



## Силабус освітнього компонента

Програма навчальної дисципліни



# Диференціальні та різницеві рівняння

**Шифр та назва спеціальності**  
124 – Системний аналіз

**Інститут**  
ННІ Комп'ютерних наук та інформаційних технологій

**Освітня програма**  
Системний аналіз і управління

**Кафедра**  
Системного аналізу та інформаційно-аналітичних технологій

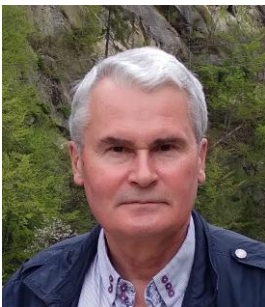
**Рівень освіти**  
Бакалавр

**Тип дисципліни**  
Спеціальна (фахова), Обов'язкова

**Семестр**  
3

**Мова викладання**  
Українська

## Викладачі, розробники



### Северин Валерій Петрович

[valerii.severyn@khpi.edu.ua](mailto:valerii.severyn@khpi.edu.ua)

Доктор технічних наук, професор, професор кафедри системного аналізу та інформаційно-аналітичних технологій НТУ «ХПІ»

Досвід роботи – 40 років. Автор понад 200 наукових та навчально-методичних праць. Провідний лектор з дисциплін: «Диференціальні та різницеві рівняння», «Методи оптимізації та дослідження операцій», «Теорія прийняття рішень»

[Детальніше про викладача на сайті кафедри](#)

## Загальна інформація

### Анотація

Дисципліна спрямована на освоєння сучасної теорії та методів дослідження і розв'язання диференціальних та різницевих рівнянь і систем таких рівнянь.

### Мета та цілі дисципліни

Мета дисципліни – вивчення студентами основних понять теорії диференціальних та різницевих рівнянь, засвоєння аналітичних методів дослідження і розв'язання диференціальних та різницевих рівнянь і систем таких рівнянь, оволодіння навичками дослідження стійкості руху за допомогою диференціальних та різницевих рівнянь.

### Формат занять

Лекції, практичні заняття, самостійна робота, консультації. Підсумковий контроль – іспит.

### Компетентності

ЗК3. Здатність планувати і управляти часом.

ЗК12. Здатність працювати в команді.

ЗК14. Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.

СК2. Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.

СК4. Здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, виокремлювати в них стохастичні та невизначені показники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів та досліджувати залежності між ними.

## Результати навчання

РН2. Знати і вміти використовувати стандартні схеми для розв'язання комбінаторних та логічних задач, що сформульовані природною мовою, застосовувати класичні алгоритми для перевірки властивостей та класифікації об'єктів, множин, відношень, графів, груп, кілець, решіток, булевих функцій тощо.

РН11. Знати і вміти застосовувати на практиці системи управління базами даних і знань та інформаційні системи.

РН12. Застосовувати методи і засоби роботи з даними і знаннями, методи математичного, логікосемантичного, об'єктного та імітаційного моделювання, технології системного і статистичного аналізу.

РН14. Розуміти і застосовувати на практиці методи статистичного моделювання і прогнозування, оцінювати вихідні дані.

## Обсяг дисципліни

Загальний обсяг дисципліни 120 год. (4 кредити ECTS): лекції – 32 год., практичні заняття – 32 год., самостійна робота – 56 год.

## Передумови вивчення дисципліни (пререквізити)

Для успішного вивчення дисципліни необхідно мати знання та практичні навички з дисциплін "Фізика", "Алгебра та геометрія", "Математичний аналіз".

## Особливості дисципліни, методи та технології навчання

Лекції проводяться з використанням мультимедійних технологій. Навчальні матеріали доступні студентам через OneDrive кафедри.

## Програма навчальної дисципліни

### Теми лекційних занять

#### Тема 1. Вступ до диференціальних рівнянь

Диференціальні рівняння (ДР). Предмет теорії ДР. Загальні поняття теорії ДР. ДР зі змінними, що розділяються. Геометричний смисл ДР першого порядку. Загальний та частинні розв'язки ДР.

#### Тема 2. Диференціальні рівняння першого порядку

ДР, що інтегруються в квадратурах. Однорідні ДР першого порядку. Лінійні ДР першого порядку. Існування розв'язку ДР. Теорема Коші про існування розв'язку ДР першого порядку. Особливі розв'язки ДР першого порядку.

