

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

**ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА.  
Практичні завдання**

Навчально-методичний посібник

За загальною редакцією проф. А.О. Мамалужа

Затверджено  
редакційно-видавничою  
радою університету,  
протокол № 1 від 20.06.2012 р.

**Харків  
НТУ «ХП»  
2014**

УДК 53.02  
ББК 22.3  
3 14

Рецензенти:

*А. Т. Пугачов*, д-р. фіз.-мат. наук, проф., НТУ «ХПІ»;  
*В. П. Пойда*, д-р техн. наук, проф., ХНУ ім. В. Н. Каразіна.

Авторський колектив:

А. О. Мамалуй, М. В. Лебедева, В. В. Пилипенко, С. Д. Гапоченко,  
В. І., Федорченко, В. К. Якуша, Т. І. Храмова, Н. Б. Фатянова,  
К.Т. Лемешевська, Л. Г. Петренко, І. В. Синельник, Ю. В. Меньшов,  
Г. І. Копач, Ю. Г. Окладной, , І. А. Корж

**Загальна фізика. Практичні завдання** : навч.-метод. посіб. /  
314 А. О. Мамалуй, М. В. Лебедева, В. В. Пилипенко та ін. ; за заг. ред.  
А. О. Мамалуя – Х. : НТУ «ХПІ», 2014. – 296 с.

ISBN 978-617-687-027-2

Посібник містить практичні завдання, що відповідають усім розділам програми з курсу загальної фізики, затвердженому Міністерством освіти і науки України. У посібнику в кожному розділі наводяться короткі теоретичні відомості.

Призначено для студентів усіх спеціальностей.

Іл. 37. Табл. 26. Бібліогр. назв. 11.

**УДК 53.02**  
**ББК 22.3**

© Авторський колектив, 2014

**SBN 978-617-687-027-2**

© | :о «Підручник НТУ “ХПІ”», 2014

## ВСТУП

Курс загальної фізики займає особливе місце в сучасній системі інженерної освіти, оскільки має яскраво виражений світоглядний зміст. В його основі є формування у свідомості майбутніх фахівців чітких уявлень про фізичну картину світу, аналіз різноманітних явищ з точки зору їх цілісної фундаментальної фізичної сутності.

Посібник «Загальна фізика. Практичні завдання» являє собою частину науково-методичного комплексу, що створюється на кафедрі загальної та експериментальної фізики Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Посібник подано відповідно до трисеместрової організації курсу загальної фізики в НТУ «ХПІ», він є гармонійно адаптованим до змісту навчальної програми курсу, яка була апробована протягом багатьох років навчальної роботи та підтвердила свою ефективність.

Посібник уміщує практичні завдання у вигляді задач за всіма розділами курсу загальної фізики. Розподіл та зміст задач відповідає варіативній системі навчальної роботи та відповідно вміщує різноманітні завдання, що відповідають різному рівню підготовленості студентів. Це дає змогу студентам системно та ефективно засвоїти теоретичні та практичні аспекти фізичних законів й закономірностей, а також вирішувати за їх допомогою інженерні задачі. При складанні посібника частково були використані задачі із збірників [1–3].

Задачі до розділу «Фізичні основи механіки» склали: М. В. Лебедева, Т. І. Храмова, до розділу «Молекулярна фізика та термодинаміка» –

В. І. Федорченко, до розділу «Електростатика. Електричний струм» – В. К. Якуша, до розділу «Магнітне поле. Електромагнітне поле. Основи теорії Максвелла для електромагнітного поля» – Н.Б. Фатянова, до розділу «Фізика коливань та хвиль» – Л.Г. Петренко, до розділу «Оптика. Основні уявлення квантової фізики» – В.В. Пилипенко та К.Т. Лемешевська, до розділу «Квантова механіка» склали І.В. Синельник, Ю.В. Меньшов, Г.І. Копач, до розділу «Фізика атомів і молекул» – Ю.Г. Окладной, І.А. Корж, до розділу «Елементи фізики конденсованих станів» – С.Д. Гапochenко, до розділу «Ядерна фізика та фізика елементарних частинок» – Ю.В. Меньшов. Загальне редагування збірника виконано А. О. Мамалуєм.

## РОЗДІЛ І. КЛАСИЧНА МЕХАНІКА

Основним станом матерії є рух. Задача класичної механіки – вивчення характеру цього руху і встановлення умов, що його визначають.

### 1.1. Елементи кінематики

Положення матеріальної точки у просторі визначається її радіус-вектором  $\vec{r}$ , залежність якого від часу являє собою кінематичне рівняння руху матеріальної точки:

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1.1.1)$$

*Миттєва швидкість* є похідна від радіуса-вектора за часом:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.1.2)$$

*Прискорення* – перша похідна від швидкості, або друга похідна від радіуса-вектора:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \quad (1.1.3)$$

Для **криволінійного руху** матеріальної точки можна задавати рівняння руху вздовж криволінійної траєкторії

$$s = s(t) \quad (1.1.4)$$

Величина миттєвої швидкості:

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad (1.1.5)$$

а її напрямок у кожній точці траєкторії співпадає з дотичною до тієї ж точки.

*Повне прискорення* доцільно розкласти на дві складові – тангенціальне прискорення  $a_\tau$  і нормальне (доцентрове) прискорення  $a_n$ :

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$$

або в скалярній формі:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}. \quad (1.1.6)$$

Тангенціальне прискорення характеризує зміну швидкості за модулем, спрямоване вздовж дотичної та дорівнює:

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}. \quad (1.1.7)$$

Нормальне прискорення характеризує зміну швидкості за напрямком, спрямоване до центра кривизни траєкторії:

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (1.1.8)$$

де  $R$  – радіус кривизни траєкторії.

Відповідно до принципу незалежності руху можна також указувати залежність від часу координат точки, що рухається. Наприклад, у випадку, коли рух відбувається в одній площині, достатньо вказати два рівняння:

$$x = x(t), \quad y = y(t). \quad (1.1.9)$$

Проекції вектора швидкості на координатні осі:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}. \quad (1.1.10)$$

Повна миттєва швидкість

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (1.1.11)$$

Проекції вектора прискорення на координатні осі

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}. \quad (1.1.12)$$

Повне прискорення

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}. \quad (1.1.13)$$

При **прямолінійному русі** вздовж осі  $OX$  рівняння (1.1.1) – (1.1.3) набувають вигляду:

$$x = x(t); \quad v = \frac{dx}{dt}; \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}. \quad (1.1.14)$$

При **рівномірному русі**:

$$x = x_0 + vt \quad (1.1.15)$$

або, якщо  $x_0 = 0$ , то

$$x = vt. \quad (1.1.16)$$

Для *рівнозмінного* (рівноприскореного або рівносповільненого) руху рівняння руху (1.1.14) набувають вигляду:

$$x = x_0 + v_0 t \pm \frac{at^2}{2}, \quad (1.1.17)$$

$$v = v_0 \pm at, \quad (1.1.18)$$

де  $x_0$  та  $v_0$  – початкові координата та швидкість точки відповідно.

Якщо із формул (1.1.17) та (1.1.18) виключити час, одержимо співвідношення:

$$2ax = v^2 - v_0^2. \quad (1.1.19)$$

**При обертальному русі навколо нерухомої осі** кінематичне рівняння руху має вигляд:

$$\vec{\varphi} = \vec{\varphi}(t), \quad (1.1.20)$$

де  $\vec{\varphi}$  – вектор кутового переміщення.

Миттєва кутова швидкість

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (1.1.21)$$

Миттєве кутове прискорення

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}. \quad (1.1.22)$$

Вектори кутового переміщення, кутової швидкості та кутового прискорення є аксіальними. Їх напрямок співпадає з віссю обертання.

Для *рівномірного* руху (в скалярній формі):

$$\varphi = \omega t, \quad \omega = \text{const}, \quad \varepsilon = 0. \quad (1.1.23)$$

У випадку *рівнозмінного* руху (в скалярній формі):

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad 2\varepsilon\varphi = \omega^2 - \omega_0^2. \quad (1.1.24)$$

Зв'язок кутових векторів ( $\vec{\varphi}, \vec{\omega}, \vec{\varepsilon}$ ) з лінійними ( $d\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}_\tau, \vec{a}_n$ ):

$$d\vec{r} = [d\vec{\varphi}\vec{R}], \quad \vec{v} = [\vec{\omega}\vec{R}], \quad \vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}\vec{R}], \quad \vec{a}_n = -\omega^2\vec{R}, \quad (1.1.25)$$

де  $\vec{R}$  – радіус-вектор кола, по якому обертається частинка навколо осі обертання.

Модулі цих векторів:

$$s = \varphi R, \quad v = \omega R, \quad a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R. \quad (1.1.26)$$

### **Задачі до теми «Прямолінійний рух»**

**1.1.1.** Першу половину часу автомобіль рухався зі швидкістю  $v_1 = 72$  км/год, а другу – зі швидкістю  $v_2 = 36$  км/год. Визначити середню швидкість його руху  $\langle v \rangle$  на цьому відрізку шляху.

**1.1.2.** Першу половину свого шляху автомобіль рухався зі швидкістю  $v_1 = 72$  км/год, другу – зі швидкістю  $v_2 = 36$  км/год. Визначити середню швидкість руху  $\langle v \rangle$  на цьому шляху.

**1.1.3.** Залежність швидкості від часу для деякого руху наведена на рис. 1. Визначити середню швидкість  $\langle v \rangle$  за проміжок часу  $\Delta t = 14$  с.

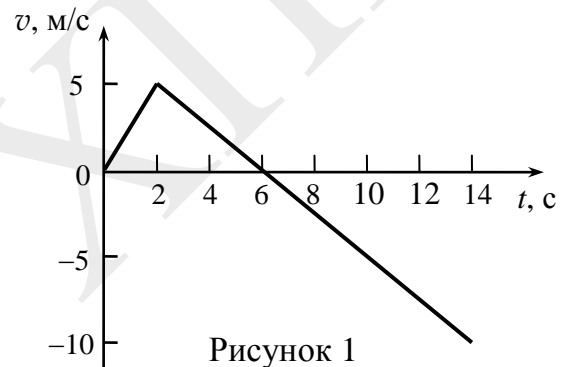


Рисунок 1

**1.1.4.** Рух точки по прямій задано рівнянням  $x = 2t + 0,5t^2$  м. Знайти середню швидкість  $\langle v \rangle$  в інтервалі часу від 2 до 6 с.

**1.1.5.** Ескалатор підіймає людину, що стоїть на ньому нерухомо, за  $t_1 = 1$  хв. Якщо ескалатор нерухомий, а людина підіймається по ньому самотійно, то час підйому займає  $t_2 = 3$  хв. За який час  $t_3$  підніметься людина по рухомому ескалатору?

**1.1.6.** Літак рухається відносно повітря з швидкістю  $v = 720$  км/год. Вітер дує з заходу на схід зі швидкістю  $v = 15$  м/с. З якою швидкістю відносно Землі буде рухатися літак та під яким кутом до меридіана необхідно тримати його курс, щоб рух відбувався: а) на південь; б) північ; в) на захід; г) на схід?

**1.1.7.\*** Дві прямі дороги перехрещуються під кутом  $\alpha = 60^\circ$ . Від перехрестя по ним віддаляються дві машини: одна зі швидкістю  $v_1 = 72$  км/год, друга зі швидкістю  $v_2 = 54$  км/год. Знайти швидкість  $v$ , з якою одна машина віддаляється від другої, якщо перехрестя вони пройшли одночасно.

\* – зірочкою позначені задачі підвищеної складності.



**1.1.8.** Рівняння прямолінійного руху точки має вигляд  $x = 3t - 0,25t^2$  м. Побудувати графіки залежності її координати, шляху та швидкості від часу для заданого руху.

**1.1.9.** Рух матеріальної точки заданий рівнянням  $x = 4t + 8t^2 - 16t^3$  м. Визначити момент часу  $t$ , коли швидкість точки дорівнює нулю. Яким буде її прискорення  $a$  в цей момент?

**1.1.10.** Матеріальна точка рухається прямолінійно згідно з рівнянням  $x = 2t - 4t^2 + t^3$  м. Визначити її швидкість  $v$  у той момент, коли прискорення  $a$  дорівнює нулю. Накреслити графіки залежності координати, швидкості та прискорення від часу.

**1.1.11.** Рух двох матеріальних точок заданий рівняннями:  $x_1 = 9t + 12t^2 - 8t^3$  м,  $x_2 = 10t - 4t^2 + t^3$  м. У який момент часу  $t$  прискорення точок будуть однаковими? Знайти швидкість точок  $v$  у цей момент. Накреслити графіки залежності швидкості та прискорення цих точок від часу.

**1.1.12.\*** Частинка рухається згідно з рівнянням  $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 4t^2\vec{j} + 7\vec{k}$  м. Визначити траєкторію її руху, шлях  $s$ , який пододала вона за перші 10 с руху, та модуль переміщення  $\Delta r$  за той же час, а також швидкість  $v$  та прискорення  $a$  частинки наприкінці десятої секунди.

**1.1.13.** Залежність швидкості руху тіла від часу задається рівнянням  $v = 1 + 2t + 3t^2$  м/с. Визначити час  $t$ , коли прискорення тіла дорівнюватиме  $8 \text{ м/с}^2$ . Який шлях  $s$  подолає тіло за цей проміжок часу?

**1.1.14.** Залежність прискорення тіла від часу задається рівнянням  $a = 1 + 2t \text{ м/с}^2$ . Яку швидкість  $v$  набуде тіло через 2 с? Який шлях  $s$  подолає воно за цей проміжок часу? Початкова швидкість тіла дорівнювала нулю.

**1.1.15.\*** На рис. 2 показаний графік залежності швидкості тіла, що рухається вздовж осі ОХ, від часу. Побудуйте графіки залежності від часу прискорення, переміщення та пройденого шляху.

**1.1.16.\*** Графік залежності прискорення від часу наведено на рис. 3. Визначити середню швидкість руху  $\langle v \rangle$  за проміжок часу 8 с. Початкова швидкість руху та координата дорі-

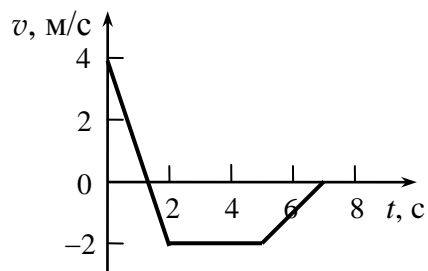


Рисунок 2

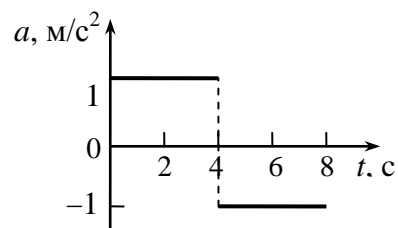


Рисунок 3

внюють нулю. Побудувати графіки залежності від часу швидкості, координати та шляху, пройденого тілом.

**1.1.17.** Тіло, що було кинуте вертикально вгору, знаходилось на висоті  $h = 8,6$  м два рази з інтервалом 3 с. Знайти початкову швидкість тіла  $v_0$ . Опором повітря знехтувати.

**1.1.18.** З якої висоти  $h$  падав камінь, якщо останній метр свого шляху він пролетів за 0,1 с.

**1.1.19.** Тіло, яке було кинуте вертикально вгору, повернулося на землю через 3 с. Визначити початкову швидкість тіла  $v_0$  та висоту  $h$ , на яку воно піднялося.

**1.1.20.** Тіло падає з висоти  $h = 19,6$  м. За який час воно подолає перший та останній метри свого шляху, якщо початкова швидкість тіла дорівнювала нулю?

**1.1.21.\*** Тіло 1 кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю  $v_0$ , тіло 2 вільно падає з висоти  $h$ . Знайти залежність відстані між тілами від часу, якщо відомо, що тіла почали рухатися одночасно.

**1.1.22.** Поїзд рухається зі швидкістю  $v = 36$  км/год. Якщо вимкнути струм, то поїзд буде рухатися рівносповільнено і зупиниться через  $t = 20$  с. Визначити прискорення поїзда  $a$  і шлях  $s$ , який він подолає до зупинки.

