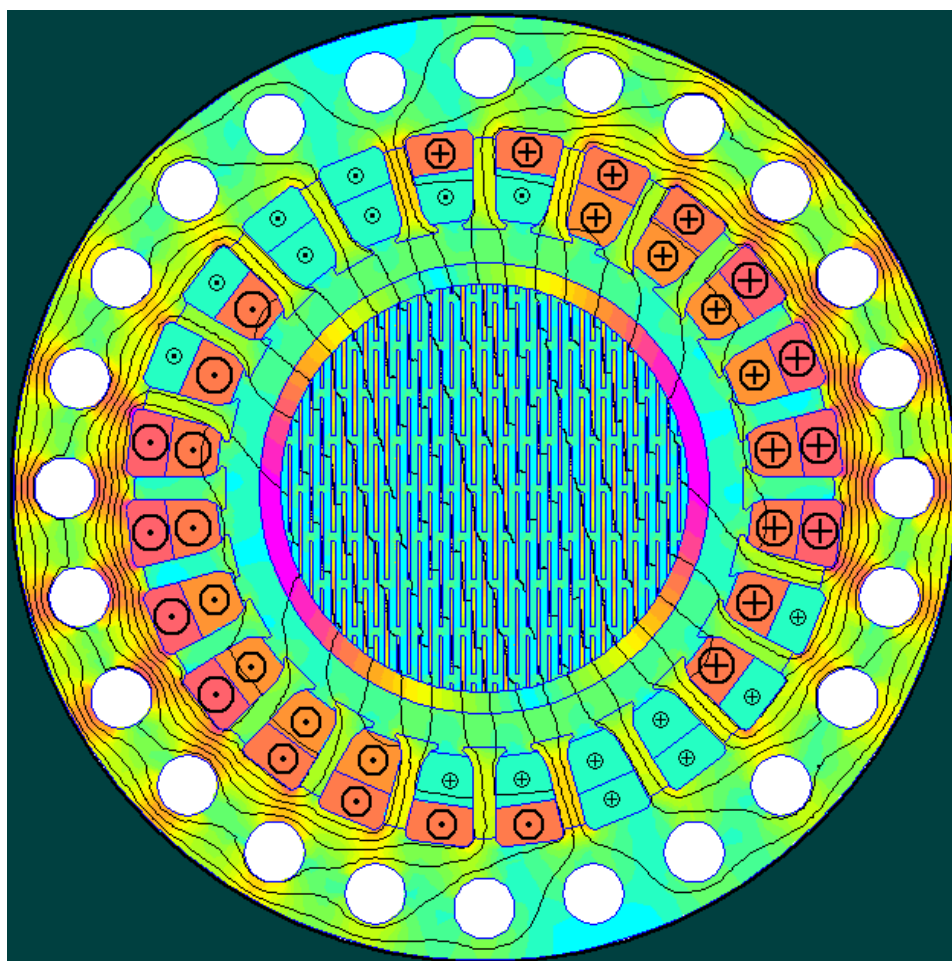


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

В. І. Міліх

# ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПОЛЯ, ПАРАМЕТРИ ТА ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ ПРИСТРОЯХ

Підручник  
для студентів і аспірантів електротехнічного профілю



Харків  
НТУ «ХПІ»  
2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

В. І. Мілих

**ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПОЛЯ, ПАРАМЕТРИ  
ТА ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ  
ПРИСТРОЯХ**

ПІДРУЧНИК  
для студентів і аспірантів  
електротехнічного профілю

Затверджено вченою радою НТУ «ХПІ»

Харків  
НТУ «ХПІ»  
2020

УДК 621.318.001.24  
М75

*Рецензенти:*

*М. Я. Островецьов*, проф., д-р техн. наук,  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут» ім. Ігоря Сікорського;  
*В. О. Яровенко*, проф., д-р техн. наук,  
Одеський національний морський університет

Затверджено вченою радою НТУ «ХПІ»  
як підручник електротехнічного профілю,  
протокол №6 від 13.11.2020 р.

**Міліх В. І.**

**М75** Електромагнітні поля, параметри та процеси в  
електротехнічних пристроях : підручник / В. І. Міліх.  
Харків : ФОП Панов А. М., 2020. 396 с.  
**ISBN 978-617-7947-39-3**

Розглядаються аналітичні і чисельні методи розрахунків магнітних полів і визначення електромагнітних, силових і енергетичних параметрів електротехнічних пристроїв на цій основі. Викладаються теорія і принципи розрахунку перехідних процесів у нелінійних електромагнітних системах, змінних електромагнітних полів і вихрових струмів. І це застосовано до розгляду реальних електротехнічних об'єктів, починаючи від поодинокого провідника і закінчуючи електричними машинами. Ряд розібраних тем забезпечений прикладами розв'язання задач.

