УДК 621.313

***В. И. МИЛЫХ, Л. В. ШИЛКОВА***

# ЧИСЛЕННО-ПОЛЕВОЙ АНАЛИЗ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТРЕХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ В СТАТИКЕ И ДИНАМИКЕ

Подано принципи і результати чисельно-польового розрахунку координатних і часових функцій величин, що характеризують магнітне поле в активній зоні трифазного асинхронного двигуна в режимі навантаження. На прикладі двигуна потужністю 15 кВт аналізуються кутові функції магнітної індукції (МІ) в проміжку, в зубцево-пазових структурах ротора і статора, в спинці осердя статора, радіальні функції МІ і напруженості магнітного поля в пазах і зубцях ротора і статора, а також часові функції МІ в точках проміжку і осердя статора, в точках, які пов'язані з обертовим ротором.

**Ключові слова:** трифазний асинхронний двигун, режим навантаження, магнітні поля, чисельні розрахунки, магнітна індукція, напруженість магнітного поля, координатні і часові функції.

Представлены принципы и результаты численно-полевого расчета координатных и временных функций величин, характеризующих магнитное поле в активной зоне трехфазного асинхронного двигателя в режиме нагрузки. На примере двигателя мощностью 15 кВт анализируются угловые функции магнитной индукции (МИ) в зазоре, в зубцово-пазовых структурах ротора и статора, в спинке сердечника статора, радиальные функции МИ и напряженности магнитного поля в пазах и зубцах ротора и статора, а также временные функции МИ в точках зазора и сердечника статора, в точках, связанных с вращающимся ротором.

**Ключевые слова:** трехфазный асинхронный двигатель, режим нагрузки, магнитные поля, численные расчеты, магнитная индукция, напряженность магнитного поля, координатные и временные функции.

**Purpose.** Presentation of the principles and the results of numerical-field calculation of the coordinate and temporal functions of quantities characterizing the magnetic field in the core of a three-phase induction motor (TAD) on load condition. **Methodology.** Calculations of magnetic fields are carried out with the finite elements method by FEMM program. Calculations are automated by controlling the operation of the program by means of the scripts created in Lua language. The coordinate functions are obtained by a disposable calculation in statics, the temporal functions - in dynamics by the multi-position calculations of the rotating magnetic fields within the full rotation of the rotor. **Results.** The test calculations are conducted on a 15 kW TAD. The expanded set includes more functions besides the traditional consideration of the coordinate (angular) function of magnetic induction in the gap, namely, there are the coordinate functions of the magnetic induction and tension of the magnetic field in the slots and teeth of the rotor and stator, and also the temporal functions of the magnetic induction in points of the gap and core of the stator, in points associated with the rotating rotor. **Originality.** The updated formation principles of the TAD calculation model are presented based on the design data with the original formation of the current structure in the rotor slots, and the author's principles of the multi-position calculation of the rotating magnetic fields of TAD are presented in dynamics. The unique temporal functions of magnetic induction are got in a number of points of the TAD magnetic system. **Practical value.** Numerical-field analysis of the coordinate functions of the magnetic induction and tension of the magnetic field in a number of areas and their temporal functions at specific points revealed aspects that were previously unavailable using classical methods of calculation of the TAD magnetic circuit. It has shown how rough were the assumptions made in calculation of a magnetic circuit of electrical machines with these methods. The results demonstrated that when they were taken in account a TAD design process had a verification reserves in part of determining its electromagnetic parameters and magnetic loss of power.

**Keywords:** three-phase induction motor, load condition, magnetic fields, numeral calculations, magnetic induction, tension of the magnetic field, coordinate and temporal functions.

**Введение.** Принцип действия электрических машин (ЭМ), в том числе и трехфазных асинхронных двигателей (ТАД), основан на взаимодействии магнитных полей [1]. Обоснование важнейших явлений – индуктирование ЭДС в обмотках и силовых действий базируется, как правило, на магнитных полях в зазоре между индуктором и якорем, роли которых в ТАД играют статор и ротор. При этом одной из ключевых величин является магнитная индукция (МИ).

В классической системе проектирования ЭМ величина МИ в зазоре определяется методом магнитной цепи [2], а форма ее распределения принимается умозрительно с использованием имеющегося опыта экспериментальных исследований. Это распределение «сглаживается», а наличие зубцов сердечников учитывается в расчетах специальными коэффициентами.

В большинстве случаев расчеты магнитного поля ограничиваются случаями действия одной из обмоток, например, индуктора – это общепринятый режим холостого хода (ХХ). В режиме нагрузки, в котором и происходят основные процессы в ЭМ, при действии всех обмоток расчеты магнитных полей в зазоре методом магнитной цепи, как правило, не удаются ввиду чрезмерной сложности и невысокой точности из-за серьезных допущений.

Приближенное распределение МДС обмоток и МИ ложится в основу гармонического анализа электромагнитных величин в зазоре и в обмотках, что также является основой классической теории ЭМ. Такой упрощенный подход, как показано в [3] на примере турбогенератора, не дает достоверных результатов, когда речь идет о конкретных числовых значениях этих величин. Отказаться от ряда допущений, влияющих на результаты расчета магнитных полей в ЭМ, позволяют численные методы в сочетании с современным компьютерным программным обеспечением [4-6]. Однако на практике в большинстве случаев ограничиваются простым созерцанием рассчитанных магнитных полей [7], рассмотрением только координатного распределения МИ в зазоре ЭМ (по линии его развертки), использованием результатов расчета в локальных зонах [8] и другими упрощенными вариантами магнитных полей и связанных с ними других величин.

**Постановка задачи.** Целью работы является представление принципов и результатов численно-полевого расчета координатных и временных функций величин, характеризующих магнитное поле, в ТАД в режиме нагрузки. В расширенный состав, кроме традиционного рассмотрения координатной (угловой)

© В.И. Милых, Л.В. Шилкова, 2016

функции МИ в зазоре, входят еще координатные функ–ции МИ и напряженности магнитного поля в пазах и зубцах ротора и статора, в спинке сердечника ста–тора, а также временные функции МИ в точках зазо–ра и сердечника статора, в точках, связанных с вра–щающимся ротором. Координатные функции полу–чаются при одноразовом расчете поля при заданных мгновенных значениях токов обмоток – это условно статическое состояние. Временные функции получаются при многопозиционных расчетах магнитных полей в процессе их вращения вместе с ротором – это условно динамический режим.