**1.1.23.** Поїзд, що рухається рівносповільнено, протягом однієї хвилини зменшує свою швидкість від  $v_1 = 36$  км/год до  $v_2 = 24$  км/год. Знайти прискорення поїзда  $a$  і відстань  $s$ , яку він подолав за час гальмування.

**1.1.24.** На яку глибину  $h$  увійде куля в дерев'яний стовп, якщо при пробиванні дошки товщиною  $s = 2$  см її швидкість зменшується на 30 %? Рух кулі вважати рівносповільненим.

### ***Задачі до теми «Криволінійний рух»***

**1.1.25.** Рух точки по кривій заданий рівняннями  $x = 2t^3$  м та  $y = 6t$  м. Знайти рівняння траєкторії руху точки, її швидкість  $v$  та повне прискорення  $a$  в момент часу  $t = 0,8$  с.

**1.1.26.** Точка рухається по колу радіусом  $R = 4$  м згідно з рівнянням  $s = 10 - 2t + t^2$  м, де  $s$  – координата, що відліковується вздовж траєкторії руху. Знайти тангенціальне  $a_t$ , нормальне  $a_n$  та повне прискорення  $a$  точки наприкінці другої секунди.

**1.1.27.** Точка рухається вздовж кривої з постійним тангенціальним прискоренням  $a_t = 0,5$  м/с<sup>2</sup>. Визначити повне прискорення точки  $a$  на діля-

нці кривої, якщо радіус кривизни на цій ділянці  $R = 3$  м, а швидкість точки  $v = 2$  м/с.

**1.1.28.** Літак, що летів на висоті  $h = 3$  км з швидкістю  $v = 360$  км/год, скинув вантаж. За який час  $t$  до проходження над ціллю і на якій відстані від неї  $s$  літак був повинен скинути вантаж, щоб влучити в ціль. Опором повітря знехтувати.

**1.1.29.** Камінь кинуто з башти висотою  $h = 80$  м у горизонтальному напрямку із швидкістю  $v_0 = 30$  м/с. Визначити швидкість  $v$ , тангенціальне  $a_t$  та нормальне прискорення каменя  $a_n$  в кінці польоту. Знайти радіус кривизни траєкторії  $R$  в момент падіння каменя на землю.

**1.1.30.** Тіло кинуто під кутом  $\alpha$  до горизонту. Знайти цей кут, якщо далекість польоту по горизонталі у чотири рази перевищує максимальну висоту підйому. Опором повітря знехтувати.

**1.1.31.** Тіло кинуто під кутом  $\alpha_0 = 60^\circ$  до горизонту із швидкістю  $v = 20$  м/с. Через який проміжок часу  $t$  від початку руху і на якій висоті  $h$  воно буде рухатися під кутом  $\alpha = 45^\circ$  до горизонту? Опором повітря знехтувати.

**1.1.32.** Камінь кинуто горизонтально з гори, нахил якої дорівнює  $\alpha = 30^\circ$ . Визначити швидкість, з якою було його кинуто  $v_0$ , якщо він упав на схил на відстані  $l = 10$  м від точки кидання. Опором повітря знехтувати.

**1.1.33.\*** М'яч падає на похилу площину вертикально з висоти  $h = 2$  м та пружно відбивається від неї. На якій відстані від місця падіння  $s$  він знову вдариться об ту ж саму площину? Кут нахилу площини до горизонту дорівнює  $30^\circ$ . Опором повітря знехтувати.

**1.1.34.\*** Тіло кинуто з початковою швидкістю  $v_0$  під кутом  $\alpha$  до горизонту. Знайти рівняння траєкторії тіла. При якому куті кидання дальність польоту буде найбільшою? Опором повітря знехтувати.

### ***Задачі до теми «Обертання навколо нерухомої осі»***

**1.1.35.** Визначити радіус маховика  $R$ , якщо при обертанні швидкість точок на його ободі дорівнює  $v_1 = 6$  м/с, а швидкість точок, що знаходяться на 15 см ближче до осі,  $v_2 = 5,5$  м/с. З деякого моменту часу маховик починає рухатися рівносповільнено і через  $t = 69$  с зупиняється. Скільки обертів  $N$  зробить маховик до зупинки?

**1.1.36.** Штучний супутник Землі за один оберт пролітає  $s = 45600$  км. Обчислити середню лінійну  $v$  та кутову  $\omega$  швидкості супутника, якщо період обертання  $T$  становить 106 хв.

**1.1.37.** Матеріальна точка обертається з частотою  $n = 20$  об/с. З деякого моменту часу вона починає рухатися рівносповільнено і до зупинки робить  $N = 2100$  обертів. Знайти кутове прискорення  $\varepsilon$  і час  $t$ , за який вона зупиниться.

**1.1.38.** На горизонтальній осі обертаються з швидкістю  $n = 3000$  об/хв два тонких диски, закріплених на відстані  $l = 100$  см один від одного. Куля, що летіла паралельно осі, пробиває обидва диски, причому друга пробоїна виявилася зміщеною відносно першої на кут  $\alpha = 45^\circ$ . Знайти швидкість кулі  $v$  під час руху її між дисками, вважаючи її постійною.

**1.1.39.** Колесо радіусом  $R = 0,1$  м обертається так, що залежність кута повороту радіуса задається рівнянням  $\varphi = 5 + t + 2t^2 + t^3$  рад. Для точок на ободі колеса визначити кутову швидкість  $\omega$ , кутове прискорення  $\varepsilon$ , нормальне  $a_n$ , тангенціальне  $a_\tau$  та повне прискорення  $a$ , яке вони набули до кінця другої секунди. Який кут  $\alpha$  створює вектор повного прискорення з вектором лінійної швидкості?

**1.1.40.** Нормальне прискорення точки, яка рухається по колу радіусом  $R = 0,2$  м, задається рівнянням  $a_n = 1 + 6t + 3t^2$  м/с<sup>2</sup>. Визначити нормальне  $a_n$ , тангенціальне  $a_\tau$  та повне прискорення точки  $a$  в момент часу  $t = 0,5$  с.

**1.1.41.** Колесо радіусом  $R = 0,2$  м обертається так, що залежність кута повороту радіуса задається рівнянням  $\varphi = 1 + 4t + t^2 + 2t^3$  рад. Знайти повне прискорення точок на ободі колеса для моменту часу  $t = 2$  с. Який кут  $\alpha$  між вектором повного прискорення та радіусом колеса у цей момент?

**1.1.42.** Диск радіусом  $R = 0,4$  м обертається так, що залежність кутової швидкості від часу задається рівнянням  $\omega = 3 + 4t + 3t^2$  рад/с. Знайти нормальне  $a_n$ , тангенціальне  $a_\tau$  та повне прискорення  $a$  точок, що лежать на ободі диска для моменту часу  $t = 2$  с. Який кут  $\alpha$  при цьому між вектором повного прискорення та радіусом диска? Скільки обертів зробить диск за цей час?

**1.1.43.** Диск радіусом  $R = 0,5$  м обертається так, що залежність кутового прискорення задається рівнянням  $\varepsilon = 2 + 4t$  рад/с<sup>2</sup>. Знайти нормальне

$a_n$ , тангенціальне  $a_t$  та повне прискорення точок  $a$  на ободі диска в кінці третьої секунди. Скільки обертів  $N$  зробить диск за цей проміжок часу? Початкова швидкість диска дорівнювала нулю.

**1.1.44.** Колесо радіусом  $R = 0,2$  м обертається так, що залежність кутового прискорення задається рівнянням  $\varepsilon = 6 + 5t^2$  рад/с<sup>2</sup>. Визначити повне прискорення  $a$  точок на ободі колеса через  $t = 5$  с після початку руху та кількість обертів  $N$ , що зробить колесо за цей час. Початкова швидкість колеса дорівнювала нулю.

**1.1.45.** Матеріальна точка рухається по колу радіусом  $R = 0,2$  м з постійним тангенціальним прискоренням  $a_t = 0,04$  м/с<sup>2</sup>. Визначити через який час  $t$  після початку руху нормальне прискорення точки  $a_n$  буде в три рази більше за тангенціальне. Чому при цьому буде дорівнювати повне прискорення точки?

**1.1.46.** Матеріальна точка починає рух по колу радіусом  $R = 0,3$  м з постійним тангенціальним прискоренням  $a_t = 0,02$  м/с<sup>2</sup>. Через який проміжок часу кут між вектором повного прискорення та вектором швидкості буде дорівнювати  $60^\circ$ ?

**1.1.47.** Матеріальна точка починає обертатися з постійним кутовим прискоренням  $\varepsilon = 0,02$  рад/с<sup>2</sup>. Через який проміжок часу  $t$  після початку руху кут між вектором повного прискорення та вектором швидкості дорівнюватиме  $45^\circ$ ?

**1.1.48.** Матеріальна точка, яка почала рухатися рівноприскорено по колу радіусом  $R = 1$  м, пройшла за  $t_1 = 10$  с шлях  $s = 50$  м. З яким доцентровим прискоренням  $a_n$  вона буде рухатися через  $t_2 = 5$  с після початку руху? Яким при цьому буде її повне прискорення та кут між вектором повного прискорення і радіусом кола?

**1.1.49.** На диск радіусом  $r = 4$  см, який має змогу обертатися навколо горизонтальної осі, намотана нитка, до кінця якої прив'язаний вантаж. Вантаж починає рухатися рівноприскорено і за  $t = 5$  с спускається на  $h = 3$  м. Визначити кутове прискорення диска  $\varepsilon$ , а також нормальне  $a_n$  та повне прискорення  $a$  точок, що лежать на ободі диска, наприкінці п'ятої секунди після початку руху.

**1.1.50.** Шків радіусом  $r = 0,2$  м приводиться до обертального руху важком, який підвішений на нитці, що скручується з шківа. У початковий момент часу важок був нерухомим, а потім почав спускатися з прискоренням  $a = 0,1$  м/с<sup>2</sup>. Визначити кутову швидкість шківа  $\omega$  у той момент, коли

важок опуститься на відстань  $h = 1$  м, а також повне прискорення точок шківів у цей момент. Який кут  $\alpha$  між вектором повного прискорення і радіусом шківів?

## 1.2. Динаміка частинок та поступального руху твердого тіла.

### Закон збереження імпульсу

Імпульс частинки

$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad (1.2.1)$$

де  $m$  – маса частинки;  $\vec{v}$  – швидкість її руху.

Імпульс системи частинок

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i, \quad (1.2.2)$$

де  $\vec{p}_i$  – імпульс  $i$ -ї частинки;  $N$  – кількість частинок у системі.

У загальному випадку рівняння руху частинки та поступального руху системи частинок визначається другим законом Ньютона у вигляді:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (1.2.3)$$

або

$$\vec{F}dt = d\vec{p}, \quad (1.2.4)$$

де  $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$  – рівнодіюча всіх  $n$  сил, що діють на частинку; для системи

частинок  $\vec{F}$  – головний вектор зовнішніх сил, що діють на частинки системи;  $\vec{F}dt$  – імпульс сили.

Якщо при русі маса зберігається сталою, рівняння руху (1.2.3) набуває вигляду:

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = m\vec{a}, \quad (1.2.5)$$

$m$  – маса частинки;  $\vec{a}$  – її прискорення.

У проекціях на декартові осі координат рівняння (1.2.5) зводиться до трьох скалярних рівнянь:

$$\sum_{i=1}^N F_{ix} = ma_x, \quad \sum_{i=1}^N F_{iy} = ma_y, \quad \sum_{i=1}^N F_{iz} = ma_z. \quad (1.2.6)$$

В проекціях на дотичну та нормаль до траєкторії в даній точці з використанням виразів для нормального та тангенціального прискорень рівняння (5) зводиться до скалярних рівнянь:

$$\sum_{i=1}^N F_{\tau} = ma_{\tau} = m \frac{dv}{dt}, \quad \sum_{i=1}^N F_{in} = ma_n = \frac{mv^2}{R}, \quad (1.2.7)$$

де  $R$  – радіус кривизни траєкторії;  $F_{i\tau}$  та  $F_{in}$  – проекції вектора  $\vec{F}_i$  на орти  $\vec{n}$  та  $\vec{\tau}$ .

Закон всесвітнього тяжіння

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.2.8)$$

де  $\vec{F}$  – сила взаємодії двох частинок;  $G$  – гравітаційна стала;  $m_1, m_2$  – маси взаємодіючих частинок;  $\vec{r}$  – вектор, який визначає положення другої частинки відносно першої.

Сила тертя ковзання, що виникає при русі першого тіла по поверхні другого

$$F_m = \mu N, \quad (1.2.9)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя ковзання;  $N$  – сила нормального тиску.

Сила пружності

$$F_x = -kx, \quad (1.2.10)$$

де  $k$  – коефіцієнт пружності (жорсткість у випадку пружини);  $x$  – абсолютна деформація.

У неінерціальних системах відліку другий закон Ньютона набуває вигляду:

$$\vec{F} + \vec{F}_{in} = m\vec{a}, \quad (1.2.11)$$

де  $\vec{F}$  – рівнодіюча всіх зовнішніх сил;  $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$  – сила інерції;  $\vec{a}$  та  $\vec{a}_0$  – прискорення тіла в неінерціальній системі відліку та прискорення системи відліку відносно інерціальної системи відповідно.

Радіус - вектор центра мас (центра інерції) системи частинок

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i, \quad (1.2.12)$$

де  $m_i$  – маса  $i$ -ї частинки;  $\vec{r}_i$  – її радіус – вектор;  $m$  – маса всієї системи.

Закон руху центра мас:

$$m \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \vec{F}, \quad (1.2.13)$$

де  $\vec{v}_c$  – швидкість, з якою рухається центр мас системи.

У замкнених системах або системах, для яких рівнодіюча всіх зовнішніх сил дорівнює нулю, виконується закон збереження імпульсу:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const}, \quad (1.1.14)$$

де  $\vec{p}$  і  $\vec{p}_i$  – імпульс системи та імпульс окремого тіла, які входять у цю систему, відповідно. Або в проекціях на осі координат

$$p_x = \sum p_{ix} = \text{const}, \quad p_y = \sum p_{iy} = \text{const}, \quad p_z = \sum p_{iz} = \text{const}, \quad (1.2.15)$$

де  $p_x$ ,  $p_y$  та  $p_z$  – алгебраїчні суми проекцій імпульсів усіх тіл системи на осі  $X$ ,  $Y$ , та  $Z$  відповідно.

### **Задачі до теми «Динаміка прямолінійного руху»**

**1.2.1.** Під дією сталої сили  $F = 40$  Н тіло рухається прямолінійно так, що залежність координати від часу описується рівнянням  $x = 5 + 2t - t^2$ . Яка маса  $m$  рухомого тіла? Яку швидкість має тіло через  $t = 3$  с після початку руху?

**1.2.2.** Тіло, маса якого  $m = 1$  кг, рухається прямолінійно під дією сили  $F = 5t$  Н. Знайти, який шлях подолає тіло за перші дві секунди руху. Яку швидкість  $v$  воно матиме наприкінці другої секунди? Початкова швидкість тіла дорівнювала нулю.

**1.2.3.** Паровоз на горизонтальному відрізку шляху довжиною  $s = 600$  м розвиває сталу силу тяги  $F = 150$  кН. Швидкість поїзда зростає при цьому від  $v_0 = 36$  км/год до  $v = 54$  км/год. Визначити силу опору руху  $F_{\text{оп}}$ , вважаючи її сталою. Маса поїзда  $m = 1000$  т.

**1.2.4.** Шайба, яку кинули по поверхні льоду з початковою швидкістю  $v_0 = 20$  м/с, зупинилась через  $t = 40$  с. Знайти коефіцієнт тертя шайби по льоду  $\mu$ .

**1.2.5.** Чому дорівнює середня сила опору повітря  $F$ , якщо тіло масою  $m = 50$  г, яке кинули вертикально вгору з швидкістю  $v_0 = 30$  м/с, досягає найвищої точки через  $t = 2,5$  с?



**1.2.6.** Трос витримує навантаження на „розрив”  $T = 9,8$  кН. За який мінімальний час можна підняти вантаж масою  $m = 200$  кг з шахти глибиною  $h = 80$  м за допомогою цього тросу?

**1.2.7.** Маса ліфта з пасажирами  $m = 800$  кг. Визначити величину і напрям прискорення ліфта, якщо натяг троса, на якому підвішена кабіна ліфта, дорівнює  $T = 6$  кН.

