення. Кількість розрядів АЦП вибрана виходячи з наведеної похибки аналогових датчиків Д 1–Д6, що не перевищує 0,5 %. Похибка перетворень АЦП Δ визначається значенням молодшого розряду одержуваного коду і дорівнює $1/2^n$, де n – кількість розрядів. Вона не повинна перевищувати похибки вхідного аналогового сигналу. При n = 8, Δ = 1/256 = 0,004 = 0,4%, що цілком прийнятно для нашого випадку. Вибирати АЦП з великою розрядністю не має сенсу, оскільки молодші розряди не будуть достовірними. Крім того, швидкодіючі АЦП (у нашому випадку час перетворення менше 1 мкс) достатньо дорогі, і із збільшенням розрядності ціна їх різко зростає. У даній схемі потрібні шість АЦП для забезпечення одночасного зняття аналогового сигналу з подальшим послідовним зчитуванням результатів і записом їх в ОЗП. Даним вимогам задовольняє АЦП К1108ПВ1 (А, Б). Мікросхема 10-розрядного швидкодіючого функціонально закінченого АЦП послідовного наближення К1108ПВ1 (А, Б) призначена для перетворення аналогового сигналу в двійковий паралельний цифровий код .

До складу функціональної схеми перетворювача входять: джерело опорної напруги (ДОН), генератор тактових імпульсів (ГТІ), вихідний регістр з трьома логічними станами і функцією зберігання інформації протягом одного циклу перетворення, вихідний регістр (ВРГ) регістр послідовного перетворення (РПП), цифро-аналоговий перетворювач (ЦАП), багатовхідний компаратор напруг (КН) з вхідним віднімаючим пристроєм, дешифратор рівнів струму і ін.

Мікросхема розрахована на перетворення однополярної вхідної напруги в діапазоні від 0 до 3 В, що подається на вхід через зовнішній операційний підсилювач (ОП) або пристрій вибірки і зберігання (ПВЗ) при максимальній частоті перетворення 1,1 Мгц для 10-розрядного режиму і 1,33 Мгц для 8-розрядного режиму.

Для роботи АЦП К1108ПВ1 потрібно декілька зовнішніх керамічних конденсаторів і джерело напруги U_{cc1} = 5 Ве5% і U_{cc2} = 5,2 Ве5%. Номіналь-

не значення напруги внутрішнього ДОН складає 2,5 В. Потужність, споживана від джерела живлення, не перевищує 0,85 Вт.

Опис роботи схеми АСУ ТПД, наведеної на рис. 7.4

Сигнали, що надходять з аналогових датчиків Д 1–Д6, нормуються підсилювачами У1–У6, виконаними на базі прецизійних операційних підсилювачів КР140УД26Б. Після цього вони надходять на пристрої вибірки і зберігання УВХ1-УВХ6, виконані на базі мікросхем КР1100СК2. За командою МК УВХ1-УВХ6 одночасно запам’ятовують аналогові сигнали від відповідних підсилювачів У1–У6 на якийсь час, необхідний для роботи ВІС АЦП. Наступна команда МК запускає аналого-цифрові перетворювачі АЦП1-АЦП6, відбувається паралельне в часі перетворення вхідних аналогових сигналів в 8-розрядний двійковий код. Потім знімаються сигнали керування УВХ1-УВХ6 і АЦП1-АЦП6. Перетворена інформація зберігається у вихідних регістрах АЦП1-АЦП6. У циклах адресного читання МК послідовно прочитує перетворену інформацію з АЦП1-АЦП6. Перетворений сигнал записується в ОЗП статичного типу, виконаного на базі мікросхеми IDT7164S20T місткістю 8к х 8 біт фірми NSC, час доступу 20 нс. Сигнали дозволу роботи УВХ і АЦП видаються мікроконтролером. АЦП стробується імпульсами, виданими дешифратором адреси (ДША). Як ДША застосовується демультиплексор 3х8 із сторобуванням, мікросхема КР1533ИД7 або КР1554ИД7. Тактова частота МК в 24 Мгц забезпечується вбудованим в МК генератором при підключенні до контролера зовнішнього кварцового резонатора. Програма роботи пристрою розміщена в програмованому постійному запам’ятовуючому пристрої (ППЗП) з ультрафіолетовим стиранням типу D27C64A1 фірми Intel місткістю 8к х 8 біт, час вибірки 20 нс. ВІС ППЗП встановлюється на сокеті, що дозволяє змінювати роботу пристрою, пристосувавши його до різних типів випробовуваних запобіжників, тим самим, забезпечувати гнучкість побудови системи автоматичного керування.

Після закінчення одного циклу випробувань МК проводить налагодження зв’язку з IBM PC, після чого відбувається передача масиву даних результатів випробувань, що містяться в ОЗП, для подальшої обробки і аналізу. Передача проводиться в "старт-стопному" режимі для RS232C з контролем на парність або непарність кожної посилки і перевірки за допомогою

контрольної суми масиву.

При виникненні аварійної ситуації на входах 1–3 аварійний сигнал, посилений компараторами К1–К3, подається на елемент АБО, який в свою чергу видає імпульс на відключення всієї установки. Як компаратори К1–К3 вибираємо широко використовувані інтегральні схеми КР554СА3 з відкритим колектором, що полегшує узгодження з логічними рівнями мікроконтролера і цифрових інтегральних схем. Установка схеми захисту виставляється резисторами R1–R3. При аварії МК переходить в режим переривання, виконання основної програми припиняється і МК видає повідомлення про аварійну ситуацію в ПЕОМ.

Основний алгоритм роботи схеми АСУ ТПД [30]

На початку алгоритму проводиться установка початкового стану всіх керуючих сигналів: керування УВХ, керування АЦП, програмуються всі параметри для налагодження послідовного порту введення-виведення RS232C. Потім проводиться очікування команди "пуск" (2) від зовнішньої схеми. У головному циклі алгоритму (3–14) проводиться включення УВХ1–УВХ6 (3), включення АЦП1–АЦП6 (4), встановлюється лічильник параметрів i = 1. Виключення УВХ1–УВХ6 відбувається через час затримки 0,8 мкс, необхідний для перетворення аналогового сигналу в цифровий код, після чого знімається сигнал дозволу роботи АЦП (7). Внутрішній цикл зняття інформації і запису в ОЗП виконується 6 разів (8-12), інкрементується номер вибраного АЦП і адреса ОЗП. Блок 13 резервує дві адреси ОЗП для збільшення (у разі потреби) кількості датчиків до восьми, блок 14 аналізує стан, коли проведено 1000 опитувань і вихід "I" означає закінчення процесу опитування всіх параметрів. Підраховується контрольна сума всього масиву (15) по модулю 256 і записується у відповідну комірку ОЗП. Потім відбувається налагодження зв’язку з IBM PC (17–18) передача масиву з контролем норми передачі (19–20). Якщо інформація передана достовірно, то відбувається вихід з алгоритму, у разі недостовірності переданої інформації відбувається повторна передача масиву (21) [30].

Алгоритм переривання

Переривання при аварії відбувається через вхід INT0. У блоці 1 підпрограма мікроконтролера прочитує сигнали, які вказують на причину ава-

рії. Ознака причини аварії передається через послідовний порт введення-виведення RS232C у ЕОМ аналогічно блокам 17–21 основного алгоритму.

Робота схеми АСУ ТПД з паралельними АЦП здійснюється за викладеними вище алгоритмами, що дозволяють набагато скоротити терміни проведення досліджень комутаційних електричних апаратів захисту, підвищити достовірність результатів досліджень і їх економічну ефективність. Розроблені АСУ ТПД і алгоритми можуть використовуватися при проведенні випробувань або досліджень і інших електричних апаратів і пристроїв електропобутової техніки. Схему АСУ ТПД з паралельними АЦП рекомендується застосовувати тоді, коли схема АСУ ТПД з одним АЦП не забезпечує належної швидкодії.

Приклад розрахунку швидкодії АСУ ТПД з одним АЦП.

Завдання. Необхідно за допомогою АСУ ТПД зняти показання з кожного із 4 датчиків з частотою 22 точки за період при частоті f = 50 Гц.

Розв'язання: 1. Розраховуємо число звернень до датчиків $K = 4 \times 22 = 88$.

2. Визначаємо період при частоті 50 Гц $T = 1 / f = 1 / 50 = 0{,}02$ с.

3. Визначаємо час, необхідний для опитування одного датчика і розміщення даних в ОЗП, $t_{д.}$ $t_д = 0{,}02 / 88 = 227{,}3$ мкс.

4. За розробленою програмою визначаємо час, необхідний для виконання одного звернення $t_{пр}$. Наприклад, з програми для МК МС2702, яка наведена нижче, визначимо $t_{пр} = 41{,}5$ мкс.

5. Визначаємо час переключення аналогового комутатора А612–20 $t_к = 1$ мкс та час перетворення АЦП А611–21/2 $t_{АЦП} = 15$ мкс.

6. Швидкодія АСУ ТПД в цілому t_c визначиться як $t_c = t_{пр} + t_к + t_{АЦП} = 41{,}5 + 1 + 15 = 57{,}5$ мкс.

Через те що t_c значно менше $t_д$ = 227,3 мкс, то по швидкодії система задовольняє вимогам.

Якщо для АСУ ТПД обрати мікроконтролер МС2702, то програма на мові Асемблер КР580 може мати наступний вигляд:

Мітка	Час	Команда	Алгоритм і коментарій команди
		MVI A, 8A	(A) ← (8A) Програмування інтерфейсу
		OUT (адр. РУС)	(РУС) ← (A)

		MVI A, 00	Обнуління молодшого розряду каналу С
		OUT (адр. кн.С)	(адр. кн.С) ← (А)
А1:		IN (адр. кн.С)	Очікування сигналу готовності від оператора
		MVI B, 01	(В) ← 01
		ANA B, 01	Операція "І" над складовим регістру В і акум.
		JZ A1	Умовний перехід на мітку А1
		MVI A, 01	(А) ← 01 Увімкнення апаратів
		OUT (адр. кн.С)	(адр. кн.С) ← (А)
		LXI H(поч. адр. 2 б.)	Безпосереднє завантаження початкових адрес
		MVI B, 22	Кількість циклів опитування в регістр В
А4:	3,5	MVI C, 4	Кількість датчиків в регістр С
А2:	3,5	MVI D, 00	(D)← 00 Обнуління регістра D
А3:	2,5	INR D	Організація лічильника адрес датчиків
	2,0	MOV A, D	Отриману адресу пересилаємо до акумулятора
	3,5	CPI 5, A2	Безпосереднє порівняння
	5,0	OUT (адр. кн.А)	Видача номеру датчика в канал А
	5,0	IN (адр. кн.В)	Введення даних з порту В
	3,5	MOV M, A	Поміщаємо дані в комірку ОЗП за адресою в М
	2,5	INX, H	Збільшуємо адресу комірки ОЗП
	2,5	DCR C	(С) ← (С) – 1
	5,0	JNZ A3	Перевіряємо умову, чи всі датчики опитані
	2,5	DCR B	(В) ← (В) – 1
	5,0	JNZ A4	Перевіряємо, чи вся кількість циклів виконана
		MVI A, 00	Видача сигналу на відключення апаратів
		OUT (адр. кн.С)	(адр. кн.С) ← (А)
		HLT	Кінець

Частота опитування датчиків F_s визначається за теоремою Котельникова в залежності від заданої точності і характеру вимірюваного сигналу:

$$F_s = \nu \cdot F_m,$$

де $\nu = (10 \div 50)$, F_m – максимальна частота у спектрі сигналу.

Контрольні запитання:

1. Особливості застосування мікроконтролерів при автоматизації досліджень електричних апаратів. Приведіть структурну схему АСУ ТПД.

2. Як проводиться вибір МК і інших елементів структурної схеми АСУ ТПД і розрахунок її швидкодії? Приведіть алгоритм роботи схеми.

3. В яких випадках застосовується структурна схема АСУ ТПД з паралельними АЦП? Приведіть її структурну схему і алгоритм роботи.

8. ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Результати проведення наукових досліджень можуть бути наведені у вигляді різноманітних форм наукової продукції.

8.1. Форми наукової продукції

Найважливішими формами наукової продукції є науково-технічний звіт, реферат, стаття, монографія, винахід, дисертація, доповідь або тези доповіді і т.ін.

Монографія – наукове видання, як правило, у вигляді книги, що містить всебічне дослідження однієї проблеми, теми й приналежне одному або декільком авторам, що дотримуються однієї точки зору. Вона призначена для фахівців, але може бути використана в навчальному процесі.

Підручник – навчальне видання у вигляді книги, що повністю відповідає навчальній програмі курсу та вимогам Міністерства освіти і науки України й затверджене ним як такий вид видання і містить систематизовану, детальну теоретичну і практичну розробку всіх розділів курсу.

Навчальний посібник – частково доповнює або повністю замінює підручник, містить систематизоване викладення дисципліни, її розділу або частини, що відповідає навчальній програмі. Йому, як і підручнику, також надається номер ISBN і знак охорони авторських прав (копірайт). Він може бути виданий з грифом Міністерства освіти і науки України і без грифа, але обов’язково повинен затверджуватись редакційно-видавничою радою.

Винахід як результат досліджень. У процесі виконання науково-дослідної роботи й технічної творчості людина може зробити відкриття, винахід, раціоналізаторську пропозицію. Нову ідею варто розглядати як винахід. Наукове обґрунтування фахівцем своєї пропозиції якраз і є винахідництво – вищий прояв наукової діяльності.

У положенні про винахід регламентовані *об’єкти винаходу: пристрій, спосіб і винахід на застосування.* Пристрій, як об’єкт винаходу, характеризується конструктивними засобами, певними формами елементів (деталей, вузлів), їхнім взаємним розташуванням, засобами зв’язку й взаємодії, співвідношенням розмірів і т. ін. Спосіб, як об’єкт винаходу, характеризується

технологічними засобами: різного роду процесами (обробки, спостереження, контролю), зміст яких – прийоми (операції), їхня послідовність, комбінації, режими (температурні, швидкісні). Винахід на застосування характеризується новим відношенням відомого предмета до інших предметів, що дозволяє застосувати його по-новому, не традиційному для даного предмета призначенню, і таке використання не очевидне для фахівців [3].

Виявити винахід – значить виділити елементи, що мають істотні відмінності, новизну, позитивний ефект і прогресивність. Винахід звичайно «ховається» у розробці, його потрібно вміти знайти. У будь-якій роботі можуть бути раціональні розв'язання, що мають узагальнююче значення. Виявити винахід – значить знайти те загальне, корисне й нове для даної групи об'єктів, що втримується в роботі; показати його місце серед інших винаходів, що поступаються перед ним яких-небудь показниках; довести істотні відмінності, переваги й позитивний ефект розв'язання [48]. Слід особливо зазначити важливість одержання за результатами науково-дослідної роботи патенту, що являє собою мірило рівня розвитку науки й техніки країни.

Дисертація як результат наукових досліджень. Дисертацією називається спеціальна форма наукового дослідження, що захищається привселюдно на засіданні вченої ради для отримання наукового ступеня кандидата або доктора наук [3, 50]. Згідно з положенням, дисертація – це рукописна або опублікована робота, монографія, одноосібно написана на обрану тему [50]. Вона являє собою кваліфікаційну роботу, що містить сукупність результатів, наукових положень, висунутих здобувачем для публічного захисту, і свідчить про його особистий внесок у науку і про його якості як ученого. Дисертація повинна відповідати завданням сучасного розвитку науки й практики [3, 50].

Тема дисертаційної роботи, як правило, повинна бути пов'язана із планом основних наукових праць науково-дослідної установи (науково-виробничого об'єднання, вузу). Тема дисертаційної роботи завчасно затверджується радою науково-дослідної установи персонально для кожного здобувача. Рада враховує наукову зрілість здобувача, характеристику його виробничої й суспільної діяльності, що подається кафедрою (відділом, лабораторією й т. ін.) [3, 50].

У дисертацію включаються наукові положення, сформульовані автором, їхнє теоретичне обґрунтування й експериментальне підтвердження. Постановка завдання повинна бути конкретною, відповідати сучасному стану питання й обґрунтовуватися іншими науковими працями. Запропоновані нові розв'язання строго аргументуються й критично оцінюються за всіма аспектами, у тому числі й за ефективністю [3, 50].

У дисертації (або додатках до неї) наводяться відомості, що підтверджують впровадження, практичне використання в народному господарстві отриманих наукових результатів, або міркування про їхню конкретну реалізацію.

У дисертаціях з технічних наук рекомендується основну увагу приділяти дослідженням і розробкам прогресивних технологічних процесів, високопродуктивних машин, апаратів, приладів, автоматизованих систем керування об'єктами або процесами, нових матеріалів, а також важливих теоретичних проблем техніки, методів і засобів автоматизації й механізації, загальних питань організації виробництва, нових комп'ютерних і інформаційних технологій [50].

8.2. Вимоги до оформлення документів

8.2.1. Документи виконують на аркушах паперу для письма формату А4 297х210 мм за ДСТУ 3008-95 [51]. При необхідності (виконання таблиць, ілюстрацій і додатків) допускається використовувати формат А3 297х420 мм.

На аркушах повинні бути залишені або обкреслені поля: ліве, нижнє й верхнє – не менше 20 мм, праве – не менше 10 мм.

8.2.2. Аркуші документа нумерують арабськими цифрами, проставляючи їх у правому верхньому куті аркуша без яких-небудь знаків. Нумерація аркушів повинна бути наскрізною для всього документа. На титульному аркуші номер не ставлять, але його включають у загальну нумерацію аркушів.

8.2.3. Текст документа виконують на одній стороні аркуша одним зі способів [3]:

а) рукописним – чітким, розбірливим почерком або креслярським

шрифтом за ДСТ 2.304 з висотою букв і цифр не менше 2,5 мм. Щільність запису повинна бути однаковою;

б) машинним (за допомогою комп'ютерної техніки) – кегль 12 – 14 через півтора інтервалу; шрифт, що рекомендується, – Times New Roman Cyr;

в) машинописним – через півтора інтервалу. Шрифт друкарської машинки повинен бути чітким, висотою не менше 2,5 мм, стрічка – чорних кольорів (напівжирна).

Допускається окремі структурні елементи документа виконувати способом, що відрізняється від основного, а також включати сторінки, виконані методом репрографії.

8.2.4. Помилки, описки й графічні неточності, виявлені в процесі виконання документа, допускається виправляти підчищенням або зафарбовуванням білою фарбою й нанесенням там же виправленого тексту [3].

8.3. Рекомендації щодо оформлення матеріалів

Основні вимоги до технічного звіту з науково-дослідної роботи: чіткість побудови; логічна послідовність викладу; переконливість аргументації; стислість і точність формулювань, що виключає суб'єктивне й неоднозначне тлумачення; конкретність результатів; доказовість висновків; обґрунтованість рекомендацій [3, 51].

Звіт повинен включати такі структурні елементи [3, 51]:

1) титульний аркуш; 2) реферат; 3) зміст; 4) вступ;

5) основну частину (огляд літератури, обґрунтування обраного напрямку, методику, зміст і результати виконаної роботи); 6) висновок (висновки й пропозиції); 7) список джерел інформації; 8) додатки.