#### Тема 3. ДР вищих порядків

Пониження порядку ДР. Задача Коші для ДР вищих порядків. Теорема Коші для ДР вищих порядків.

#### Тема 4. Лінійні ДР вищих порядків

Лінійні ДР (ЛДР) вищих порядків. Лінійний диференціальний оператор. Лінійно-залежні та незалежні функції. Визначник Вронського.

#### Тема 5. Однорідні ЛДР

Однорідні ЛДР (ОЛДР). Загальні теореми про ОЛДР. Фундаментальна система розв'язків ОЛДР. Загальний розв'язок ОЛДР. ОЛДР з постійними коефіцієнтами (ПК). Випадки коренів характеристичного рівняння: прості дійсні корені, прості комплексні корені, кратні дійсні корені, кратні комплексні корені.

## Тема 6. Неоднорідні ЛДР

Неоднорідні ЛДР (НЛДР). Загальні теореми про НЛДР. Загальний розв'язок НЛДР. Метод варіації довільних сталих для інтегрування НЛДР. ЛДР з ПК та правою частиною спеціального вигляду: поліному, добутку поліному та експоненти, добутку поліному, експоненти та гармонічної функції.

## Тема 7. Системи ДР

Системи ДР (СДР). Нормальні СДР. Перші інтеграли нормальних СДР. Зв'язок між ДР вищого порядку і нормальною СДР. Фізичний смисл розв'язку нормальної СДР. Нормальні лінійні СДР (ЛСДР).

## Тема 8. Однорідні ЛСДР

Властивості розв'язків однорідних ЛСДР (ОЛСДР). Простір розв'язків ОЛСДР. Фундаментальна матриця ОЛСДР та її властивості. ОЛСДР з ПК. Розв'язок ОЛСДР з ПК для простих коренів характеристичного рівняння. Кратні корені характеристичного рівняння ОЛСДР з ПК. Представлення розв'язку ОЛСДР з ПК у вигляді матричної експоненти.

## Тема 9. Неоднорідні ЛСДР

Неоднорідні ЛСДР (НЛСДР). Загальний розв'язок НЛСДР. Метод варіації довільних постійних для розв'язку НЛСДР. Представлення розв'язку НЛСДР з матрицею Коші. НЛСДР з ПК.

## Тема 10. Теорія стійкості розв'язків ДР та СДР

Основи теорії стійкості розв'язків ДР та СДР. Стійкість руху за Ляпуновим. Дослідження стійкості за першим наближенням. Теореми Ляпунова. Алгебраїчні критерії стійкості. Необхідний признак стійкості Стодоли. Критерій Рауса. Критерій Гурвиця.

## Тема 11. Різницеві рівняння

Різницеві рівняння (РР). Основні поняття теорії РР. Решітчасті функції. Скінченні різниці функцій. Основні поняття та означення теорії РР. Лінійні РР. Лінійні РР (ЛРР) зі сталими коефіцієнтами. Однорідні ЛРР зі сталими коефіцієнтами. Неоднорідні ЛРР зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих. Системи ЛРР.

## Теми практичних занять

### Тема 1. ДР зі змінними, що розділяються

ДР зі змінними, що розділяються. Геометричний смисл ДР першого порядку. Загальний та частинні розв'язки ДР.

### Тема 2. ДР, що інтегруються в квадратурах

Однорідні ДР першого порядку. Лінійні ДР першого порядку. Особливі розв'язки ДР першого порядку.

### Тема 3. ДР вищих порядків

Пониження порядку ДР.

### Тема 4. Однорідні ЛДР

ОЛДР з постійними коефіцієнтами (ПК). Випадки коренів характеристичного рівняння: прості дійсні корені, прості комплексні корені, кратні дійсні корені, кратні комплексні корені.

### Тема 5. Неоднорідні ЛДР

Метод варіації довільних сталих для інтегрування НЛДР. ЛДР з ПК та правою частиною спеціального вигляду: поліному, добутку поліному та експоненти, добутку поліному, експоненти та гармонічної функції.

### Тема 6. Системи ДР

Нормальні СДР. Перші інтеграли нормальних СДР. Зв'язок між ДР вищого порядку і нормальною СДР.

### Тема 7. Однорідні ЛСДР

Розв'язок ОЛСДР з ПК для простих коренів характеристичного рівняння. Представлення розв'язку ОЛСДР з ПК у вигляді матричної експоненти.