**1.2.8.** При швидкому гальмуванні трамвай, який мав швидкість  $v = 25$  км/год, почав рухатися юзом (загальмовані колеса не обертаючись почали ковзати по рейках). Який відрізок шляху  $s$  пройде вагон з моменту початку гальмування до повної зупинки, якщо коефіцієнт тертя коліс об рейки  $\mu = 0,2$ ?

**1.2.9.** Вагу масою  $m = 100$  кг переміщують рівномірно по горизонтальній поверхні, докладаючи силу  $F$ , що спрямована під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до горизонту. Знайти величину цієї сили, якщо коефіцієнт тертя дорівнює  $\mu = 0,3$ .

**1.2.10.\*** На горизонтальній поверхні розміщено брусок, маса якого  $m_1 = 2$  кг. Коефіцієнт тертя його об поверхню  $\mu_1 = 0,2$ . На цей брусок положено інший брусок, маса якого  $m_2 = 8$  кг. Коефіцієнт тертя між брусками  $\mu_2 = 0,3$ . До верхнього бруска прикладена горизонтальна сила. Визначити при якому значенні цієї сили  $F_1$  почнеться сумісне ковзання брусків по поверхні, а також значення сили  $F_2$ , при якій верхній брусок почне проковзувати відносно нижнього.

**1.2.11.** Тіло сповзає з вершини нерухомої похилої площини, яка складає кут  $\alpha = 30^\circ$  з горизонтом. Визначити швидкість тіла в кінці спуску та час спуску, якщо висота похилої площини  $h = 10$  м, а коефіцієнт тертя  $\mu = 0,05$ .

**1.2.12.** Яку горизонтальну силу  $F$  треба докласти до тіла, яке знаходиться на похилій площині з кутом нахилу  $\alpha = 30^\circ$  до горизонту, щоб воно рухалось вгору по похилій площині з прискоренням  $a = 0,1$  м/с<sup>2</sup>? Маса тіла  $m = 2$  кг, коефіцієнт тертя  $\mu = 0,2$ .

**1.2.13.** Дві гири масами  $m_1 = 3$  кг і  $m_2 = 6,8$  кг висять на кінцях нитки, перекинutoї через нерухомий блок. Легка гиря знаходиться на  $\Delta h = 2$  м нижче від важкої. Гири почали рух без початкової швидкості. Через який час  $t$  вони будуть на одній висоті?

**1.2.14.** Невагомий блок закріплено на вершині двох похилих площин, що утворюють з горизонтом кути  $\beta = 30^\circ$  і  $\alpha = 45^\circ$  (рис. 4) Через блок перекинута нитка, до якої прикріплено тягарці по  $m = 1$  кг кожен. Нехтуючи тертям визначити прискорення  $a$ , з яким рухаються тіла та натяг нитки  $T$ . Нитку вважати невагомою та нерозтяжною.

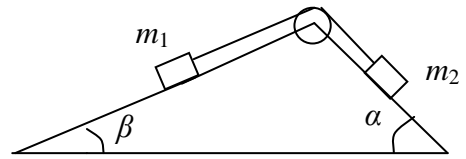


Рисунок 4

**1.2.15.** Повітряна куля масою  $m = 250$  кг і підйнятною силою  $Q = 2 \cdot 10^3$  Н опускається з прискоренням  $a = 0,5$  м/с<sup>2</sup>. а) Яку кількість баласту  $\Delta m$  треба викинути, щоб куля почала підніматися з тим же прискоренням? Силу опору повітря під час руху вважати незмінною. б) Розв'язати задачу за умови, що під час спуску швидкість кулі була сталою.

**1.2.16.\*** Парашутист масою  $m = 100$  кг робить зтяжний стрибок. Знайти закон зміни його швидкості  $v(t)$  до розкриття парашута та максимальну швидкість  $v_{\max}$  його руху, якщо сила опору повітря пропорційна швидкості руху парашутиста  $F = -rv$ , де  $r = 20$  кг/с.

**1.2.17.\*** Початкова швидкість кулі, маса якої  $m = 10$  г, дорівнює  $v_0 = 700$  м/с. При горизонтальному русі в повітрі за час  $t = 0,1$  с вона зменшилась до значення  $v = 600$  м/с. Визначити коефіцієнт опору. Вважати, що сила опору пропорційна квадратові швидкості кулі.

**1.2.18.** Яка сила  $F$  діятиме на наконечник поливного шланга в ту мить, коли з нього витікатиме вода зі швидкістю  $v = 20$  м/с? Площа поперечного перерізу струменя  $S = 1$  см<sup>2</sup>.

**1.2.19.** Визначити середню силу  $\langle F \rangle$  тиску на плече під час стрільби з автомата, якщо маса кулі  $m = 10$  г, а швидкість кулі при вильоті з ствола  $v = 300$  м/с? Автомат дає  $n = 300$  пострілів за хвилину.

**1.2.20.** Молекула, маса якої  $m = 4,65 \cdot 10^{-26}$  кг, що рухається зі швидкістю  $v = 600$  м/с, вдаряється об стінку посудини під кутом  $\alpha = 60^\circ$  до її нормалі і пружно відскакує від неї без втрати швидкості. Знайти імпульс сили  $F\Delta t$ , що отримує стінка під час удару.

**1.2.21.** М'яч масою  $m = 150$  г вдаряється в гладеньку стінку під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до неї і відскакує без втрати швидкості. Знайти середню силу  $F$ , яка діє на м'яч з боку стінки, якщо швидкість м'яча  $v = 10$  м/с, а тривалість удару  $\Delta t = 0,1$  с.

### **Задачі до теми «Динаміка криволінійного руху»**

**1.2.22.** Автомобіль масою  $m = 1000$  кг рухається по опуклому мосту, що має радіус кривизни  $R = 50$  м, з швидкістю  $v = 36$  км/год. З якою силою  $T$  тисне автомобіль на середину моста? З якою найменшою швидкістю  $v$  повинен рухатись автомобіль, щоб у верхній точці він перестав тиснути на міст?

**1.2.23.** Через річку шириною  $l = 100$  м перекинута опуклий міст, що має форму дуги кола. Найвища точка моста підіймається над берегом на  $h = 10$  м. Максимальне навантаження, яке може витримати міст, дорівнює  $T = 45$  кН. Через міст треба пройти вантажній машині масою  $m = 5000$  кг. При яких швидкостях руху це можливо?

**1.2.24.** На горизонтальній обертовій платформі на відстані  $r = 50$  см від її осі обертання лежить тягар. Коефіцієнт тертя між тягарем і платформою дорівнює  $\mu = 0,05$ . При якій кількості обертів за секунду  $n$  тягар почне ковзати?

**1.2.25.** Яким має бути коефіцієнт тертя  $\mu$  між шинами автомобіля і асфальтом, щоб автомобіль міг пройти без ковзання закруглення радіусом  $R = 100$  м при швидкості  $v = 50$  км/год?

**1.2.26.** З якою максимальною швидкістю може їхати мотоцикліст  $v$  по горизонтальній дорозі, описуючи на повороті дугу радіусом  $R = 90$  м, якщо коефіцієнт тертя ковзання  $\mu = 0,4$ ? На який кут  $\alpha$  від вертикалі він повинен при цьому відхилитися?

**1.2.27.** Один із циркових атракціонів полягає в їзді мотоциклістів по вертикальних стінках циліндричної будівлі. Визначити мінімальну швидкість  $v$ , з якою повинен їхати по вертикальній стінці мотоцикліст, якщо діаметр будівлі  $D = 18$  м, центр ваги мотоцикліста і людини віддалений на  $h = 1$  м від місця стикання коліс зі стінкою, коефіцієнт тертя шин об стінки дорівнює  $\mu = 0,4$ .

**1.2.28.** Для усунення бокового тиску коліс потяга на рейки при русі на закруглених ділянках колії зовнішню рейку кладуть трохи вище внутрішньої. Визначити висоту  $h$  підняття зовнішньої рейки відносно внутрішньої, якщо швидкість руху потяга по закругленню радіусом  $R = 800$  м дорівнює  $v = 20$  м/с, а ширина колії  $l = 1,5$  м.

**1.2.29.** Літак робить петлю Нестерова («мертву петлю») радіусом  $R = 255$  м. Яку найменшу швидкість  $v$  повинен мати літак у верхній точці петлі, щоб льотчик не повиснув на ремінцях, якими він пристебнутий до пілотаського крісла?

**1.2.30.** З якої мінімальної висоти  $H$  повинен почати розгін велосипедист, щоб не впасти у верхній точці треку, що має форму «мертвої петлі» радіусом  $R = 8$  м?

**1.2.31.\*** Тіло починає зісковзувати з вершини сферичної поверхні, радіус якої  $R = 5$  м, зі швидкістю  $v = 5$  м/с. З яким кутом відхилення  $\alpha$  від вершини поверхні воно відірветься від поверхні?

**1.2.32.** Тягар масою  $m = 45$  кг обертається на канаті довжиною  $l = 5$  м у горизонтальній площині з частотою  $n = 16$  об/хв. Який кут  $\alpha$  з вертикаллю утворює канат і який його натяг  $T$ ?

**1.2.33.** Камінь, прив'язаний до нитки, рівномірно обертається у вертикальній площині. Знайти масу каменя  $m$ , якщо відомо, що різниця між максимальним і мінімальним натягом нитки дорівнює  $\Delta T = 10$  Н.

**1.2.34.** Супутник рухається навколо Землі на відстані від її поверхні, що дорівнює радіусу Землі. Визначити період обертання супутника. Вважати, що орбіта має форму кола. Радіус Землі 6400 км.

#### **Задачі до теми «Неінерціальні системи відліку»**

**1.2.35.** У вагоні, який рухається горизонтально з сталим прискоренням  $a_0 = 3$  м/с<sup>2</sup>, на тросі висить тягар масою  $m = 2$  кг. Визначити силу натягу  $T$  тросу та кут його відхилення від вертикалі  $\alpha$ , якщо тягар нерухомий відносно вагона. Задачу розв'язати в інерціальній та неінерціальній системах відліку.

**1.2.36.** У ліфті тіло падало з висоти  $h = 2$  м протягом часу  $t = 1$  с. Визначити прискорення ліфта  $a_0$ .

**1.2.37.** Цистерна з рідиною рухається з прискоренням  $a_0 = 1$  м/с<sup>2</sup>. Під яким кутом до горизонту  $\alpha$  піднімається в рідині повітряна бульбашка?

**1.2.38\*** Тіло, маса якого  $m$ , підвісили на пружній нитці з коефіцієнтом пружності  $k$ . Визначити видовження нитки, якщо точка підвісу почне рухатися з прискоренням  $a_0$ .

**1.2.39.\*** У центрі демонстраційного столика, що обертається, розміщено циліндр з водою. Вісь циліндра збігається з віссю обертання столика. Довести, що під час обертання столика поверхня води набуває форми параболоїда обертання.

**1.2.40.** Визначити на скільки прискорення вільного падіння  $\Delta g$  на полюсах Землі менше ніж на її екваторі. Землю вважати однорідною кулею радіусом 6400 км.

**Задачі до теми «Імпульс. Закон збереження імпульсу»**

**1.2.41.** Снаряд масою  $m_1 = 20$  кг, що летить горизонтально з швидкістю  $v = 500$  м/с, влучає в платформу з піском масою  $m_2 = 10$  т і застряє в піску. З якою швидкістю  $u$  почне рухатися платформа?

**1.2.42.** Гармата, що закріплена на залізнодорожній платформі, стріляє вздовж колії під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до горизонту снарядом масою  $m_1 = 20$  кг, початкова швидкість якого  $v_1 = 200$  м/с відносно гармати. Якої швидкості набуде платформа, маса якої  $m_2 = 500$  кг. При умові, що: а) під час пострілу платформа була нерухомою; б) платформа рухалася у напрямку пострілу зі швидкістю  $v_2 = 10$  м/с?

**1.2.43.** Дві кулі масами  $m_1 = 6$  кг і  $m_2 = 4$  кг рухаються вздовж однієї прямої з швидкостями  $v_1 = 8$  та  $v_2 = 3$  м/с відповідно. З якою швидкістю  $u$  вони будуть рухатися після непружного зіткнення, якщо: а) перша куля наздоганяє другу; б) кулі рухаються назустріч одна одній?

**1.2.44.** Ковзаняр, стоячи на ковзанах на гладенькому льоду, кидає камінь масою  $m_1 = 0,5$  кг. Через  $t = 2$  с камінь досягає берега, пройшовши шлях  $s = 20$  м. З якою швидкістю починає рухатися ковзаняр, якщо його маса  $m_2 = 60$  кг? Тертя ковзанів і каменя об лід не враховувати.

**1.2.45.** В тіло масою  $m_1 = 990$  г, що лежить на горизонтальній поверхні, влучає куля масою  $m_2 = 10$  г і застряє в ньому. Швидкість кулі напрямлена горизонтально і дорівнює  $v = 700$  м/с. Який шлях  $s$  пройде тіло до зупинки, якщо коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею  $\mu = 0,05$ ?

**1.2.46.** Ядро, що летіло в горизонтальному напрямі з швидкістю  $v = 20$  м/с, розірвалося на дві частини. Маса осколків дорівнює  $m_1 = 10$  кг і  $m_2 = 5$  кг. Швидкість меншого осколка дорівнює  $u_1 = 90$  м/с і напрямлена так само, як і швидкість ядра до розриву. Визначити швидкість  $u_2$  і напрям руху більшого осколка.

**1.2.47.** Зенітний снаряд, що рухався вертикально, в верхній точці траєкторії розірвався на три уламки. Два з них масами  $m_1 = 9$  кг і  $m_2 = 18$  кг розлетілися під прямим кутом з швидкостями  $u_1 = 60$  і  $u_2 = 40$  м/с відповідно, третій – з швидкістю  $u_3 = 80$  м/с. Визначити напрям руху та масу третього уламка.

**1.2.48.** Людина, яка знаходиться в човні, переходить з носа на корму. На яку відстань переміститься човен довжиною  $l = 3$  м, якщо маса людини  $m_1 = 60$  кг, а маса човна  $m_2 = 120$  кг? Опір води не враховувати.

**1.2.49.** Пліт масою  $m_1 = 500$  кг вільно ковзає по поверхні води з швидкістю  $v_1 = 1$  м/с. На пліт з берега стрибає людина, маса якої  $m_2 = 60$  кг.

Швидкість людини перпендикулярна до швидкості плоту і дорівнює  $v_2 = 6$  м/с. Визначити швидкість плоту з людиною  $u$ . Силами тертя плота об воду знехтувати.

**1.2.50.\*** Пліт довжиною  $\ell = 10$  м лежить нерухомо на воді. З кінців його одночасно йдуть назустріч один одному доросла людина масою  $m_1 = 60$  кг і дитина масою  $m_2 = 30$  кг. Дорослий йде з швидкістю, вдвічі більшою від швидкості дитини. Визначити зміщення плоту  $\Delta s$  відносно Землі за той час, коли дорослий дійде до другого кінця плоту, якщо маса плоту  $m = 600$  кг. Тертям плоту об воду знехтувати.

### 1.3. Динаміка обертального руху твердого тіла

Основне рівняння динаміки обертального руху:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} \quad (1.3.1)$$

або в більш загальному вигляді

$$\vec{M}dt = d(I\vec{\omega}), \quad (1.3.2)$$

де  $M$  – результуючий момент всіх зовнішніх сил, діючих на тіло терміном часу  $dt$ ;  $I$  – момент інерції тіла;  $\vec{L} = I\vec{\omega}$  – момент імпульсу тіла;  $\vec{\omega}$  та  $\vec{\varepsilon}$  – кутова швидкість та кутове прискорення відповідно.

Момент сили відносно будь-якої осі

$$M = Fr \sin \alpha = Fl, \quad (1.3.3)$$

де  $r$  – відстань від осі обертання до точки прикладення сили;  $\alpha$  – кут між напрямком сили і радіус-вектором;  $l$  – плече сили – найкоротша відстань від осі обертання до лінії дії сили.