Вимоги до технічного звіту

Зміст поміщають на початку й включають у загальну нумерацію сторінок звіту. Заголовки змісту повинні точно відповідати заголовкам тексту. Проти кожного заголовка повинен бути проставлений номер сторінки.

У *введенні* необхідно коротко охарактеризувати сучасний стан проблеми, чітко сформулювати мету дослідження, розкрити, у чому полягає його новизна й актуальність.

В *огляді літератури* наводиться бібліографія й аналізуються роботи з розглянутого питання. Особливо ретельно розглядаються суперечливі відомості. Звертається увага на нові ідеї й проблеми, можливі підходи до розв'язання поставленого завдання, на результати попередніх досліджень, дані економічного характеру, відомості про джерела інформації й т.ін. Варто показати переваги *обраного напрямку* як з наукової, так і з економічної точки зору.

У розділі за *методикою, змістом й результатами* виконаної роботи викладаються хід дослідження, а також всі проміжні й кінцеві результати (у тому числі й негативні). Нова методика дослідження розглядається докладно, стара – не обов'язково докладно. При описі експериментів указується їхня мета, програма, методика й апаратура; розкривається сутність цих експериментів; оцінюється їхня вірогідність; отримані дані зіставляються з теоретичними; формулюється результат і його можливе застосування.

Висновок (висновки й пропозиції) повинен містити оцінку результатів й їхню відповідність до вимог завдання, шляхи й методи подальшої роботи (або обґрунтування її недоцільності). У висновку звіту з прикладних досліджень оцінюється техніко-економічна ефективність розробки й робиться висновок про доцільність дослідно-конструкторського або експериментального проектування. У висновку з науково-дослідної роботи вказується техніко-економічна ефективність або практичне, наукове, соціальне значення.

Науково-дослідна робота може завершуватися таким: розробкою наукових основ (методів) дослідження, проектів нових технологічних процесів; одержанням нових продуктів і препаратів, даних про нові об'єкти або процеси, їх якісні і кількісні характеристики; складанням інструкцій, розробкою матеріалів, рекомендацій, методик (розрахунків, вимірів, випробувань); розробкою норм, алгоритмів, програм, технічних задач, проектної й конструкторської документації на дослідні установки або прилади; виготовленням лабораторних і дослідних зразків; впровадженням у виробництво знову створених технологічних процесів, режимів; технічною допомогою виробництву. Наприкінці висновку варто вказати, чим завершена робота (негативні результати також указуються) [3].

У *додатки* варто включити допоміжні матеріали, щоб вони не заха-

ращували текст основної частини звіту (проміжні математичні викладення й розрахунки; таблиці додаткових цифрових даних; протоколи й акти випробувань; опису приладів, застосованих при проведенні експериментів).

У *списку джерел інформації* наводяться всі дані, необхідні для відшукання джерела.

Важлива й літературна обробка наукових матеріалів. Рукопис повинен бути коротким, зрозумілим й виразним. Протягом всього рукопису необхідно строго дотримувати однаковості термінів, позначень, символів й умовних скорочень. Не допускаються однакові терміни (позначення) для позначення різних понять (величин). Рекомендується уникати недоречні в спеціальній літературі оберти із займенниками *я, ми:* я вважаю, мною встановлено й т.ін. Не слід змішувати в одній фразі два або три часи дієслова [3].

Цитати з робіт інших авторів або з офіційних документів варто відтворювати точно, зі збереженням всіх особливостей оригіналу. Всі цитати супроводжують посиланнями із вказівкою прізвища й ініціалів автора, повної назви книги, міста, видавництва, року й сторінки; для статей указуються назва статті і назва періодичного видання [3, 51].

Математичні знаки варто застосовувати лише у формулах, а в тексті треба писати словами. Формули нумеруються арабськими цифрами, нумерація – наскрізна; номери пишуться в круглих дужках праворуч. Розділові знаки біля формул розставляються в повній відповідності до правил пунктуації, тому що формули не повинні порушувати синтаксичної правильності фрази [3, 51].

Таблиці нумерують арабськими цифрами (знак № не ставиться). Графіки повинні бути, як правило, з координатною сіткою, що відповідає масштабності шкал по осях абсцис й ординат. Підписи на осях – гранично короткі, із вказівкою розмірності [3, 51].

Одна з початкових форм звіту з наукової праці – реферат, за допомогою якого молодий дослідник (студент, аспірант, молодший науковий співробітник) учиться самостійно систематизувати, класифікувати й узагальнювати наукові факти, висловлювати критичні зауваження до наукових публікацій. У рефераті дотримуються звичайно такого плану: вступ, де характеризується теоретичне й практичне значення теми; основна частина, де ви-

кладається сутність наведених даних і критичних зауважень до них; висновок, де дається оцінка проаналізованої інформації [3].

Науковий звіт рецензується й обговорюється в колективі; науковець повинен уважно ставиться до критики своїх досліджень, що сприяє підвищенню їхньої якості. Під час обговорення доповідей (повідомлень) варто призначати рецензентів, які заздалегідь підготовляють кваліфікований відгук, що містить обґрунтування необхідності (актуальності) теми, дають оцінку наукового змісту, мови й стилю, послідовності викладу, ілюстративного матеріалу, обсягу й повноти викладу (рекомендації щодо скорочення або доповнення); загальні висновки, підсумкову оцінку дослідження. Критика рецензента повинна бути науково обґрунтованою, принциповою, але разом з тим і доброзичливою [3].

Доповідь містить короткий виклад основних наукових положень, сформульованих автором, висновки й пропозиції. Для неї відводять обмежений час (10-20 хв). Доповідь не слід читати; потрібно доповідати виразно, чітко, неквапливо й літературно грамотно. Відповіді на за питання повинні даватися по суті. Бажано скласти по доповіді короткі тези (на 1-2 сторінках) з викладом мети й основних ідей. Щоб опанувати навички доповідача, необхідно систематично працювати над складанням доповідей, виступати з ними на семінарах, конференціях, а також брати активну участь у дискусіях.

Структурні елементи документа виконують відповідно до Державних стандартів України ДСТУ 3008-95 «Документація. Звіти в сфері науки й техніки. Структура й правила оформлення». Поряд із цим створюється електронний варіант науково-технічного звіту або іншого наукового документа (статті, реферату й ін.). Оформлення електронних варіантів наукових документів виконується відповідно до вимог тих організацій, куди вони направляються. Оформлення дисертацій й авторефератів дисертацій виконується відповідно до вимог Вищої Атестаційної Комісії (ВАК) України, які викладені в бюлетені ВАК України № 2, 2000 року, С. 28 – 40 [50] і в Державному стандарті України ДСТУ 3008-95 [51].

Дисертація повинна містити: титульний аркуш, зміст, перелік умовних позначень (при необхідності), вступ, основну частину, висновки, спи-

сок використаних джерел інформації, додатки (при необхідності) [50].

Назва дисертації повинна бути по можливості короткою, відповідати обраній спеціальності й суті вирішеної проблеми (завданню), вказувати на мету дисертаційного дослідження і його завершеність. Іноді для більшої конкретизації до назви слід додати невеликий (4-6 слів) підзаголовок [50].

У назві не бажано використовувати ускладнену термінологію псевдонаукового характеру. Треба уникати назв, що починаються зі слів "Дослідження питання...", "Дослідження деяких шляхів...", "Деякі питання...", "Матеріали до вивчення...", "До питання..." і т. ін., в яких не відбито в достатній мірі суть проблеми. [50]. *Основна частина дисертації* складається з розділів, підрозділів, пунктів, підпунктів. Кожний розділ починають з нової сторінки. Основному тексту кожного розділу може передувати передмова з коротким описом вибраного напрямку та обґрунтуванням застосованих методів досліджень. В кінці кожного розділу формулюють висновки із стислим викладенням наведених у розділі наукових і практичних результатів, що дає змогу вивільнити загальні висновки від другорядних подробиць.

В розділах основної частини подають:

- огляд літератури за темою і вибір напрямків досліджень;
- виклад загальної методики і основних методів досліджень;
- експериментальну частину і методику досліджень;
- відомості про проведені теоретичні та експериментальні дослідження;
- аналіз і узагальнення результатів досліджень.

В огляді літератури здобувач повинен окреслити основні етапи розвитку наукової думки за своєю проблемою і назвати ті питання, що залишились невирішеними, а також в короткому резюме визначити необхідність проведення досліджень у даній галузі.

В другому розділі, як правило, обґрунтовують вибір напрямку досліджень, наводять методи вирішення задач і їх порівняльні оцінки, розробляють загальну методику проведення дисертаційних досліджень. В теоретичних роботах розкривають методи розрахунків, гіпотези, оцінки похибок вимірювань, принципи дії і характеристики розробленої апаратури.

В наступних розділах з вичерпною повнотою викладають результати

власних досліджень автора з висвітленням того нового, що він вносить у розробку проблеми. Здобувач повинен давати оцінку повноти вирішення поставлених задач, оцінку достовірності одержаних результатів (характеристик, параметрів), їх порівняння з аналогічними результатами існуючих праць, обґрунтування потреби додаткових досліджень, негативні результати, які обумовлюють необхідність припинення подальших досліджень.

При написанні дисертації здобувач повинен обов'язково посилатися на авторів і джерела, з яких він запозичив матеріали або окремі результати. Використовуючи в дисертації ідеї або розробки, що належать також і співавторам, разом з якими були написані наукові праці, здобувач повинен відзначити цей факт у дисертації. В дисертації необхідно стисло, логічно і аргументовано викладати зміст і результати досліджень, уникати загальних слів, бездоказових тверджень. Вимоги до викладення і оформлення складових частин дисертації (вступу, основної частини, висновків, списку використаних джерел інформації) в повній мірі викладені в роботах [50, 51].

Автореферат має досить ґрунтовно розкривати зміст дисертації, в ньому не повинно бути надмірних подробиць, а також інформації, якої нема в дисертації [50]. Структурно автореферат складається із загальної характеристики роботи, основного змісту, висновків, списку опублікованих автором праць за темою дисертації і анотацій українською, російською та англійською мовами, його оформлення повинно відповідати роботам [50, 51].

Контрольні запитання:

1. Назвіть найважливіші форми наукової продукції і їх особливості.
2. Що може бути винаходом як результатом досліджень?
3. Що являє собою монографія як результат наукових досліджень?
4. Дисертація як результат наукових досліджень і вимоги до неї?
5. Основні вимоги до технічного звіту з науково-дослідної роботи.
6. Що приводиться у вступі та огляді і аналізі літератури?
7. Що включає в себе основна частина звіту і як вона оформляється?
8. Що включають в себе наукові статті, реферати, доповіді?
9. Правила оформлення різних видів наукової продукції.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бройль Л. По тропам науки. – М.: Наука, 1962.
2. Воронов В. Г., Егоров А. Е. Основы научных исследований по специальностям «Автоматика и телемеханика», «Информационно-измерительная техника», «Электронные вычислительные машины». – Харьков: ХПИ, 1977.
3. Кринецкий И. И. Основы научных исследований. Учеб. пособие для вузов.– Киев – Одесса: Вища шк., 1981.
4. Доблаев Л. П. Психологические основы работы над книгой. – М.: Книга, 1970.
5. Добров Г. М., Коренной А.А. Наука: управление и информация. – М.: Советское радио, 1977.
6. Жариков Е. Интеллект, познание, техника. – М.: Знание, 1970.
7. Кожевников Ю. В., Бихчантаев М. Х., Шершуков В. Д., Адгамов Р. И. Оптимизация автоматизированных стендовых испытаний ГТД. – М.: Машиностроение, 1974.
8. Косолапов В. В., Щербань А. Н. Оптимизация научно–исследовательской деятельности. – К.: Наук. думка, 1971.
9. Петинов О.В., Щербаков Е.Ф. Испытания электрических аппаратов. – М.: Высш. Школа, 1985.– 215с.
10. Фёдоров В. В. Теория оптимального эксперимента.– М.: Наука, 1971.– 312 с.
11. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1976.
12. Рачков П. А. Науковедение. – М.: МГУ, 1974.
13. Сиденко В. М., Грушко И. М. Основы научных исследований. – Х.: Вища школа, Изд-во ХГУ, 1977.
14. Дьяконов В.П. Математическая система Maple V R3/R4/R5. – М.: Солон, 1998.
15. Шрахтенберг И. М., Рашман С. М. Гигиена умственного труда студентов. – Киев: Здоровье, 1973.
16. Организация работы научно-технической библиотеки /Афонина К. А., Благославская Е. Л., Бурова Т. В. – М.: Изд-во ГПНТБ, 1979.

17. Орнатский П. П. Изучение общенаучных методов познания в курсе “Основы научных исследований”. Методические указания. – К.: КПУ, 1977.

18. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976.

19. Винарский М. С., Лурье М. В. Планирование эксперимента в технологических исследованиях. – К.: Техника, 1975.

20. Зедгинидзе И. Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем. – М.: Наука, 1976.

21. Яковенко В.А., Осташевский Н.А., Юхимчук В.Д., Клименко Б.В. Определение перегрева обмоток двигателя постоянного тока методом ортогонального планирования. Сб. «Электромашиностроение и электрооборудование». – Выпуск 32. – К.: Техніка, 1981.

22. Клименко Б. В. Планирование и обработка эксперимента при изучении электрофизических процессов. Учебное пособие. – Харьков: ХПИ, 1983.

23. Клименко Б. В., Зиновьев В. В. Методические указания к курсовому проекту по НИРС для студентов специальности 0605 “Электрические аппараты”.– Харьков: ХПИ, 1987.– 26 с.

24. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Энергия, 1975. – 184 с.

25. Грачев Ю. П. Математические методы планирования экспериментов. – М.: Пищевая промышленность, 1979. – 200 с.

26. Калиткин Н. Н. Численные методы – М.: Наука, 1978. – 512 с.

27. Грищук Ю.С. Исследование процесса коммутации и разработка методики расчета быстродействующих предохранителей. – Дисс. канд. техн. наук. – Харьков: 1980. – 238 с.

28. Грищук Ю. С. Применение многофакторного дробного эксперимента при исследовании быстродействующих предохранителей // Вестник ХПИ. – Харьков: ХПИ, 1987.

29. Грищук Ю. С., Ржевский А. Н., Грищук С. Ю. Автоматизированная система управления для коммутационных исследований и испытаний электрических аппаратов // Вісник НТУ “ХПІ”. Вип. 17. – Х.: НТУ “ХПІ”, 2001.– С. 48–50.

30. Грищук Ю. С., Кузнецов А. И., Грищук С. Ю., Ржевский А. Н. Применение микроконтроллеров в схемах автоматизированного управления испытаниями электрических аппаратов // Вісник НТУ “ХПІ. Вип. 35. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2005. – С. 63–68.

31. Грищук Ю. С., Кузнецов А. И., Грищук С. Ю., Ржевский А. Н. Автоматизация исследований электрических аппаратов на базе микроконтроллеров // Вестник НТУ “ХПИ”. Вып. 48. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2005. – С. 28–33.

32. Горский В. Г., Адлер Ю. П. О методологии регрессионного и дисперсионного анализа при планировании эксперимента с неравномерным дублированием опытов. – Заводская лаборатория, 1971. – № 3. – с. 319–325.

33. Налимов В. В. Теория эксперимента. – М.: Наука, 1971.– 207 с.

34. Налимов В. В., Чернова Н. А., Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. – М.: Наука, 1965. – 340 с.

35. Пустыльник Е. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. – М.: Наука, 1968. – 288 с.

36. Кнотек М., Войта Р., Шефц Й. Анализ металлургических процессов методами математической статистики. – М.: Металлургия, 1968. – 212 с.

37. Румшинский Л. З. Статистическая обработка результатов эксперимента. – М.: Наука, 1968. – 288 с.

38. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

39. Грищук Ю. С., Кузнецов А. И., Грищук С. Ю., Ржевский А. Н. Многофакторные исследования предохранителей повышенного быстродействия // Вестник НТУ “ХПИ”. Вып. 9. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2003. – С. 73–76.

40. Грищук Ю. С., Кузнецов А. И., Грищук С. Ю., Ржевский А. Н. Применение математической теории эксперимента к задаче анализа и синтеза быстродействующих предохранителей // Вестник НТУ “ХПИ”. Сб. науч. трудов. Вып. 42. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2004.– С. 37–42.

41. Грищук Ю. С. Методичні вказівки до вивчення курсу “Основи математичної статистики та планування експерименту” для студентів спеціальності “Електричні машини та апарати”.– Харків: НТУ “ХПІ”, 2001.– 29 с.

42. Грищук Ю. С. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з

курсу “Основи математичної статистики та планування експерименту”, частина 1, для студентів спеціальності 092206 “Електричні машини та апарати”.– Харків: НТУ “ХПІ”, 2001.– 26 с.

43. Грищук Ю. С. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з курсу “Основи математичної статистики та планування експерименту”, частина 2, для студентів спеціальності 092206 “Електричні машини та апарати”.– Харків: НТУ “ХПІ”, 2001.– 28 с.

44. Грищук Ю.С., Грищук С.Ю. Расчет предохранителей повышенного быстродействия с алюминиевыми плавкими элементами // Вестник ХПИ. Вып. 84. – Харьков: ХГПУ, 2000. – С. 62–64.

45. Грищук Ю.С., Ржевский А.Н., Грищук Ю.С. Многофакторные исследования предохранителей с плавкими алюминиевыми элементами повышенного быстродействия // Вісник НТУ "ХПІ". Вип. 16. – Харків: НТУ "ХПІ", 2001. – С. 62–64.

46. Грищук Ю.С., Кузнєцов А.И., Грищук С.Ю., Ржевский А.Н. Коммутационные исследования предохранителей повышенного быстродействия // Вестник НТУ "ХПИ". Вып. 11. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2003. – С. 71–75.

47. Баранов М.И., Грищук Ю.С., Ржевский А.Н., Грищук С.Ю. Математические модели интегральных характеристик предохранителей повышенного быстродействия // Вісник НТУ "ХПІ". Сб. наук. праць. MicroCad. – Харків: НТУ "ХПІ", 2002.

48. Инженеру об изобретении / Под ред. Е.Л. Макеева. – М.: Атомиздат, 1974.

49. Соболь И. М. Численные методы Монте-Карло. – М.: Наука, 1973. – 312 с.

50. Бюлетень ВАК України № 2. – Київ: Вища шк.., 2000.– С. 28–40.

51. Державний стандарт України ДСТУ 3008–95 “Документація. Звіти в сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення”.

ДОДАТОК 1

Приклади алгоритмів і результатів розрахунку коефіцієнтів математичних моделей першого й другого порядків

У додатку 1, у прикладах (Д1.1–Д1.5) і алгоритмах (рис. Д1.1–Д1.5), прийняті такі позначення:

(i) – індекс, що вказує номер досліду в плані експерименту;

ye(i) – експериментальні значення функції відгуку [в алгоритмі $y_э(i)$];

yr(i) – розрахункові значення функції відгуку [в алгоритмі $y_р(i)$];

dely(i) – відхилення між експериментальними й розрахунковими значеннями функції відгуку [в алгоритмі $\Delta y(i)$];

e1(i), % – відносне відхилення між експериментальними й розрахунковими значеннями функції відгуку у відсотках [в алгоритмі $\varepsilon(i)$];

b(j) – коефіцієнти математичної моделі; j – індекс коефіцієнтів.