**Объект исследования.** Для расчетного анализа взят ТАД мощностью 15 кВт, проектные параметры которого представлены в [2]. Он рассчитан на номинальные фазные напряжение $U_{sN}$=220 В и ток статора $I_{sN}$=29 А; коэффициент мощности $\cos\varphi_{sN}$=0,889, скольжение $s_N$=0,026 и частоту $f_s$=50 Гц. Он имеет числа фаз $m_s$=3 и пар полюсов $p$=2, наружные диаметры сердечников статора $d_{se}$=0,272 м и ротора $d_r$=0,184 м, воздушный зазор δ=0,5 мм; активную длину $l_a$=0,13 м; числа пазов статора $Q_s$=48 и ротора $Q_r$=38; число последовательных витков фазной обмотки статора $N_s$=112; ее обмоточный коэффициент $K_{Ws}$=0,959; реактивную $I_{sor}$=7,75 А и активную $I_{soa}$= 0,52 А составляющие тока ХХ статора; коэффициент скоса пазов ротора $K_{sqr}$=0,996.

Пазы ротора закрытые с перемычкой толщиной 0,7 мм. Обмотка статора однослойная, диаметральная, распределенная, что характерно для ТАД определенного уровня мощности.

**Расчетная модель ТАД.** Расчеты магнитного поля проводились по программе FEMM [6]. Под нее создана расчетная модель электромагнитной систе–мы ТАД в его поперечном сечении. Она изображена на рис. 1 и представлялась подробнее в [9].

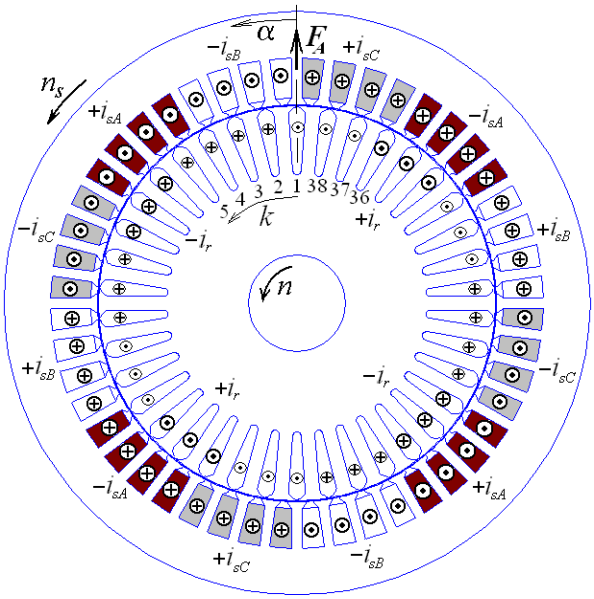


Рис. 1 – Расчетная модель электромагнитной системы ТАД в его поперечном сечении

Распределение фазных зон обмотки статора идентифицируется на рис. 1 индексами при фазных токах. Принято, что МДС $F_A$ фазной обмотки $A$ на полюсном делении вверху ориентирована по вертикальной оси, от которой отсчитывается угол α.

Верхний зубец сердечника статора расположен на той же вертикали, форма фазных зон симмет–рична относительно этой оси, а по направлениям то–ков – асимметричны. Все остальное принимает свои позиции автоматически в зависимости от значения $p$.

В обмотке статора подразумевается симметричная трехфазная система фазных токов:

$$i_{sA} = I_{ms}\cos(\omega t)\,;\; i_{sB} = I_{ms}\cos(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi)\,;\quad i_{sC} = I_{ms}\cos(\omega t - \tfrac{4}{3}\pi)\,, \tag{1}$$

где $t$ – время; $I_{ms}$ – амплитуда, ω – угловая частота.

В начальный момент при $t$=0 токи в фазных обмотках $A$, $B$ и $C$ составляют $i_{sA}=I_{ms}$, $i_{sB}=i_{sC}=-0{,}5I_{ms}$. В пазах статора на рис. 1 показаны соответствующие их направления. Знаки + и – перед символами токов показывают, что они должны быть еще добавлены к определяемым по формулам (1) мгновенным значениям фазных токов. Угловая позиция ротора может меняться, но при этом его нумерованные пазы фиксируются координатой первого паза $\alpha_{r1}$ и углом сдвига друг от друга $\alpha_{rn}=360°/Q_r$.

Расчетная модель ТАД преобразуется в физико-геометрическую модель, воспринимаемую программой FEMM. Это делается автоматически составленным скриптом Lua, аналогичным скрипту для турбогенератора, представленному в [10].

Важным аспектом подготовительной работы к расчету магнитного поля в ТАД является определение *величины токов обмотки ротора*, а также их фазового сдвига по отношению к токам обмотки статора, которые уже заданы (1). Ранее [11] это делалось на основе электрической схемы замещения ТАД. Теперь это делается по представленным выше проектным данным ТАД и иллюстрируется векторной диаграммой (ВД), построенной на рис. 2 по общеизвестным правилам [1].

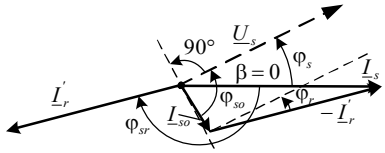


Рис. 2 – Векторная диаграмма к определению тока ротора при нагрузке ТАД

Базовым принят вектор обобщенного фазного тока $\underline{I}_s$ с нулевой начальной фазой β. Под углом $\varphi_s=\arccos(\cos\varphi_{sN})$ к $\underline{I}_s$ проводится вектор фазного напряжения $\underline{U}_s$, а под углом $\varphi_{so}=\mathrm{arctg}(I_{sor}/I_{soa})$ к нему построен вектор $\underline{I}_{so}$ – тока ХХ статора.