Момент інерції  $I$  у випадку:

– матеріальної точки

$$I = mr^2; \quad (1.3.4)$$

– системи матеріальних точок

$$I = \sum_i m_i r_i^2; \quad (1.3.5)$$

– твердого тіла

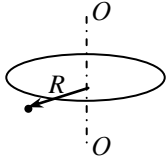
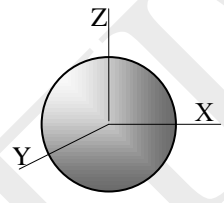
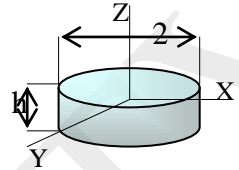
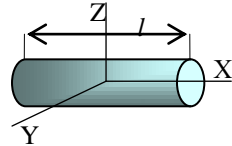
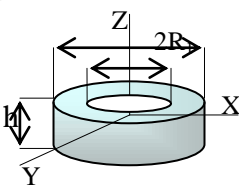
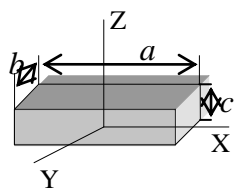
$$I = \int_m r^2 dm = \int_V \rho r^2 dV, \quad (1.3.6)$$

де  $r$  – відстань від осі, відносно якої визначається момент інерції, до еле-

ментарної маси  $dm$  або елементарного об'єму  $dV$ ,  $\rho$  – густина однорідного тіла.

Моменти інерції деяких тіл правильної геометричної форми відносно осей, що проходять через центр їх мас, наведені нижче в таблиці 1.

Таблиця 1 – Моменти інерції деяких тіл

<p>Моменти інерції: – матеріальної точки <math>I = mR^2</math></p>  <p>– твердого тіла <math>I = \int_m R^2 dm</math></p>	$I_x = I_y = I_z = \frac{2}{5} mR^2$ 
$I_z = \frac{1}{2} mR^2$ $I_x = I_y = \frac{1}{12} m(3R^2 + h^2)$ 	$I_z = \frac{1}{12} ml^2$ 
$I_x = I_y = \frac{1}{12} m(3R_2^2 - 3R_1^2 + h^2)$ $I_z = \frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2)$ 	$I_x = \frac{1}{12} m(b^2 + c^2)$ $I_y = \frac{1}{12} m(a^2 + c^2)$ $I_z = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$ 

Момент інерції тіла  $I$  відносно довільної осі визначається теоремою Штейнера

$$I = I_0 + md^2, \quad (1.3.7)$$

де  $I_0$  – момент інерції цього тіла відносно осі, що проходить через його центр мас паралельно обраній осі;  $d$  – відстань між осями;  $m$  – маса тіла.

В ізольованих системах, або системах, де результуючий момент всіх зовнішніх сил, що прикладені, дорівнює нулю, виконується закон збереження моменту імпульсу

$$\vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}. \quad (1.3.8)$$

Для випадку, коли ось обертання закріплена, закон збереження моменту імпульсу набуває вигляду:

$$\sum_i \vec{L}_i = \text{const}, \quad (1.3.9)$$

де  $\vec{L}_i$  – момент імпульсу  $i$ -тіла, що входить до складу системи, відносно осі обертання.

### **Задачі до теми «Визначення моменту інерції»**

**1.3.1.** Визначити момент інерції матеріальної точки  $I$  масою  $m = 0,3$  кг відносно осі, що відстоїть від неї на  $r = 20$  см.

**1.3.2.** Дві маленькі кульки масою по  $m = 10$  г кожна скріплені тонким невагомим стрижнем довжиною  $l = 20$  см. Визначити момент інерції системи  $I$  відносно осі, що перпендикулярна стрижню та проходить через центр мас системи.

**1.3.3.** Три маленькі кульки масою по  $m = 10$  г кожна розташовані в вершинах рівностороннього трикутника і скріплені між собою. Сторона трикутника  $a = 20$  см. Визначити момент інерції системи  $I$  відносно осі, що перпендикулярна площині трикутника та проходить: 1) через центр описаного кола; 2) через одну із вершин трикутника. Масою стрижнів знехтувати.

**1.3.4.** Вісім однакових кульок масою  $m$  кожна розташовані в вершинах куба, ребро якого дорівнює  $a$ . Знайти момент інерції системи відносно осі, що проходить через ребро куба.



**1.3.5.** Визначити момент інерції земної кулі відносно осі, що проходить через центр її мас

**1.3.6.** Дві кулі радіусами  $R = 5$  см закріплені на кінцях тонкого стрижня. Відстань між центрами куль  $l = 0,5$  м. Маса кожної з куль  $m = 1$  кг. Знайти момент інерції системи  $I$  відносно осі, що проходить через центр однієї з куль: 1) перпендикулярно стрижню; 2) паралельно стрижню.

**1.3.7.** Два однорідних тонких стрижня  $AB$  та  $CD$  довжиною  $l = 0,4$  м кожен і масами  $m_1 = 0,9$  кг і  $m_2 = 0,4$  кг відповідно скріплені під прямим кутом (рис. 5). Визначити момент інерції системи  $I$  відносно осі  $OO$ , яка проходить крізь кінець стрижня  $AB$  паралельно стрижню  $CD$ .

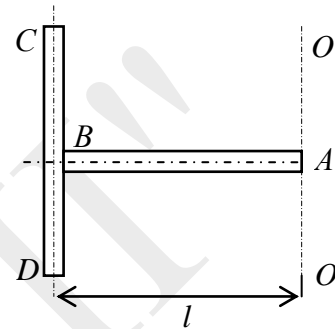


Рисунок 5

**1.3.8.** Визначити момент інерції тонкого стрижня довжиною  $l = 30$  см і масою  $m = 100$  г відносно осі, яка перпендикулярна стрижню та проходить крізь: 1) його середину; 2) його кінець; 3) точку, що відстоїть від кінця стрижня на третину від його довжини.

**1.3.9.\*** Визначити момент інерції тонкого однорідного стрижня довжиною  $l$  і масою  $m$  відносно осі, що проходить крізь центр мас стрижня: 1) перпендикулярно стрижню; 2) під кутом  $\alpha$  до стрижня.

**1.3.10\*** Визначити момент інерції тонкого однорідного кільця радіусом  $R = 0,2$  м і масою  $m = 0,1$  кг відносно осі, що лежить у площині кільця та проходить крізь його центр.

**1.3.11.\*** Довжина однієї з сторін плоскої однорідної прямокутної пластини  $a = 0,4$  м, маса  $m = 0,8$  кг. Знайти момент інерції пластини  $I$  відносно осі, що співпадає з іншою її стороною.

**1.3.12.\*** В однорідному диску масою  $m = 1$  кг і радіусом  $R = 0,3$  м зроблено круглий отвір радіусом  $r = 0,2$  м, центр якого знаходиться на відстані  $l = 0,15$  м від осі диску. Знайти момент інерції такого тіла  $I$  відносно осі, що проходить крізь центр диску перпендикулярно до його площини.

### **Задачі до теми «Основне рівняння динаміки обертального руху»**

**1.3.13.** Колесо, що рухається рівносповільнено, при гальмуванні за 1 хв зменшило свою швидкість від  $n_1 = 5$  об/с до  $n_2 = 3$  об/с. Момент інерції колеса  $I = 2$  кг·м<sup>2</sup>. Знайти кутове прискорення колеса  $\varepsilon$  та момент сил гальмування  $M$ .

**1.3.14.** Однорідний стрижень довжиною  $l = 1$  м і масою  $m = 0,5$  кг обертається в вертикальній площині навколо горизонтальної осі, що проходить через середину стрижня. З яким кутовим прискоренням  $\varepsilon$  обертається стрижень, якщо на нього діє момент сил  $M = 98$  мН·м?

**1.3.15.** На барабан радіусом  $R = 0,5$  м намотано шнур, до кінця якого прив'язаний тягар масою  $m = 10$  кг. Знайти момент інерції барабана  $I$ , якщо відомо, що тягар спускається з прискоренням  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>.

**1.3.16.** На барабан радіусом  $R = 0,2$  м, момент інерції якого  $I = 0,1$  кг·м<sup>2</sup>, намотано шнур, до кінця якого прив'язаний тягар масою  $m = 0,5$  кг. До початку руху тягар був піднятий над підлогою на висоту  $h = 1$  м. Через який час  $t$  тягар торкнеться підлоги, яка в нього буде швидкість?

**1.3.17.\*** Визначити кутове прискорення східчастого блока, а також силу натягу ниток  $T_1$  і  $T_2$  в системі, що зображена на рис. 6. Маса вантажів  $m_1 = 2$  кг,  $m_2 = 3$  кг, радіуси  $R_1 = 20$  см,  $R_2 = 10$  см. Момент інерції блока відносно осі обертання  $I = 0,05$  кг·м<sup>2</sup>. Нитки вважати невагомими і нерозтяжними.

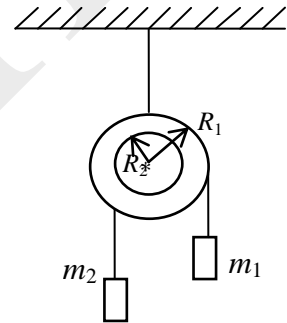


Рисунок 6

**1.3.18.** Блок масою  $m = 1$  кг закріплено на кінці стола (рис. 7). Два тягарі масою по  $m_1 = 1$  кг кожен з'єднані ниткою, яка перекинута через блок. Коефіцієнт тертя тягара о стіл  $k = 0,1$ . Знайти прискорення, з яким рухаються тягарі  $a$  та сили натягу нитки  $T_1$  і  $T_2$  по обидві сторони від блока. Блок вважати однорідним диском, тертям у блоці знехтувати.

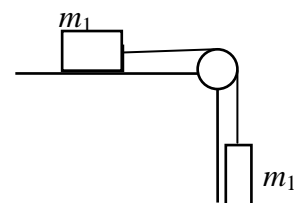


Рисунок 7

**1.3.19.** На горизонтальну ось насаджені маховик і легкий шків радіусом  $r = 5$  см. На шків намотано шнур, до якого прив'язаний тягар масою  $m = 0,4$  кг. Спускаючись рівноприскорено, тягар подолав шлях  $h = 1,8$  м за  $t = 3$  с. Знайти момент інерції маховика  $I$ . Масою шківа знехтувати.

**1.3.20.** До обода однорідного диска радіусом  $R = 0,2$  м прикладена стала дотична сила  $F_t = 98$  Н. При обертанні на диск діє момент сил тертя  $M_t = 5$  Н·м. Знайти масу диска  $m$ , якщо диск обертається з кутовим прискоренням  $\varepsilon = 100$  с<sup>-2</sup>.

**1.3.21.** До обода колеса радіусом  $R = 0,5$  м і масою  $m = 50$  кг прикладена дотична сила  $F_t = 98$  Н. Знайти кутове прискорення колеса  $\varepsilon$ . Через

який час  $t$  після початку руху колесо буде мати частоту обертів  $n = 100$  об/с? Колесо вважати однорідним диском, тертям знехтувати.

**1.3.22.** Однорідний диск радіусом  $R = 0,2$  м і масою  $m = 5$  кг обертається навколо осі, що проходить крізь його центр, під дією дотичної сили  $F$ , що прикладена до обода колеса. Залежність кутової швидкості від часу описується рівнянням  $\omega = 1 + 8t \text{ с}^{-1}$ . Знайти величину сили. Тертя вважати відсутнім.

**1.3.23.\*** З похилої площини довжиною  $l = 7$  м і кутом нахилу  $30^\circ$  без ковзання скочується куля. Знайти швидкість кулі наприкінці похилої площини.

**1.3.24.** Махове колесо, яке разом з валом має момент інерції  $I = 200 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , обертається з кутовою швидкістю  $n = 3$  об/с. Через дві хвилини після того як на колесо перестав діяти обертаючий момент, воно зупинилось під впливом сил тертя в підшипниках. Вважаючи тертя сталим, визначити момент сил тертя  $M$ .

**1.3.25.** Вал масою  $m = 50$  кг і радіусом  $R = 0,1$  м обертається по інерції з швидкістю  $n = 8$  об/с. До циліндричної поверхні вала притиснули гальмову колодку з силою  $F = 39,2$  Н і через  $t = 10$  с вал зупинився. Знайти коефіцієнт тертя  $k$ .

**1.3.26.\*** Через блок, що має форму диску, перекинута нитка, до одного кінця якого підвішений вантаж масою  $m_1 = 1$  кг. До другого її кінця прикладена сила, що спрямована донизу і змінюється за законом  $F = 3t + 2t^3$  Н. З якими прискореннями  $a_1$  і  $a_2$  та в якому напрямку буде рухатися вантаж через час  $t_1 = 1$  с і  $t_2 = 2$  с після початку дії сили, якщо маса блока  $m = 3$  кг.

**1.3.27.** Тонкостінний циліндр діаметром  $D = 0,3$  м і масою  $m = 12$  кг обертається згідно з рівнянням  $\varphi = 4 - 8t + 0,2t^3$ . Визначити діючий на циліндр момент сил  $M$  через  $t = 3$  с після початку руху.

**1.3.28.** Маховик, який являє собою диск масою  $m = 50$  кг і радіусом  $R = 0,2$  м, був розкручений до частоти обертання  $n = 480$  об/хв і залишений сам на сам. Завдяки тертю маховик зупинився. Знайти момент сил тертя  $M$ , вважаючи його сталим, якщо: 1) маховик зупинився через 50 с; 2) маховик зробив до зупинки 120 обертів.

**1.3.29.** Куля масою  $m = 10$  кг і радіусом  $R = 0,2$  м обертається навколо осі, що проходить через її центр. Рівняння обертового руху кулі має ви-

гляд  $\varphi = 5 + 4t^2 - t^3$ . За яким законом змінюється момент сил, що діє на кулю? Яке значення набуде момент цих сил через  $t = 1$  с після початку руху?

**1.3.30.** До обода колеса радіусом  $R = 0,5$  м і моментом інерції  $I = 20$  кг·м<sup>2</sup> прикладений сталий момент сил  $M = 50$  Н·м. Знайти: 1) кутове прискорення колеса  $\varepsilon$ ; 2) лінійну швидкість точок на ободі колеса  $v$  наприкінці десятої секунди. Початкову швидкість точок вважати рівній нулю.

**1.3.31.\*** Куля і однорідний циліндр заочуються вгору по похилій площині. Яке з тіл підніметься вище, якщо тіла мають однакові маси, радіуси та швидкість у підніжжя площини? Знайти відношення висот підйому цих тіл.

**1.3.32.** Однорідний циліндр підвісили горизонтально на двох намотаних на нього невагомих нитках і відпустили. Знайти час, за який циліндр при спусканні подолає відстань  $h = 0,5$  м.

**1.3.33.** На циліндр намотано тонку гнучку нерозтяжну стрічку, масою якої в порівнянні з масою циліндра можна знехтувати. Вільний кінець стрічки прикріпили до кронштейна і дали змогу циліндру спускатися під дією сили тяжіння. Визначити прискорення, з якою спускається ось циліндра, якщо циліндр: 1) суцільний; 2) порожнистий, тонкостінний.

### *Задачі до теми «Закон збереження моменту імпульсу»*

**1.3.34.** Крутильний балістичний маятник – це хрестовина, яка підвішена на пружному дроті і може обертатися навколо вертикальної осі. На одному кінці хрестовини закріплена мішень, на іншому – тягар, що її врівноважує. Після попадання кулі, що летіла горизонтально, маятник повернувся на кут  $\alpha = 30^\circ$ , закручуючи дрот. Визначити швидкість кулі, якщо маса кулі  $m = 0,3$  г, відстань від точки в мішені, куди влучає куля, до осі обертання  $R = 30$  см, момент інерції маятника  $I_0 = 0,1$  кг·м<sup>2</sup>, модуль крутіння дроту  $K = 1,1 \cdot 10^{-2}$  Н·м.

**1.3.35.** Людина стоїть у центрі лави Жуковського і обертається разом з нею з частотою  $n_1 = 0,5$  об/с. Момент інерції людини разом з лавою відносно осі обертання  $I_0 = 1,6$  кг·м<sup>2</sup>. У витягнутих руках людина тримає по тягарю масою  $m = 2$  кг кожен. Відстань між тягарями  $l_1 = 1,6$  м. З якою частотою  $n_2$  почне обертатися лава, коли людина опустить руки і відстань між тягарями зменшиться до  $l_2 = 0,4$  м.