На рис. П1.1–П1.5 наведені алгоритми для лабораторного практикуму, які розроблені і використовуються на кафедрі, а в прикладах (П1.1–П1.5) результати розрахунку чисельних значень зазначених вище величин.

Алгоритм обробки плану ПФЭ2^m передбачає послідовне виконання таких операцій: 1) уведення числа факторів m; 2) розрахунок кількості дослідів n; 3) формування нульового стовпця $x(i0) = +1$; 4) уведення середньоарифметичних експериментальних значень функцій відгуку $y_э(i)$; 5) розрахунок чергування знаків; 6) занесення +1 у стовпці $x(ij)$; 7) занесення –1 у стовпці $x(ij)$; 8) визначення коефіцієнтів математичної моделі першого порядку $b(j)$; 9) визначення розрахункових значень функцій відгуку $y_р(i)$; 10) розрахунок відхилень між експериментальними й розрахунковими значеннями функцій відгуку $\Delta y(i)$; 11) розрахунок відносних відхилень функцій відгуку у відсотках $\varepsilon(i)$. *В алгоритмах обробки планів з нелінійностями (рис. Д 1.2), ДФЕ2^{m-q} (рис. Д 1.3), ОЦКП (рис. Д 1.4), ДОЦКП (рис. Д 1.5) додатково передбачаються* розрахунки індексів роздрібненості планів q, генеруючих співвідношень, зіркових плечей $+\alpha$ і $-\alpha$, поправок φ і занесення їхніх значень у відповідні стовпці, а також визначення коефіцієнтів математичних моделей при нелінійностях і квадратичних членах.

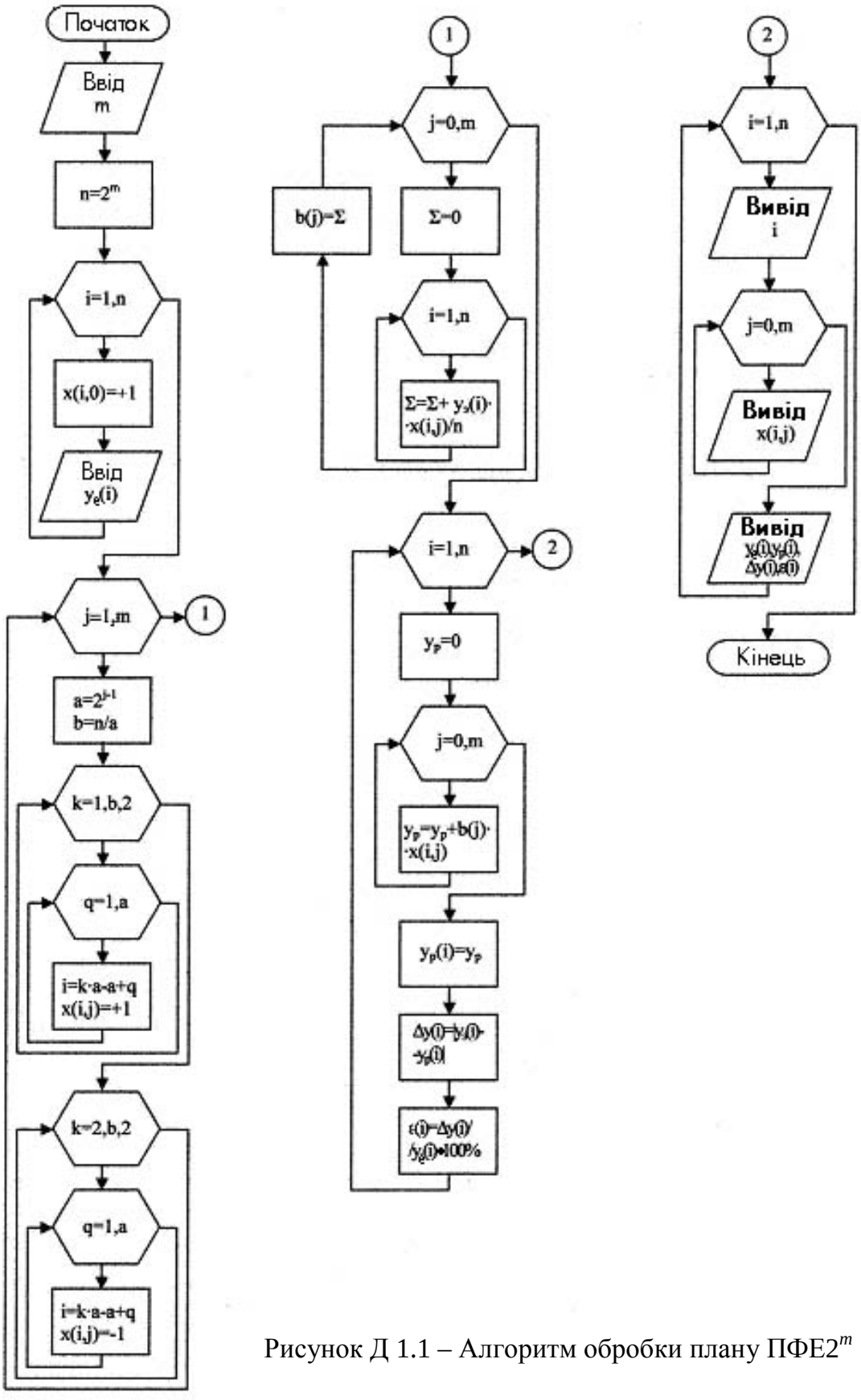

Рисунок Д 1.1 – Алгоритм обробки плану ПФЕ2^m

Приклад Д 1.1. Результати розрахунку коефіцієнтів лінійної моделі *b(j)* на основі плану ПФЕ2^m для п’яти факторів

\j i	0	1	2	3	4	5	ye(i)	yr(i)	dely(i)	e1(i),%
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,340	2,638	0,298	12,740
2	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,250	1,878	0,628	50,250
3	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,880	2,838	0,958	50,964
4	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	2,440	2,078	0,362	14,831
5	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,000	1,202	0,202	20,188
6	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,410	0,442	0,968	68,661
7	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,870	1,402	0,468	25,033
8	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	0,800	0,642	0,158	19,766
9	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,720	2,719	0,999	58,103
10	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	2,190	1,959	0,231	10,531
11	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	3,290	2,919	0,371	11,265
12	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,450	2,159	0,709	48,922
13	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	2,100	1,283	0,817	38,899
14	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,700	0,523	0,177	25,268
15	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,050	1,483	0,433	41,250
16	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,400	0,723	0,677	48,348
17	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	6,150	4,458	1,692	27,510
18	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	2,650	3,698	1,048	39,552
19	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	3,800	4,658	0,858	22,582
20	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	5,150	3,898	1,252	24,308
21	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,990	3,022	1,032	51,853
22	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	2,780	2,262	0,518	18,638
23	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	4,000	3,222	0,778	19,453
24	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,290	2,462	1,172	90,843
25	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	3,750	4,539	0,789	21,050
26	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	5,080	3,779	1,301	25,603
27	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	7,100	4,739	2,361	33,248
28	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	2,700	3,979	1,279	47,384
29	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	3,490	3,103	0,387	11,085
30	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,250	2,343	1,093	87,450
31	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	2,000	3,303	1,303	65,156
32	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	2,830	2,543	0,287	10,137

Значення коефіцієнтів полінома *b(j)*, $j = 0 \ldots m$

$b(0) = 2{,}59063$

$b(1) = 0{,}38000$

$b(2) = -0{,}10000$

$b(3) = 0{,}71812$

$b(4) = -0{,}04062$

$b(5) = -0{,}91000$

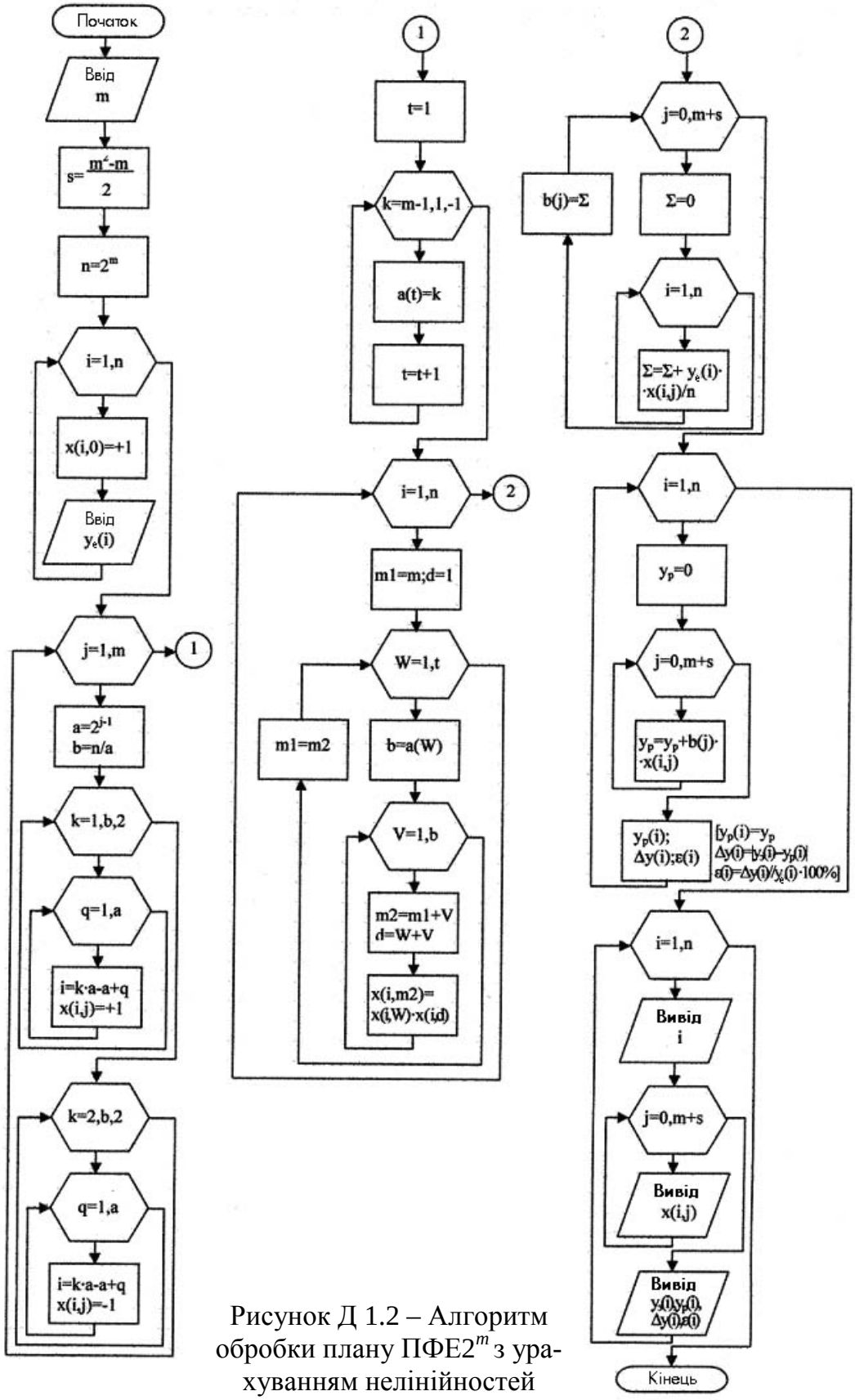

Рисунок Д 1.2 – Алгоритм обробки плану ПФЕ2^m з урахуванням нелінійностей

Приклад Д 1.2. Результати розрахунку коефіцієнтів *b(j)* математичної моделі першого порядку з врахуванням нелінійностей на основі плану ПФЕ2^m для п’яти факторів

i\j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	ye(i)	yr(i)	dely(i)	e1(i),%
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,340	1,976	0,364	15,572
2	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,250	1,603	0,353	28,250
3	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,880	2,408	0,528	28,092
4	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	2,440	1,823	0,617	25,282
5	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,000	1,323	0,323	32,313
6	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,410	1,211	0,199	14,140
7	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,870	1,486	0,384	20,555
8	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,800	1,161	0,361	45,078
9	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,720	2,321	0,601	34,920
10	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	2,190	1,743	0,447	20,405
11	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	3,290	2,738	0,552	16,774
12	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,450	1,948	0,498	34,353
13	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	2,100	1,426	0,674	32,113
14	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,700	1,108	0,408	58,304
15	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,050	1,573	0,523	49,821
16	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,400	1,043	0,357	25,491
17	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	6,150	4,778	1,372	22,307
18	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	2,650	3,788	1,138	42,948
19	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	3,800	5,243	1,443	37,977
20	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	5,150	4,041	1,109	21,541
21	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,990	2,811	0,821	41,237
22	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	2,780	2,081	0,699	25,157
23	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	4,000	3,006	0,994	24,859
24	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,290	2,063	0,773	59,932
25	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	3,750	5,058	1,308	34,883
26	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	5,080	3,863	1,217	23,954
27	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	7,100	5,508	1,592	22,421
28	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	2,700	4,101	1,401	51,875
29	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	3,490	2,848	0,642	18,392
30	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,250	1,913	0,663	53,050
31	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,000	3,028	1,028	51,406
32	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,830	1,881	0,949	33,547

Значення коефіцієнтів полінома *b(j), j* = 0…15

b (0) = 2,59063 *b* (2) = -0,10000 *b* (4) = -0,04062 *b* (6) = -0,05312 *b* (8) = -0,05125 *b* (10) = -0,06750 *b* (12) = 0,00812 *b* (14) = -0,32875

b (1) = 0,38000 *b* (3) = 0,71812 *b* (5) = -0,91000 *b* (7) = 0,06500 *b* (9) = -0,15438 *b* (11) = -0,00375 *b* (13) = -0,06062 *b* (15) = -0,01625

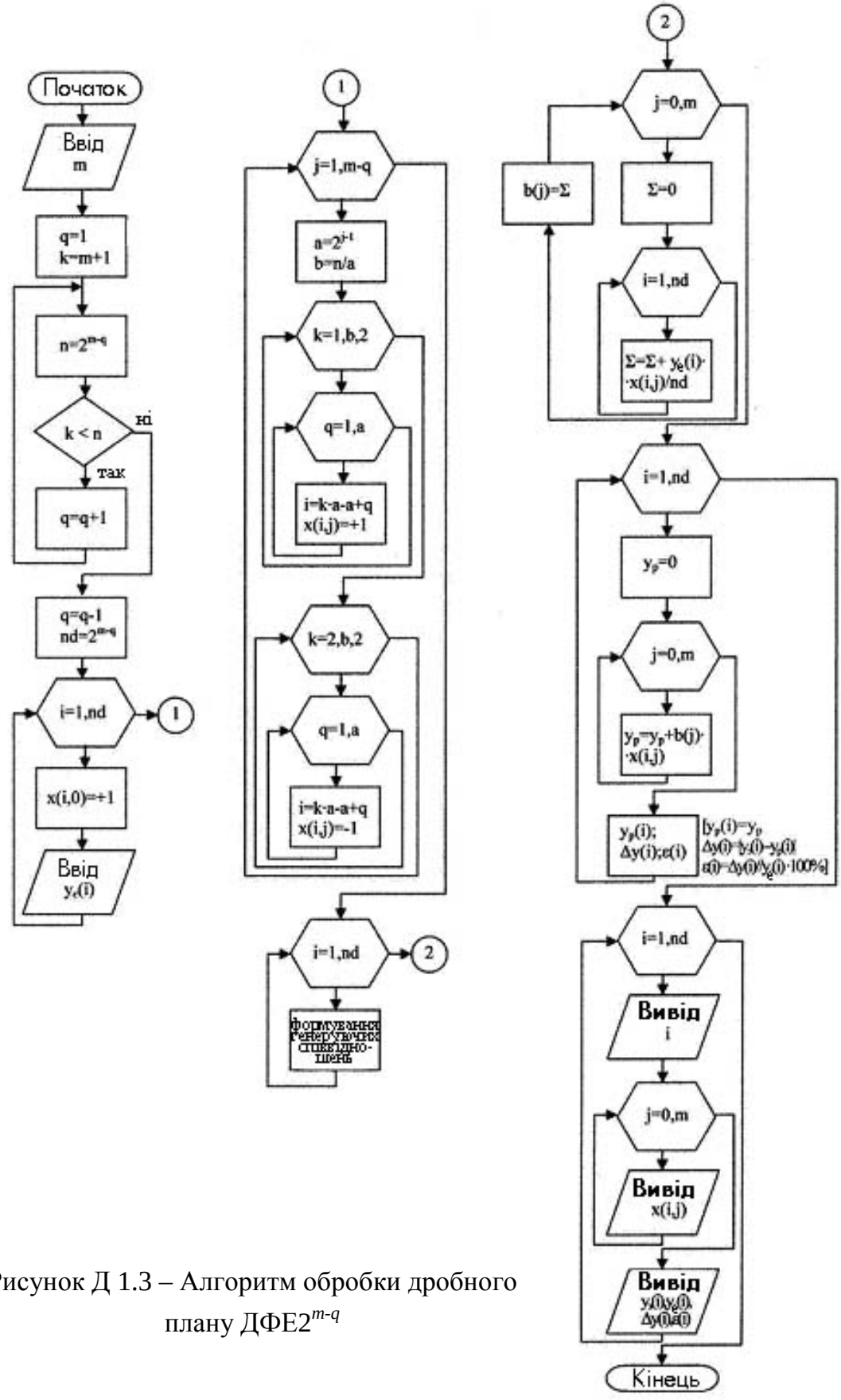

Рисунок Д 1.3 – Алгоритм обробки дробного плану ДФЕ2^{m-q}

Приклад Д 1.3. Результати розрахунку коефіцієнтів *b(j)* лінійної математичної моделі на основі дробного плану ДФЕ2^{m-q} для п’яти факторів.