Призначено для студентів та аспірантів електротехнічного профілю.

Іл. 302. Табл. 14. Бібліогр. 82 назв.

**УДК 621.318.001.24**

**ISBN 978-617-7947-39-3**

© В. І. Міліх, 2020  
© НТУ «ХПІ», 2020

## ВСТУП

Відомо, що принцип дії більшості електротехнічних пристроїв, у тому числі трансформаторів, електричних машин і апаратів, заснований на існуванні і взаємодії електричних і магнітних полів. Їх робота супроводжується складними електромагнітними явищами і процесами. Розуміння суті і ролі цих полів і процесів, уміння їх розраховувати і аналізувати є ключем до розуміння принципу дії, ключем до розрахунку і проєктування електротехнічних пристроїв. Підготовка до цього студентів – майбутніх фахівців галузей електроенергетики, електротехніки і електромеханіки – є загальною метою написання і наступного використання цього підручника.

У цілому підручник призначений для студентів спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка і електромеханіка.

У першу чергу це стосується першого рівня вищої освіти – бакалаврського. Конкретно – це розділи 1–6 (за винятком окремих складних питань), а також частково розділ 7. Такий обсяг матеріалу є основою навчальної дисципліни «Теорія електромагнітних полів і процесів в електротехніці», яка викладається студентам спеціалізації «Електричні машини».

Ця дисципліна введена замість третьої частини класичного курсу «Теоретичні основи електротехніки», яка зазвичай має назву «Теорія електромагнітного поля» або «Електромагнітне поле».

Безумовно, названа частина ТОЕ може дати фундаментальну теоретичну підготовку студентів і різних фахівців. Але у межах властивого нинішнім навчальним програмам обмеженого терміну навчання майбутніх інженерів, а також у викликах сучасності, важливіше стає готовність до розв'язання конкретних задач практичного напрямку. І при цьому актуальними стають такі методи розрахунку електромагнітних полів, параметрів і процесів в електротехнічних пристроях, які орієнтовані на застосування

комп'ютерів. Тобто засоби чистої теорії і вихід на аналітичні розв'язання простих задач, на які спрямований класичний курс ТОЕ, стають усе менш затребуваними. У принципі можна сказати, що місце аналітичних розв'язань вже зайняли комп'ютерні програми на різних алгоритмічних мовах, а також чисельні методи розрахунків на основі поширених програмних комплексів.

Підручник повністю придатний і для підготовки магістрів і аспірантів зазначеної спеціальності, для яких викладаються навчальні дисципліни «Основи наукових досліджень», «Чисельні методи розрахунку електромагнітних параметрів і характеристик електричних машин», «Автоматизовані комп'ютерні розрахунки електромагнітних параметрів і процесів електричних машин у програмному середовищі FEMM». Підручник також може бути корисним для інженерно-технічних працівників і учених, які підготовляються і потім працюють в галузі 14 Електрична інженерія.

Основою вивчення матеріалу підручника є попереднє засвоєння таких навчальних дисциплін, як вища математика, загальна фізика, інформатика, теоретичні основи електротехніки (частини 1 і 2) і електроматеріалознавство.

**Метою** використання підручника є отримання теоретичних знань і практичних умінь, навичок і інших компетентностей, достатніх для розуміння процесів і розв'язання комплексних проблем у галузі електричної інженерії за спеціальністю 141 Електроенергетика, електротехніка і електромеханіка, зокрема, за освітніми програмами спеціалізацій «Електричні машини» і «Електричні апарати» у межах освітньої програми «Електромеханіка».

Серед **компетентностей**, які набувають майбутні фахівці, що вивчають названі вище дисципліни, можна виділити:

- здатність до теоретичного обґрунтування прийнятих рішень у процесі виконання проектно-конструкторських і дослідницьких робіт у межах свого роду занять на рівні фахівця з кваліфікацією від першого і вище рівнів вищої освіти у галузі електричної інженерії;

- здатність використовувати сучасні методи розрахунків, моделювання і аналізу режимів роботи електроенергетичного, електротехнічного і електромеханічного устаткування і проектування електроенергетичних і електромеханічних систем;
- здатність визначати раціональні методи розрахунку електромагнітних полів, параметрів і процесів в електричних машинах і електричних апаратах.