**1.3.36.** Дерев'яний стрижень масою  $m = 1$  кг і довжиною  $l = 0,4$  м може обертатися навколо осі, що проходить через його середину перпендикулярно стрижню. В кінець стрижня влучає куля масою  $m_1 = 10$  г, яка летить перпендикулярно до його осі зі швидкістю  $v = 200$  м/с. Визначити кутову швидкість  $\omega$ , яку отримає стрижень, якщо пуля застряне в ньому.

**1.3.37.** Людина масою  $m_1 = 60$  кг знаходиться на нерухомій платформі масою  $m = 100$  кг. З якою частотою  $n$  почне обертатися платформа, якщо людина буде рухатися по колу радіусом  $R = 5$  м навколо осі обертання? Швидкість людини відносно платформи  $v = 1,1$  м/с, радіус платформи  $R = 10$  м. Платформу вважати однорідним диском, а людину точковою масою.

**1.3.38.** Людина стоїть на лаві Жуковського і ловить рукою м'яч масою  $m = 400$  г, який летить у горизонтальному напрямку зі швидкістю  $v = 20$  м/с. Траєкторія м'яча проходить на відстані  $l = 0,8$  м від осі лави. З якою кутовою швидкістю почне обертатися лава Жуковського з людиною після того, як вона зловить м'яч. Момент інерції людини і лави  $I = 6$  кг·м<sup>2</sup>.

**1.3.39.\*** Платформа, яка має форму диска, може обертатися навколо вертикальної осі. На краю платформи стоїть людина. На який кут  $\varphi$  повернеться платформа, якщо людина піде вздовж краю платформи і повернеться в вихідну позицію. Маса платформи  $m = 240$  кг, маса людини  $m_1 = 60$  кг. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

**1.3.40.** На лаві Жуковського стоїть людина і держить у руках стрижень, розташований вертикально вздовж осі обертання лави. Лава з людиною обертається з частотою  $n_1 = 1$  об/с. З якою частотою  $n_2$  почне обертатися система, якщо людина поверне стрижень у горизонтальне положення так, що центр мас не змінить положення? Сумарний момент інерції лави з людиною  $I_0 = 6$  кг·м<sup>2</sup>, довжина стрижня  $l = 2,4$  м, його маса  $m = 8$  кг.

#### 1.4. Закон збереження енергії

Сила  $\vec{F}$  при елементарному переміщенні  $d\vec{r}$  виконує елементарну роботу  $dA$

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = F_s ds = F ds \cos \alpha, \quad (1.4.1)$$

де  $F_s$  – проекція сили на напрямок елементарного переміщення;  $ds$  – модуль елементарного переміщення  $d\vec{r}$ ;  $\alpha$  – кут між векторами сили і пере-

міщення.

Робота змінної сили на шляху  $s$ :

$$A = \int_a^b \vec{F} d\vec{r} = \int_s F_s ds, \quad (1.4.2)$$

де  $a$  і  $b$  – координата початкової та кінцевої точок шляху.

Робота сталої сили на шляху  $s$  при прямолінійному русі тіла

$$A = F s \cos \alpha = F_s s. \quad (1.4.3)$$

Елементарна робота тіла при обертальному русі навколо нерухомої осі:

$$dA = M d\varphi, \quad (1.4.4)$$

де  $M$  – результуючий момент зовнішніх сил відносно осі обертання;  $d\varphi$  – кутове переміщення.

Повна робота при обертальному русі:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi. \quad (1.4.5)$$

Робота сталого моменту сил при обертальному русі:

$$A = M \varphi. \quad (1.4.6)$$

Миттєва *потужність* при поступальному русі тіла:

$$P = \frac{dA}{dt} = F_s v, \quad (1.4.7)$$

де  $dA$  – робота, що виконується за час  $dt$ .

Миттєва потужність при обертальному русі тіла:

$$P = \frac{dA}{dt} = M \omega. \quad (1.4.8)$$

*Кінетична енергія* тіла, що рухається поступально з швидкістю  $v$ :

$$W_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (1.4.9)$$

Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі з кутовою швидкістю  $\omega$ :

$$W_k = \frac{I\omega^2}{2}, \quad (1.4.10)$$

де  $I$  – момент інерції тіла відносно осі обертання.

Кінетична енергія тіла в разі складного руху:

$$W_k = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I_c\omega^2}{2}, \quad (1.4.11)$$

де  $v_c$  – швидкість руху центра мас;  $I_c$  – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас.

*Зміна кінетичної енергії тіла*

$$W_{k2} - W_{k1} = A_{12}, \quad (1.4.12)$$

де  $A_{12}$  – робота результуючої всіх сил, що діють на частинку.

*Робота в полі консервативних сил (потенціальному полі)*

$$A_{12} = -(W_{n2} - W_{n1}) = -\Delta W_n, \quad (1.4.13)$$

де  $-\Delta W_n$  – зменшення потенціальної енергії.

В окремих випадках формула (1.4.13) набуває вигляду:

– робота гравітаційної сили притягання під час переміщення частинки в центральносиметричному полі тяжіння

$$A = Gmm_1 \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = W_{n1} - W_{n2}, \quad (1.4.14)$$

де  $G$  – гравітаційна стала;  $m$  – маса джерела поля;  $m_1$  – маса частинки, що переміщується;  $r_1, r_2$  – початкова та кінцева відстані від джерела поля до частинки відповідно;  $W_n = G \frac{mm_1}{r}$  – потенціальна енергія гравітаційної взаємодії;

– робота сили тяжіння при переміщенні тіла поблизу поверхні Землі (в однорідному полі тяжіння)

$$A = -mg(h_2 - h_1), \quad (1.4.15)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння;  $(h_2 - h_1)$  – збільшення відстані між тілом і поверхнею Землі;  $W_n = mgh$  – потенціальна енергія тіла масою  $m$  в

полі сил тяжіння;  $h$  – відстань від тіла до нульового рівня;  
– робота сили пружності

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}, \quad (1.4.16)$$

де  $x_1, x_2$  – відповідно початкове та кінцеве значення видовження пружини;  
 $W_n = \frac{kx^2}{2}$  – потенціальна енергія деформованої пружини.

Повна механічна енергія тіла

$$W = W_k + W_n. \quad (1.4.17)$$

Робота неконсервативних сил

$$A_{\text{нк}} = W_2 - W_1 = \Delta W, \quad (1.4.18)$$

де  $\Delta W$  – зменшення повної механічної енергії системи.

*Закон збереження механічної енергії* для консервативних ізольованих систем

$$W_k + W_n = \text{const}. \quad (1.4.19)$$

*Закон збереження повної енергії* для будь-яких ізольованих систем

$$W_k + W_n + U = \text{const}, \quad (1.4.20)$$

де  $U$  – внутрішня енергія системи.

**Задачі до теми «Робота, потужність, енергія при поступальному русі»**

**1.4.1.** Потяг масою  $m = 20$  т під дією сили тяги рухається згідно з рівнянням  $x = 1 - 2t + t^2 + 0,2t^3$  м. Знайти потужність двигуна  $P$  в момент часу  $t = 5$  с та роботу  $A$ , що була виконана за цей проміжок часу.

**1.4.2.** Тіло масою  $m = 1$  кг під дією сталою силою рухається прямолінійно згідно з рівнянням  $s = 2t^2 + 4t + 1$  м. Визначити роботу сили  $A$  за  $t = 10$  с з початку її дії та кінетичну енергію тіла  $W$  наприкінці цього терміну.

**1.4.3.** Під дією сталої сили тіло почало рухатись у горизонтальному напрямі й пройшло шлях  $s = 5$  м, набувши швидкості  $v = 2$  м/с. Маса тіла  $m = 400$  кг. Коефіцієнт тертя  $\mu = 0,4$ . Визначити роботу сили.

**1.4.4.** Яку мінімальну роботу  $A$  треба виконати, щоб витягти тіло масою  $m = 2$  кг на похилу площину, довжина основи якої  $l = 1$  м, а висота



$h = 0,5$  м, якщо коефіцієнт тертя  $\mu = 0,2$ ?

**1.4.5.** Тіло масою  $m = 1$  кг спускається з похилої площини висотою  $h = 1$  м і довжиною  $l = 10$  м, а потім продовжує рух по горизонтальній поверхні, коефіцієнт тертя на всьому шляху  $\mu = 0,05$ . Знайти кінетичну енергію тіла  $W$  у підніжжя площини та шлях  $s$ , який пройшло тіло по горизонтальній поверхні.

**1.4.6.** Тіло масою  $m = 1$  кг, що було кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю  $v_0 = 10$  м/с, піднялося на висоту  $h = 4$  м. Знайти роботу сил опору повітря.

**1.4.7.** Дві пружини однакової довжини, які мають жорсткість  $k_1 = 9,8$  та  $k_2 = 19,6$  Н/м відповідно, з'єднані між собою кінцями (паралельно). Яку роботу  $A$  треба виконати, щоб розтягнути пружини на  $\Delta l = 1$  см? Чому буде дорівнювати ця робота, якщо пружини з'єднати одним кінцем (послідовно)?

**1.4.8.** Літак масою  $m = 3$  т при злітанні повинен мати швидкість  $v = 360$  км/год і довжину розбігу  $l = 600$  м. Знайти мінімальну потужність двигуна  $P$ , яка необхідна для зльоту літака. Силу опору повітря вважати пропорційною силі нормального тиску, середній коефіцієнт опору  $\mu = 0,2$ . Рух літака вважати рівноприскореним.

**1.4.9.** На столі лежить гнучка мотузка, одна п'ята довжини якої звисає. Яку роботу  $A$  потрібно виконати, щоб витягнути цю частину мотузки на стіл? Довжина мотузки  $l = 1$  м, а її маса  $m = 1$  кг. Тертям знехтувати.

**1.4.10.** Уклон ділянки шляху дорівнює  $0,05$ . Спускаючись при включеному моторі, автомобіль рухається рівномірно із швидкістю  $v = 60$  км/год. Яка повинна бути потужність мотора автомобіля  $P$ , щоб він міг підніматись по цьому уклону з тією ж швидкістю? Маса автомобіля  $m = 1,5$  т.

**1.4.11.** При киданні ядра масою  $m = 2$  кг під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до горизонту була виконана робота  $A = 216$  Дж. Через який час  $t$  і на якій відстані від місця кидання  $s$  ядро впаде на землю? Опором повітря знехтувати.

**1.4.12.** Куля, що летить з деякою швидкістю, влучає в мішок з піском і входить в нього на глибину  $h_1 = 15$  см. На яку глибину  $h_2$  ввійде в пісок куля такої ж маси, якщо швидкість її руху вдвічі більша? Вважати, що сила опору, яка діє на кулю з боку піску, не залежить від швидкості кулі.

**Задачі до теми «Робота, потужність, енергія при обертальному русі»**

**1.4.13.** Маховик обертається згідно з законом  $\varphi = 2 + 16t - 2t^2$  рад. Момент інерції маховика  $I = 50 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Знайти потужність  $P$  в момент часу  $t = 3 \text{ с}$ .

**1.4.14.** Вентилятор обертається з частотою  $n = 900 \text{ об/хв}$ . Після відключення він зробив  $N = 75 \text{ об}$ . Робота сил гальмування  $A = 44,4 \text{ Дж}$ . Знайти момент інерції вентилятора  $I$  та момент сил гальмування  $M$ . Рух вентилятора вважати рівносповільненим.

**1.4.15.** Маховик, момент інерції якого  $I = 40 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , почав обертатися рівноприскорено із стану спокою під дією моменту сили  $M = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Визначити кінетичну енергію маховика  $W$  наприкінці десятої секунди.

**1.4.16.** Вал двигуна обертається з частотою  $n = 2800 \text{ хв}^{-1}$ . Визначити обертальний момент  $M$ , якщо двигун має потужність  $P = 1,2 \text{ кВт}$ , а його ККД дорівнює  $72 \%$ .

**1.4.17.** Автомобіль, маса якого  $m = 0,8 \text{ т}$ , рухається зі швидкістю  $v = 108 \text{ км/год}$ . Для його зупинки ввімкнули акумулятор енергії у вигляді маховика з моментом інерції  $I = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Обчислити частоту обертання маховика  $\nu$  після зупинки автомобіля. Вважати, що втрат механічної енергії немає.

**1.4.18.** Шків починає обертатись зі сталим кутовим прискоренням  $\varepsilon = 4,5 \cdot 10^3 \text{ рад/с}^2$  і через  $t = 2 \text{ с}$  його момент імпульсу набуває значення  $L = 250 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$ . Визначити кінетичну енергію шківа через  $t = 1 \text{ с}$  після початку обертання.

**1.4.19.** Електродвигун насоса потужністю  $P = 1,2 \text{ кВт}$  обертається зі сталою частотою  $n = 600 \text{ хв}^{-1}$ . Момент інерції насоса  $I = 1,52 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Який час обертатиметься насос після вимкнення двигуна, якщо вважати, що момент сили опору залишається незмінним.

**1.4.20.** Диск масою  $m = 2 \text{ кг}$  котиться по горизонтальній поверхні з швидкістю  $v = 4 \text{ м/с}$ . Знайти кінетичну енергію диска  $W$ .

**1.4.21.** Куля котиться без ковзання по горизонтальній поверхні. Повна кінетична енергія кулі  $W = 14 \text{ Дж}$ . Знайти кінетичну енергію поступального і обертового руху кулі.

**1.4.22.** Мідна кулька радіусом  $R = 10 \text{ см}$  обертається з частотою  $n = 2 \text{ об/с}$  навколо осі, що проходить через її центр. Яку роботу треба здійснити, щоб збільшити кутову швидкість обертання кульки вдвічі?

**1.4.23.** Маховик обертається з частотою  $n = 10$  об/с та має кінетичну енергію  $W = 7,85$  кДж. За який час  $t$  момент сил  $M = 50$  Н·м, що почав діяти на маховик, збільшить кутову швидкість обертання  $\omega$  вдвічі?

**1.4.24.** До ободу диску масою  $m = 5$  кг прикладена дотична сила  $F = 19,6$  Н. Яку кінетичну енергію буде мати диск через  $t = 5$  с після початку дії сили?

**1.4.25.** Кінетична енергія вала  $W$ , що обертається з частотою  $n = 5$  об/с, дорівнює 60 Дж. Знайти момент імпульсу вала  $L$ .

**1.4.26.** Диск масою  $m = 50$  кг і радіусом  $R = 20$  см обертася з кутовою швидкістю  $n = 480$  об/с. При гальмуванні диск зупинився після того, як зробив  $N = 200$  об. Знайти момент сил гальмування. Рух диска вважати рівносповільненим.

**1.4.27.** Через блок, що має форму диска, перекинута шнур. Маса блока  $m = 0,4$  кг. До кінців шнура прив'язали вантажі масами  $m_1 = 0,1$  та  $m_2 = 0,2$  кг. Встановити співвідношення між кінетичними енергіями посту-

пального руху вантажів і обертального руху блока  $\frac{W_{\text{к пост}}}{W_{\text{к об}}}$  через  $t = 2$  с від початку руху. Масою шнура знехтувати.

**1.4.28.** На обертовому столику (лаві Жуковського) стоїть людина, яка тримає на витягнутих руках на відстані  $l_1 = 150$  см одну від одної дві гирі. Столик обертається, роблячи  $n_1 = 1$  об/с. Людина зближає гирі до відстані  $l_2 = 80$  см і число обертів збільшується при цьому до  $n_2 = 1,5$  об/с. Визначити роботу  $A$ , що виконана людиною, якщо кожна з гирь має масу 2 кг.

### ***Задачі до теми «Закон збереження енергії, пружний та непружний удари»***

**1.4.29.** Тіло масою  $m = 1$  кг, кинуте з гори в горизонтальному напрямку із швидкістю  $v = 20$  м/с, через  $t = 3$  с упало на Землю. Визначити кінетичну енергію тіла  $W$  в момент падіння. Опором повітря знехтувати.

**1.4.30.** Тіло кинуте вертикально в гору з швидкістю  $v = 49$  м/с. На якій висоті  $h$  його кінетична енергія дорівнюватиме потенціальній?