Относительно вектора напряжения получаются активная и реактивная составляющие обращенного приведенного фазного тока ротора:

$$-I'_{ra} = I_s\cos\varphi_s - I_{soa}\,;\; -I'_{rr} = I_s\sin\varphi_s - I_{sor}\,, \tag{2}$$

действующее значение этого тока и его фазовый сдвиг относительно напряжения:

$$-I_r' = \sqrt{(-I_{ra}')^2 + (-I_{rr}')^2}\ ;\ \ \varphi_r = arctg\frac{-I_{rr}'}{-I_{ra}'}. \qquad (3)$$

Вектор необращенного приведенного фазного тока ротора $\underline{I}_r' = -(-\underline{I}_r')$ и относительно тока статора имеет фазовый сдвиг (в электрических градусах)

$$\varphi_{sr} = 180° - \varphi_s + \varphi_r\,. \qquad (4)$$

Действующее значение истинного (не приведенного) фазного тока ротора находится через коэффициент приведения токов [1]:

$$I_r = (-I_r')\cdot\frac{N_s K_{Ws}\, m_s}{N_r K_{Wr}\, m_r}\cdot\frac{1}{K_{sq}}\,, \qquad (5)$$

где для короткозамкнутой обмотки ротора число фаз $m_r$ равно числу пазов ротора $Q_r$, число витков на фазу $N_r$=0,5, обмоточный коэффициент $K_{Wr}$=1.

Для использования в геометрической расчетной модели (рис. 1) электрические градусы ВД (рис. 2) должны перейти, как известно [1], в реальную угловую меру через деление на число пар полюсов $p$.

Конкретно, распределение по пазам ротора си–нусоидальной волны его токов должно отставать на каждой паре полюсов от такой же условной волны системы токов статора (1) на геометрический угол

$$\alpha_{sr} = \varphi_{sr} / p\,. \qquad (6)$$

В итоге, для рассматриваемого ТАД получено $I_r$=439,9 А; $\alpha_{sr}$=-82,55° (тут уточнение, т.к. по проектным данным ток $I_r$ составлял 442 А). Отрицательное значение угла $\alpha_{sr}$ и дает отставание «волны» токов ротора от «волны» токов статора.

На представленной основе формируется многофазная система мгновенных значений токов в стержнях короткозамкнутого ротора, а именно:

$$i_{rk} = \sqrt{2} I_r \sin\left\{p\cdot\left[(k-1)\cdot\alpha_{rn} + \alpha_{sr} + \alpha_{r1}\right]\right\}\ , \qquad (7)$$

где $k$=1, 2,…,$Q_r$ – номер паза в соответствии с рис. 1.

**Общие принципы расчета магнитных полей.**

В поперечном сечении ТАД (рис. 1) магнитное поле описывается общеизвестным дифференциальным уравнением

$$\mathrm{rot}\left[\frac{1}{\mu}\mathrm{rot}\left(\vec{k}\,A_z\right)\right] = \vec{k}\,J_z\,, \qquad (8)$$

где $A_z$, $J_z$ – аксиальные составляющие векторного магнитного потенциала (ВМП) и плотности тока;

$\vec{k}$ – орт по аксиальной оси $z$;

$\mu$ – абсолютная магнитная проницаемость, которая для ферромагнитных сердечников определяется по их кривой намагничивания.

На внешней поверхности сердечника статора принимается условие Дирихле $A_z$=0. Численный расчет магнитного поля проводится методом конечных элементов, как отмечалось, по общедоступной программе FEMM [6] при конкретной позиции ротора и соответствующих значениях токов статора (1) и ротора (7). При этом основным допущением является неучет возможной реакции вихревых токов.

Одной из базовых величин магнитного поля, которые принято анализировать, является МИ, вычисляемая по распределению ВМП на основе общего выражения $\vec{B} = \mathrm{rot}(\vec{k}\,A_z)$. Исходя из этого, например, в полярных координатах составляющие и модуль МИ:

$$B_r = \frac{\partial A_z}{r\,\partial\alpha}\ ;\ \ B_\alpha = -\frac{\partial A_z}{\partial r}\ ;\ \ B = \sqrt{B_r^2 + B_\alpha^2}\,. \qquad (9)$$

В шихтованных сердечниках программа FEMM «выдает» значения МИ, «размазанные» на всю их ак–сиальную длину. Чтобы получить МИ непосредственно для стальных листов, надо делить эти значения на коэффициент заполнения сердечника сталью.

Для получения *координатных – угловых и радиальных функций* МИ (зависящих от $\alpha$ и $r$) достаточно провести однопозиционный расчет магнит–ного поля. В режиме номинальной нагрузки, в ука–занной на рис. 1 позиции ротора для момента времени $t$=0, по (1) определены токи $i_{As}$=41 А; $i_{Bs}$=-20,5 А; $i_{Cs}$=-20,5 А. Распределение токов по пазам ротора и статора, картина магнитного поля для этого режима в виде силовых линий, а также векторы МИ представлены на рис. 3. Более детализированный фрагмент этой картины показан на рис. 4 в зоне зазора с прилегающими зубцово-пазовыми структурами ротора и статора.

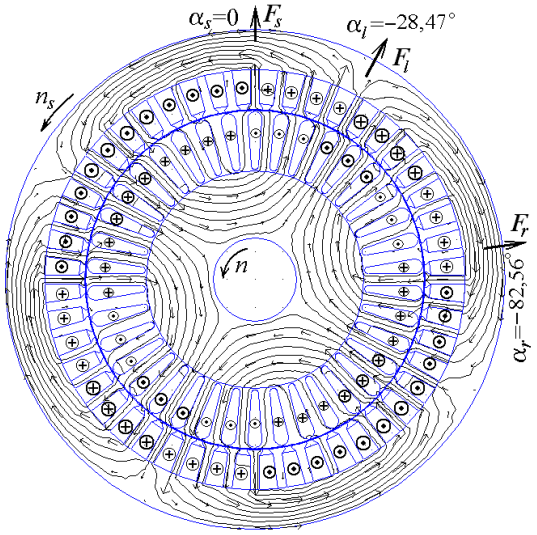


Рис. 3 – Магнитное поле ТАД в режиме нагрузки

Рис. 4 –Фрагмент картины магнитного поля

На рис. 3 представлены условные направления МДС на одном полюсном делении: $F_s$ – обмотки статора, $F_r$ – обмотки ротора и $F_l$ – результирующей. Соответствующие значения углов для МДС получены по правилам, изложенным в [5, 9].