Результатом навчання має бути:

**знання:**

- теоретичних основ отримання ряду електромагнітних параметрів електротехнічних пристроїв на основі розрахунку електромагнітних полів;
- особливостей фізичних процесів і характеристик, які супроводжують роботу електричних машин і апаратів;

**уміння:**

- аналізувати процеси в електроенергетичному, електротехнічному і електромеханічному устаткуванні і відповідних комплексах і системах;
- удосконалювати навички роботи з сучасним устаткуванням і програмним забезпеченням при виконанні розрахунків режимів роботи електроенергетичного, електротехнічного і електромеханічного устаткування, відповідних комплексів і систем;
- використовувати програмні комплекси для дослідження електромагнітного поля і електромагнітних розрахунків електричних машин і апаратів.

Принцип викладення матеріалу у підручнику – перехід від простих електротехнічних об'єктів до більш складних, від простих конфігурацій магнітних полів до більш складних, від однорідних лінійних магнітних середовищ до неоднорідних і нелінійних, від розгляду статичних магнітних полів і електромагнітних параметрів електротехнічних пристроїв, визначуваних на їх основі, до складних динамічних електромагнітних процесів в таких пристроях.

У **першому розділі** даються загальні поняття про електромагнітні поля і їх розрахунки на рівні знань з курсу фізики, а також характер задач розрахунку магнітного поля і

загальні принципи аналізу електромагнітних полів за допомогою математичного моделювання.

У **другому розділі** вивчаються магнітні поля у однорідних середовищах, починаючи з простих об'єктів із струмом, таких як нескінченно довгі провідники круглого перерізу, і переходячи поступово до більш складних, таких як довгі шини прямокутного поперечного перерізу, прямолінійний провідник скінченної довжини, прямокутний контур із струмом, прямокутні котушки, коаксіальний кабель, тороподібна котушка, соленоїд відносно великої довжини, круговий виток і круглі котушки із струмом.

У **третьому розділі** настає черга магнітних полів у неоднорідних середовищах. Тут, починаючи від граничних умов для магнітного поля на межі різнорідних середовищ, робиться природний перехід до методу дзеркальних відображень, а потім до класичного розрахунку магнітних полів методом магнітного кола.

У **четвертому розділі** розглядається система максвеллових рівнянь електромагнітного поля і їх використання у лінійних середовищах. Проводяться операції з цими рівняннями у різній формі з розбором окремих випадків цього поля. Рівняння пов'язуються із законами електромагнетизму. Вводяться поняття скалярного  $i$ , що особливо важливо, векторного магнітного потенціалу, показуються принципи оперування ними.

У **п'ятому розділі** даються методи розрахунку магнітного поля у неоднорідних нелінійних середовищах. І тут найбільш важливим є розгляд чисельних методів розрахунку, таких як метод скінченних різниць і метод скінченних елементів. Разом з теорією цих методів подаються практичні аспекти їх застосування.

У **шостому розділі**, який можна вважати одним з найважливіших, розглядаються принципи визначення електромагнітних і силових параметрів електротехнічних пристроїв на основі розрахунків магнітних полів. Йдеться про магнітний потік, магнітне потокозчеплення, магнітні характеристики електротехнічних пристроїв, падіння магнітної напруги, магнітні провідність і опір, про індуктивність і взаєміндуктивність, енергію магнітного поля, силові прояви магнітного поля, про визначення ЕРС у провідниках і обмотках.

У **сьомому розділі** вивчаються чисельні розрахунки перехідних процесів у нелінійних електромагнітних системах. Основна увага приділяється методу Рунге–Кутта IV порядку і показуються принципи дослідження і практична реалізація розрахунку динамічного робочого режиму лінійного імпульсного електродвигуна.

У **восьмому розділі** розглядаються досить складна теорія змінних електромагнітних полів і принципи їх розрахунку. Серед іншого, важливим є ознайомлення з такими поняттями і величинами, як рівняння Максвелла в комплексній формі запису, теорема Умова–Пойнтінга, рівняння Максвелла для електропровідного середовища, плоска електромагнітна хвиля і глибина її проникнення в електропровідне середовище, магнітний поверхневий ефект.