**1.4.31.** Тіло, кинуте з висоти  $h = 250$  м вертикально вниз з початковою швидкістю  $v_0 = 20$  м/с, заглибилося в землю на  $l = 20$  см. Визначити середню силу опору ґрунту  $F$ , якщо маса тіла  $m = 2$  кг. Опором повітря знехтувати.

**1.4.32.** Вагон масою  $m = 20$  т рухався з швидкістю  $v = 1$  м/с. Налетівши на пружинний буфер він зупинився стиснувши пружини на  $\ell = 10$  см. Знайти загальну жорсткість пружин буфера  $k$ .

**1.4.33.** З гармати масою  $m_1 = 2$  т зроблено постріл снарядом масою  $m_2 = 3$  кг. Яку кінетичну енергію  $W_1$  отримує гармати при пострілі, якщо кінетична енергія снаряда  $W_2$  при вильоті з стволу складала 1,5 МДж?

**1.4.34.** На який кут  $\alpha$  треба відхилити однорідний стрижень, довжина якого  $l = 1$  м, підвішений за верхній кінець, щоб його нижній кінець під час проходження положення рівноваги мав швидкість  $v = 4$  м/с?

**1.4.35.\*** Знайти лінійні прискорення центрів мас кулі, диска та обруча, які скочуються з похилої площини з кутом нахилу  $\alpha = 30^\circ$ . Початкова швидкість всіх тіл дорівнювала нулю.

**1.4.36.\*** Кулька, маса якої  $m = 50$  г скочується без проковзування по жолобу з висоти  $h = 30$  см і описує вертикальну петлю радіуса  $R = 10$  см. З якою силою кулька тисне на жолоб у нижній  $N_1$  і верхній  $N_2$  точках петлі по нормалі до неї?

**1.4.37.\*** Кулька скочується по похилому жолобу, який описує вертикальну петлю радіуса  $R$ . З якої мінімальної висоти має рухатися кулька, щоб не відірватися від жолоба у верхній точці петлі? Розглянути два випадки: 1) кулька зісковзує; 2) кулька скочується.

**1.4.38.** Куля, швидкість якої  $v = 10$  м/с, заковчується без проковзування на похилу площину. На яку висоту  $h$  підніметься куля?

**1.4.39.** Дві кулі масами  $m_1 = 2$  і  $m_2 = 3$  кг рухаються зі швидкостями  $v_1 = 8$  і  $v_2 = 4$  м/с відповідно зазнають пружне зіткнення. Знайти швидкості куль після зіткнення у двох випадках: 1) менша куля наздоганяє більшу; 2) кулі рухаються назустріч одна одній.

**1.4.40.** Дві однакових кулі підвішені на нитках довжиною  $l = 1$  м так, що торкаються одна одній. Одну з кульок відхилили на кут  $\alpha = 10^\circ$  і відпустили. Знайти максимальну швидкість другої кулі після зіткнення. Зіткнення вважати пружним.

**1.4.41.** Кулька масою  $m_1 = 0,01$  кг, що має швидкість  $v_0 = 500$  м/с, пробиває кулю масою  $m = 5$  кг, яка висить на нитці. При цьому швидкість кульки зменшилась до  $v = 100$  м/с. Яка частина енергії кульки перейшла в теплоту?

**1.4.42.** Дерев'яна кулька масою  $m = 100$  г падає з висоти  $h_1 = 2$  м. Коefіцієнт відновлення при зіткненні кульки об підлогу  $0,5$ . Знайти висоту  $h_2$ , на яку підніметься кулька після зіткнення та кількість теплоти  $Q$  виділиться при зіткненні.

**1.4.43.** Сталева кулька масою  $m = 20$  г падає з висоти  $h_1 = 1$  м на сталеву плиту і відскакує від неї на висоту  $h_2 = 0,81$  м. Знайти імпульс сили  $F\Delta t$ , що отримує плита за час зіткнення та кількість теплоти  $Q$ , що виділиться при зіткненні.

**1.4.44.** Куля масою  $m = 1$  кг ударяється об стіну під кутом  $\alpha_0 = 60^\circ$  до нормалі зі швидкістю  $v = 10$  м/с, а відскакує від неї з швидкістю  $u = 6$  м/с під кутом  $\beta = 45^\circ$  градусів. Визначити модуль імпульсу  $p$ , що дістала стіна. Яка кількість теплоти  $Q$  виділилася під час удару?

**1.4.45.\*** Куля, маса якої  $m_1 = 200$  г, має швидкість  $v_1 = 20$  м/с і налітає на нерухому кулю масою  $m_2 = 100$  г. Внаслідок центрального зіткнення втрати механічної енергії дорівнюють  $\Delta W = 5$  Дж. Визначити швидкості куль після їх зіткнення.

**1.4.46.** Кулька масою  $m = 1$  кг котиться без проковзування, вдаряється об стінку і відкочується від неї. Швидкість кульки до зіткнення  $v = 10$  см/с, після –  $u = 8$  см/с. Яка кількість теплоти  $Q$  виділиться при такому зіткненні?

**1.4.47.** Тягарець масою  $m = 0,5$  кг упав з деякої висоти на плиту масою  $m = 1$  кг, що закріплена на пружині, яка має жорсткість  $k = 9,8 \cdot 10^2$  Н/м. Визначити максимальний стиск пружини  $x$ , якщо в момент зіткнення тягарець мав швидкість  $v = 5$  м/с. Зіткнення вважати непружним.

**1.4.48.** Дві кулі масами  $m_1 = 2$  і  $m_2 = 3$  кг рухаються зі швидкостями  $v_1 = 8$  і  $v_2 = 4$  м/с відповідно зазнають непружне зіткнення. Знайти роботу деформації куль у двох випадках: 1) менша куля наздоганяє більшу; 2) кулі рухаються назустріч одна одній.

**1.4.49.** Для виміру швидкості куль або снарядів застосовується балістичний маятник – ящик з піском, укріплений на довгій нитці. Знайти швидкість кулі масою  $m = 5$  г, якщо відомо, що після влучання її в ящик масою  $m_1 = 5$  кг, який був підвішений на нитці довжиною  $l = 1$  м, ящик відхилився на кут  $\alpha = 10^\circ$ .

**1.4.50.\*** Дерев'яний стрижень з масою  $m = 5$  кг і довжиною  $l = 1$  м може обертатись у вертикальній площині навколо горизонтальної осі, що

проходить через його кінець. У кінець стрижня влучає куля з масою  $m_1 = 5$  г, яка летить перпендикулярно до стрижня із швидкістю  $v = 600$  м/с. Визначити кутову швидкість  $\omega$ , якої набере стрижень, коли куля застрягне в ньому, кінетичну енергію стрижня  $W_k$  та кут  $\alpha$ , на який він відхилиться від вертикалі після зіткнення.

### 1.5. Принцип відносності в релятивістській механіці. Елементи релятивістської динаміки

Якщо система  $K'$  рухається вздовж осі  $OX$  зі сталою швидкістю  $V$  в додатному напрямі осі  $OX$  системи  $K$ , причому осі  $OX$  та  $OX'$  збігаються, а осі  $OY$  і  $OY'$ , а також  $OZ$  і  $OZ'$  паралельні одна одній, то перетворення для декартових координат та часу (перетворення Лоренца) мають вигляд

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - \frac{xV}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad (1.5.1)$$

де  $c$  – швидкість світла в вакуумі.

Релятивістський закон додавання швидкостей:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}, \quad v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}, \quad v'_z = \frac{v_z \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}. \quad (1.5.2)$$

Скорочення довжини тіла  $l$ , що рухається з швидкістю  $V$  відносно системи відліку  $K$  вздовж осі  $OX$ :

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}, \quad (1.5.3)$$

$l_0$  – довжина тіла в системі  $K'$ , відносно якої тіло нерухоме (власна довжина тіла).

Сповільнення ходу годинника, що рухається:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad (1.5.4)$$

де  $\Delta\tau$  – проміжок часу, відлічений наглядцем в системі  $K$ , відносно якої годинник рухається зі швидкістю  $V$ ;  $\Delta\tau_0$  – проміжок часу в системі, відносно якої годинник нерухомий (власний час).

Релятивістський імпульс  $\vec{p}$

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad (1.5.5)$$

де  $m$  – маса частинки, яка є сталою у різних системах відліку (тобто є лоренцевим інваріантом).

Основний закон релятивістської динаміки частинки:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (1.5.6)$$

Енергія релятивістської частинки:

а) енергія спокою

$$W_0 = mc^2, \quad (1.5.7)$$

б) повна енергія

$$W = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad (1.5.8)$$

в) кінетична енергія

$$W_k = W - W_0 = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (1.5.9)$$

Взаємозв'язок між повною енергією та імпульсом релятивістської частинки:

$$W = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}. \quad (1.5.10)$$

**Задачі до теми «Релятивістська кінематика»**

**1.5.1.** Показати, що події, які відбуваються одночасно в різних точках однієї інерціальної системи, не є одночасними в іншій інерціальній системі відліку.

**1.5.2.** Дві нестабільні частинки рухаються в системі відліку  $K$  вздовж прямої в одному напрямку з однаковою швидкістю  $v = 0,6c$ . Відстань між частинками  $X_A - X_B = 64$  м. Обидві частинки розпалися так, що в системі  $K'$ , яка пов'язана з частинками, ці події відбулися одночасно. Визначити проміжок часу  $\Delta t$  між розпадами частинок у системі  $K$ .

**1.5.3.** Довести, що тривалість події, що відбувається у деякій точці, є найменшою в тій інерціальній системі, відносно якої ця точка нерухома.

**1.5.4.** У скільки разів сповільнюється хід часу  $\tau/\tau_0$  при швидкості руху  $v = 2,4 \cdot 10^8$  м/с?

**1.5.5.** Визначити в скільки разів  $\tau/\tau_0$  зросте час життя нестабільної частинки  $\tau$  (по годиннику нерухомого спостерігача), якщо вона почне рухатися зі швидкістю  $v = 0,9c$ .

**1.5.6.** Космічний корабель прямує до Землі зі швидкістю  $0,8c$ . Визначити на яку відстань  $s$  він наблизиться до Землі за час  $t = 0,5$  с, який був відлікований по годиннику, що знаходився на кораблі.

**1.5.7.** Мюони, що народжуються у верхніх шарах атмосфери, при швидкості  $v = 0,995c$  долають до розпаду шлях  $l = 6$  км. Визначити: 1) власну довжину шляху  $l_0$ , що пройшли частинки до розпаду; 2) час життя мюона для спостерігача на Землі  $\tau$ ; 3) власний час життя мюона  $\tau_0$ .

**1.5.8.** Мюони існують близько  $\tau_0 = 2$  мкс. З якою швидкістю  $v$  повинні рухатися ці частинки, щоб подолати відстань  $l = 30$  км?

**1.5.9.** Довести, що лінійні розміри тіла найбільші в тій інерціальній системі відліку, відносно якої тіло покоїться.

**1.5.10.** Визначити відносну швидкість тіла  $v$ , при якій скорочення лінійних розмірів тіла у напрямку руху дорівнює 10 %.

**1.5.11.** Яку довжину  $l$  для спостерігача має еталон метра, який розташовано вздовж ракети, якщо відносно спостерігача ракета рухається з швидкістю  $v = 0,8c$ .

**1.5.12.\*** У системі  $K'$  покоїться стрижень, власна довжина якого  $l_0 = 1,5$  м і який орієнтований відносно осі  $OX'$  під кутом  $\alpha = 30^\circ$ . Визначи-



ти довжину  $l$  та орієнтацію стрижня  $\alpha$  в системі  $K$ , відносно якої система  $K'$  рухається з швидкістю  $v = 0,6c$ .

**1.5.13.** Визначити власну довжину стрижня  $l_0$ , якщо в лабораторній системі його швидкість  $v = 0,6c$ , довжина  $l = 1,5$  м, а кут між ним та напрямком руху дорівнює  $\alpha = 30^\circ$ .

**1.5.14.\*** Яким стане кут  $\alpha$  між діагоналями квадрата, якщо він буде рухатися з швидкістю  $v = 0,9c$  у напрямку, паралельному одній з його сторін.

**1.5.15.** Користуючись перетворенням координат Лоренца, вивести релятивістський закон додавання швидкостей, якщо перехід відбувається від системи  $K$  до системи  $K'$ .

**1.5.16.** Космічний корабель віддаляється від Землі з відносною швидкістю  $v = 0,8c$ . У деякий момент з нього стартує ракета в напрямку від Землі з швидкістю  $v' = 0,8c$  відносно корабля. Визначити швидкість ракети  $v_x$  відносно Землі.

**1.5.17.** На ракеті, швидкість якої відносно Землі  $v = 2,25 \cdot 10^8$  м/с, встановлено прискорювач електронів, який надає їм швидкості  $v' = 2,4 \cdot 10^8$  м/с у напрямку руху ракети. З якою швидкістю  $v$  рухаються електрони відносно Землі?

**1.5.18.** На ракеті, швидкість якої відносно Землі  $v = 2,25 \cdot 10^8$  м/с, встановлено прискорювач електронів, який надає їм швидкості  $v' = 2,4 \cdot 10^8$  м/с у напрямку, протилежному руху ракети. З якою швидкістю  $v$  рухаються електрони відносно Землі?

**1.5.19.** Іонізованій атом, що вилетів з прискорювача зі швидкістю  $v = 0,8c$ , випромінює фотон у напрямку свого руху. Визначити швидкість фотона  $v'$  відносно прискорювача.

**1.5.20.** Дві ракети рухаються назустріч одна одній з однаковою відносно нерухомого спостерігача швидкістю  $0,5c$ . Визначити швидкість, з якою зближуються ракети, виходячи з закону складання швидкостей: 1) в класичній механіці; 2) в релятивістській механіці.

### ***Задачі до теми «Елементи релятивістської динаміки»***

**1.5.21.** Частинка рухається з швидкістю  $v = 0,8c$ . Визначити відношення релятивістського імпульсу до класичного (ньютонівського).

**1.5.22.** З якою швидкістю  $v$  повинен рухатися протон, щоб його релятивістський імпульс дорівнював чотирьом класичним?

**1.5.23.** На скільки збільшиться імпульс електрона після проходження ним прискорюючої різниці потенціалів  $U = 10^6$  В, якщо його початкова швидкість дорівнювала нулю?

**1.5.24.** Визначити релятивістський імпульс протона  $p$ , якщо швидкість його руху  $v = 0,8 c$ .

**1.5.25.** Визначити швидкість  $v$ , при якій релятивістський імпульс частинки у три рази перевищує її ньютонівський імпульс.

**1.5.26.** Повна енергія релятивістської частинки  $W$  у 8 разів перевищує її енергію спокою  $W_0$ . Визначити швидкість цієї частинки  $v$ .

**1.5.27.** Яку швидкість  $v$  буде мати електрон, якщо він пройде прискорюючу різницю потенціалів  $U = 700$  кВ. Початкова швидкість електрона дорівнювала нулю.

**1.5.28.** Довести, що при малих швидкостях руху ( $v \ll c$ ) релятивістська формула для визначення кінетичної енергії переходить у класичну.

**1.5.29.** Визначити швидкість  $v$ , з якою рухається частинка, якщо її кінетична енергія дорівнює енергії спокою.

**1.5.30.** Визначити релятивістський імпульс  $p$  і кінетичну енергію протона  $W_k$ , що рухається з швидкістю  $v = 0,75 c$ .

**1.5.31.** Визначити, яку прискорюючу різницю потенціалів  $U$  повинен пройти протон, щоб його швидкість досягла 90 % від швидкості світла.

**1.5.32.** Визначити роботу  $A$ , яку необхідно здійснити, щоб збільшити швидкість електрона від  $0,5 c$  до  $0,7 c$ .

**1.5.33.** Визначити релятивістський імпульс частинки  $p$ , кінетична енергія якої  $W_k = 10^9$  еВ, а швидкість  $v = 0,8 c$ .

**1.5.34.** Визначити енергію  $W$ , що необхідно витратити для розділу ядра дейтерію на складові частини – протон та нейтрон. Масу ядра дейтерію прийняти рівною  $m = 3,343 \cdot 10^{-27}$  кг. Відповідь надати в електрон-вольтах.

**1.5.35.** Ядро атома азоту складається з 7 протонів та 7 нейтронів. Визначити енергію  $W$ , що необхідно витратити для розділу ядра азоту на складові частини. Прийняти масу ядра рівною  $m_N = 2,325 \cdot 10^{-26}$  кг. Відповідь надати в електрон-вольтах.