\j i	0	1	2	3	4	5	*ye(i)*	*yr(i)*	*dely(i)*	*e1(i),%*
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,340	2,415	0,075	3,205
2	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,250	1,293	0,043	3,400
3	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,880	1,837	0,043	2,261
4	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	2,440	2,365	0,075	3,074
5	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,000	0,925	0,075	7,500
6	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,410	1,368	0,042	3,014
7	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,870	1,912	0,042	2,273
8	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,800	0,875	0,075	9,375

Індекс дробності плану q = 2

Генеруючі співвідношення:
x4 = x1*x2*x3
x5 = x1*x2

Значення коефіцієнтів полінома *b(j)*, j = 0...5:

b(0)= 1,62375
b(1)= 0,14875
b(2)= -0,12375
b(3)= 0,35375
b(4)= 0,39125
b(5)= 0,02125

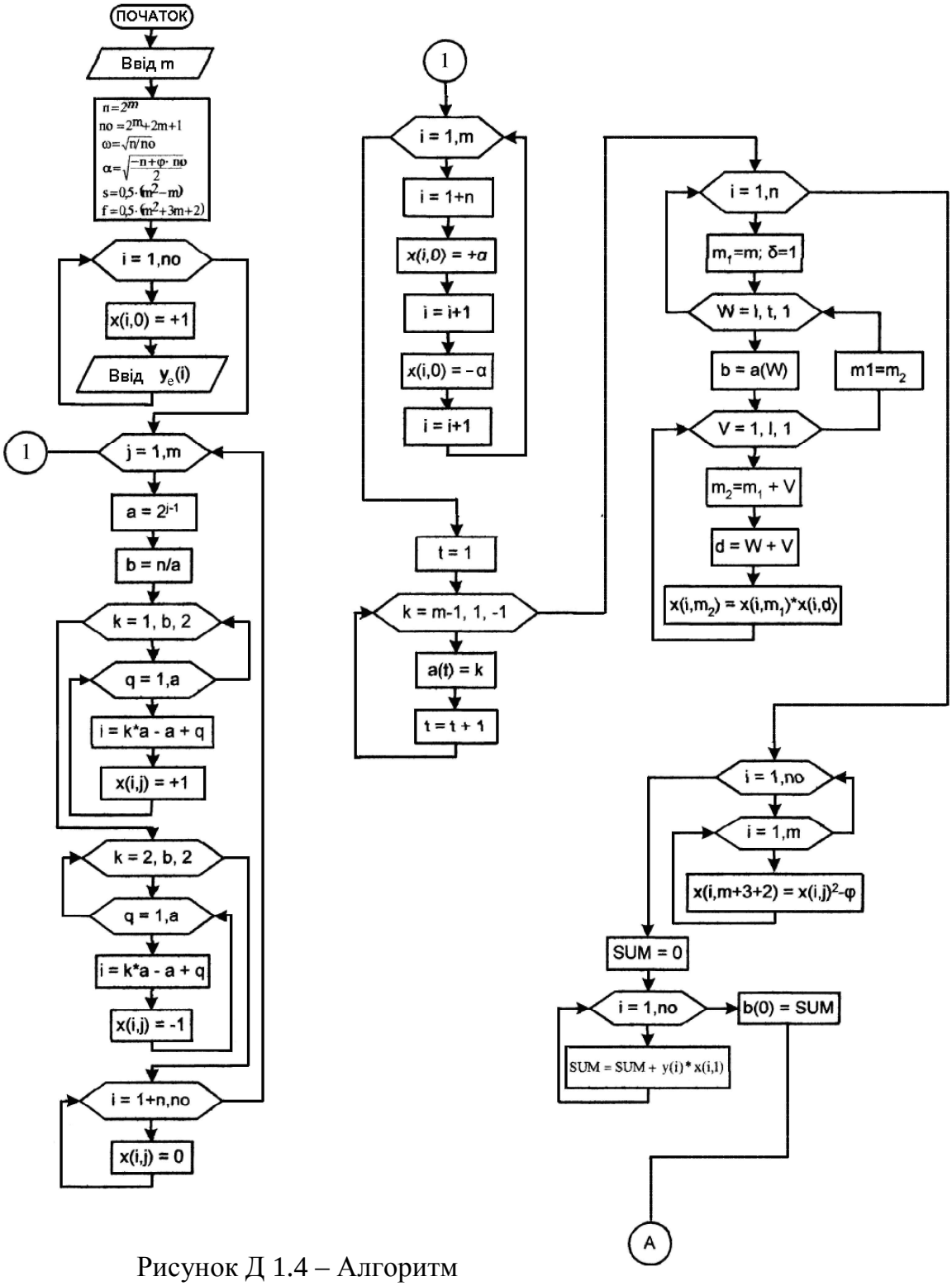

Рисунок Д 1.4 – Алгоритм обробки плану ОЦКП другого порядку
(на двох сторінках)

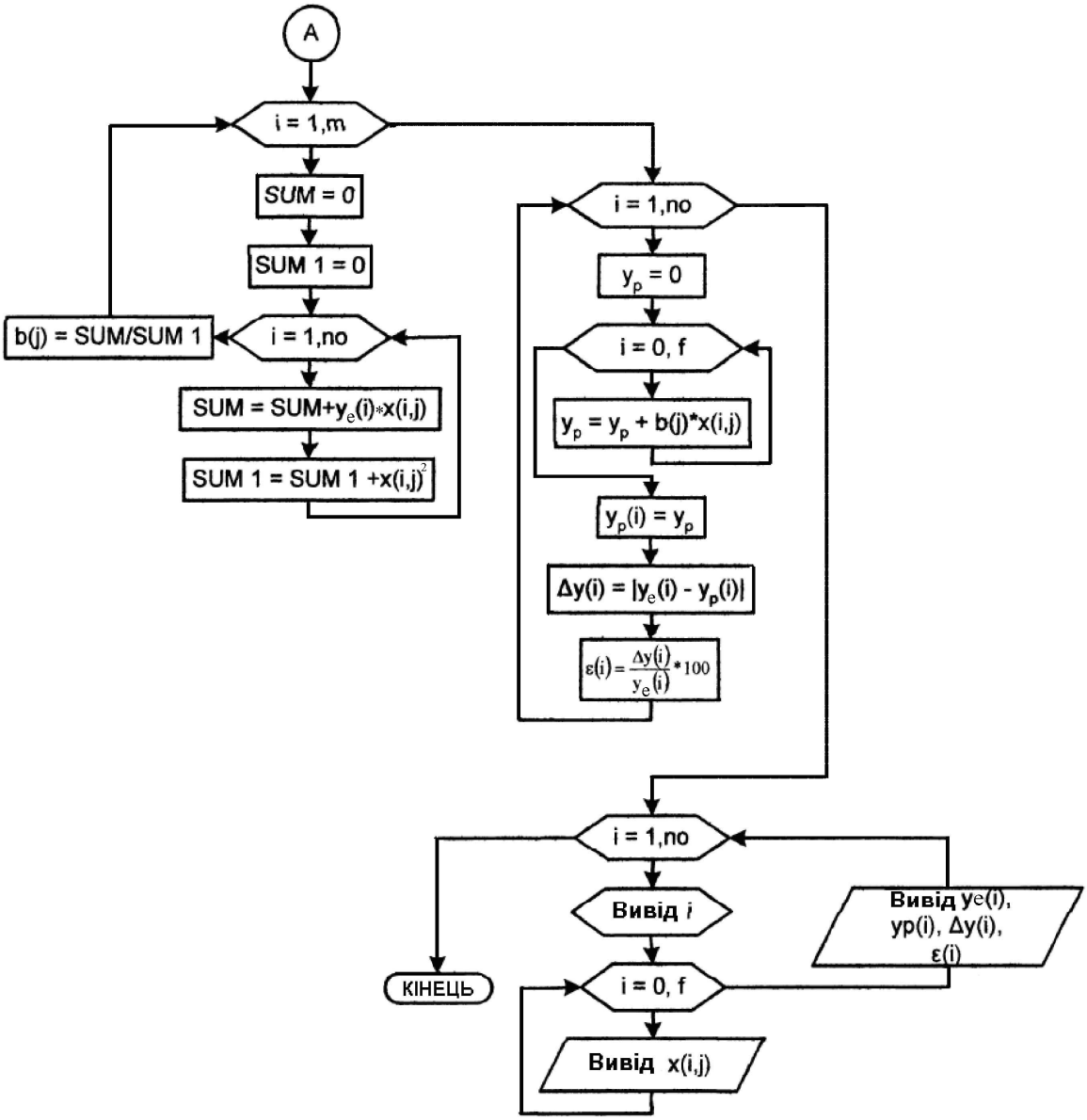

Рисунок Д 1.4 (продовження) – Алгоритм обробки плану ОЦКП

Приклад Д 1.4. Розрахунок коефіцієнтів моделі другого порядку на основі плану ОЦКП (4 фактори)

j\i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	*ye(i)*	*yr(i)*	*dely(i)*	*e1(i)*,%
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	2,340	2,136	0,204	8,708
2	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,250	1,459	0,209	16,720
3	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,880	2,807	0,927	49,310
4	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	2,440	2,032	0,408	16,709
5	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,000	1,879	0,879	87,869
6	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,410	1,249	0,161	11,421
7	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,870	2,137	0,267	14,278
8	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	0,800	1,410	0,610	76,223
9	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,720	2,133	0,413	23,995
10	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	2,190	1,148	1,042	47,580
11	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	3,290	2,676	0,614	18,662
12	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,450	1,594	0,144	9,918
13	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	2,100	1,733	0,367	17,491
14	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	0,700	0,795	0,095	13,638
15	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,050	1,864	0,814	77,476
16	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,400	0,829	0,571	40,802
17	1,00	1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,20	-0,80	-0,80	-0,80	6,150	4,758	1,392	22,638
18	1,00	-1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,20	-0,80	-0,80	-0,80	2,650	3,547	0,897	33,858
19	1,00	0,00	1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	1,20	-0,80	-0,80	3,800	4,029	0,229	6,015
20	1,00	0,00	-1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	1,20	-0,80	-0,80	5,250	4,526	0,724	13,782
21	1,00	0,00	0,00	1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	-0,80	1,20	-0,80	1,990	2,499	0,509	25,579
22	1,00	0,00	0,00	-1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	-0,80	1,20	-0,80	2,780	1,776	1,004	36,116
23	1,00	0,00	0,00	0,00	1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	-0,80	-0,80	1,20	4,000	2,604	1,396	34,896
24	1,00	0,00	0,00	0,00	-1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	-0,80	-0,80	1,20	1,290	2,191	0,901	69,833
25	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	-0,80	-0,80	-0,80	3,750	4,740	0,990	26,400

Зіркове плече - al = 1,41421
Поправка - fi = 0,80000
Значення коефіцієнтів полінома $b(j)$, j = 0,...,14;

b(0)= 2,34200	b(4)= 0,14613	b(8)= -0,10312	b(12)= -0,23125
b(1)= 0,42799	b(5)= -0,02437	b(9)= -0,03188	b(13)= -1,30125
b(2)= -0,17603	b(6)= 0,01187	b(10)= -0,03562	b(14)= -1,17125
b(3) = 0,25564	b(7) = -0,07687	b(11) = -0,29375	

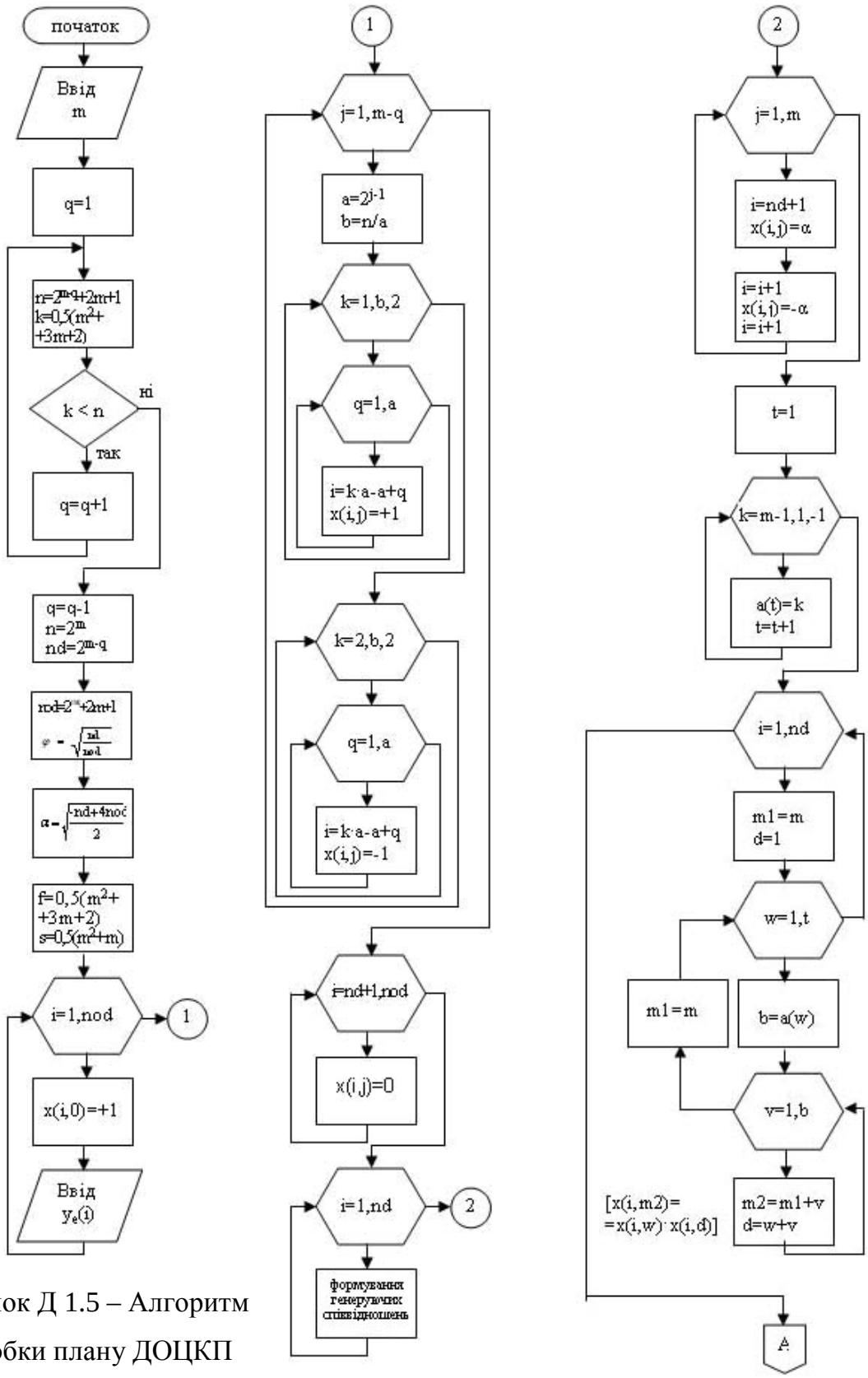

Рисунок Д 1.5 – Алгоритм обробки плану ДОЦКП другого порядку (на двох сторінках)

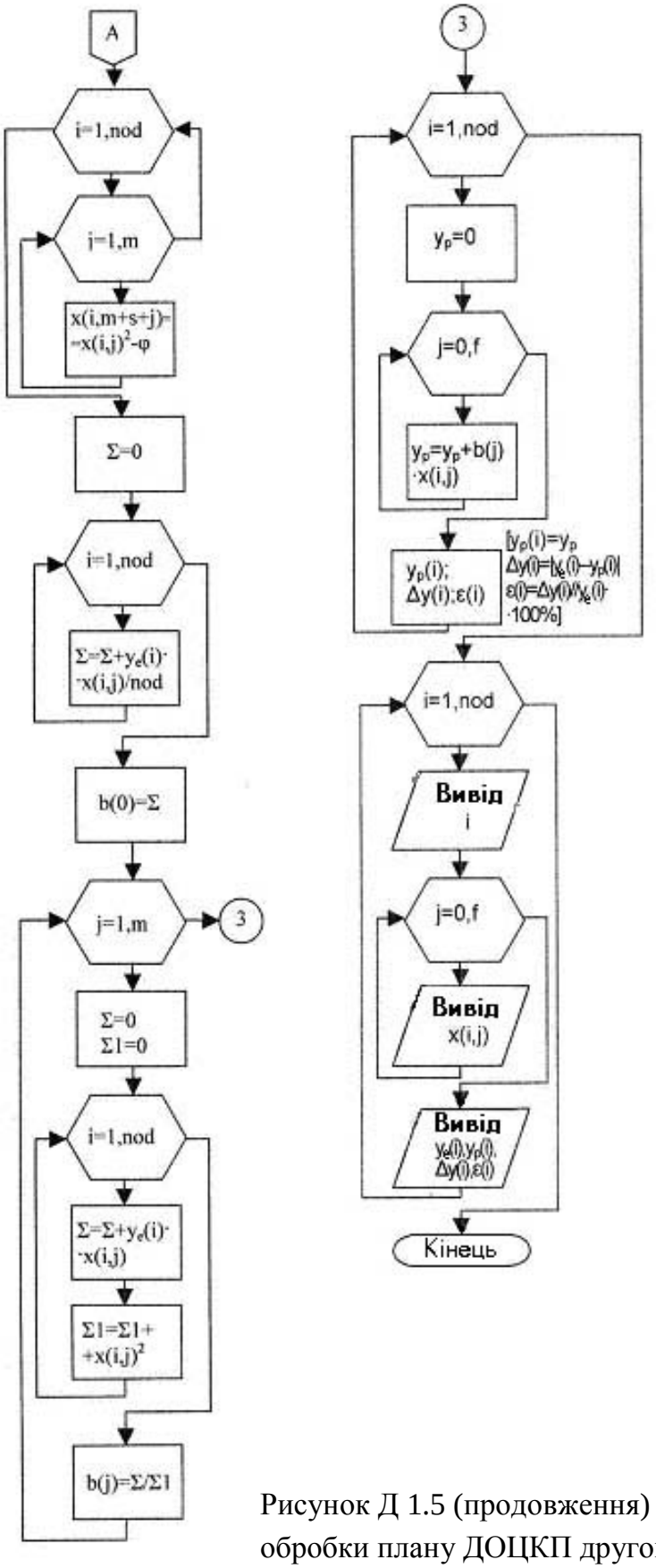

Рисунок Д 1.5 (продовження) – Алгоритм обробки плану ДОЦКП другого порядку

Приклад Д 1.5. Розрахунок коефіцієнтів моделі другого порядку на основі плану ДОЦКП (5 факторів)

i\j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*ye(i)*	*yr(i)*	*dely(i)*	*e1(i)*,%
1	1,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	2.340	2.268	0.072	3.083
2	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.250	1.166	0.084	6.746
3	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.880	2.371	0.491	26.134
4	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,0	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	2.440	2.109	0.331	13.547
5	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,0	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.000	1.630	0.630	62.955
6	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.410	1.218	0.192	13.640
7	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.870	2.253	0.383	20.499
8	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0.800	1.171	0.371	46.392
9	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.720	1.623	0.097	5.629
10	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	2.190	1.271	0.919	41.949
11	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	3.290	2.947	0.343	10.427
12	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.450	1.095	0.355	24.498
13	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	2.100	1.895	0.205	9.753
14	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0.700	0.483	0.217	31.001
15	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.050	1.409	0.359	34.157
16	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.400	0.937	0.463	33.087
17	1,00	1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,62	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	6.150	5.290	0.860	13.988
18	1,00	-1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,62	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	2.650	3.947	1.297	48.934
19	1,00	0,00	1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	1,62	-0,77	-0,77	-0,77	3.800	4.428	0.628	16.538
20	1,00	0,00	-1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	1,62	-0,77	-0,77	-0,77	5.150	4.958	0.192	3.728
21	1,00	0,00	0,00	1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	1,62	-0,77	-0,77	1.990	2.976	0.986	49.543
22	1,00	0,00	0,00	-1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	1,62	-0,77	-0,77	2.780	2.231	0.549	19.765
23	1,00	0,00	0,00	0,00	1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	-0,77	1,62	-0,77	4.000	3.107	0.893	22.314
24	1,00	0,00	0,00	0,00	-1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0.77	-0,77	1,62	-0,77	1.290	2.619	1.329	103.025
25	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	1,62	3.750	5.015	1.265	33.739
26	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	1,62	5.080	4.251	0.829	16.314
27	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	7.100	5.962	1.138	16.030