У **дев'ятому розділі** розглянуто теоретичні положення і практичні аспекти розрахунків вихрових струмів в електропровідних елементах конструкції електротехнічних пристроїв. Надано задачі, рівень складності яких все збільшується: аналіз вихрових струмів без урахування їх реакції, коловопольовий метод аналізу з урахуванням їх реакції, аналіз вихрових струмів в ідеалізованому екрані, аналіз гармонічних електромагнітних процесів з реалістичним урахуванням реакції вихрових струмів.

Поданий у розділах навчальний матеріал демонструється на прикладах розв'язання конкретних науково-практичних задач.



## ЗМІСТ

ВСТУП .....	5
1. ЗАГАЛЬНІ ПОНЯТТЯ ПРО ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПОЛЯ ТА ЇХ РОЗРАХУНКИ .....	10
1.1. Основи електромагнітних явищ .....	10
1.2. Електричне поле: породження, формальне подання і величини, що його описують .....	11
1.3. Магнітне поле: породження, формальне подання і величини, що його описують .....	14
1.4. Електричний струм .....	17
1.5. Закони електромагнетизму, які стосуються електромагнітних полів.....	18
1.6. Характеристика задач розрахунку магнітного поля.....	21
1.7. Розрахунковий принцип накладення магнітних полів .....	23
1.8. Загальні принципи аналізу електромагнітних полів математичним моделюванням .....	24
2. МАГНІТНІ ПОЛЯ В ОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩАХ.....	28
2.1. Вихідні зауваження .....	28
2.2. Магнітне поле нескінченно довгого провідника круглого перерізу .....	29
2.3. Векторне подання магнітного поля нескінченно довгого провідника круглого перерізу.....	31
2.4. Магнітне поле двох і більше нескінченно довгих провідників круглого перерізу.....	33
2.5. Магнітне поле довгої шини прямокутного поперечного перерізу .....	36
2.6. Програма розрахунку магнітного поля довгої шини прямокутного поперечного перерізу .....	40
2.7. Магнітне поле системи довгих шин прямокутного перерізу .....	43
2.8. Магнітні поля провідників скінченної довжини .....	45
2.8.1. Закон Біо–Савара–Лапласа – основа розрахунку магнітного поля провідників скінченної довжини .....	45
2.8.2. Магнітне поле прямолінійного провідника скінченної довжини зі струмом в однорідному просторі.....	47
2.9. Векторне подання магнітного поля провідника скінченної довжини .....	50
2.9.1. Провідник, що розташований паралельно осі z .....	50
2.9.2. Провідник, що розташований паралельно осі x.....	52
2.10. Магнітні поля об'єктів скінченних розмірів з прямокутною структурою .....	54
2.10.1. Магнітне поле прямокутного контуру із струмом .....	54

2.10.2.	Магнітне поле прямокутної котушки із струмом .....	57
2.10.3.	Магнітне поле сукупності прямокутних котушок .....	62
2.11.	Магнітні поля об'єктів з круглою структурою .....	63
2.11.1.	Магнітне поле коаксіального кабеля .....	63
2.11.2.	Магнітне поле тороподібної котушки .....	64
2.11.3.	Оцінна формула для магнітного поля усередині соленоїда відносно великої довжини.....	65
2.11.4.	Магнітне поле на осі кругового витка із струмом.....	67
2.11.5.	Магнітне поле на осі круглої котушки із струмом.....	69
3.	МАГНІТНІ ПОЛЯ В НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩАХ .....	73
3.1.	Вихідні положення.....	73
3.2.	Граничні умови для магнітного поля на розділі двох середовищ з різними магнітними властивостями .....	73
3.2.1.	Гранична умова для магнітної індукції на розділі двох середовищ.....	74
3.2.2.	Гранична умова для напруженості магнітного поля на розділі двох середовищ.....	75
3.2.3.	Умови заломлення силових ліній магнітного поля на межі розділу середовищ.....	77
3.3.	Метод дзеркальних відображень для розрахунку магнітного поля в неоднорідних середовищах .....	77
3.3.1.	Вихідні зауваження .....	77
3.3.2.	Розрахунок магнітного поля поблизу плоскої межі розділу середовищ.....	78
3.3.3.	Особливості методу дзеркального відображення у разі різних меж розділу різномірних магнітних середовищ.....	82
3.4.	Розрахунки електромагнітних параметрів методом магнітного кола .....	86
3.4.1.	Поняття про магнітні кола і їх однорідні ділянки.....	86
3.4.2.	Закони магнітних кіл.....	89
3.4.2.1.	Закон Ома для магнітного кола.....	89
3.4.2.2.	Перший закон Кірхгофа для магнітного кола .....	90
3.4.2.3.	Другий закон Кірхгофа для магнітного кола.....	90
3.5.	Магнітні властивості матеріалів .....	92
3.6.	Завдачі розрахунку магнітних кіл постійного магнітного потоку .....	97
3.6.1.	Пряма задача розрахунку магнітного кола.....	97
3.6.2.	Зворотна задача розрахунку магнітного кола .....	99
3.6.2.1	Графоаналітичний метод.....	99
3.6.2.2	Метод послідовних наближень .....	99
3.7.	Оперування з кривою намагнічування при комп'ютерних розрахунках .....	102
3.8.	Програмний алгоритм розв'язання звотної задачі розрахунку магнітного кола.....	103
3.9.	Аналіз стану магнітного кола з постійним магнітом.....	106