**Відповіді на задачі до розділу «Класична механіка»**

- 1.1.1.**  $\langle v \rangle = 54$  км/год.    **1.1.2.**  $\langle v \rangle = 48$  км/год.  
**1.1.3.**  $\langle v \rangle = 3,93$  м/с.    **1.1.4.**  $\langle v \rangle = 6$  м/с.    **1.1.5.**  $t_3 = 45$  с.  
**1.1.6.** а) курс півд.-захід  $\alpha = 4,3^\circ$ ,  $u = 200,6$  м/с; б) курс півн.-захід  $\alpha = 4,3^\circ$ ,  $u = 200,6$  м/с; в) курс захід,  $u = 185$  м/с, г) курс схід  $u = 215$  м/с.  
**1.1.7.\***  $v_1 = 109,5$  км/год,  $v_2 = 64,9$  км/год.    **1.1.9.**  $t = 0,5$  с,  $a = -32$  м/с.  
**1.1.10.**  $v = -3,3$  м/с.    **1.1.11.**  $t = 0,59$  с,  $v_1 = 4,76$  м/с,  $v_2 = 6,33$  м/с.  
**1.1.12.\***  $s = 500$  м,  $\Delta r = 500$  м,  $v = 100$  м/с,  $a = 10$  м/с<sup>2</sup>.  
**1.1.13.**  $t = 1$  с,  $s = 3$  м.    **1.1.14.**  $v = 6$  м/с,  $s = 4,66$  м.    **1.16.\***  $\langle v \rangle = 2$  м/с.  
**1.1.17.**  $v_0 = 19,6$  м/с.    **1.1.18.**  $h = 5,6$  м.    **1.1.19.**  $v_0 = 14,7$  м/с,  $h = 11$  м.  
**1.1.20.**  $t_1 = 0,45$  с,  $\Delta t = 0,05$  с.    **1.1.21.\***  $l = h - v_0 t$ .  
**1.1.22.**  $a = -0,5$  м/с<sup>2</sup>,  $s = 100$  м.    **1.1.23.**  $a = -0,055$  м/с<sup>2</sup>,  $s = 504$  м.  
**1.1.24.\***  $h = 3,9$  см.    **1.1.25.**  $y = 3\sqrt[3]{4x}$ ,  $v = 7,7$  м/с,  $a = 9,6$  м/с<sup>2</sup>.  
**1.1.26.**  $a_r = 2$  м/с<sup>2</sup>,  $a_n = 1$  м/с<sup>2</sup>,  $a = 2,24$  м/с<sup>2</sup>.    **1.1.27.**  $a = 1,42$  м/с<sup>2</sup>.  
**1.1.28.**  $t = 24,5$  с,  $s = 2450$  м.    **1.1.29.**  $v = 50$  м/с,  $a_r = 8$  м/с<sup>2</sup>, каменю  $a_n = 6$  м/с<sup>2</sup>,  $R = 416$  м.    **1.1.30.**  $\alpha = 45^\circ$ .  
**1.1.31.**  $t = 0,7$  с,  $h = 9,45$  м.    **1.1.32.**  $v_0 = 8,5$  м/с.    **1.1.33.\***  $s = 8$  м.  
**1.1.34.\***  $y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ .    **1.1.35.**  $R = 1,8$  м;  $N = 18,2$  об.  
**1.1.36.**  $v = 7,17$  км/с;  $\omega = 9,8 \cdot 10^{-4}$  рад/с.    **1.1.37.**  $\varepsilon = 0,5$  рад/с<sup>2</sup>,  $t = 210$  с.  
**1.1.38.**  $v = 400$  м/с.    **1.1.39.**  $\omega = 21$  рад/с,  $\varepsilon = 16$  рад/с<sup>2</sup>,  $a_n = 44,1$  м/с<sup>2</sup>,  $a_r = 1,6$  м/с<sup>2</sup>,  $a = 44,2$  м/с<sup>2</sup>,  $\alpha = 89^\circ$ .    **1.1.40.**  $a_n = 4,75$  м/с<sup>2</sup>,  $a_r = 0,92$  м/с<sup>2</sup>,  $a = 4,84$  м/с<sup>2</sup>.    **1.1.41.**  $a = 206$  м/с<sup>2</sup>,  $\alpha = 1^\circ$ .    **1.1.42.**  $a_n = 211,6$  м/с<sup>2</sup>,  $a_r = 6,4$  м/с<sup>2</sup>,  $a = 211,7$  м/с<sup>2</sup>,  $\alpha = 1^\circ$ ,  $N = 3,5$  об.    **1.1.43.**  $a_n = 288$  м/с<sup>2</sup>,  $a_r = 7$  м/с<sup>2</sup>,  $a = 288,1$  м/с<sup>2</sup>,  $N = 4,3$  об.    **1.1.44.**  $a = 54,7$  м/с<sup>2</sup>,  $N = 53,4$  об.  
**1.1.45.**  $t = 3,9$  с,  $a = 0,127$  м/с<sup>2</sup>.    **1.1.46.**  $t = 5,12$  с.    **1.1.47.**  $t = 7,14$  с.  
**1.1.48.**  $a_n = 25$  м/с<sup>2</sup>,  $a = 25,1$  м/с<sup>2</sup>,  $\alpha = 1^\circ$ .    **1.1.49.**  $\varepsilon = 6$  рад/с<sup>2</sup>,  $a_n = 36$  м/с<sup>2</sup>,  $a = 36$  м/с<sup>2</sup>.    **1.1.50.**  $\omega = 2,23$  рад/с,  $a = 1$  м/с<sup>2</sup>,  $\alpha = 5,7^\circ$ .  
**1.2.1.**  $m = 20$  кг,  $v = -4$  м/с.    **1.2.2.**  $s = 6,7$  м,  $v = 10$  м/с.    **1.2.3.**  $F_{\text{оп}} = 46$  кН.  
**1.2.4.**  $\mu = 0,05$ .    **1.2.5.**  $F = 0,1$  Н.    **1.2.6.**  $t = 2$  с.    **1.2.7.**  $a = 2,3$  м/с<sup>2</sup>, ВНИЗ.  
**1.2.8.**  $s = 12,3$  м.    **1.2.9.**  $F = 289$  Н.    **1.2.10.\***  $F_1 = 19,6$  Н,  $F_2 = 39,2$  Н.  
**1.2.11.**  $v = 13,5$  м/с;  $t = 2,96$  с.    **1.2.12.**  $F = 16$  Н.    **1.2.13.**  $t = 0,7$  с.  
**1.2.14.**  $a = 1,02$  м/с<sup>2</sup>,  $T = 5,9$  Н.    **1.2.15.**  $\Delta m_1 = 100$  кг,  $\Delta m_2 = 105$  кг.

1.2.16.\*  $v(t) = \frac{mg}{r} \left( 1 - e^{-\frac{r}{m}t} \right)$ ,  $v_{\max} = \frac{mg}{r} = 50 \text{ м/с}$ . 1.2.17.\*  $r = 2,38 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м}$ .

1.2.18.  $F = 40 \text{ Н}$ . 1.2.19.  $\langle F \rangle = 15 \text{ Н}$ . 1.2.20.  $F\Delta t = 2,8 \cdot 10^{-23} \text{ Н}\cdot\text{с}$ .

1.2.21.  $F = 15 \text{ Н}$ . 1.2.22.  $T = 7800 \text{ Н}$ ,  $v = 80 \text{ км/год}$ . 1.2.23.  $v \geq 40,6 \text{ км/час}$ .

1.2.24.  $n = 0,16 \text{ 1/с}$ . 1.2.25.  $\mu = 0,2$ . 1.2.26.  $v = 19 \text{ м/с}$ ,  $\alpha = 22^\circ$ .

1.2.27.  $v = 14 \text{ м/с}$ . 1.2.28.  $h = 7,5 \text{ см}$ . 1.2.29.  $v = 180 \text{ км/год}$ .

1.2.30.  $H = 20 \text{ м}$ . 1.2.31.\*  $\alpha = 60^\circ$ . 1.2.32.  $\alpha = 45^\circ$ ;  $T = 0,63 \text{ кН}$ .

1.2.33.  $m = 0,5 \text{ кг}$ . 1.2.34.  $T = 3,9 \text{ год}$ . 1.2.35.  $T = 21 \text{ Н}$ ,  $\alpha = 17^\circ$ .

1.2.36.  $a_0 = 5,81 \text{ м/с}^2$ . 1.2.37.\*  $\alpha = 84,18^\circ$ .

1.2.38.\*  $l = \frac{m}{k} \sqrt{g^2 + a^2 - 2gac \cos \alpha}$ . 1.2.39.\* 1.2.40.  $\Delta g = 0,03 \text{ м/с}^2$ .

1.2.41.  $u = 1 \text{ м/с}$ . 1.2.42. а)  $u = -6,8 \text{ м/с}$ ; б)  $u = 3,2 \text{ м/с}$ .

1.2.43. а)  $u = 6 \text{ м/с}$ , б)  $u = 3,6 \text{ м/с}$ . 1.2.44.  $v = -0,083 \text{ м/с}$ . 1.2.45.  $s = 50 \text{ м}$ .

1.2.46.  $u_2 = -15 \text{ м/с}$ . 1.2.47.  $m_3 = 3,1 \text{ кг}$ . 1.2.48.  $s = 1 \text{ м}$ .

1.2.49.  $u = 1,1 \text{ м/с}$ . 1.2.50.\*  $\Delta s = 0,64 \text{ м}$ . 1.3.1.  $I = 0,012 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ,

1.3.2.  $I = 2 \cdot 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , 1.3.3.  $I_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ,  $I_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

1.3.4.  $I = 8m \cdot a^2$ . 1.3.5.  $I = 10^{38} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . 1.3.6.  $I_1 = 0,252 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ,  $I_2 = 0,002 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

1.3.7. Два  $I = 0,112 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

1.3.8.  $I_1 = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ,  $I_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ,  $I_3 = 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

1.3.9.\*  $I_1 = ml^2/12$ ,  $I_2 = ml^2 \sin^2 \alpha/12$ . 1.3.10.\*  $I = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

1.3.11.\*  $I = 4,27 \cdot 10^{-2} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . 1.3.12.\*  $I = 4,19 \cdot 10^{-2} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

1.3.13.  $\varepsilon = 0,21 \text{ с}^{-2}$ ,  $M = 0,42 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . 1.3.14.  $\varepsilon = 2,35 \text{ с}^{-2}$ .

1.3.15.  $I = 10 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . 1.3.16.  $t = 1,1 \text{ с}$ ,  $v = 1,8 \text{ м/с}$ .

1.3.17.\*  $a_1 = 1,23 \text{ м/с}^2$ ,  $a_2 = 0,61 \text{ м/с}^2$ ,  $T_1 = 17,2 \text{ Н}$ ,  $T_2 = 31,4 \text{ Н}$ .

1.3.18.  $a = 3,53 \text{ м/с}^2$ ,  $T_1 = 4,5 \text{ Н}$ ,  $T_2 = 6,3 \text{ Н}$ , 1.3.19.  $I = 0,0235 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

1.3.20.  $m = 7,5 \text{ кг}$ . 1.3.21.  $\varepsilon = 7,8 \text{ с}^{-2}$ ,  $t = 80 \text{ с}$ . 1.3.22.  $F = 4 \text{ Н}$ .

1.3.23.\*  $v = 7 \text{ м/с}$ . 1.3.24.  $M = 32 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . 1.3.25.  $k = 0,32$ .

1.3.26.\*  $a_1 = 1,9$ , вниз,  $a_2 = 4,9 \text{ м/с}^2$ , вверх. 1.3.27.  $M = 0,972 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

1.3.28.  $M_1 = -1 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ,  $M_2 = -1 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . 1.3.29.  $M = 0,32 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

1.3.30.  $\varepsilon = 2,5 \text{ с}^{-2}$ ,  $v = 12 \text{ м/с}$ . 1.3.31.\*  $\frac{h_1}{h_2} = 1,007$ .

1.3.32.  $t = 0,4 \text{ с}$ . 1.3.33.  $a_1 = 2g/3$ ;  $a_2 = g/2$ . 1.3.34.  $v = 192 \text{ м/с}$ .

1.3.35.  $n_2 = 1,18 \text{ об/с}$ . 1.3.36.  $\omega = 30 \text{ с}^{-1}$ . 1.3.37.  $n = 0,008 \text{ с}^{-1}$ .

1.3.38.  $\omega = 1,02 \text{ с}^{-1}$ . 1.3.39.\*  $\alpha = 120^\circ$ . 1.3.40.  $n_2 = 0,61 \text{ об/с}$ .

1.4.1.  $P = 3,7 \text{ МВт}$ ,  $A = 5,25 \text{ МДж}$ . 1.4.2.  $A = 964 \text{ Дж}$ ,  $W = 968 \text{ Дж}$

1.4.3.  $A = 8640 \text{ Дж}$ . 1.4.4.  $A = 13,7 \text{ Дж}$ . 1.4.5.  $W = 4,9 \text{ Дж}$ ,  $s = 10 \text{ м}$ .

- 1.4.6.**  $A = -10$  Дж.    **1.4.7.**  $A_1 = 0,147$  Дж,  $A_2 = 0,037$  Дж.  
**1.4.8.**  $P = 1,54$  МВт.    **1.4.9.**  $A = 0,2$  Дж.    **1.4.10.**  $P = 24,5$  кВт.  
**1.4.11.**  $t = 1,5$  с;  $s = 19,1$  м.    **1.4.12.**  $h_2 = 60$  см.    **1.4.13.**  $P = 800$  Вт.  
**1.4.14.**  $I = 0,01$  кг·м<sup>2</sup>,  $M = 0,094$  Н·м.    **1.4.15.**  $W = 500$  Дж.  
**1.4.16.**  $M = 2,95$  Н·м. **1.4.17.**  $v = 191$  с<sup>-1</sup>.    **1.4.18.**  $W = 281,25$  кДж.    **1.4.19.**  
 $t = 5$  с.    **1.4.20.**  $W = 24$  Дж.    **1.4.21.**  $W_n = 10$  Дж.,  $W_o = 4$  Дж. **1.4.22.**  $A =$   
 $34,6$  Дж.    **1.4.23.**  $t = 5$  с.    **1.4.24.**  $W = 1,92$  кДж.  
**1.4.25.**  $L = 3,8$  кг·м<sup>2</sup>/с.    **1.4.26.**  $M = -3,6$  кН·м.    **1.4.27.**  $\frac{W_n}{W_o} = 1,5$ .  
**1.4.28.**  $A = 48$  Дж.    **1.4.29.**  $W = 633$  Дж.    **1.4.30.**  $h = 61,25$  м.  
**1.4.31.**  $F = 26,5$  кН.    **1.4.32.**  $k = 2 \cdot 10^6$  Н/м.    **1.4.33.**  $W_1 = 2,25 \cdot 10^3$  Дж.  
**1.4.34.**  $\alpha = 62,85^\circ$ . **1.4.35.\***  $a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{I}{R^2}}$ ,  $a_k = 3,5$  м/с<sup>2</sup>,  $a_d = 3,27$  м/с<sup>2</sup>,  
 $a_o = 2,44$  м/с<sup>2</sup>.    **1.4.36.\***  $F_1 = 2,59$  Н;  $F_2 = 0,21$  Н.    **1.4.37.\*** 1)  $h_1 = 2,5$  R 2)  
 $h_2 = 2,7$  R.    **1.4.38.**  $h = 7,14$  м.    **1.4.39.** 1)  $u_1 = 3,2$  м/с,  $u_2 = 7,2$  м/с;  
2)  $u_1 = 6,4$  м/с,  $u_2 = -5,6$  м/с.    **1.4.40.**  $u_2 = 0,54$  м/с.    **1.4.41.** 0,96. **1.4.42.**  
 $h_2 = 0,5$  м,  $Q = 1,48$  Дж.    **1.4.43.**  $F\Delta t = 0,17$  Н·с,  $Q = 37,2$  мДж.  
**1.4.44.**  $p = 10,24$  кг·м/с;  $Q = 32$  Дж.    **1.4.45.\***  $u_1 = 8,065$  м/с,  $u_2 = 23,87$  м/с.  
**1.4.46.**  $Q = 2,51$  мДж.    **1.4.47.**  $x = 5$  см.    **1.4.48.**  $A_1 = 9,6$  Дж;  $A_1 = 86,4$  Дж.  
**1.4.49.**  $v = 546$  м.    **1.4.50.\***  $\omega = 1,8$  1/с,  $W_k = 2,68$  Дж,  $\alpha = 27^\circ$ .  
**1.5.2.**  $\Delta t = 0,2$  мкс.    **1.5.4.**  $\frac{\tau}{\tau_0} = 1,67$ .    **1.5.5.**  $\frac{\tau}{\tau_0} = 2,29$ .  
**1.5.6.**  $s = 2 \cdot 10^8$  м.    **1.5.7.**  $l_0 = 599$  м,  $\tau = 20,1$  мкс,  $\tau_0 = 2$  мкс.  
**1.5.8.**  $v = 0,9997c$ .    **1.5.10.**  $v = 1,31 \cdot 10^5$  км/с.    **1.5.11.**  $l = 60$  см.  
**1.5.12.\***  $l = \sqrt{l_{0y}^2 + l_x^2} = 1,28$  м,  $\arctg \alpha = \frac{l_{0y}}{l_x} = 35^\circ 48'$ .    **1.5.13.**  $l_0 = 1,79$  м.  
**1.5.14.\***  $\alpha = 48^\circ$ .    **1.5.16.**  $v_x = 0,976$  с.    **1.5.17.**  $v = 2,9 \cdot 10^8$  м/с.  
**1.5.18.**  $v = 3,75 \cdot 10^7$  м/с.    **1.5.19.**  $v = c$ .    **1.5.20.**  $v_1 = c$ ,  $v_2 = 0,8$  с.  
**1.5.21.**  $\frac{p}{p_{кл}} = 1,67$ .    **1.5.22.**  $v = 0,97$  с.    **1.5.23.**  $\Delta p = 8,7 \cdot 10^{-23}$  кг·м/с.  
**1.5.24.**  $p = 6,68 \cdot 10^{-19}$  кг·м/с.    **1.5.25.**  $v = 0,943$  с,    **1.5.26.**  $v = 2,98 \cdot 10^8$  м/с.  
**1.5.27.**  $v = 0,91$  с.    **1.5.29.**  $v = 2,6 \cdot 10^8$  м/с.    **1.5.30.**  $p = 5,68 \cdot 10^{-19}$  кг·м/с,  
 $W_k = 8,1 \cdot 10^{-11}$  Дж.    **1.5.31.**  $U = 1,22 \cdot 10^9$  В.    **1.5.32.**  $A = 0,125$  МеВ.  
**1.5.33.**  $p = 1,07 \cdot 10^{-18}$  кг·м/с,    **1.5.34.**  $W = 2,25$  МеВ.    **1.5.35.**  $W = 100$  МеВ.