Очевидно, что при переходе от режима ХХ к номинальной нагрузке результирующая МДС и картина магнитного поля тоже (см. [9]), повернулись на угол $\alpha_l$.

Этот угол, по аналогии с синхронными машинами [1], можно считать углом нагрузки ТАД.

Для получения *временных функций электромагнитных величин* проводятся многопозиционные расчеты магнитных полей для задаваемого с шагом $\Delta t$ временного ряда

$$t_k=\Delta t\cdot(k\text{-}1);\quad k=1,2,...,K_{\min}, \tag{10}$$

с обеспечением вращения ротора посредством его установки в угловые позиции

$$\alpha_k=\Delta\alpha\,(k\text{-}1)\,(1\text{-}s);\quad k=1,\,2,\,...,\,K, \tag{11}$$

с шагом $\Delta\alpha=\Omega\cdot\Delta t$, где $K$ – минимальное число пози–ций, позволяющее сформировать конкретные вре–менные функции на заданном временном интервале.

В (11) текущее отставание ротора от вращаю–щегося магнитного поля статора учитывается сколь–жением $s$. Это не следует путать с объясненным выше и учтенным в (7) установившимся отставанием «волны» токов ротора от «волны» токов статора в процессе их синхронного вращения. Частоты вращения магнитного поля $n_s$ и ротора $n$ показаны на рис. 1 и рис. 3 с обозначением их направлений.

Важно то, что распределение токов по пазам ротора в соответствии с (7) должно происходить уже после поворота ротора на угол $\Delta\alpha$. И здесь уже рассматривается не некоторый общий угол поворота (11), а угловые позиции пазов ротора. В формуле (7) они будут адекватными благодаря пересчету каждый раз координаты перемещающегося с вращающимся ротором его 1-го паза:

$$\alpha_{r1}=\alpha_{r10}+\Delta\alpha\,(k\text{-}1)\,(1\text{-}s);\quad k=1,\,2,\,...,\,K, \tag{12}$$

где $\alpha_{r10}$ – координата 1-го паза ротора в начальный момент времени, когда паз является ближайшим к вертикальной оси в сторону возрастания угла $\alpha$.

Повороты ротора (11), вычисление токов статора (1) и ротора (7) в моменты времени (10), а также вычисление и сбор необходимых результатов расчета проводились при работе программы FEMM автоматически с использованием специально написанной подпрограммы на языке Lua, встроенном в FEMM.

При расчетах угол поворота ротора $\Delta\alpha$ между фиксированными позициями, а также размеры треугольников конечно-элементной структуры взяты достаточно малыми для обеспечения необходимой детализации функций рассматриваемых величин. В основных расчетах число узлов составляло 40 тыс., в контрольно-тестовых – до 123 тыс.

**Результаты расчета магнитных полей.** Для расчетного анализа в ТАД выделены окружности в зазоре, по зубцово-пазовым структурам ротора и статора и его спинке, а также конкретные точки в этих местах и еще на поверхности вращающегося ротора и в его зубце.

*Координатные функции МИ,* в зависимости от угловой координаты $\alpha$, на ряде рисунков представляются в пределах двух полюсных делений. На следующих полюсных делениях эти функции повторяются благодаря четному числу $Q_r$. Иногда – для подтверждения или опровержения этого, рассматриваются и четыре полюсных деления.

*Координатная функция МИ* $B_r(\alpha)$ на линии окружности посреди зазора представлена на рис. 5 (масштаб по угловой координате дан в относительных единицах $\alpha/\tau_p$, где $\tau_p$ – полюсное деление). Очевидно, что синусоидальный или иной характер этой функции на фоне представленной «стихии» можно воображать только мысленно. Поэтому ориентироваться на переход от $B_r(\alpha)$ к функции ЭДС в проводниках обмотки статора, как это делается в классической литературе, или предполагать синусоидальный характер функции $B_r(\alpha)$, как это делается в специальных исследованиях в [12], не следует, что, в принципе, соответствует аналогичному анализу для турбогенератора [3]. Тем более, что в следующее мгновение времени картина распределения $B_r(\alpha)$ будет иной.

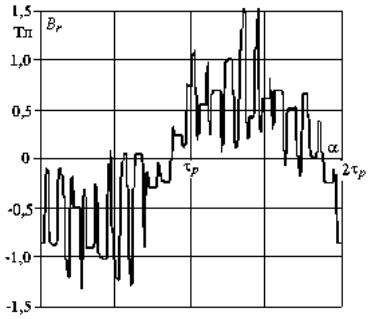


Рис. 5 – Распределение радиальной составляющей МИ в воздушном зазоре

Более «упорядочены» распределения $B_r(\alpha)$ в зубцово-пазовых структурах ротора (рис. 6) и статора (рис. 7), которые получены на среднем радиальном уровне этих структур. Огибающая для МИ в зубцах могла бы ассоциироваться с синусоидой, но картину портят отдельные «выбросы», особенно на рис. 7.

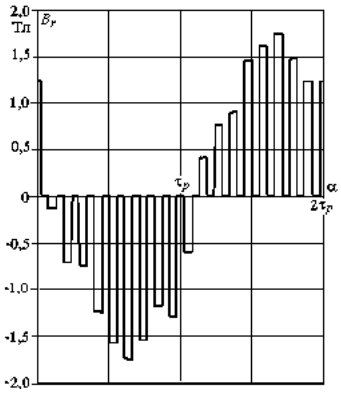


Рис. 6 – Распределение радиальной составляющей МИ по пазам и зубцам ротора

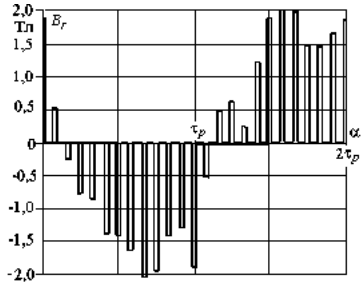


Рис. 7 – Распределение радиальной составляющей МИ по пазам и зубцам статора

Установлено, что эти «выбросы» приходятся на места стыка разных фазных зон – там, где изменяется направление тока (см. рис. 3). Поэтому находящиеся здесь зубцы имеют, с точки зрения магнитного поля, индивидуальные условия по сравнению с остальными зубцами.