Зіркове плече *a*l = 1,54671

Поправка *fi* = 0,76980

Індекс дробності плану *q* = 1

Генеруючі співвідношення:

x5 = x1*x2*x3*x4

Значення коефіцієнтів *b(j), j* = 0...,20

b(0) = 2,61593	*b*(7) = 0,01187	*b*(14) = 0,04563
b(1)= 0,43414	*b*(8)= -0,07687	*b*(15)= -0,05813
b(2)= -0,17119	*b*(9)= 0,04437	*b*(16)= -0,56164
b(3)= 0,24095	*b*(10)= -0,10312	*b*(17)= -0,53029
b(4)= 0,15789	*b*(11)= -0,03188	*b*(18)= -1,40393
b(5)= 0,24696	*b*(12)= -0,02813	*b*(19)= -1,29525
b(6) = -0,02437	b(13) = -0,03562	b(20) = -0,55537

ДОДАТОК 2

ТАБЛИЦІ ВИПАДКОВИХ ЧИСЕЛ І
СТАТИСТИЧНИХ КРИТЕРІЇВ

Таблиця Д 2.1 – Значення випадкових чисел

56 66 25 32 38 64 70 26 27 67 77 40 04 34 63 98 99 89 31 16 12 90
50 28 88 40 52 02 29 82 69 34 50 21 74 00 91 27 52 98 72 03 45 65
30 89 71 45 87 63 88 23 62 51 07 69 59 02 89 49 14 98 53 41 92 36
07 76 85 37 84 37 32 25 21 15 08 82 34 57 57 35 22 03 33 48 84 37
37 29 38 37 89 76 25 09 44 61 88 23 13 01 59 47 64 04 99 59 96 20
30 87 31 33 69 45 58 48 00 83 94 44 08 67 79 41 61 41 15 60 11 88
83 24 82 24 07 78 61 89 42 58 88 22 13 24 40 09 00 65 46 38 61 12
90 62 41 11 59 85 18 42 61 29 88 76 04 21 78 27 84 05 99 85 75 67
80 05 57 05 71 70 21 31 99 99 06 96 53 99 25 13 42 39 30 02 34 99
46 68 45 15 19 74 15 50 17 44 80 13 86 38 40 45 82 13 04 52 43 96
38 13 83 80 72 34 20 84 56 19 49 59 14 85 42 99 71 16 34 33 82 85
77 30 16 69 32 46 46 30 84 20 68 72 98 54 62 63 59 44 00 89 06 15
38 48 84 88 24 55 46 48 60 06 90 08 83 83 98 40 90 88 25 26 85 74
55 80 81 19 05 68 22 58 04 63 21 16 23 38 25 44 32 98 94 65 35 35
16 91 07 12 54 81 87 21 31 40 46 17 62 63 99 71 14 12 64 51 68 50
60 78 22 69 51 98 65 43 75 12 91 20 36 25 57 92 33 65 95 48 75 00
06 65 25 90 16 29 34 14 49 98 71 31 80 59 57 32 43 97 85 06 64 75
27 29 17 06 11 30 68 70 97 87 03 98 68 89 39 71 87 32 14 99 42 10
25 37 30 08 27 75 43 97 54 20 69 93 56 04 51 34 92 89 81 52 15 12
84 11 12 66 87 47 21 06 86 08 35 39 52 28 48 09 36 95 36 20 82 53
32 89 92 68 50 88 17 37 92 02 23 43 65 24 69 80 23 97 10 96 57 74
07 95 26 47 93 08 43 30 41 86 45 74 33 78 84 33 38 76 43 97 55 45
98 35 69 45 96 80 46 26 39 96 33 60 20 73 30 79 17 19 03 47 40 05
08 50 79 89 58 19 86 48 27 98 99 24 08 94 17 15 81 29 82 14 35 88
66 97 10 69 02 25 36 43 71 76 88 67 56 12 69 07 89 55 63 31 50 72
20 33 15 62 38 72 92 03 76 09 30 75 77 80 04 27 59 67 60 10 79 26
21 60 03 48 77 81 15 14 67 55 24 22 20 55 36 93 67 69 37 72 22 43
46 32 56 15 75 25 18 87 05 09 96 45 14 72 41 46 12 67 46 72 02 59
06 17 49 12 73 28 23 52 08 58 53 63 66 13 07 04 48 71 39 07 46 96

Таблиця Д 2.2 – Значення критерію Кохрена G для рівня значимості $q = 0,05$

120	0998	0632	0495	0419	0371	0337	0312	0292	0279	0218
Число дис-пер-сій	Число ступенів вільності f_1 максимальної дисперсії $[S^2(y_{uk})]_{max}$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8584	0,8534	0,8332	0,8159	0,8010	0,7341
3	9669	8709	7977	7457	7071	6771	6530	6333	6167	5466
4	9065	7679	6841	6287	5895	5598	5365	5175	5017	4366
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	0,4783	0,4564	0,4387	0,4241	0,3645
6	7808	6161	5321	4803	4447	4184	3980	3817	3682	3135
7	7271	5612	4800	4307	3907	3726	3555	3384	3254	2756
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043	0,2926	0,2462
9	6385	4775	4027	3584	3286	3067	2901	2768	2659	2226
10	6020	4450	3733	3311	3029	2823	2666	2541	2439	2032
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2098	0,1737
15	4709	3346	2758	2419	2195	2034	1911	1815	1736	1429
20	3894	2705	2205	1921	1735	1602	1501	1422	1357	1108
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286	0,1216	0,1160	0,0942
30	2929	1980	1593	1377	1237	1137	1061	1002	0958	0771
40	2370	1576	1259	1082	0,968	0887	0827	0780	0745	0595
60	0,1737	0,1131	0,0895	0,0766	0,0682	0,0623	0,0583	0,0552	0,0520	0,0411

Таблиця Д 2.3 – Значення критерію Фішера $F_т$ для рівня значимості q = 0,5

Число ступенів вільності знаменника f_2	. Число ступенів вільності чисельника f_1								
	1	2	3	4	5	6	12	24	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	243,9	249,0	254,3
2	18,5	19,0	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	2,8	2,6	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,5	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,5	2,3	2,1
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,1	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	1,8	1,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	1,9	1,7	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	1,8	1,6	1,3
∞	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	2,1	1,8	1,5	1,0

Таблиця Д 2.4 – Значення критерію Стьюдента $t\,(P; f)$ при різних рівнях значимості q

Число ступенів вільності f	Рівень значимості q		Число ступенів вільності f	Рівень значимості q	
	0,05	0,01		0,05	0,01
1	12,71	63,66	11	2,20	3,11
2	4,30	9,93	12	2,18	3,06
3	3,18	5,84	13	2,16	3,01
4	2,78	4,60	14	2,15	2,98
5	2,57	4,03	30	2,04	2,75
6	2,45	3,71	40	2,02	2,70
7	2,37	3,50	60	2,00	2,66
8	2,31	3,36	120	1,98	2,62
9	2,26	3,25	∞	1,96	2,58
10	2,23	3,17			

Таблиця Д 2.5 – Значення критерію χ^2 при різних рівнях значимості q

Число ступенів вільності f	Рівень значимості q		Число ступенів вільності f	Рівень значимості q	
	0,05	0,01		0,05	0,01
1	3,8	6,6	16	26,3	32,0
2	6,0	9,2	17	27,6	33,4
3	7,8	11,3	18	28,9	34,8
4	9,5	13,3	19	30,1	36,2
5	11,1	15,1	20	31,4	37,6
6	12,6	16,8	21	32,7	38,9
7	14,1	18,5	22	33,9	40,3
8	15,5	20,1	23	35,2	41,6
9	16,9	21,7	24	36,4	43,0
10	18,3	23,2	25	37,7	44,3
11	19,7	24,7	26	38,9	45,6
12	21,0	26,2	27	40,1	47,0
13	22,4	27,7	28	41,3	48,3
14	23,7	29,1	29	42,6	49,6
15	25,0	30,6	30	43,8	50,9

ДОДАТОК З

Варіанти даних для лабораторних робіт №№ 1–5, 7

Таблиця Д 3.1 – Експериментальні значення функцій відгуку

№ п. п.	$I_о$, кА	$I_{пл}$, кА	$U_п$, В	$U_{ср}$, В	$t_{пл}$, мс	$t_в$, мс	$W_п$, $А^2с$	$l_в$, мм
1	3,06	2,76	563,4	806,5	2,34	3,45	12658,0	38,36
	3,15	2,84	574,4	830,0	2,41	3,52	12785,1	39,66
	2,49	2,65	509.1	634,5	1,79	2,90	12704,9	47,67
2	2,71	2,57	1041,9	633,7	1,35	2,46	5805,7	39,84
	2,77	2,63	1032,6	649,4	1,38	2,49	5940,5	40,71
	2,47	2,46	721,5	672,9	1,02	2,13	4435,8	27,75
3	4,02	3,85	654,5	444,4	1,88	2,99	13826,7	20,78
	3,98	3,81	649,3	440,4	1,86	2,97	13435,6	20,60
	2,95	3,14	442,2	303,2	1,89	3,00	11854,7	14,72
4	1,99	1,98	448,7	355,4	2,54	3,65	5295,1	25,01
	1,97	1,95	451,5	350,1	2,50	3,61	5246,0	24,68
	1,68	1,62	497,8	365,5	2,28	3,39	3907,9	15,71
5	2,26	1,96	563,2	379,9	0,98	2,09	2575,8	24,14
	2,25	1,95	567,1	378,8	0,98	2,09	2549,8	24,08
	2,03	2,39	546,7	330,3	1,04	2,15	2665,3	13,28
6	1,26	1,05	622,3	349,1	1,45	2,56	1230,2	19,86
	1,30	1,08	624,7	360,1	1,49	2,60	1242,1	20,56
	1,04	0,87	542,9	325,8	1,29	2,40	770,7	25,58
7	1,70	1,63	541,0	386,7	2,10	3,21	10775,7	71,01
	1,72	1,65	547,6	391,0	2,12	3,23	10678,3	71,02
	1,68	1,67	309,4	413,3	1,40	2,51	10982,0	50,17
8	1,72	1,61	540,4	396,8	0,86	1,97	1957,3	23,72
	1,77	1,66	546,8	408,2	0,89	1,97	1977,9	24,50
	1,46	1,37	508,8	335,0	0,65	1,76	1686,7	30,08
9	3,72	3,64	531,3	322,9	1,70	2,81	15444,7	19,52
	3,79	3,72	535,2	330,4	1,74	2,85	15365,3	19,90
	2,99	2,84	613,5	363,7	1,72	2,83	8868,0	11,28
10	1,97	1,74	605,7	400,8	2,19	3,30	5232,3	28,64
	2,00	1,77	613,9	407,5	2,23	3,34	5182,4	29,17
	0,58	1,43	427,4	241,7	2,11	3,22	4555,3	25,29

Продовження табл. Д 3.1

11	3,00	2,88	622,5	479,2	3,76	4,87	29930,2	31,93
	2,89	2,77	626,1	461,4	3,63	4,74	30583,3	30,61
	3,11	3,05	299,4	457,4	2,50	3,61	37448,4	41,26
12	3,05	2,79	393,9	430,0	1,45	2,56	13799,6	36,77
	3,15	2,89	406,6	440,5	1,50	2,61	13919,6	37,91
	2,50	2,42	465,5	370,6	1,25	2,36	8304,8	23,11
13	1,82	1,68	614,7	388,1	2,38	3,49	7237,1	41,61
	1,88	1,74	621,6	402,6	2,45	3,56	7305,1	43,11
	1,70	1,68	509,7	484,2	1,47	2,58	5860,9	47,28
14	1,73	1,62	689,6	527,5	0,70	1,81	1702,5	32,98
	1,78	1,67	695,6	541,6	0,72	1,83	1718,2	33,87
	1,59	1,45	612,8	433,9	0,68	1,79	1313,3	28,25
15	2,37	2,30	311,9	234,8	1,05	2,16	4377,2	23,62
	2,36	2,29	313,5	233,9	1,04	2,15	4339,0	23,53
	2,02	1,86	322,6	227,3	1,06	2,17	2767,8	13,75
16	1,23	1,15	276,2	235,5	1,43	2,54	1838,8	18,96
	1,27	1,18	270,5	242,4	1,47	2,58	2789,1	19,55
	1,10	0,97	350,2	191,1	1,30	2,41	463,1	18,49
17	1,75	1,73	798,9	477,4	6,42	7,53	12350,8	29,78
	1,82	1,80	809,6	495,4	6,65	7,76	12418,1	30,80
	1,68	1,72	536,5	521.2	5,83	6,94	8870,0	23,72
18	2,19	0,01	721,4	555,5	2,65	3,76	4090,0	17,92
	2,24	1,85	729,1	568,9	2,71	3,82	4030,5	18,43
	1,78	0,02	595,2	414,6	1,99	2,10	3617,5	22,16
19	3,07	3,09	613,1	453,7	3,80	4,91	26327,2	42,77
	3,16	3,19	623,3	468,4	3,93	5,04	26119,0	44,11
	2,32	2,12	560,5	382,9	3,52	4,63	16937,7	31,92
20	1,59	1,50	727,0	623,6	5,14	6,25	9390,8	29,12
	1,63	1,54	735,5	636,9	5,26	6,37	9268,7	29,74
	1,28	1,31	784,5	395,5	5,06	6,17	7491,5	19,14
21	1,81	1,79	863,5	589,7	2,08	3,19	4067,6	28,83
	1,85	1,82	895,1	602,4	2,13	3,24	4162,1	29,58
	1,30	1,19	617,4	397,9	1,79	2,90	1898,3	36,09
22	0,88	0,84	816,6	683,2	2,81	3,92	1282,6	42,20
	0,90	0,86	866,9	695,7	2,86	3,97	1292,5	42,91
	0,78	0,69	713,5	499,1	2,67	3,78	1165,9	21,39

Продовження табл. Д 3.1

23	1,26	1,27	421,4	310,7	4,17	5,28	3798,1	23,24
	1,28	1,29	437,9	315,2	4,23	5,34	3769,4	23,65
	1,06	1,04	436,7	274,1	3,60	4,71	3214,4	36,21
24	1,22	1,16	430,5	234,7	1,46	2,57	1130,4	24,05
	1,24	1,19	438,1	239,8	1,49	2,60	1119,6	24,49
	1,14	1,10	277,4	257,5	0,94	2,05	1332,0	14,46
25	3,21	3,14	895,0	718,8	3,74	4,85	19406,5	36,65
	3,28	3.21	926,9	732,8	3,82	4,93	19002,9	37,48
	2,21	2,05	575,1	384,4	3,69	4,80	16640,6	34,18
26	1,52	1,47	584,9	516,6	5,14	6,25	11919,0	53,85
	1,54	1,49	596,9	524,9	5,22	6,33	11682,3	54,59
	1,29	1,24	615,1	527,5	4,87	5,98	7274,7	30,47
27	2,37	2,32	396,1	410,1	7,08	8,19	22996,5	29,74
	2,41	2,36	398,2	417,6	7,21	8,32	23211,2	30,25
	1,82	1,92	501,7	357,2	7,01	8,12	12367,3	20,71
28	2,05	2,05	456,0	326,9	2,70	3,81	5499,7	16,65
	2,07	2,07	473,5	330,5	2,72	3,83	5481	16,85
	2,00	2,02	267,5	317,6	1,77	2,88	6841,4	21,69
29	1,20	1,18	516,1	369,3	3,49	4,60	3070,4	29,38
	1,23	1,20	544,0	376,9	3,56	4,67	3064,8	29,99
	1,17	1,07	487,9	333,8	3,89	5,00	2375,8	28,23
30	1,33	1,21	458,2	301,1	1,42	2,53	1128,3	18,35
	1,37	1,25	463,4	311,1	1,47	2,58	1135,7	18,95
	1,21	1,14	374,4	392,8	0,87	1,98	1486,0	23,18
31	1,78	1,75	479,1	446,5	1,63	2,74	7939,7	41,23
	1,84	1,80	469,8	460,5	1,70	2,81	8183,1	42,73
	1,48	1,25	449,1	454,0	2,67	3,78	5351,1	41,14
32	0,93	0,89	509,0	437,0	2,86	3,97	4139,1	40,31
	0,96	0,92	522,4	450,6	2,96	4,07	4205,4	41,44
	0,80	0,75	465,6	354,4	2,67	3,78	2707,5	21,16
33	2,72	2,5	550	400	3,05	4,16	12175	32,4
	2,6	2,55	582	370	2,95	4,06	13024	31,5
	2,48	2,57	602	343	2,85	2,96	14304	30,4

Продовження табл. Д 3.1

34	1,18	1,09	530	387	1,05	2,16	1985	21,3
	1,15	1	504	398	1,1	2,21	1467	19,0
	1,12	1,05	482	409	1,17	2,28	1124	17,8
35	1,98	2,05	705	589	2,15	3,26	4905	29,1
	2,02	1,98	732	569	2,25	3,36	5080	30,6
	2,06	1,9	761	541	2,32	3,43	5197	32,05
36	2,3	1,94	481	298	2,36	3,47	13065	27,8
	2,1	2	408	335	2,2	3,31	10808	26,5
	2,01	2,06	324	367	2,05	3,16	8010	25,1
37	3,05	3,05	709	554	3,61	4,72	19524	24,8
	2,95	2,9	699	514	3,5	4,61	16729	26,3
	2,85	2,85	681	470	3,4	4,51	13458	27,9
38	0,86	0,8	964	708	0,91	2,02	351	37,8
	0,8	0,75	854	578	0,7	1,81	294	34
	0,73	0,7	751	398	0,5	1,61	221	31,2
39	2,01	1,92	458	585	2,3	3,41	5673	35,1
	1,9	1,85	666	455	2,25	3,36	4673	31,7
	1,81	1,87	768	345	2,2	3,31	3748	26,9
40	2,01	1,96	635	393	2,21	3,32	8927	28,4
	2,1	2	566	427	2,3	3,41	7111	26,8
	2,24	2,1	432	454	2,42	3,53	6114	25
41	2,25	2,19	600	561	1,62	2,73	6412	28,1
	2,35	2,3	672	491	1,58	2,69	4896	26,5
	2,45	2,4	750	420	1,55	2,66	3112	22,9
42	0,85	1,1	560	483	10,1	11,21	8542	35,1
	0,9	0,9	432	413	11,3	12,41	7175	31
	0,96	0,8	381	341	12,3	13,31	6325	26,4
43	1,78	1,57	498	562	3,4	4,51	4658	31,2
	1,7	1,6	632	482	3,6	4,71	6125	29
	1,62	1,62	756	400	3,8	4,91	8004	27,1
44	3,9	3,54	550	482	1	2,11	6015	15,6
	3,8	3,5	499	361	0,6	1,71	5192	19,6
	3,71	3,44	450	281	0,4	1,51	4102	23,2

Продовження табл. Д 3.1

45	2,12	1,81	680	402	2,64	3,75	11025	42,1
	2	1,9	632	488	2,27	3,38	9602	40,4
	1,91	1,99	614	572	1,98	3,09	7935	37,8
46	1,95	1,98	501	295	2,51	3,62	5556	20
	2	1,9	499	355	2,4	3,51	4630	16,3
	2,06	1,83	491	400	2,17	3,28	3741	14,1
47	2	1,95	658	500	2,2	3,31	6589	23,6
	1,9	1,8	559	411	2,05	3,16	5864	25,7
	1,8	1,7	460	320	1,95	3,06	5241	28,4

Примітка. У табл. Д 3.1 наведено експериментальні значення функцій відгуку Y_e, які рекомендується використовувати при виконанні лабораторних робіт №1–№5 і №7(розділ 6) для розрахунку коефіцієнтів математичних моделей 1-го й 2-го порядків і відхилень між експериментальними та розрахованими значеннями функції відгуку $\Delta = Y_e - Y_{p.}$ і відносних відхилень у відсотках:

$$\Delta\% = \frac{Y_e - Y_p}{Y_e} \cdot 100\%$$

У табл. Д 3.1 прийнято такі позначення:

I_o – струм обмеження; $I_{пл}$ – струм плавлення; $U_П$ – перенапруга;

$U_{ср}$ – середньоінтегральна напруга на дузі; $t_{пл}$ – час плавлення вузьких перешийків плавкого елемента; $t_в$ – час відключення струму короткого замикання запобіжником; $W_П$ – інтеграл Джоуля (інтеграл квадрату струму за час відключення); $l_в$ – довжина вигоряння плавкого елемента.