3.10.	Особливі випадки визначення параметрів ділянок магнітних кіл .....	108
3.10.1.	Магнітна напруга на ділянці з шаруватою структурою.....	108
3.10.2.	Магнітна напруга проміжку при його обмеженні зубчастою структурою.....	109
4.	<b>СИСТЕМА МАКСВЕЛЛОВИХ РІВНЯНЬ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ І ЇХ ВИКОРИСТАННЯ У ЛІНІЙНИХ СЕРЕДОВИЩАХ .....</b>	<b>113</b>
4.1.	Система рівнянь Максвелла електромагнітного поля .....	113
4.2.	Окремі випадки електромагнітного поля.....	115
4.2.1.	Електростатичне і квазістаціонарне електричне поле в діелектриках .....	115
4.2.2.	Магнітостатичне і квазістаціонарне магнітне поле за відсутності вихрових струмів .....	115
4.2.3.	Змінне магнітне поле в провідному середовищі .....	116
4.2.4.	Поле електричних струмів в електропровідному середовищі .....	117
4.3.	Взаємозв'язок електричного і магнітного полів – єдине електромагнітне поле.....	117
4.4.	Аналогія між основними рівняннями системи рівнянь Максвелла і рівняннями електромагнетизму .....	119
4.4.1.	Закон безперервності силових ліній магнітного поля.....	119
4.4.2.	Закон повного струму.....	119
4.4.3.	Закон електромагнітної індукції.....	120
4.5.	Поняття про вихрові і потенційні поля .....	120
4.6.	Вираження рівняння магнітного поля через скалярний магнітний потенціал .....	121
4.7.	Вираження рівняння магнітного поля через векторний магнітний потенціал .....	123
4.8.	Загальне розв'язання рівняння Пуассона в однорідному середовищі через векторний магнітний потенціал .....	126
4.9.	Вираження складових магнітної індукції через векторний магнітний потенціал .....	127
4.10.	Окремі випадки рівнянь магнітного поля, які виражені через векторний магнітний потенціал, в однорідному лінійному середовищі .....	129
4.11.	Магнітне поле розташованого в немагнітному середовищі кругового витка зі струмом.....	131
4.12.	Принципи розрахунку магнітного поля круглої котушки і сукупності таких котушок.....	134
4.13.	Розрахунок магнітного поля методом розділення змінних .....	136
4.13.1.	Об'єкт дослідження і прийняті допущення .....	136

4.13.2.	Математична модель магнітного поля в кільцевій шаруватій структурі .....	138
4.13.3.	Метод розв'язання задачі розрахунку магнітного поля в кільцевій шаруватій структурі .....	139
4.13.4.	Визначення коефіцієнтів – постійних інтегрування для рівнянь, що описують магнітне поле .....	141
5.	РОЗРАХУНКИ МАГНІТНОГО ПОЛЯ В НЕОДНОРІДНИХ НЕЛІНІЙНИХ СЕРЕДОВИЩАХ .....	150
5.1.	Рівняння, що описують магнітне поле в неоднорідному нелінійному середовищі .....	150
5.2.	Загальне уявлення про чисельні методи розрахунку магнітних полів. Дискретизація середовища зони розрахунку .....	151
5.3.	Подання похідних векторного магнітного потенціалу у скінченно-різницевої формі .....	155
5.4.	Скінченно-різницеві вирази складових і модуля магнітної індукції .....	156
5.5.	Перетворення диференціального рівняння магнітного поля на скінченно-різницеве алгебраїчне рівняння .....	157
5.6.	Загальні принципи розрахунку магнітного поля методом скінченних різниць .....	162
5.7.	Програмна побудова процесу розрахунку магнітного поля методом скінченних різниць .....	166
5.7.1.	Розв'язання системи алгебраїчних рівнянь, що пов'язують векторний магнітний потенціал у сітковій структурі .....	166
5.7.2.	Способи прискорення завершення ітераційного процесу розрахунку розподілу векторного магнітного потенціалу .....	168
5.7.3.	Критерії завершення ітераційного процесу розрахунку векторного магнітного потенціалу .....	169
5.7.4.	Ітераційний метод урахування нелінійних магнітних властивостей феромагнетиків при чисельному розрахунку магнітних полів .....	170
5.7.5.	Критерії завершення ітераційного процесу перерахунку магнітних властивостей феромагнетиків .....	171
5.8.	Алгоритм розрахунку магнітного поля методом скінченних різниць з урахуванням нелінійних магнітних властивостей середовища .....	172
5.9.	Програмна реалізація алгоритму розрахунку магнітного поля методом скінченних різниць .....	173
5.10.	Метод скінченних різниць для плоскопаралельного магнітного поля у полярній системі координат .....	182
5.10.1.	Вихідні рівняння магнітного поля .....	182
5.10.2.	Особливості використання полярної	