В спинке сердечника статора более интересна угловая составляющая МИ. Ее угловая функция $B_\alpha(\alpha)$ получена на дуге окружности среднего радиуса спинки и представлена на рис. 8. Здесь есть определенная близость к синусоиде, но видны и искажения из-за зубчатой структуры сердечника статора и упомянутых выше «выбросов».

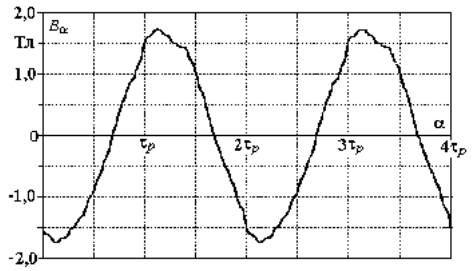


Рис. 8 – Распределение угловой составляющей МИ в спинке сердечника статора на ее среднем радиусе

В ТАД и других ЭМ, для формирования всей структуры магнитного поля и для процессов в них самих, важно распределение МИ и напряженности магнитного поля в пазах и зубцах.

Распределение радиальной составляющей МИ в пазах и зубцах ротора (*rot*) и статора (*sta*) представлены на рис. 9. Здесь и далее обозначение зуб1 соответствует зубцам с наибольшими значениями МИ, паз1 и паз2 – пазы, окружающие этот зубец, паз3 – паз с наибольшими значениями МИ, не совпадает с предыдущими пазами. Для пазов и зубцов для наглядности масштаб МИ отличается в 10 раз. Высота зубцов *h* для ротора отсчитывается от их основания, для статора – от коронок.

В системе проектирования [2] при магнитном расчете методом магнитной цепи принимается по высоте зубца представленного типа одинаковое значение МИ. Графики на рис. 9 свидетельствуют, что здесь кроется весьма серьезная погрешность расчета. Видно еще, что в пазах в местах выхода в зазор МИ также достигает достаточно заметных значений.

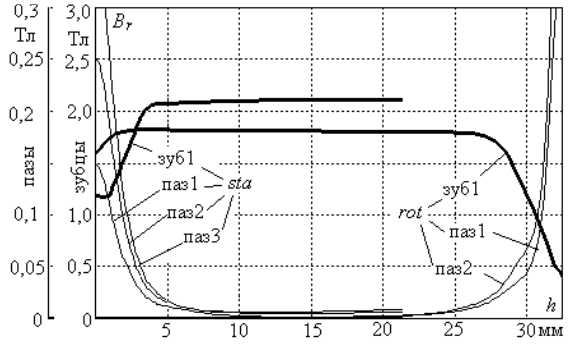


Рис. 9 – Распределение радиальной составляющей МИ по высоте зубцов и пазов ротора

Наряду с МИ, в магнитном расчете свою роль играет напряженность магнитного поля. Распределение ее радиальной составляющей $H_r$ по высоте зубцов и пазов представлено на рис. 10 – для ротора и на рис. 11 – для статора (каждый раз в двух масштабах, отличающихся в 10 раз – для проявления разных частей графиков).

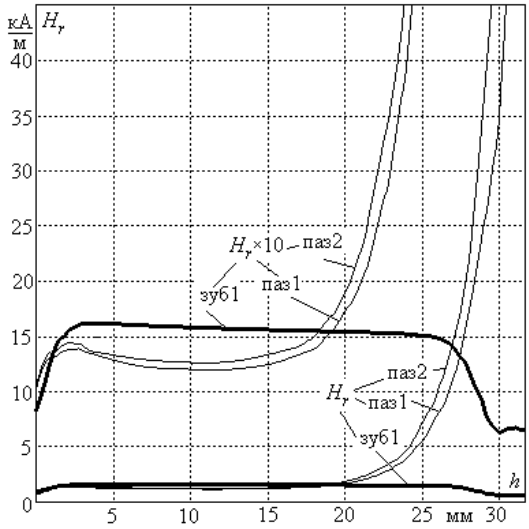


Рис. 10 – Распределение радиальной составляющей напряженности магнитного поля по высоте зубцов и пазов ротора

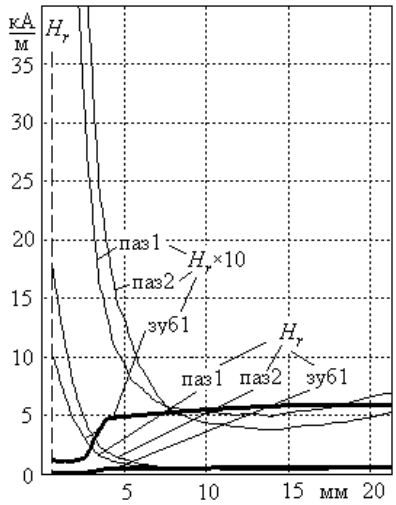


Рис. 11 – Распределение радиальной составляющей напряженности магнитного поля по высоте зубцов и пазов статора

Рисунки показывают, что в классической методике [1, 2] постулат о том, что распределение напряженности магнитного поля в параллельных пазах и зубцах является одинаковым, оказывается далеким от истины – особенно на выходах из пазов в зазор. Заметны даже отличия в пазах, окружающих один и тот же зубец. Весьма неравномерным оказывается распределение $H_r(h)$ и по высоте зубцов и пазов.

**Временные дискретные функции МИ** получены многопозиционными расчетами магнитных полей

$$B_r(t_k);\quad B_\alpha(t_k);\quad B(t_k),\quad k=1,2,...,K, \qquad (12)$$

где $K$ – число позиций в пределах полного поворота ротора, которое составило 371. Использовались

варианты $\Delta\alpha$ в 0,5°, 1° и 1,5°, но заметных изменений во временных функциях не наблюдалось, поэтому основным был принят вариант $\Delta\alpha$=1°. Время расчета на компьютере достаточно высокого уровня заняло около 7,5 часа.

Естественно, что рассматривались варианты сокращения объемов расчета, как это делалось для турбогенератора с учетом периодичности и симметрии временных функций электромагнитных величин [3]. В ТАД это можно было сделать для неподвижных точек статора, да и то с некоторым допущением. Для выявления полного периода электромагнитных величин в точках, вращающихся вместе с ротором, было даже мало одного оборота магнитного поля. С целью некоторого уточнения расчеты продолжались до полного поворота самого ротора. Хотя и этого все равно было недостаточно, поэтому временные функции представлялись их локальными отрезками.