Наведені дані отримано в роботах [27, 44–47] при проведені автором експериментальних комутаційних досліджень на основі дробових семифакторних (m = 7) планів другого порядку (ДОЦКП). Експериментальні комутаційні дослідження проводились на постійному струмі. Електрична схема експериментальної установки наведена на рис. 6.6.1. Результати досліджень одержані з осцилограм після їх графічної обробки та розрахунку на ЕОМ. Приклади обробки осцилограм відключення постійного струму короткого замикання в контурі з параметрами $I_{к.з\ у}$ = 30 кА, напругою U = 400 В і електромагнітною постійною часу τ = 43 мс швидкодіючим запобіжником з алюмінієвим плавким елементом наведено в розділі 6.6 (рис. 6.6.2 і 6.6.3).

Варіанти даних і осцилограм для лабораторної роботи №6.

Варіант 1

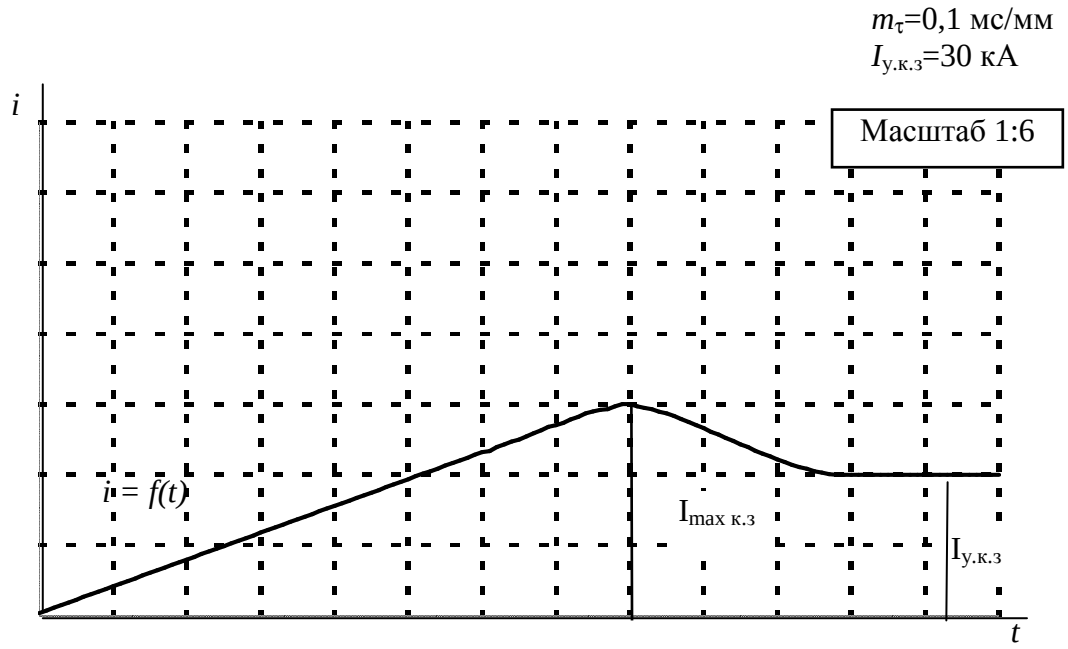

Рис. Д 1.1 – Масштабна осцилограма для визначення масштабу струму m_I, швидкості його наростання $\frac{di}{dt}$, постійної часу τ і максимальної величини струму короткого замикання $I_{max\ к.з}$.

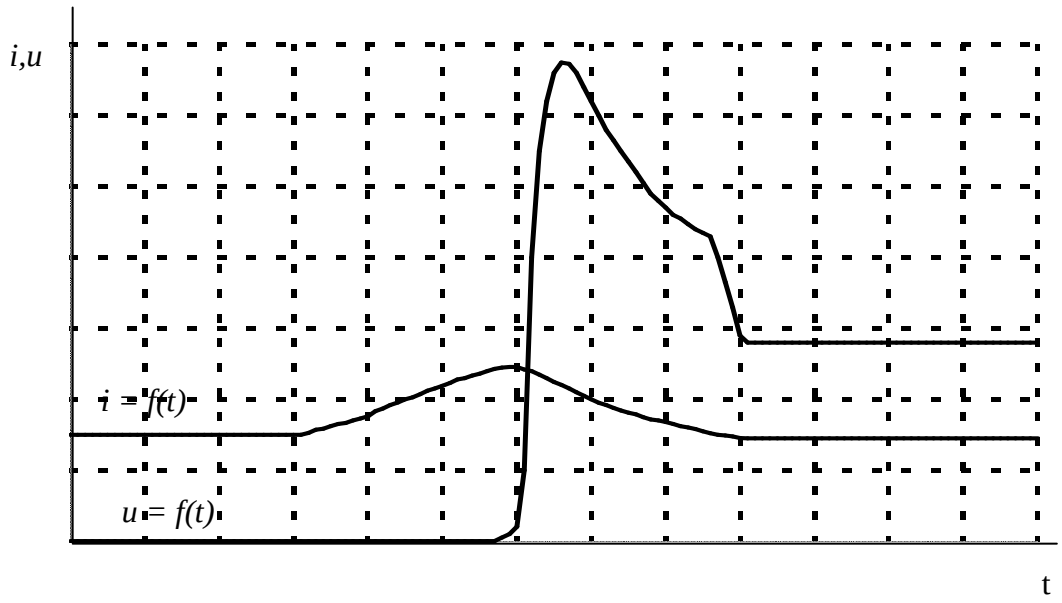

Рис.Д 1.2 – Осцилограма відключення струму короткого замикання швидкодіючим запобіжником №1. $I_{у.к.з.}$=30 кА; U=400 В; масштаб часу m_τ=0,1 мс/мм.

Варіант 2

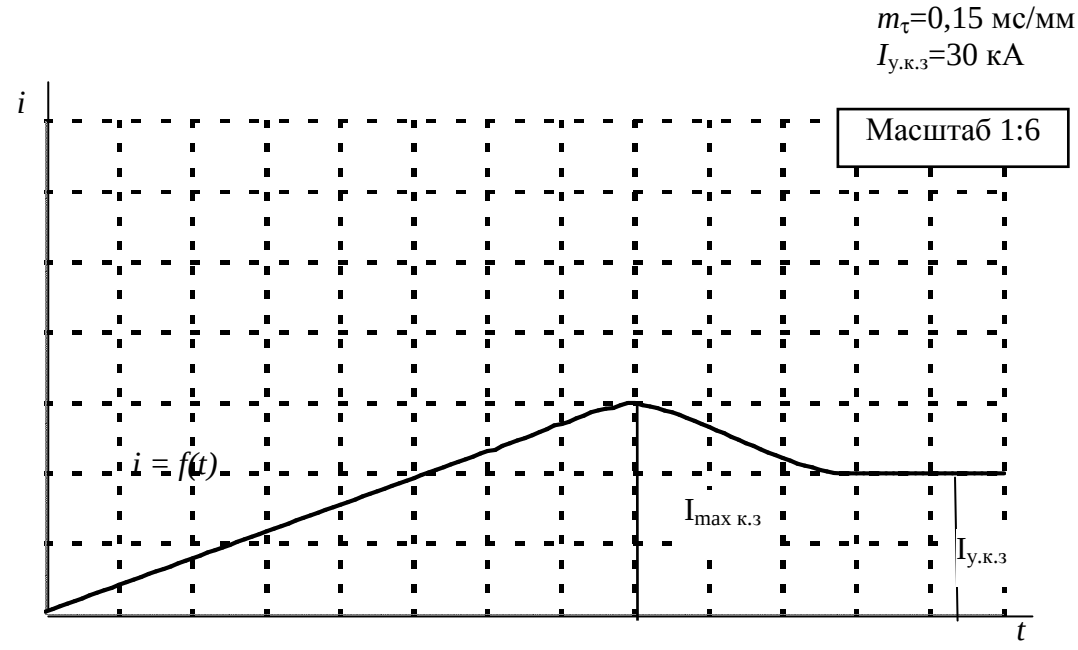

Рис. Д 2.1 – Масштабна осцилограма для визначення масштабу струму m_I, швидкості його наростання $\frac{di}{dt}$, постійної часу τ і максимальної величини струму короткого замикання $I_{max\ к.з}$.

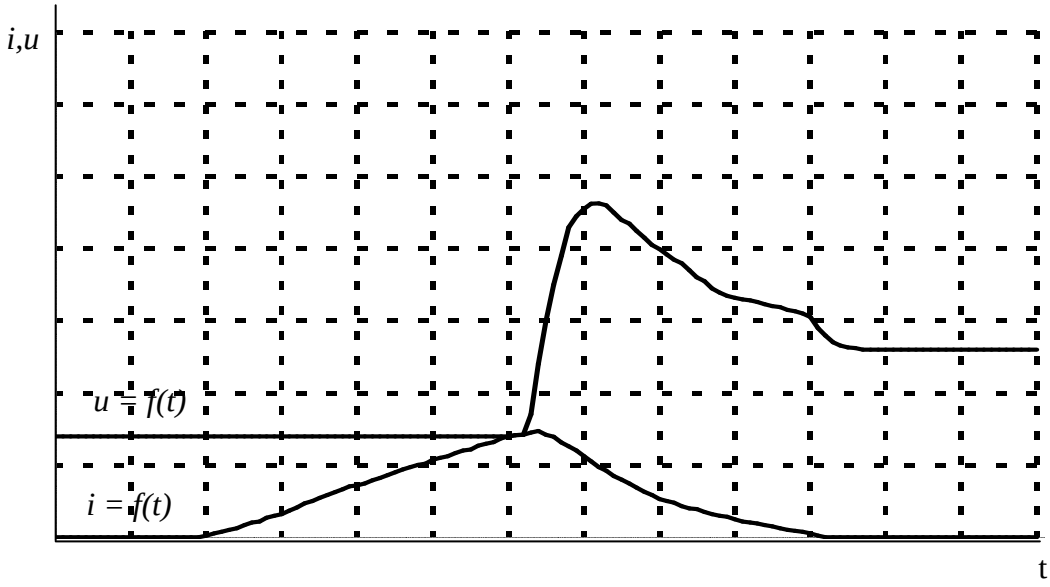

Рис. Д 2.2 – Осцилограма відключення струму короткого замикання швидкодіючим запобіжником №2. $I_{у.к.з.}$=30 кА; U=400 В; масштаб часу m_τ=0,15 мс/мм.

Варіант 3

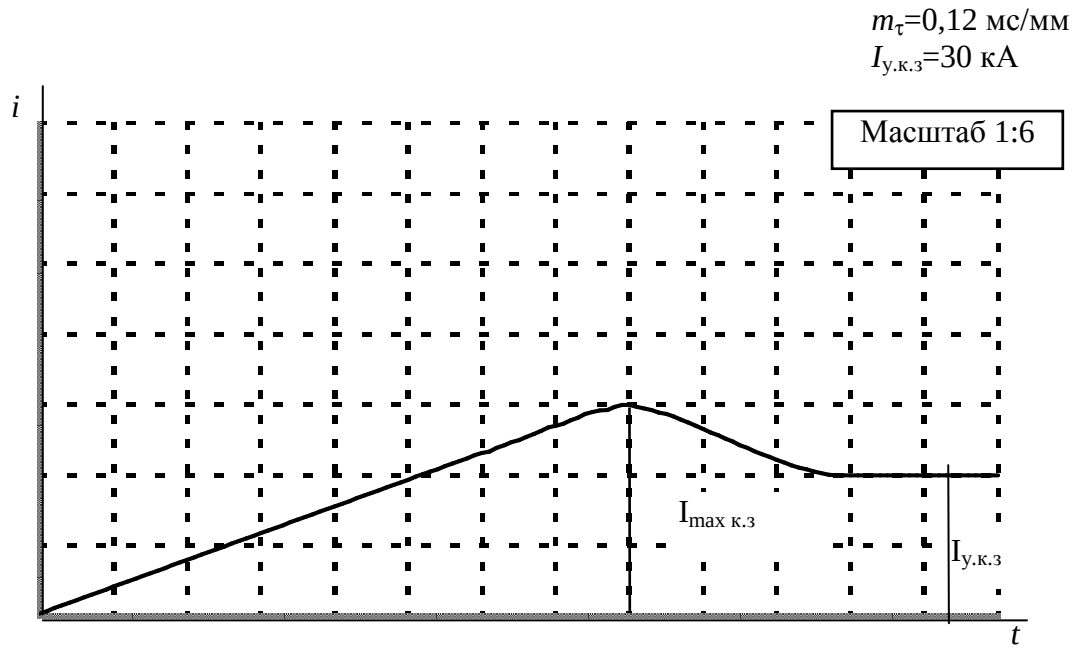

Рис. Д 3.1 – Масштабна осцилограма для визначення масштабу струму m_I, швидкості його наростання $\frac{di}{dt}$, постійної часу τ і максимальної величини струму короткого замикання $I_{max\ к.з}$.

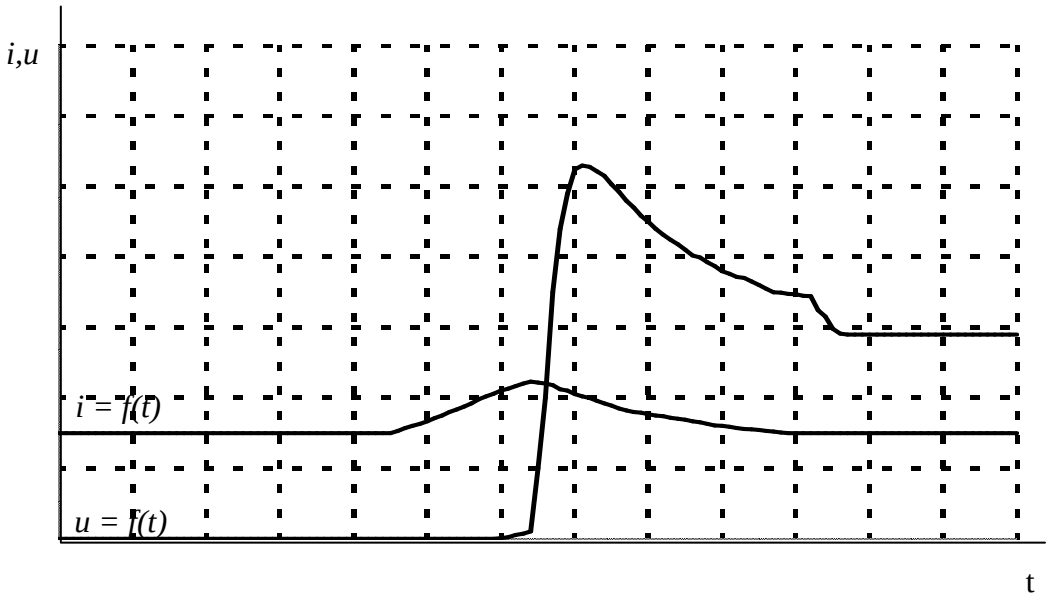

Рис. Д 3.2 – Осцилограма відключення струму короткого замикання швидкодіючим запобіжником №3. $I_{у.к.з.}$=30 кА; U=400 В; масштаб часу m_τ=0,12 мс/мм.

Варіант 4

m_τ=0,14 мс/мм
$I_{у.к.з}$=30 кА

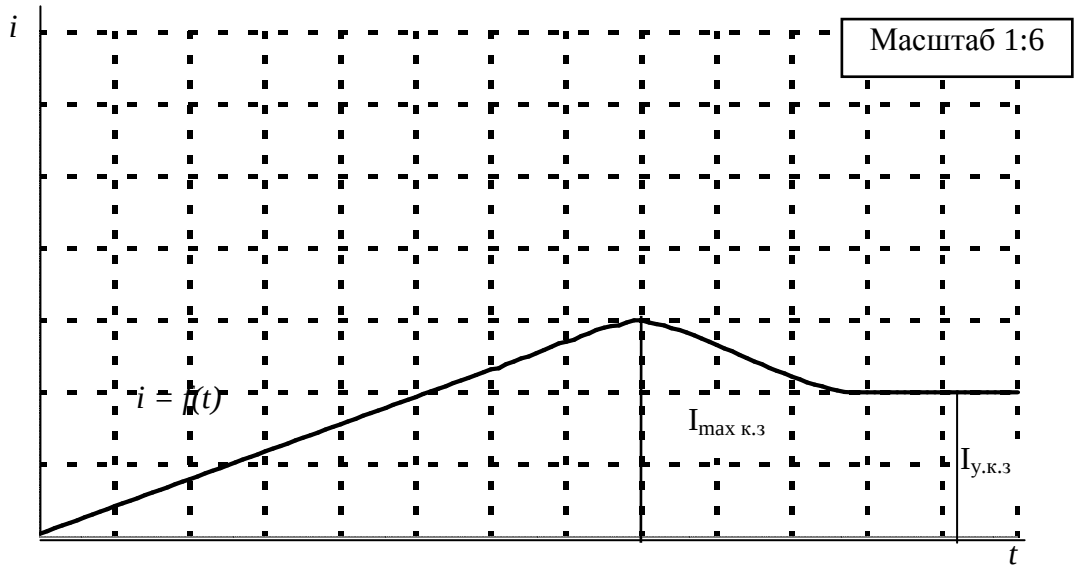

Рис. Д 4.1 – Масштабна осцилограма для визначення масштабу струму m_I, швидкості його наростання $\frac{di}{dt}$, постійної часу τ і максимальної величини струму короткого замикання $I_{max\ к.з}$.