	сіткової моделі при розрахунку магнітного поля методом скінченних різниць .....	183
5.10.3.	Скінченно-різницева апроксимація виразів магнітної індукції в полярній системі координат .....	187
5.11.	Особливості використання методу скінченних різниць при розрахунку плоскомеридіанного магнітного поля .....	187
5.12.	Метод скінченних елементів для розрахунку магнітних полів .....	193
5.12.1.	Основи методу скінченних елементів .....	193
5.12.2.	Програмні продукти для розрахунку магнітних полів на основі методу скінченних елементів .....	196
5.12.3.	Приклади розрахунку двовимірних магнітних полів в поперечних перерізах електричних машин методом скінченних елементів за програмою FEMM .....	199
5.13.	Умови симетрії і обмеження зони розрахунку .....	202
5.14.	Граничні умови в електричній машині при розрахунках магнітних полів .....	205
5.15.	Приклади використання граничних умов в електричних машинах при розрахунках магнітних полів .....	206
5.16.	Адаптація плоскопаралельної моделі магнітного поля для розрахунків електричних машин з неоднорідністю аксіальних довжин ділянок магнітопроводу .....	212
5.16.1.	Вихідні зауваження і об'єкт для розрахункових ілюстрацій .....	212
5.16.2.	Тестові розрахунки ДПС за програмою FEMM і порівняння їх з експериментальними даними.....	214
5.16.3.	Метод урахування різних аксіальних довжин ділянок магнітопроводу при чисельних розрахунках магнітних полів.....	216
5.16.4.	Розширення можливостей програми FEMM: окремий принцип урахування різних аксіальних довжин ділянок магнітопроводу .....	219
5.16.5.	Результати розрахунків за програмою FEMM з розширеними можливостями .....	221
5.17.	Теоретично-практичні основи розрахунків магнітного поля при наявності постійних магнітів .....	224
6.	<b>ВИЗНАЧЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ І СИЛОВИХ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ ПРИСТРОЇВ НА ОСНОВІ РОЗРАХУНКІВ МАГНІТНИХ ПОЛІВ .....</b>	<b>229</b>
6.1.	Підсумкова інформація про магнітне поле після його розрахунку .....	229
6.2.	Розрахунки магнітного потоку .....	230
6.2.1.	Принципи розрахунку магнітного потоку через розподіл магнітної індукції .....	230
6.2.2.	Принципи розрахунку магнітного потоку	