### Тема 8. Неоднорідні ЛСДР

Метод варіації довільних постійних для розв'язку НЛСДР. Представлення розв'язку НЛСДР з матрицею Коші. НЛСДР з ПК.

### Тема 9. Стійкість розв'язків ДР та СДР

Дослідження стійкості за першим наближенням. Необхідний признак стійкості Стодоли. Критерій Рауса. Критерій Гурвиця.

### Тема 10. Різницеві рівняння

Решітчасті функції. Скінченні різниці функцій. Однорідні ЛРР зі сталими коефіцієнтами. Неоднорідні ЛРР зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих. Системи ЛРР

## Теми лабораторних робіт

Лабораторні роботи в рамках дисципліни не передбачені.

## Самостійна робота

Студентам рекомендуються додаткові матеріали для самостійного вивчення та аналізу.

## Література та навчальні матеріали

### Основна література

1. Копась І. М. Диференціальні рівняння: навчальний посібник для інженерних спеціальностей. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 126 с.
2. Самойленко А.М. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах / А.М. Самойленко, С.А. Кривошея, М.О. Перестюк. – К.: Вища шк., 1994. – 454 с.
3. Івасишен С.Д. Диференціальні рівняння: методи та застосування: навч. посіб. / С.Д. Івасишен, В.П. Лавренчук, П.П. Настасієв, І.І. Дрінь. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2010. – 288 с.
4. Призва Г.Й. Диференціальні рівняння та їх застосування / Г.Й. Призва. – 2-е вид., перероб. і доп. – К.: Вища школа, 1992. – 96 с.
5. Габрусєв Г.В., Самборська О.М. Звичайні диференціальні рівняння. Навчальний посібник для студентів які навчаються за напрямом автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології. – Тернопіль: ТНТУ імені Івана Пулюя, 2014. – 172 с.
6. Петрівський Я. Б. Диференціально-різницеві рівняння та їх застосування: навч.-метод. посіб. / Я. Б. Петрівський. – Рівне: РДГУ, 2009. – 59 с.

### Додаткова література

1. Овчинников П.П., Михайленко В.М. Вища математика. Посібник для студентів вищих навчальних закладів. У двох частинах. Ч.2. – К.: Техніка, 2004.
2. Шкіль М.І Математичний аналіз: Підручник для студентів математичних спеціальностей вищих навчальних закладів. У двох частинах, Ч2. – К.: Вища школа, 2005.
3. Дев'ятко В. І. Різницеві рівняння. Дискретне перетворення Лапласа: Конспект лекцій для студ. енергетичн. факультету ден. та заоч. форм навч. / В. І. Дев'ятко, І. І. Юрик. – К: Удухт, 2000. – 56 с.
4. Петрівський Я. Б. Лінійні різницеві рівняння та системи: метод. посіб. / Я. Б. Петрівський, А. М. Бакунець. – Рівне: РДГУ, 2010. – 37 с.

## Система оцінювання

### Критерії оцінювання успішності студента та розподіл балів

100 % підсумкової оцінки складаються з результатів оцінювання у вигляді підсумкового іспиту (40 %) та поточного оцінювання (60 %).

Іспит: письмове завдання (два запитання з теорії + розв'язання двох практичних завдань) та усна доповідь. Поточне оцінювання: дві контрольні роботи (по 30 %).

### Шкала оцінювання

Сума балів	Національна оцінка	ECTS
90–100	Відмінно	A
82–89	Добре	B
75–81	Добре	C
64–74	Задовільно	D
60–63	Задовільно	E
35–59	Незадовільно (потрібне додаткове вивчення)	FX
1–34	Незадовільно (потрібне повторне вивчення)	F

## Норми академічної етики і політика курсу

Студент повинен дотримуватися «Кодексу етики академічних взаємовідносин та доброчесності НТУ «ХПІ»: виявляти дисциплінованість, вихованість, доброзичливість, чесність, відповідальність. Конфліктні ситуації повинні відкрито обговорюватися в навчальних групах з викладачем, а при неможливості вирішення конфлікту – доводитися до відома співробітників дирекції інституту. Нормативно-правове забезпечення впровадження принципів академічної доброчесності НТУ «ХПІ» розміщено на сайті: <http://blogs.kpi.kharkov.ua/v2/nv/akademichna-dobrochesnist/>

## Погодження

Силабус погоджено

25.08.2023

Завідувач кафедри  
Юрій ДОРОФЄЄВ

25.08.2023

Гарант ОП  
Юрій ДОРОФЄЄВ