Графики временных функций $B_r(t)$ для точек, зафиксированных в зазоре и в основании зубца статора, представлены на рис. 12, где время дано в относительных единицах, а за базу взят период $T$, соответствующий периоду токов (1).

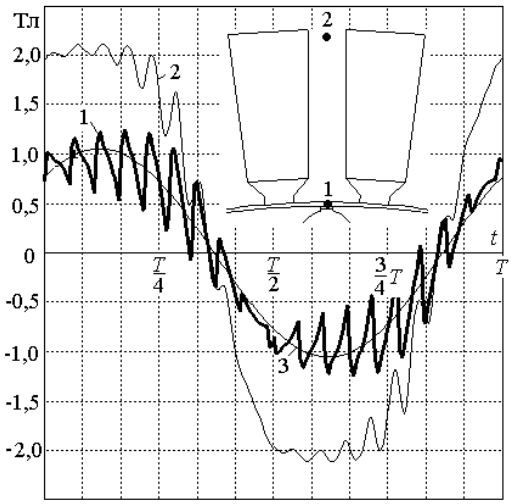


Рис.12 – Временные функции радиальной составляющей МИ в неподвижных точках: 1 – в зазоре под зубцом статора; 2 – у основания зубца; 3 – первая гармоника функции 1

В зазоре функция выглядит как пилообразная, что сформировано зубчатой структурой ротора, и она пульсирует относительно выделенной здесь же первой гармоники этой функции. Временная функция в зазоре, в отличие от координатной функции (рис. 5), более стабильна с точки зрения повторяемости. В зубцах усредненный контур представленной функции по форме приближается к трапецеидальной и также с явно проявившимися зубцовыми пульсациями, дошедшими из зазора.

На рис. 7 было выявлено, что магнитное поле в некоторых зубцах имеет индивидуальные свойства. Теперь это в более наглядной форме проявляют временные функции $B_r(t)$ на рис. 13. Они получены на среднем уровне по высоте в трех расположенных рядом зубцах сердечника статора. Для зубца 1, находящегося на стыке фазных зон (рис. 3), МИ достигает больших значений. Для остальных зубцов 2 и 3 достигаемый уровень МИ примерно одинаков, но есть отличия в характере функций. Отметим еще, что на разных периодах все функции также имеют некоторые отличия, т. к. при разных числах зубцов ротора и статора полная симметрия электромагнитной системы ТАД отсутствует.

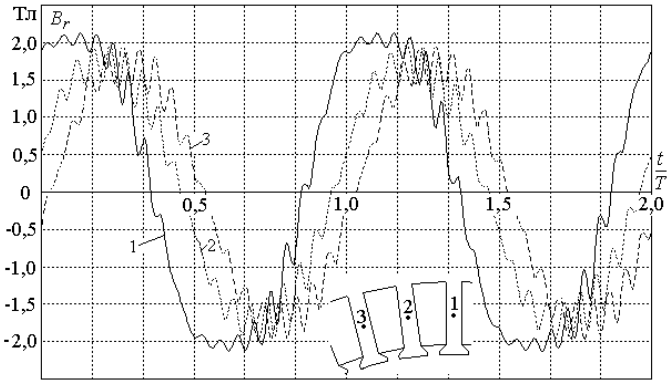


Рис.13 – Временные функции радиальной составляющей МИ в точках посередине трех соседних зубцов статора

На рис. 14 изображены функции угловой составляющей и модуля МИ в точке, отмеченной в спинке сердечника статора. Функция $B_\alpha(t)$ похожа на координатную функцию (рис. 8), но теперь проявились временные пульсации МИ, которые являются «наследниками» пульсаций в зубцах и зазоре (рис. 12).

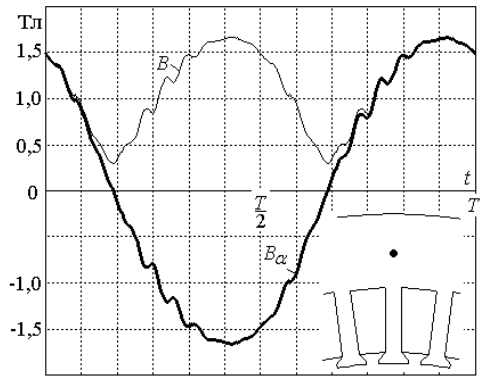


Рис.14 – Временные функции угловой составляющей $B_\alpha$ и модуля $B$ МИ в точке на среднем уровне спинки статора

На рис. 15 представлены временные функции $B_r(t)$ для точек, вращающихся вместе с ротором. Фактически это переменные составляющие МИ в роторе, порож–денные зубчатой структурой статора. Очевидно, что частота пульсаций значительно превышает частоту изменения основного вращающегося магнитного поля относительно ротора – частоту скольжения $f_r=s{\cdot}f_s$. Это, в сочетании с достаточно большой амплитудой пульсаций, приводит к значительным магнитным потерям мощности в роторе.

На рис. 15 функции даны на все том же упоминавшемся периоде $T$, что является условностью. В действительности полный период этих функций составляет $T_r=T/s$ – это соответствует тому, что ротор занял бы относительно статора через период $T_r$ такую же позицию, как в исходный момент времени на рис. 3 (фактически этот рисунок надо было бы повернуть на 180°). Такой чрезмерно длительный расчет можно было бы при необходимости провести. Но в данном случае

ограничились периодом $T$, а на рис. 15 представлены два отрезка рассматриваемых функций. Они сняты в разных точках, отличающихся угловым положением – в зонах более слабого и более сильного магнитных полей. Например, на рис. 3 зона сильного поля находится там, где изображен вектор $F_l$, зона слабого поля сдвинута примерно на половину полюсного деления.