	через розподіл векторного магнітного потенціалу .....	231
6.3.	Принципи розрахунку магнітного поточкозчеплення .....	233
6.4.	Магнітні характеристики електротехнічних пристроїв .....	235
6.5.	Розрахунок падіння магнітної напруги за результатами розрахунку магнітного поля .....	236
6.6.	Розрахунок магнітної провідності і магнітного опору для магнітного поля котушки .....	236
6.7.	Індуктивності і взаємоіндуктивності: визначення за результатами розрахунку магнітного поля .....	237
6.8.	Принципи розрахунку енергії магнітного поля .....	240
6.9.	Питома енергія магнітного поля .....	242
6.10.	Принципи розрахунку механічних сил, які породжені магнітним полем .....	243
6.10.1.	Силова взаємодія прямолінійних провідників .....	243
6.10.2.	Сила, що діє на розташовану в магнітному полі шину із струмом .....	244
6.11.	Сила, що діє на сектор розташованої в магнітному полі обмотки з кільцеподібним перерізом, .....	245
6.12.	Загальний випадок силової взаємодії струмопровідних контурів або котушок .....	247
6.13.	Силова дія магнітного поля на феромагнітне осердя через магнітну енергію за побудованими магнітними характеристиками .....	248
6.14.	Силова дія магнітного поля на феромагнітне осердя через магнітну індукцію в проміжку .....	249
6.15.	Електромагнітний момент, що діє на розташовану в проміжку електричної машини обмотку .....	250
6.16.	Визначення сил через тензор магнітного натягу .....	251
6.17.	Електромагнітний момент, що діє на ротор з обмоткою, яка розташована в пазах осердя електричної машини .....	252
6.18.	Базові вирази для визначення ЕРС .....	254
6.19.	Принципи розрахунку ЕРС обмотки, яка розташована в проміжку електричної машини .....	255
6.20.	Принципи розрахунку ЕРС обмотки, провідники якої розташовані в пазах осердя .....	258
6.21.	Принципи розрахунку гармонічного складу ЕРС за результатами розрахунку магнітного поля .....	260
6.22.	Втрати енергії в електротехнічних пристроях .....	261
6.22.1.	Електричні втрати .....	262
6.22.2.	Магнітні втрати .....	262
6.23.	Чисельно-польові розрахунки потужності магнітних втрат в електричних машинах .....	266
6.23.1.	Вихідні зауваження .....	266
6.23.2.	Структура магнітного поля в ДПС .....	267

6.23.3.	Метод уточненого розрахунку ПМВ на основі середньоквадратичних максимумів магнітної індукції.....	270
6.23.4.	Порівняльний аналіз потужності магнітних втрат в різних розрахункових варіантах осердя якоря ДПС .....	273
6.24.	Інші можливості визначення параметрів електротехнічних пристроїв на основі розрахунків магнітних полів .....	276
7.	<b>ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ СИСТЕМАХ .....</b>	<b>279</b>
7.1.	Загальна постановка задачі розрахунку перехідного процесу в нелінійній електромагнітній системі .....	279
7.2.	Загальний принцип чисельного розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь .....	281
7.3.	Алгоритм розрахунку перехідного процесу при підключенні котушки індуктивності до джерела постійної напруги .....	283
7.4.	Принцип чисельного визначення похідної методом Рунге–Кутта IV порядку.....	284
7.5.	Порівняльне розв'язання лінеаризованої задачі розрахунку перехідного процесу .....	286
7.6.	Дослідження динамічного робочого режиму лінійного імпульсного електродвигуна .....	290
7.6.1.	Подання об'єкта дослідження і постановка задачі .....	290
7.6.2.	Математична модель ЛІЕД при послідовному з'єднанні обмоток.....	291
7.6.3.	Оперування з двопараметричними функціями.....	295
7.6.4.	Алгоритм розрахунку ударного режиму роботи ЛІЕД.....	298
7.6.5.	Тестовий розрахунок динаміки роботи ЛІЕД. ....	302
8.	<b>ЗМІННІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПОЛЯ І ПРИНЦИПИ ЇХ РОЗРАХУНКУ .....</b>	<b>305</b>
8.1.	Визначення змінного електромагнітного поля.....	305
8.2.	Рівняння безперервності .....	305
8.3.	Рівняння Максвелла в комплексній формі.....	306
8.4.	Теорема Умова–Пойнтінга для миттєвих значень величин електромагнітного поля .....	307
8.5.	Теорема Умова–Пойнтінга в комплексній формі .....	308
8.6.	Рівняння Максвелла для електропровідного середовища..	310
8.7.	Плоска електромагнітна хвиля .....	311
8.8.	Поширення плоскої електромагнітної хвилі в однорідному електропровідному просторі .....	313
8.9.	Глибина проникнення хвилі та її довжина .....	315
8.10.	Магнітний поверхневий ефект.....	316
8.11.	Розподіл струму в прямокутній шині, яка знаходиться в пазу феромагнітного осердя .....	318

