

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

*Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»*

Ст. Хмеленко Д.А.

Рук. доц. Синельник И.В., ст. преп. Оверко Н.Е.

В современном мире большинство процессов имеет нелинейный характер. И зачастую закономерности протекания процессов различной физической природы оказываются сходными.

Примером нелинейной системы может служить электрическая цепь, представленная на рис. 1. Она была экспериментально исследована П. Линсеом [1], а позже – Д. Смитом [2]. При изменении амплитудного значения входного напряжения на выходе цепи после серии последовательных удвоений периода появлялись хаотические колебания. Общий подход к рассмотрению колебаний в подобной цепи был предложен Л. Чуа [2]. Однако механизмы появления хаотических колебаний не были рассмотрены. Поэтому целью данного исследования было построение математической модели такой электрической цепи, выяснение механизмов возникновения хаотических колебаний, проведение эксперимента и сравнение полученных результатов.

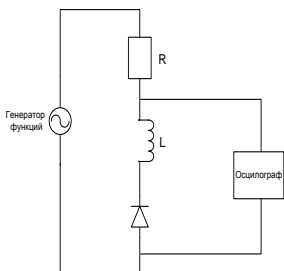


Рисунок 1. Электрическая схема исследуемой цепи

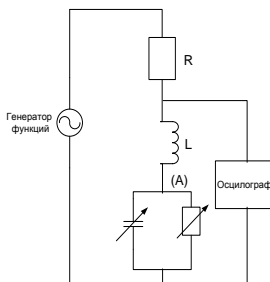


Рисунок 2. Схема с замещением диода

Объект исследования – это нелинейная электрическая цепь, состоящая из резистора R , катушки индуктивности L и диода, соединенных последовательно. Сопротивление резистора R – 200 Ом, индуктивность катушки L – 100 мкГн. Нелинейный элемент цепи – диод.

На вход цепи подключен генератор функций. Результат фиксируется с помощью осциллографа, который подключен параллельно катушке индуктивности и диоду.

Диод – сложный нелинейный элемент, и для его рассмотрения была использована схема замещения переменным сопротивлением и переменной емкостью, соединенными параллельно, представленная на рис. 2.

На основании правил Кирхгофа, записанных для схемы, приведенной на рисунке 2, было получено следующее уравнение:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{CR_D} \right) \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \left(\frac{R}{R_D} + 1 \right) q = \frac{1}{L} \varepsilon_0 \sin \omega t, \quad (1)$$

где

R_D - динамическое сопротивление диода

C - переменная емкость диода

$\varepsilon_0 \sin \omega t$ - зависимость ЭДС от времени, начальная фаза

q - заряд на обкладках конденсатора.

Динамическое сопротивление R_D – это отношение малых приращений напряжения и тока в рабочей точке (производная). На основании ВАХ из документации диода была выполнена аппроксимация в пакете Microsoft Excel и получен полином, представляющий зависимость напряжения на диоде от проходящего через него тока. Так же была аппроксимирована зависимость емкости диода от входного напряжения.

Для численного моделирования возникновения колебаний решалось дифференциальное уравнение (1) методом Эйлера. Начальные значения $t=0$, $q=0$, $I=0$. dt – шаг по времени, который может варьироваться и выбирается из условий моделирования.

Полученное в качестве решения значение заряда можно использовать для дальнейшего расчета выходного напряжения. Формула расчета имеет следующий вид.

$$U_{\text{вых}} = \frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt} = \frac{q}{C} + L \left(\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{CR_D} \frac{dq}{dt} \right).$$

На основании приведенного алгоритма было разработано приложение для моделирования. Полученные путем моделирования результаты сравнивались с экспериментальными, один из которых приведен на рис.3 (зависимость выходного напряжения от времени при амплитуде входного напряжения 3,82 В и частоте 450 кГц).

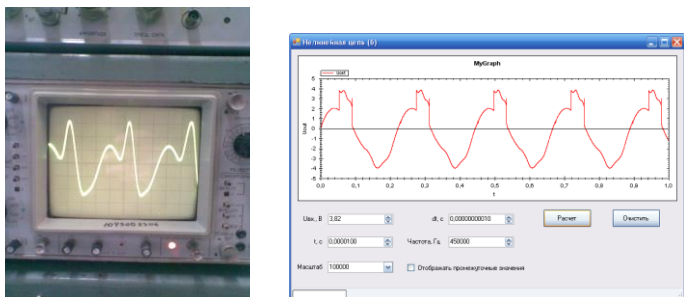


Рисунок 3. Результат эксперимента

Результаты моделирования показали хорошее качественное согласие с результатами эксперимента.

Литература

1. Смит Д. Генерирование хаоса в домашних условиях // В мире науки, 1992.- № 3. - с. 80-83.
2. P.Linsay. Period Doubling and Chaotic Behavior in a Driven Anharmonic Oscillator // Phys. Rev. Lett. – 1981. V.47. – p.1349.
3. Chua, L.O., Komuro, M., Matsumoto, T. "The Double Scroll Family, " IEEE Transactions on Circuits & Systems,1986, vol.CAS-33, no.11, pp.1073-1118