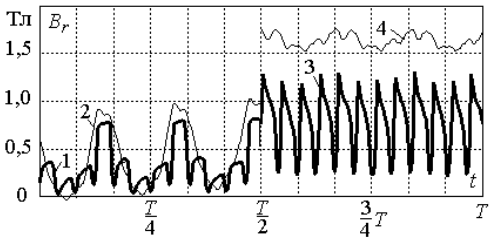


Рис.15 – Временные функции МИ в точках, вращающихся с ротором: 1, 3 – в зазоре над зубцом ротора; 2, 4 – у основания его зубцов (1, 2 – в зоне слабого, 3, 4 – в зоне сильного магнитного поля)

На основании рассмотренных временных функций МИ следует задуматься, а насколько обосновано классическая теория ЭМ оперирует во многих случаях с чисто синусоидальным характером изменения электромагнитных величин в зазоре и сердечниках, а также с их гармоническими рядами, воображаемыми на основе очень серьезных допущений. В частности, именно поэтому для расчета магнитных потерь мощности в стальных сердечниках и в ряде других случаях приходится пользоваться индивидуальными эмпирическими формулами, вводимыми на основе экспериментальных исследований ЭМ конкретных типов и размеров. В том числе, стоит ли уточнять методы расчета магнитных потерь в ферромагнитных сердечниках и в ТАД, как это делается, например, в [13] на основе углубленного оперирования с процессами перемагничивания сталей, если в то же время не учитывается реалистичный характер временных функций МИ?

**Выводы.** 1. Численно-полевой анализ координатных функций магнитной индукции и напряженности магнитного поля на ряде участков и их временных функций в конкретных точках позволил выявить аспекты, которые ранее были недоступны при использовании классических методов расчета магнитной цепи ТАД. Проявилось, насколько грубыми были допущения, принятые при расчете магнитной цепи электрических машин этими методами.

2. Координатное распределение магнитной индукции по дуге в зазоре ТАД характеризуется хаотичностью и неустойчивостью и далеко от синусоидальной формы. Аналогичные распределения в зубцово-пазовых структурах статора и ротора имеет особенности, заключающиеся в увеличенных значениях магнитной индукции в зубцах, находящихся в зонах стыка фазных зон обмотки статора.

3. По высоте зубцов и пазов величины магнитного поля весьма сильно изменяются, при этом распределение напряженности магнитного поля в соседних пазах и зубцах также разное.

4. Временные функции магнитной индукции в разных точках магнитной системы ТАД проявили ее значительные пульсации, и не только в зазоре, но и по всей высоте зубцов статора и ротора, они проявляются даже в спинке сердечника статора. Размах пульсаций магнитной индукции в зубцах ротора весьма значительный и достигает 1 Тл, причем характер пульсаций существенно изменяется на разных участках, отличающихся насыщением прилегающей части магнитопровода.

5. Представленные результаты проведенных исследований показали, что при их учете процесс проектирования ТАД имеет резервы уточнения в части определения его электромагнитных параметров и магнитных потерь мощности.

**Список литературы**


1. *Вольдек А. И.* Электрические машины. Машины переменного тока / *А. И. Вольдек, В. В. Попов.*– СПб.: Питер, 2010. – 356 с.
2. *Копылов И. П.* Проектирование электрических машин / *И. П. Копылов, Ф. А. Горяинов, Б. К. Клоков и др.* Под ред. И. П. Копылова. – М. : Издательство Юрайт, 2011. – 767 с.
3. *Милых В. И.* Гармонический анализ электромагнитных величин трехфазной обмотки статора турбогенератора на основе классических и численно-полевых методов / *В. И. Милых, Н. В. Полякова* // Технічна електродинаміка. – 2013. –№3. –С. 40–49.
4. *Bianchi Nicola*. Electrical Machine Analysis Using Finite Elements (Copyrighted Material) / *Nicola Bianchi* // CRC Press, Taylor & Francis Group, University of West Florida, 2005. – 276 p.
5. *Милых В. И.* Определение электромагнитных параметров электрических машин на основе численных расчетов магнитных полей / *В. И. Милых, Н. В. Полякова* // Електротехніка і електромеханіка. –2006. – №2. – С. 40–46.
6. *Meeker D.* Finite Element Method Magnetics. FEMM 4.2 32 bit 11 Oct 2010 Self-Installing Executable. – Режим доступа: http://www.femm.info/wiki/OldVersions.
7. *Лущик В. Д.* Перспективні напрямки удосконалення електричних машин: Монографія / *В. Д. Лущик.* – ПрАТ «Миронівська друкарня», 2015. – 264 с.
8. *Попович О. М.* Визначення пазового розсіювання статора асинхронного двигуна з урахуванням насічення, зігзаг-розсіювання, взаємної індуктивності фаз / *О. М. Попович, І. В. Головань* // Електротехніка і електромеханіка. – 2011. – №3. – С. 40–42.
9. *Милых В. И.* Численно-полевой поверочный анализ проектных параметров трехфазных асинхронных двигателей / *В. И. Милых, Л. В. Шилкова* // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Випуск 1/2016 (33). – С. 58–65.
10. *Милых В. И.* Автоматизированное формирование расчетных моделей турбогенераторов для программной среды FEMM / В. *И. Милых, Н. В. Полякова* // Електротехніка і електромеханіка. – 2015. – №4. – С. 7–14.
11. *Милых В. И.* Анализ магнитного поля асинхронного двигателя в различных режимах работы с использованием метода конечных элементов / *В. И. Милых, Е. А., Сидоренко, Л. В. Шилкова* // Вестник НТУ «ХПИ». Сборник научных трудов. Тематический выпуск. Проблемы совершенствования электрических машин и аппаратов. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2007. – №24. – С. 54–61.
12. *Тітко О. І.* Моделювання та ідентифікація дефектів короткозамкненої обмотки ротора асинхронних двигунів / О. *І. Тітко, М. С. Гуторова* // Гідроенергетика України. – 2014. – №4. – С. 8–12.
13. *Ченчевой В. В.* Природа аномального роста потерь в электротехнической стали в режиме глубокого насыщения / *В. В. Ченчевой, Д. И. Родькин, В. О. Огарь* // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Випуск 1/2014 (25). –С. 76–93.