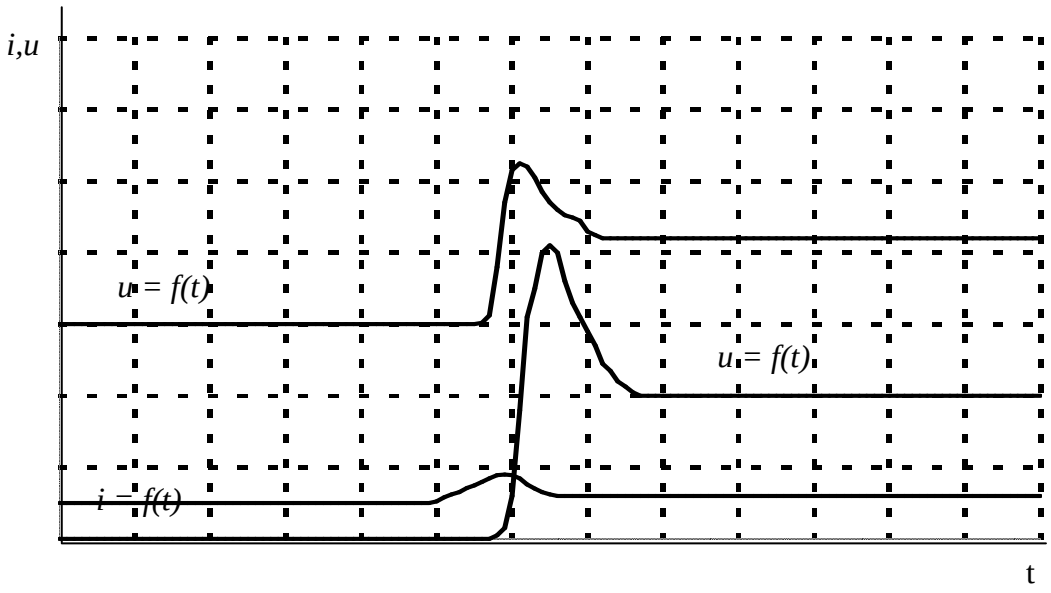

Рис. Д 4.2 – Осцилограма відключення струму короткого замикання швидкодіючим запобіжником №4. $I_{у.к.з.}$=30 кА; U=400 В; масштаб часу m_τ=0,14 мс/мм.

Варіант 5

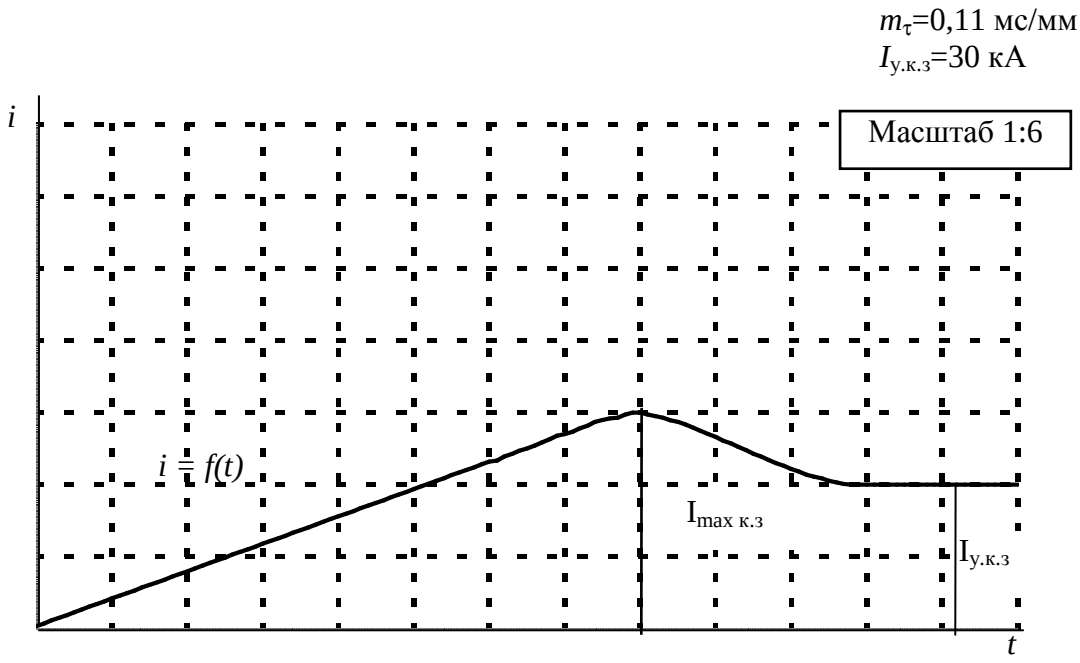

Рис. Д 5.1 – Масштабна осцилограма для визначення масштабу струму m_I, швидкості його наростання $\frac{di}{dt}$, постійної часу τ і максимальної величини струму короткого замикання $I_{max\ к.з}$.

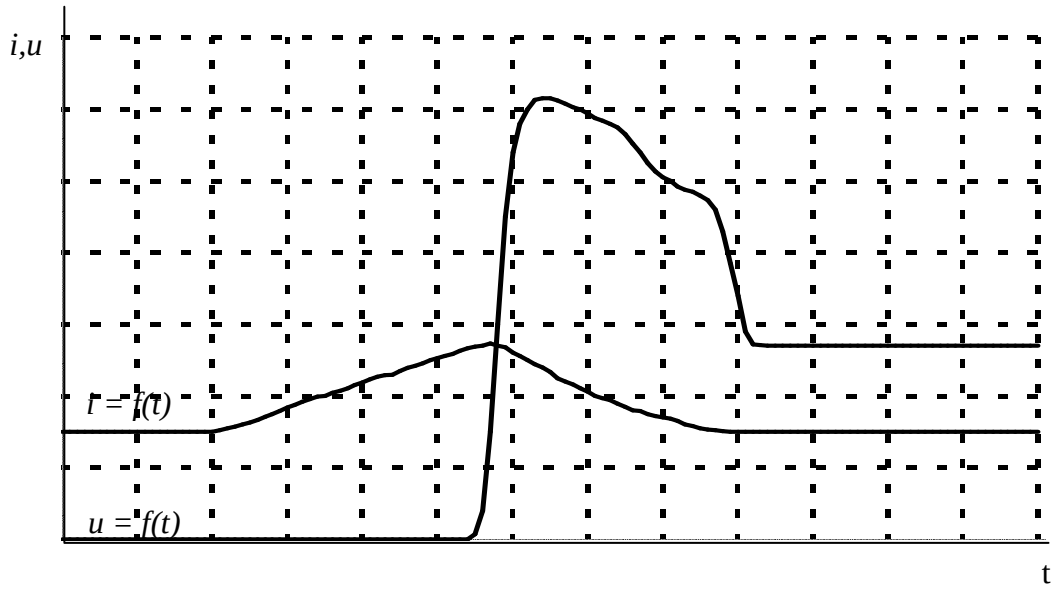

Рис. Д 5.2 – Осцилограма відключення струму короткого замикання швидкодіючим запобіжником №5. $I_{у.к.з.}$=30 кА; U=400 В; масштаб часу m_τ=0,11 мс/мм.

Варіант 6

m_τ=0,17 мс/мм
$I_{у.к.з}$=30 кА

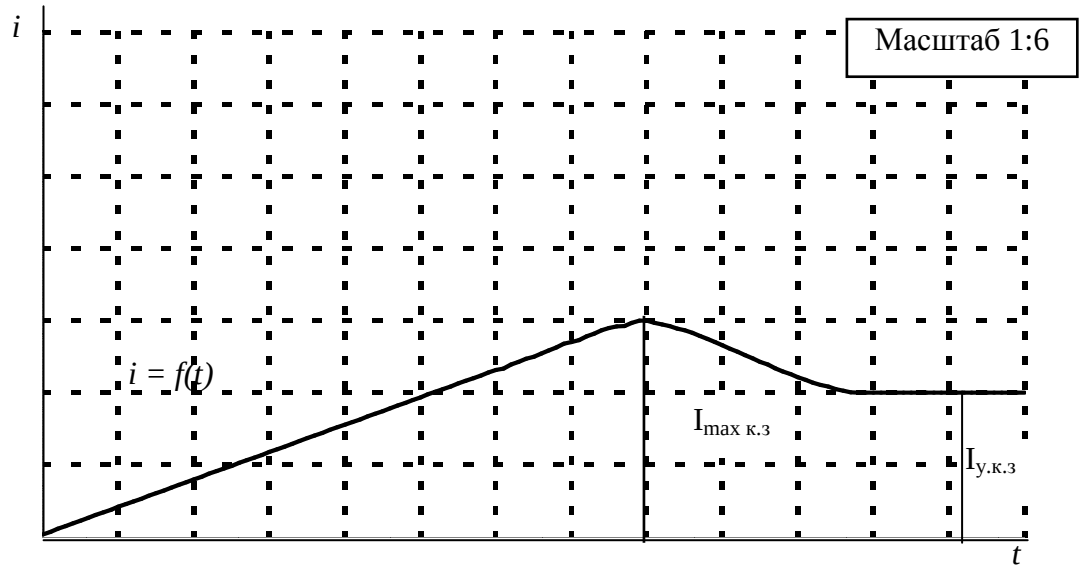

Рис. Д 6.1 – Масштабна осцилограма для визначення масштабу струму m_I, швидкості його наростання $\frac{di}{dt}$, постійної часу τ і максимальної величини струму короткого замикання $I_{max\ к.з}$.

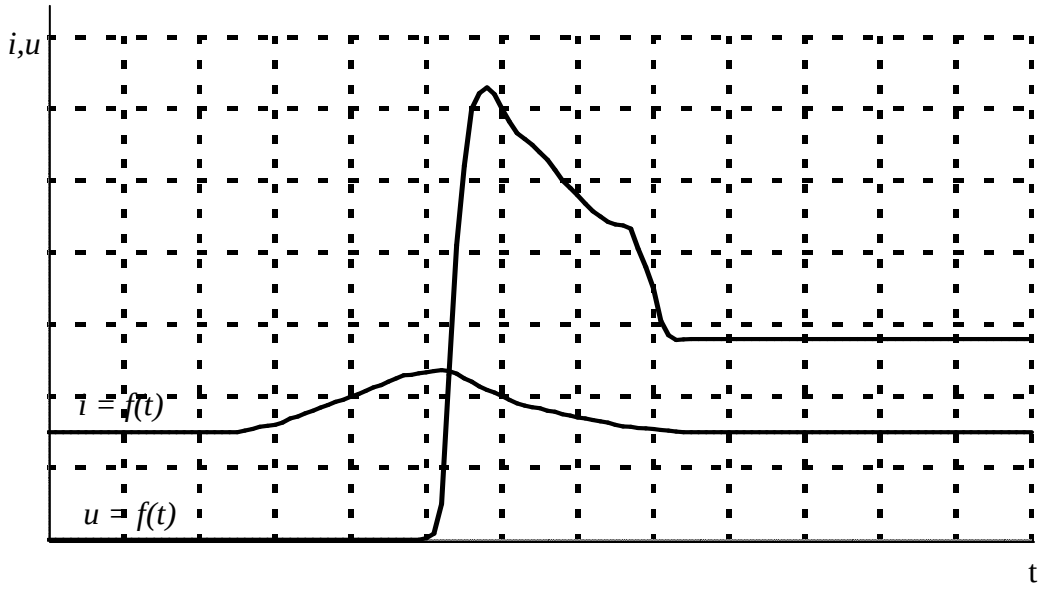

Рис. Д 6.2 – Осцилограма відключення струму короткого замикання швидкодіючим запобіжником №6. $I_{у.к.з.}$=30 кА; U=400 В; масштаб часу m_τ=0,17 мс/мм.

Варіант 7

m_τ=0,16 мс/мм
$I_{у.к.з}$=30 кА

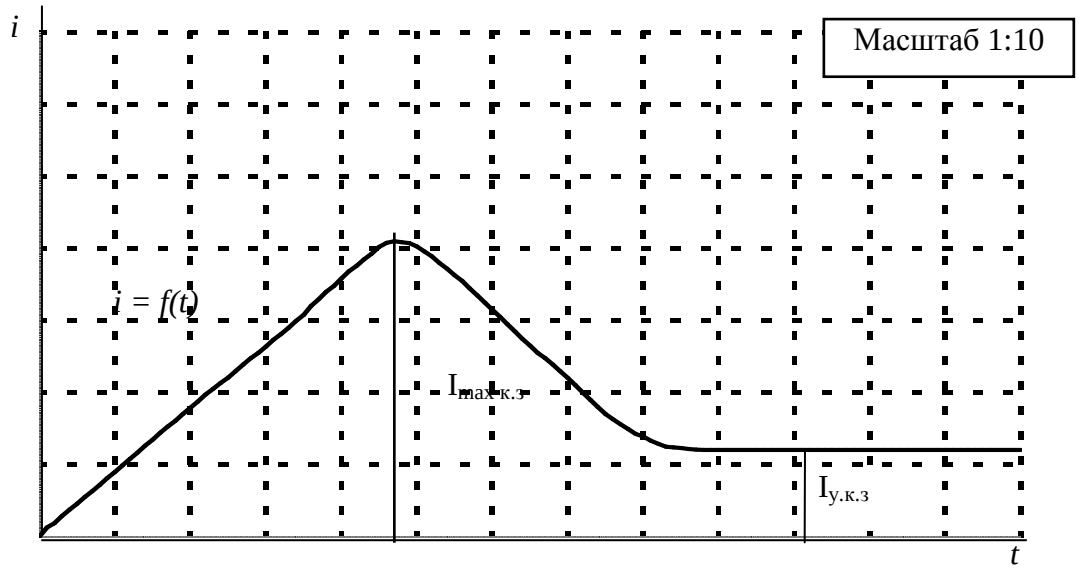

Рис. Д 7.1 – Масштабна осцилограма для визначення масштабу струму m_I, швидкості його наростання $\frac{di}{dt}$, постійної часу τ і максимальної величини струму короткого замикання $I_{max\ к.з}$.

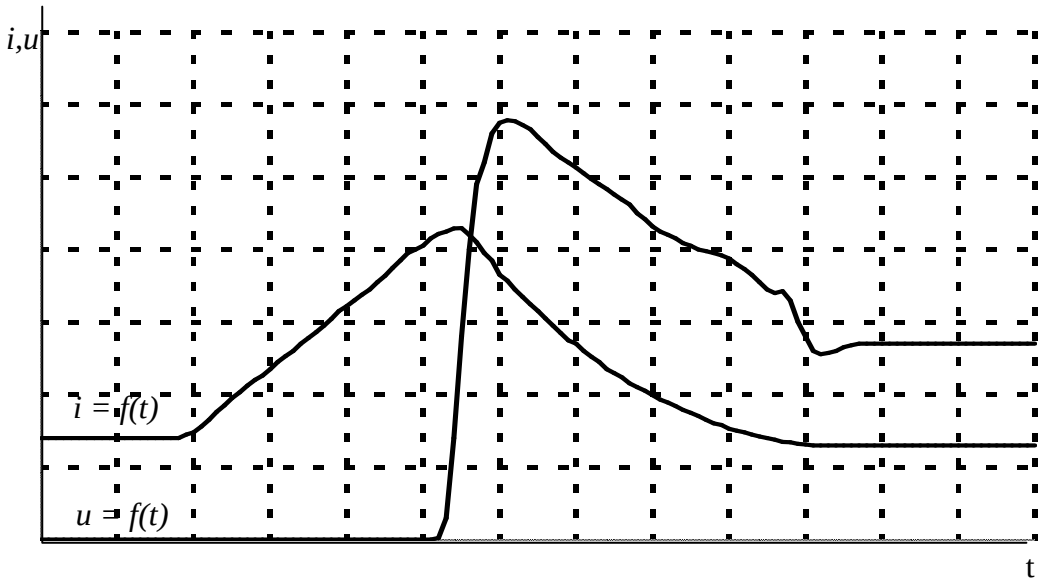

Рис. Д 7.2 – Осцилограма відключення струму короткого замикання швидкодіючим запобіжником №7. $I_{у.к.з.}$=30 кА; U=400 В; масштаб часу m_τ=0,16 мс/мм.

Варіант 8

m_τ=0,135 мс/мм
$I_{у.к.з}$=30 кА

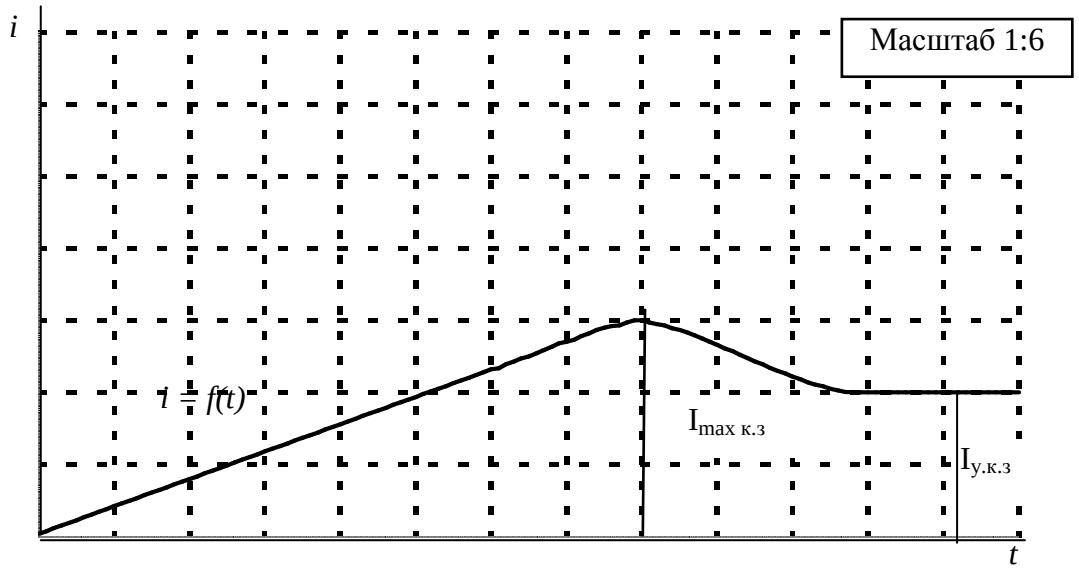

Рис. Д 8.1 – Масштабна осцилограма для визначення масштабу струму m_I, швидкості його наростання $\frac{di}{dt}$, постійної часу τ і максимальної величини струму короткого замикання $I_{max\ к.з}$.

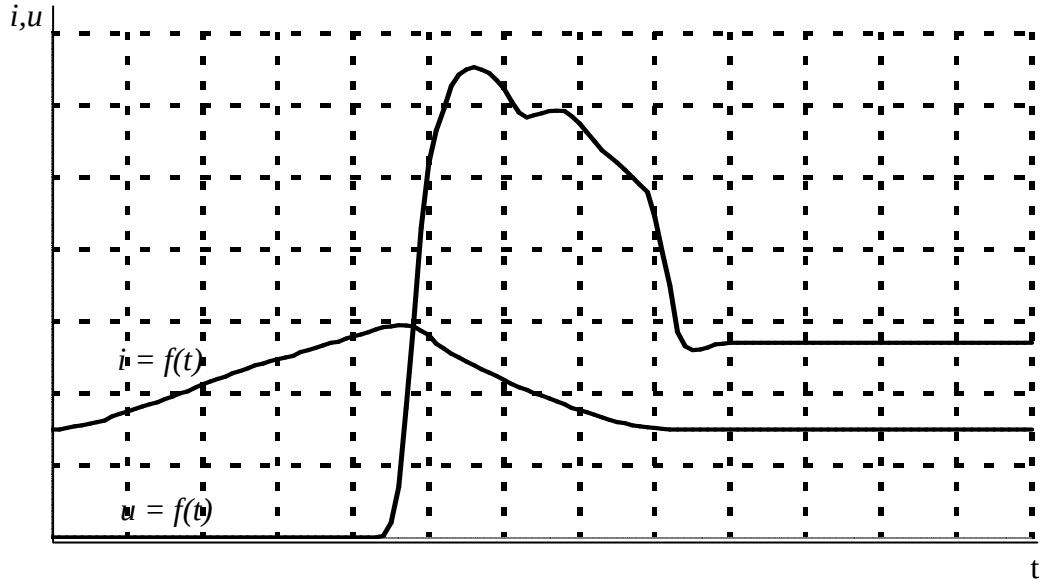

Рис. Д 8.2 – Осцилограма відключення струму короткого замикання швидкодіючим запобіжником №8. $I_{у.к.з.}$=30 кА; U=400 В; масштаб часу m_τ=0,135 мс/мм.