8.12.	Поверхневий ефект в циліндричному дроті .....	319
9.	ВИХРОВІ СТРУМИ В ЕЛЕКТРОПРОВІДНИХ ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЇ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ ПРИСТРОЇВ .....	324
9.1.	Загальні зауваження відносно розрахунків вихрових струмів .....	324
9.2.	Розрахунковий аналіз вихрових струмів без урахування їх реакції.....	325
9.2.1.	Теоретичні основи розрахунку вихрових струмів без урахування їх реакції.....	325
9.2.2.	Принципи скінченно-різницевої реалізації розрахунку вихрових струмів без урахування їх реакції.....	328
9.2.3.	Принципи розрахунку вихрових струмів без урахування їх реакції методом скінченних елементів на основі електромагнітної аналогії .....	333
9.3.	Колово-польовий метод аналізу вихрових струмів .....	339
9.3.1.	Загальний підхід до аналізу вихрових струмів з використанням колово-польової розрахункової моделі.....	339
9.3.2.	Розрахунок вихрових струмів в обмотці якоря машини постійного струму в режимі неробочого ходу.....	343
9.4.	Аналіз вихрових струмів в ідеалізованому екрані .....	359
9.4.1.	Загальний підхід до аналізу вихрових струмів з ідеалізацією властивостей електромагнітного екрана ....	359
9.4.2.	Аналіз вихрових струмів в екрані системи збудження криодвигуна постійного струму.....	362
9.5.	Аналіз гармонічних електромагнітних процесів з реалістичним урахуванням реакції вихрових струмів .....	364
9.5.1.	Загальні зауваження відносно обумовленого аналізу .....	364
9.5.2.	Теоретичні основи розрахунку гармонічних електромагнітних процесів з урахуванням вихрових струмів .....	365
9.5.3.	Розрахунковий аналіз гармонічного магнітного поля і індукованих вихрових струмів .....	367
	СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	371
	ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК.....	377
	Додаток А	
	Формули векторної алгебри і векторного аналізу .....	380
	Додаток Б	
	Системи координат і орієнтування векторного поля .....	381
	Додаток В	
	Загальне вираження для еліптичних інтегралів .....	383
	Додаток Г	
	Електромагнітні параметри через магнітне поле, яке розраховане МСР в полярній системі координат .....	384



Навчальне видання

МІЛИХ Володимир Іванович

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПОЛЯ, ПАРАМЕТРИ  
ТА ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ  
ПРИСТРОЯХ

ПІДРУЧНИК  
для студентів та аспірантів  
електротехнічного профілю

Українською мовою

Відповідальний за випуск проф. В. І. Мілих

Підручник до видання рекомендував

проф. А. М. Борисенко

В авторській редакції

План 2020 г., поз. 101

Підп. до друку 27.11.2020 р. Формат 60×84 1/16. Папір офсет.  
Друк. цифровий. Гарнитура Bookman Old Style.

Ум. друк. лист. 22,8. Наклад 100 прим. Зам. № 1/12/2020.

Видавець і виготовлювач: ФОП Панов А. М.  
Свідоцтво серії ДК №4847 від 06.05.2015 р.  
м. Харків, вул. Жон Мироносиць, 10, оф. 6  
тел.+38(057)714-06-74, +38(050) 976-32-87  
[copy@vlavke.com.ua](mailto:copy@vlavke.com.ua), <http://vlavke.com.ua>

Довідка про автора  
підручника

## **ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ПОЛЯ, ПАРАМЕТРИ ТА ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ ПРИСТРОЯХ**

**Мілих Володимир Іванович**, професор, доктор технічних наук, завідувач кафедри «Електричні машини» Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут».

Є висококваліфікованим науково-педагогічним фахівцем, членом спеціалізованих вчених рад з захисту дисертацій.

Нагороджений відомчими заохочувальними відзнаками Міністерства освіти і науки України – нагрудними знаками «Відмінник освіти України» й «За наукові та освітні досягнення».

Є автором або співавтором трьох підручників, 17 навчальних посібників, монографії, 196 статей в спеціалізованих наукових виданнях, з них індексовані в наукометричних базах Scopus – 32 та Web of Science – 14, а загалом має 360 наукових статей та 8 авторських свідоцтв.



Сайт кафедри електричних машин:  
<http://web.kpi.kharkov.ua/elmash/>

E-mail: [mvikemkpi@gmail.com](mailto:mvikemkpi@gmail.com)

Книгу можна замовити у Видавництва «Каравелла»  
і отримати її поштою або у інший спосіб.

Видавництво «Каравелла»,  
просп. М. Рокосовського, 8а, м. Київ, 04201, Україна.  
Тел.(044) 592-39-36, (050) 355-77-75, (068) 364-05-77  
E-mail: [caravela@ukr.net](mailto:caravela@ukr.net) [www.caravela.kiev.ua](http://www.caravela.kiev.ua)

Керівник видавничих проектів Ю. В. Піча