**References (transliterated)**


1. Voldek A. I., Popov V. V. *Elektricheskie mashinyi. Mashinyi peremennogo toka* [Electrical Machines. Machines of alternating current], SPb, Piter Publ, 2010, 356 p.
2. Kopyilov I. P., Goryainov F. A., Klokov B. K. *Proektirovanie elektricheskih mashin* [Design of electrical machines]. Moscow, Yurait

Publ, 2011, 767 p.
3. Milykh, V. I., Polyakova N. V. Garmonicheskiy analiz elektromagnitnyih velichin trehfaznoy obmotki statora turbogeneratora na osnove klassicheskih i chislenno-polevyih metodov [Harmonious analysis of electromagnetic sizes three-phase winding of stators of turbogenerator on basis classic and numeral field methods]. *Tehnichna Elektrodinamika*. 2013, no. 3, pp. 40–49.
4. Bianchi, Nicola. Electrical Machine Analysis Using Finite Elements (Copyrighted Material). CRC Press, Taylor & Francis Group, University of West Florida, 2005, 276 p.
5. Milykh V. I., Polyakova N. V. Opredelenie elektromagnitnyih parametrov elektricheskih mashin na osnove chislennyih raschetov magnitnyih poley [Determination of electromagnetic parameters of electric machines based on numerical calculations of magnetic field]. *Electrotekhnika i Electromekhanika – Electrical engineering & electromehanics*. 2006, no.2, pp. 40–46.
6. Meeker, D. "Finite Element Method Magnetics: OldVersions." *Finite Element Method Magnetics: HomePage.* DavidMeeker, 11 October 2010. Web. 10 March 2014 <http://www. femm.info/ wiki/OldVersions>.
7. Lushchik V. D. Perspekty`vni napryamky` udoskonalennya elektry`chny`x mashy`n [Promising directions for improving electrical machines]. Monografiya – PrAT «My`ronivs`ka drukarnya». 2015. – 264 p.
8. Popovich O. M., Golowan I. V. Vy`znachennya pazovogo ozsiyuvannya statora asy`nxronnogo dvy`guna z uraxuvannyam nasichennya, zigzag-rozsiyuvannya, vzayemnoyi indukty`vnosti faz [Determining of stator slot leakage taking into account the saturation, zigzag leakage, mutual inductance of phases]. *Electrotekhnika i Electromekhanika – Electrical engineering & electromehanics*. 2011, no. 3, pp. 40–42.
9. Milykh V. I., Shilkova L. V. Chislenno-polevoy poverochnyiy analiz proektnyih parametrov trehfaznyih asinhronnyih dvigateley [Numerically-field confirmatory analysis of a three-phase induction motor design parameter]. *Elektromehanichni i energozberigayuchi sistemi – Electromechanical and energy saving systems. Release* 1/2016 (33), pp. 58-65.
10. Milykh V.I., Polyakova N.V. Avtomatizirovannoe formirovanie raschetnyih modeley turbogeneratorov dlya programmnoy sredyi FEMM [Automated formation of calculation models of turbogenerator for software environment FEMM]. *Electrotekhnika i Electromekhanika – Electrical engineering & electromehanics*. 2015, no. 4, pp. 7–14.
11. Milykh V. I., Sidorenko E. A., Shilkova L. V. Analiz magnitnogo polya asinhronnogo dvigatelya v razlichnyih rezhimah rabotyi s ispolzovaniem metoda konechnyih elementov [Analysis of magnetic field of the induction motor in different operating modes using the finite element method]. *Visnik NTU «HPI». Harkiv: NTU «HPI» – Bulletin of NTU "KhPI". Kharkiv: NTU "KhPI"*, 2007, no. 24, pp. 54–61.
12. Titko O. I., Gutorova M. S. Modelyuvannya ta identy`fikaciya defektiv korotkozamknenoyi obmotky` rotora asy`nxronny`x dvy`guniv [Modeling and identification of defects of a short-circuited winding of rotor of induction motors]. *Gidroenergety`ka Ukrayiny*. – 2014. – no. 4. – pp. 8–12.
13. Chenchevoy V. V., Rodkin D. I, Ogar V. O. Priroda anomalnogo rosta poter v elektrotehnicheskoy stali v rezhime glubokogo nasyischeniya. [The nature of the abnormal growth of losses in electrical steel in deep of the saturation mode ]. *Elektromehanichni i energozberigayuchi sistemi – Electromechanical and energy saving systems.* Release 1/2014 (25), pp. 76–93.

*Поступила (received) 05.08.2016*

*Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions*

***Числено-полевой аналіз магнітного поля трифазного асинхронного двигуна в статиці і динаміці / В. І. Мілих, Л. В. Шилкова*** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: «Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії». – Х. : НТУ «ХПІ», 2016. – № 11 (1183). – С. 80–87. – Библиогр.: 13 назв. – ISSN 2409-9295.

***Числено-полевой анализ магнитного поля трехфазного асинхронного двигателя в статике и динамике / В. И. Милых, Л. В. Шилкова*** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: «Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії». – Х. : НТУ «ХПІ», 2016. – № 11 (1183). – С. 80–87. – Бібліогр.: 13 назв. – ISSN 2409-9295.

***Numerical-field analysis of the magnetic field of a three-phase induction motor in statics and dynamics / V. I. Milykh, L. V. Shilkova*** // Bulletin of NTU "KhPI". Series: "Electric machines and electromechanical energy conversion." – Kharkiv : NTU "KhPI", 2016. – No. 11 (1183). – P. 80–87. – Bibliogr.: 13. – ISSN 2409-9295.

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

***Мілих Володимир Іванович***, доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри електричних машин, тел. (057)707-65-14; e-mail: mvikemkpi@gmail.com.

***Милых Владимир Иванович***, доктор технических наук, профессор, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», заведующий кафедры электрических машин, тел. (057)707-65-14; e-mail: mvikemkpi@gmail.com.

***Milykh Vladimir Ivanovych***, Doctor of Technical Sciences, Full Professor, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Chair of the Department of Electrical machines, tel. +38 (057) 707-65-14; e-mail: mvikemkpi@gmail.com.

***Шилкова Лариса Василівна,*** Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший викладач кафедри електричних машин, тел. (057)707-68-44, e-mail: larisa_lv@ukr.net.

***Шилкова Лариса Васильевна,*** Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», старший преподаватель кафедры электрических машин, тел. (057)707-68-44, e-mail: larisa_lv@ukr.net.

***Shilkova Larisa Vasilivna***, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Senior Lecturer of the Department of Electrical machines, tel. +38 (057) 707-68-44, e-mail: larisa_lv@ukr.net.