Варіант 9

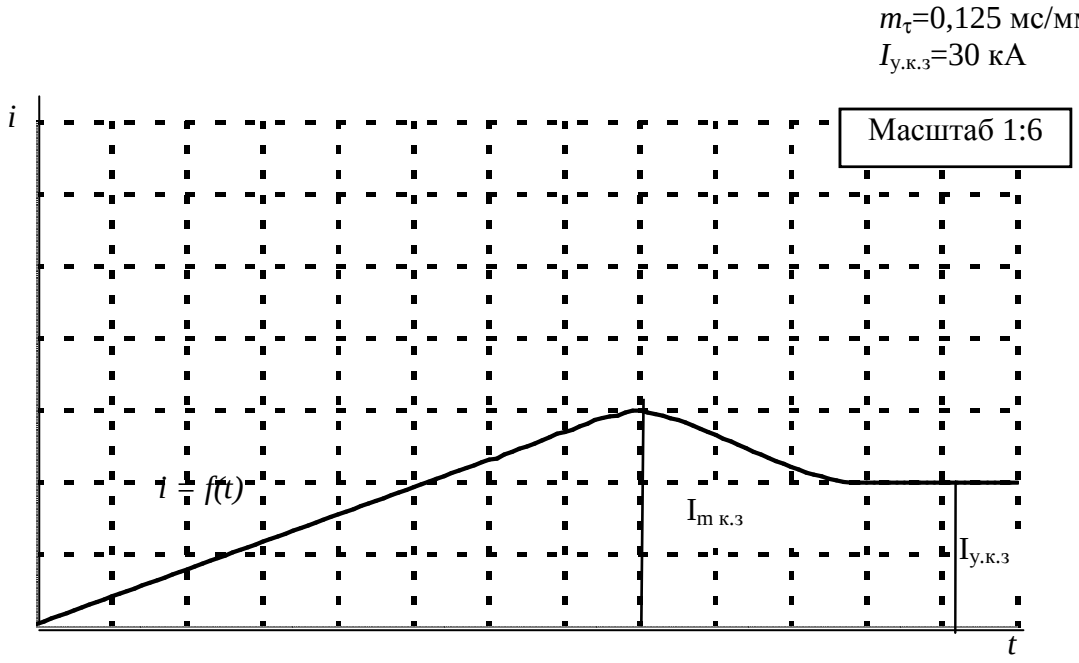

Рис. Д 9.1 – Масштабна осцилограма для визначення масштабу струму m_I, швидкості його наростання $\frac{di}{dt}$, постійної часу τ і максимальної величини струму короткого замикання $I_{max\ к.з}$.

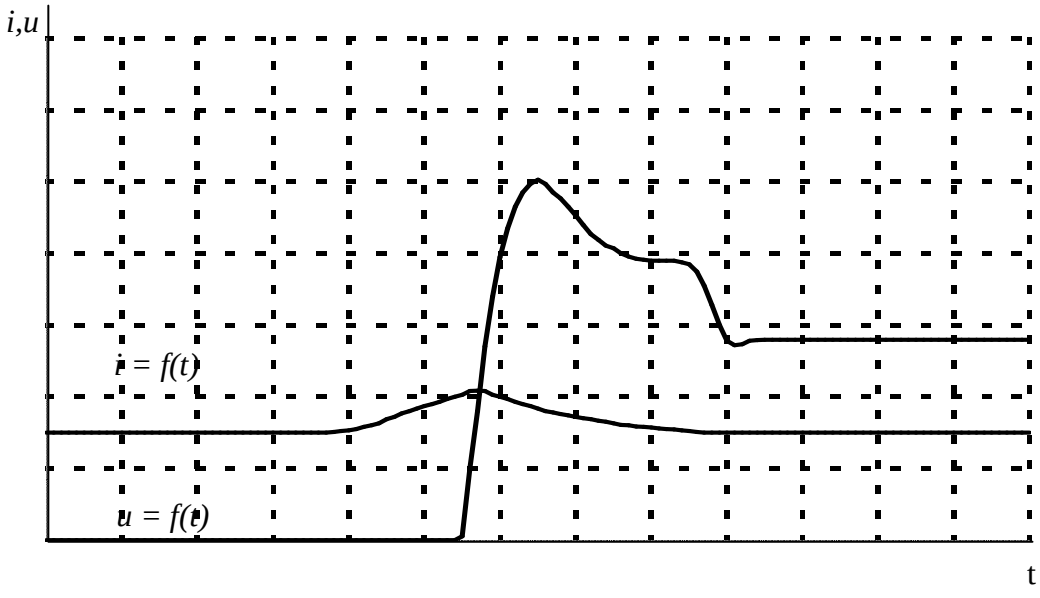

Рис. Д 9.2 – Осцилограма відключення струму короткого замикання швидкодіючим запобіжником №9. $I_{у.к.з.}$=30 кА; U=400 В; масштаб часу m_τ=0,125 мс/мм.

Варіант 10

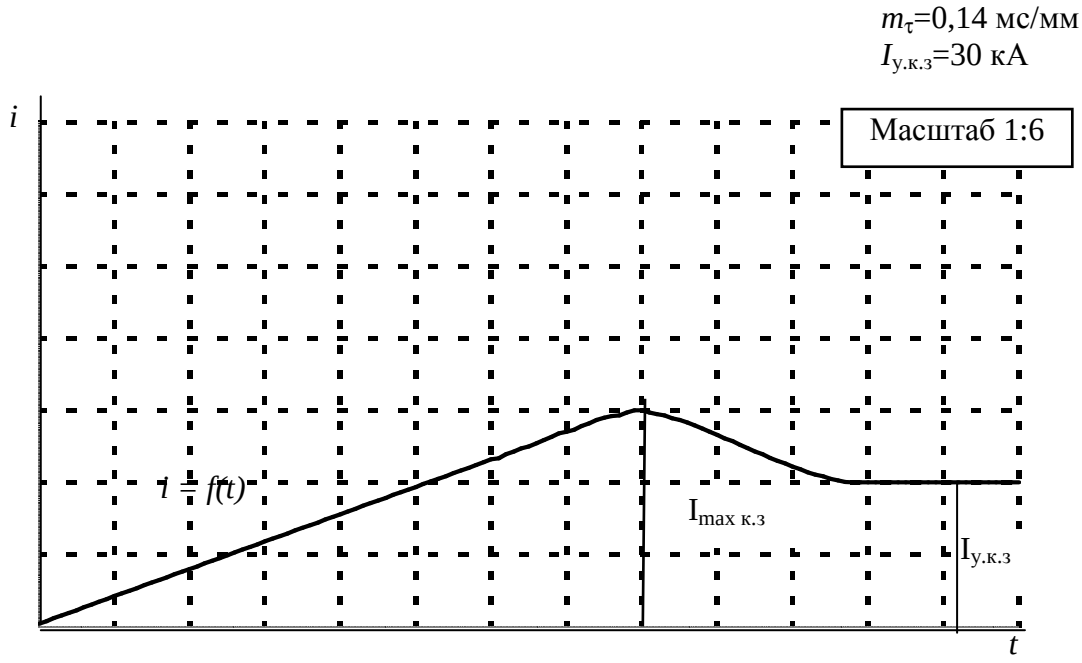

Рис. Д 10.1 – Масштабна осцилограма для визначення масштабу струму m_I, швидкості його наростання $\frac{di}{dt}$, постійної часу τ і максимальної величини струму короткого замикання $I_{max\ к.з}$.

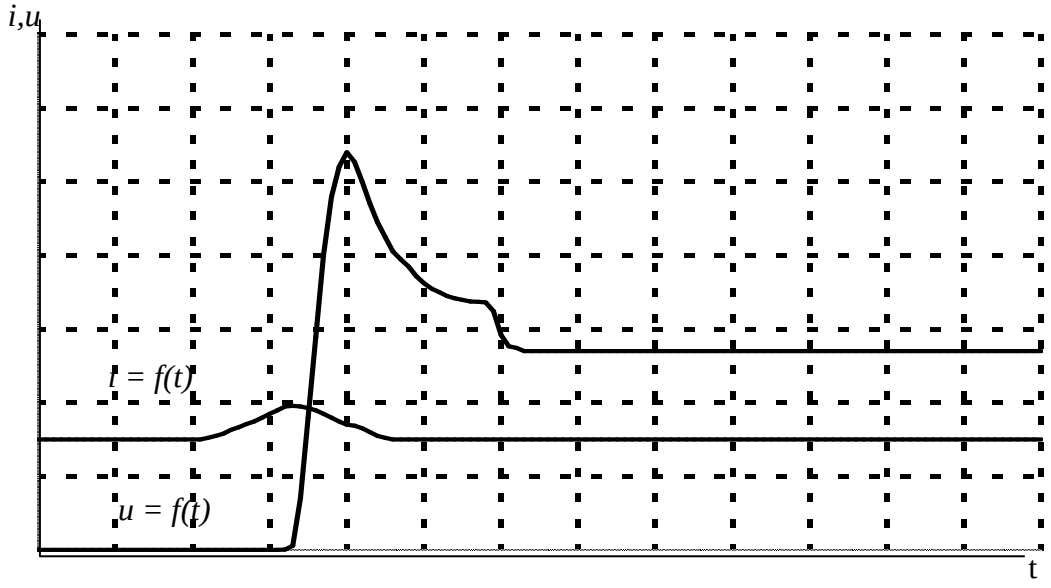

Рис. Д 10.2 – Осцилограма відключення струму короткого замикання швидкодіючим запобіжником №10. $I_{у.к.з.}$=30 кА; U=400 В; масштаб часу m_τ=0,14 мс/мм.

Приклад програми обробки осцилограм.

Номери варіантів осцилограм наведено в табл. 6.6.1. Графічні зображення всіх варіантів масштабних і дослідних осцилограм наведено в додатку 3. Обробка осцилограм проводиться за методикою, викладеною в п. 6.6, у такій послідовності. Вихідні дані для програмної обробки одержуємо шляхом графічної обробки заданих масштабної і дослідної осцилограм.. Для цього згідно з методикою (п. 6.6, рис.6.2 і 6.3) визначаємо: *з масштабної осцилограми –* масштаби часу m_t, струму m_i; *з дослідної осцилограми –* масштаб напруги m_u та ординати (в мм) струму плавлення *ab*, струму обмеження *cd*, перенапруги *op*, а також всі ординати кривої струму і напруги, для всіх інтервалів часу, з початку короткого замикання і з моменту виникнення електричної дуги до її гасіння. Величина та кількість інтервалів *k* вибирається (k = 8 – 15) в залежності від характеру дослідної осцилограми і необхідної точності визначення результатів і розрахунку захисних інтегральних характеристик запобіжника (інтеграл горіння дуги, інтеграл плавлення, джоулевий інтеграл, енергія дуги, середньоінтегральна напруга за час горіння дуги). По осі абсцис визначаємо геометричні значення (в мм) часу плавлення *ef* і горіння дуги *fk*. Всі перераховані вище значення вихідних даних вводяться за наступною маскою:

– *I*1 (Значення струмів на прямолінійній ділянці);

– *I* (Значення струмів на криволінійній ділянці);

– *U* (Значення напруги);

– $t_{пл}$, $t_г$ (Значення часу плавлення і часу горіння дуги);

– m_i, m_u, m_t (Масштабні коефіцієнти для струму, напруги, часу).

У програмі прийняті наступні ідентифікатори:

tpl – час плавлення перешийка; *td* – час горіння дуги; *mi* – масштаб струму; *mu* – масштаб напруги; *mt* – масштаб часу; *i* – струм; *u* – напруга; *wd* – інтеграл горіння дуги; *wpl* – інтеграл плавлення; *wp* – джоулевий інтеграл(*wd*+ *wpl*); *ed* – енергія дуги; *ucp* – середньоінтегральна напруга за час горіння дуги.

Приклад. Нехай при обробці осцилограм були отримані наступні дані.

```
0       16,2   25,5
25,5    27     23     18     14,5   11     6      3      0
0       15     19,5   22,5   23     24     21,5   20     17,5
31      34
100     33,3   0,0001
```

Введемо програму, розроблену у відповідності з методикою викладеною в п.6.6, текст якої наведено нижче:

```
dim i1(2), i(8), u(8), i2(8), ui(8)
open "f1.inp" for input as #1
   for k=0 to 2
      input #1, i1(k)
   next
   for k=0 to 8
      input #1, i(k)
   next
   for k=0 to 8
      input #1, u(k)
   next
   input #1, tpl, td
   input #1, mi, mu, mt
close
for k=0 to2
   i1(k)=i1(k)*mi
next
for k=0 to 8
   i(k)=i(k)*mi
   u(k)=u(k)*mu
next
tpl=tpl*mt
td=td*mt
```

```
dtpl=tpl/2: dtd=td/2
wpl=dtpl*(i1(0)^2+4*i1(1)^2+i1(2)^2)/3
for k=0 to 8
   i2(k)=(i(k))^2: ui(k)=u(k)*i(k)
next
wd=dtd*(i2(0)+4*i2(1)+2*i2(2)+4*i2(3)+2*i2(4)+4*i2(5)+2*i2(6)+4*i2(7)+
+ i2(8))/3
wp=wpl+wd
ed=dtd*(ui(0)+4*ui(1)+2*ui(2)+4*ui(3)+2*ui(4)+4*ui(5)+2*ui(6)+4*ui(7)+
+ ui(8))/3
ucp=dtd*(u(0)+4*u(1)+2*u(2)+4*u(3)+2*u(4)+4*u(5)+2*u(6)+4*u(7)+u(8))/3
print using " ##.###^^^^"; wpl; wd; wp; ucp
```

Після введення маски вихідних даних і проведення розрахунків за програмою одержимо відповідні результати обробки осцилограм:

```
wp              ed              ucp
16,673E+03;     2,999E+03;      654.
```

Обробка осцилограм може бути виконана за допомогою математичної системи Maple або табличного процесору Excel. Приклади такої обробки наведені на сайті кафедри "Електричні апарати" НТУ "ХПІ". Там же наведені приклади побудови математичних моделей першого і другого порядків на основі планів ПФЕ, ПФЕ з нелінійністями, ДФЕ, ОЦКП, ДОЦКП за допомогою математичної системи Maple.

ЗМІСТ

Передмова 3
1. Загальні питання наукових досліджень 5
1.1. Основні етапи процесу наукових досліджень 6
1.2. Методологія, методика й методи наукових досліджень 10
1.2.1. Методологія наукових досліджень 10
1.2.2. Методика й план-програма наукових досліджень 10
1.2.3. Методи наукових досліджень 13
1.2.4. Загальнонаукові методи 14
1.2.5. Математичне моделювання 20
2. Експериментальні дослідження 24
2.1. Помилки експерименту 25
2.2. Види експериментів 27
2.3. Планування експерименту. Основні поняття й терміни 29
2.3.1. Об’єкт дослідження і його математична модель 29
2.3.2. Вимоги до відгуків і факторів 32
2.3.3. План експерименту 33
2.4. Визначення математичних моделей методом найменших квадратів (МНК) 35
2.4.1. МНК для функції однієї змінної 37
2.4.2. МНК для лінійної функції декількох змінних 43
2.4.3. МНК для ортогональних планів 52
3. Ортогональні плани багатофакторних експериментів 58
3.1. Ортогональні плани першого порядку 58
3.2. Повний факторний експеримент ПФЕ 2^m 61
3.3. Дробовий факторний експеримент ДФЕ 2^{m-q} 69
3.4. Ортогональні центрально-композиційні плани другого порядку 73
3.5. Трирівневі плани повного факторного експерименту ПФЕ3^m 83
3.6. Дробові ортогональні центрально-композиційні плани 86
4. Ротатабельні плани другого порядку 96
4.1. Стратегія багатофакторних експериментальних досліджень 99
5. Реалізація ортогональних планів 101
5.1. Проведення експериментальних досліджень 101
5.2. Оцінка однорідності експерименту 103

5.3. Оцінка точності й статистичної значущості результатів досліджень 106
5.4. Оцінка статистичної значущості коефіцієнтів й адекватності математичної моделі 107
5.5. Приклад статистичного аналізу результатів багатофакторного експерименту 110
5.6. Способи підвищення точності математичної моделі 115
6. Лабораторний практикум 119
6.1. Лабораторна робота №1. Розробка плану багатофакторного експерименту ПФЕ 2^m і математичної моделі першого порядку 119
6.2. Лабораторна робота №2. Побудова планів і математичних моделей першого порядку з нелінійностями 127
6.3. Лабораторна робота №3. Побудова математичних моделей на основі дробових планів ДФЕ 2^{m-q} 130
6.4. Лабораторна робота №4. Побудова математичних моделей другого порядку на основі ортогональних центрально-композиційних планів (ОЦКП) 134
6.5. Лабораторна робота №5. Побудова математичних моделей другого порядку на основі дробових планів (ДОЦКП) 141
6.6. Лабораторна робота №6. Статистична обробка результатів 145
6.7.Лабораторна робота №7. Обробка багатофакторних експериментів 154
7. Автоматизація досліджень електричних апаратів 164
7.1. Застосування мікроконтролерів МК 51 при автоматизації досліджень електричних апаратів 164
7.2. Структурна схема АСУ ТПД з паралельними АЦП 170
8. Оформлення результатів наукових досліджень 182
8.1. Форми наукової продукції 182
8.2. Вимоги до оформлення документів 184
8.3. Рекомендації щодо оформлення матеріалів 185
Список літератури 191
Додаток 1. Приклади алгоритмів і результатів розрахунку коефіцієнтів математичних моделей першого й другого порядку 195
Додаток 2. Таблиці випадкових чисел і статистичних критеріїв 208
Додаток 3. Варіанти даних для лабораторних робіт 212

Навчальне видання

ГРИЩУК Юрій Степанович

ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Роботу до видання рекомендував О. І. Рогачов

Редактор Л.Л. Яковлєва

План 2006 р. , поз. 17/

Підп. до друку Формат 60х84 1/16. Папір офсетний.
Друк. - ризографія. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 9.4.
Обл. - вид. арк. 11.8. Наклад 300 прим. Зам. № Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ „ХПІ”, 61002 Харків, вул. Фрунзе, 21
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 116 від 10.07.2000р.

Друкарня НТУ „ХПІ”, 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21