## РОЗДІЛ II. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

### 2.1. Статистичні та термодинамічні методи досліджень макросистеми

У цьому розділі вивчається структура, фізичні властивості і агрегатні стани макросистем, що складаються з великої кількості частинок на основі їхньої мікроскопічної (молекулярної) будови. Основним (незбудженим) станом таких систем є стан термодинамічної рівноваги за умови їх замкненості.

За нормальних умов, і особливо для розріджених газів, можна знехтувати розмірами молекул і враховувати лише їх взаємодію під час зіткнень. Такий газ називають ідеальним.

Рівняння стану ідеального газу (рівняння Менделєєва-Клапейрона)

– для одного моля газу

$$pV_m = RT; \quad (2.1.1)$$

– для довільної маси газу

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad \text{або} \quad pV = \nu RT, \quad (2.1.2)$$

де  $V_m$  – молярний об'єм;  $R$  – молярна газова стала;  $M$  – молярна маса газу;  $m$  – маса газу;  $\frac{m}{M} = \nu$  – кількість речовини (молей),  $T$  – термодинамічна температура.

Залежність тиску газу від кількості молекул в одиниці об'єму  $n$  і температури  $T$ :

$$p = nkT, \quad (2.1.3)$$

де  $k$  – стала Больцмана ( $k = \frac{R}{N_A}$ ,  $N_A$  – стала Авогадро).

Закон Дальтона:

$$p = \sum_{i=1}^N p_i, \quad (2.1.4)$$

де  $p$  – тиск суміші  $N$  газів;  $p_i$  – парціальний тиск  $i$ -го газу

$$p_i = \frac{m_i}{M_i} \frac{RT}{V}, \quad (2.1.5)$$

де  $V$  та  $T$  – відповідно об'єм і температура суміші  $N$  газів.

Тоді відповідно з законом Дальтона

$$p = \frac{RT}{V} \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{M_i} = \frac{RT}{V} \sum_{i=1}^N \nu_i. \quad (2.1.6)$$

Молярна маса суміші газів

$$M = \frac{\sum_{i=1}^N m_i}{\sum_{i=1}^N \nu_i}$$

або

$$M = \frac{RT}{pV} \sum_{i=1}^N m_i, \quad (2.1.7)$$

де  $\sum_{i=1}^N m_i$  – сумарна маса суміші газів.

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v_{кв} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} n \langle W_{к0} \rangle, \quad (2.1.8)$$

де  $\langle v_{кв} \rangle$  – середня квадратична швидкість молекул;  $m_0$  – маса молекули;  
 $\langle W_{к0} \rangle$  – середня кінетична енергія поступального руху молекули.

Вона дорівнює

$$\langle W_{к0} \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad (2.1.9)$$

Повна кількість молекул в об'ємі газу  $V$  :

$$N = \nu \cdot N_A \quad (2.1.10)$$

або

$$N = \frac{m}{m_0}. \quad (2.1.11)$$

Середня кінетична енергія, яка припадає на один ступінь свободи молекули

$$\langle W_i \rangle = \frac{1}{2} kT. \quad (2.1.12)$$

Середня кінетична енергія молекули

$$\langle W \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (2.1.13)$$

де  $i$  – кількість ступенів свободи;  $k$  – стала Больцмана.

Середня енергія теплового руху молекул газу (внутрішня енергія ідеального газу)

$$U = \nu \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT, \quad (2.1.14)$$

де  $\nu$  – кількість речовини;  $m$  – маса газу;  $M$  – маса 1 моля газу;  $R$  – газова стала;  $T$  – термодинамічна температура.

## 2.2. Класичні статистичні розподіли

Закон Максвелла для розподілу молекул ідеального газу за швидкостями

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv} = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)}, \quad (2.2.1)$$

де функція  $f(v)$  розподілу молекул за швидкостями визначає відносну частку молекул  $dN$  з  $N$  молекул системи, швидкості яких знаходяться в інтервалі від  $v$  до  $v + dv$ .

Закон, який виражає розподіл молекул за відносними швидкостями  $u$  ( $u = v / v_g$ ):

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2}, \quad (2.2.2)$$

де  $v_g$  – найбільш імовірна швидкість молекул.

Швидкість молекул:

– найбільш ймовірна

$$v_{\text{ймов}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}, \quad (2.2.3)$$

– середня квадратична

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \quad (2.2.4)$$



– середня арифметична

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}. \quad (2.2.5)$$

Барометрична  
формула

$$p = p_0 e^{-\left(\frac{Mg(h-h_0)}{RT}\right)}, \quad (2.2.6)$$

де  $p$  и  $p_0$  – тиск газу відповідно на висоті  $h$  і  $h_0$ .

Розподіл Больцмана в зовнішньому потенціальному полі:

$$n = n_0 e^{-Mgh/(RT)} = n_0 e^{-m_0gh/(kT)},$$

або

$$n = n_0 e^{-W_n/(kT)}, \quad (2.2.7)$$

де  $n$  та  $n_0$  – концентрація молекул відповідно на висоті  $h$  и  $h_0 = 0$ ;  
 $W_n = m_0gh$  – потенційна енергія молекули в полі тяжіння.

### **Задачі до теми «Основи молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу»**

**2.1.1.** У балоні знаходилось  $m_1 = 10$  кг газу з тиском  $p_1 = 10$  МПа. Знайти, яку масу газу взяли з балона, якщо кінцевий тиск став рівний  $p_2 = 2,5$  МПа. Температуру газу вважати постійною.

**2.1.2.** У посудині об'ємом  $V = 30$  л, міститься ідеальний газ при температурі  $t = 0$  °С. Після того, як частину газу було випущено назовні, тиск у посудині зменшився на  $\Delta p = 0,78$  атм. (без зміни температури). Знайти масу випущеного газу. Густина даного газу при нормальних умовах  $\rho = 1,3$  кг/м<sup>3</sup>.

**2.1.3.** У посудині місткістю  $V = 0,3$  л при температурі  $T = 290$  К знаходиться деякий газ. На скільки знизиться тиск газу в посудині, якщо з нього через виток вийде  $N = 10^{19}$  молекул.

**2.1.4.** По середині відкачуваного і запаяного з обох сторін горизонтального капіляра знаходиться стовпчик ртуті довжиною  $l = 20$  см. Якщо капіляр поставити вертикально, то стовпчик ртуті переміститься на відстань  $\Delta l = 10$  см. До якого тиску був відкачаний капіляр? Довжина капіляра  $L = 1$  м.

**2.1.5.** Два однакових балони з'єднані трубкою з клапаном, який пропускає газ із одного балона в інший при різниці тиску  $\Delta p > 1,1$  атм. Спочатку в одному балоні був вакуум, а в іншому ідеальний газ при температурі  $t = 27$  °С і тиску  $p_1 = 1,00$  атм. Після цього обидва балони нагріли до температури  $t_2 = 107$  °С. Яким став тиск газу в балоні, де був вакуум.

**2.1.6.\*** У вертикальному закритому з обох кінців циліндрі знаходиться рухомий поршень, на обидві сторони якого знаходиться по одному молу повітря. У рівноважному стані при температурі  $T_0 = 300$  К об'єм верхньої частини циліндра в  $\eta = 4$  рази більше об'єму нижньої частини. При якій температурі відношення цих об'ємів буде  $\eta' = 3$ ?

**2.1.7.** У посудині знаходиться  $m_1 = 10$  г вуглекислого газу та  $m_2 = 15$  г азоту. Знайти  $\rho$  (густину) цієї суміші при температурі  $t = 27$  °С і тиску  $p = 150$  кПа.

**2.1.8.** 12 г азоту займають об'єм  $V = 4 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup> при температурі  $t_1 = 7$  °С. Після нагрівання газу при постійному тиску його густина стала дорівнювати  $\rho = 6 \cdot 10^{-4}$  г/см<sup>3</sup>. До якої температури нагріли газ?

**2.1.9.** В посудині знаходиться  $m_1 = 14$  г азоту та  $m_2 = 9$  г водню при температурі  $t = 10$  °С і тиску  $p = 1$  МПа. Знайти: 1) молярну масу суміші; 2) об'єм посудини.

**2.1.10.** Посудина  $V = 20$  л містить суміш водню та гелію при температурі  $t = 20$  °С та тиску  $p = 2$  атм. Маса суміші  $m = 5 \cdot 10^{-3}$  кг. Знайти відношення маси водню до маси гелію в даній суміші.

**2.1.11.** Посудина об'ємом  $V = 5$  л містить кисень масою  $m = 20$  г. Знайти концентрацію  $n$  молекул у посудині.

**2.1.12.** Знайти кількість молекул водню в  $V = 1$  см<sup>3</sup>, якщо тиск дорівнює  $p = 200$  мм.рт.ст., а середня квадратична швидкість його молекул при даних умовах дорівнює  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 2400$  м/с.

**2.1.13.** Густина деякого газу дорівнює  $\rho = 6 \cdot 10^{-2}$  кг/м<sup>3</sup>, середня квадратична швидкість його молекул дорівнює  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 500$  м/с. Знайти тиск, з яким газ діє на стінки посудини.

**2.1.14.** У посудині об'ємом  $V = 2$  л знаходиться  $m = 10$  г кисню під тиском  $p = 680$  мм.рт.ст. Знайти: 1) середню квадратичну швидкість молекул газу; 2) кількість молекул, які знаходяться в посудині; 3) густину газу.

**2.1.15.** 1) Знайти середню квадратичну швидкість молекул газу, густина якого при тиску  $p = 750$  мм.рт.ст. дорівнює  $\rho = 8,2 \cdot 10^{-5}$  г/см<sup>3</sup>; 2) Чому дорівнює маса одного кмоля цього газу, якщо значення густини дано для температури  $t = 17$  °С?

**2.1.16.** Середня квадратична швидкість молекул деякого газу при нормальних умовах дорівнює  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 461$  м/с. Яка кількість молекул знаходиться в  $m = 1$  г цього газу?

**2.1.17.** Ідеальний газ знаходиться в циліндрі, закритому поршнем. Газ займає об'єм  $V_1 = 10$  м<sup>3</sup> при температурі  $T = 250$  К та тиску  $p_1 = 9,8 \cdot 10^4$  Па. При переході газу в новий стан тиск збільшився до  $p_2 = 10 \cdot 10^4$  Па, а об'єм збільшився до  $V_2 = 10,5$  м<sup>3</sup>. У скільки разів зменшиться при цьому середня кінетична енергія поступального руху молекул та якою вона стала?

**2.1.18.** Знайти середню кінетичну енергію поступального руху  $\langle W_1 \rangle$  і середнє значення повної кінетичної енергії молекули водяної пари  $\langle W_2 \rangle$  при температурі  $T = 400$  К. Знайти також середню кінетичну енергію поступального руху  $\langle W_3 \rangle$  всіх молекул пари, що містить кількість речовини  $\nu = 1$  кмоль.

**2.1.19.\*** У двох посудинах об'ємом  $V_1 = 5$  л та  $V_2 = 7$  л знаходиться повітря під тиском відповідно  $p_1 = 2,1 \cdot 10^5$  Па та  $p_2 = 1,05 \cdot 10^5$  Па. Температура в обох посудинах однакова. Який тиск буде, якщо посудини з'єднати між собою? Температура повітря не змінюється.

**2.1.20.** Яка густина повітря  $\rho_1$  в посудині об'ємом  $V = 2 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>, якщо посудину відкачали до  $p_1 = 0,133$  Па. Температура повітря  $t = 15$  °С. Як зміниться густина повітря  $\rho_2$  в посудині, якщо додати до неї  $m_1 = 5 \cdot 10^{-8}$  кг повітря? Який тиск буде в посудині?  $T = \text{const}$ .

### ***Задачі до теми «Класичні статистичні розподіли»***

**2.2.1.** Знайти середню квадратичну швидкість  $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ , середню арифметичну  $\langle v \rangle$  і найбільш ймовірну  $v_{\text{ймов}}$  швидкості для молекул газу, густина якого при тиску  $p = 300$  мм.рт.ст. дорівнює  $\rho = 0,3$  кг/м<sup>3</sup>.

**2.2.2.** При якій температурі середня квадратична швидкість молекул кисню більше їх найбільш ймовірної швидкості на 100 м/с.

**2.2.3.** Яка частина молекул кисню при  $t = 0\text{ }^\circ\text{C}$  має швидкості від 100 до 110 м/с?

**2.2.4.** Яка частина молекул повітря при температурі  $t = 17\text{ }^\circ\text{C}$  має швидкості, що відрізняється не більше ніж на 0,5 м/с від швидкості рівної  $v = 0,1 v_{\text{ймов}}$ ?

**2.2.5.** Яка кількість (в %) молекул азоту, що знаходиться при температурі  $T$ , має швидкості в інтервалі від  $v_{\text{ймов}}$  до  $v_{\text{ймов}} + \Delta v$ , де  $\Delta v = 20$  м/с. Завдання вирішити для: 1)  $T = 400$  К; 2)  $T = 900$  К.

**2.2.6.** Обсерваторія знаходиться на висоті  $h = 3250$  м над рівнем моря. Знайти тиск повітря на рівні обсерваторії, якщо його тиск на рівні моря  $p_0 = 760$  мм. рт. ст.

**2.2.7.** На якій висоті тиск повітря буде становити 75 % від тиску на рівні моря? Температуру вважати постійною і рівною  $t = 0\text{ }^\circ\text{C}$ .

### 2.3. Явища перенесення в газах

У нерівноважних ізольованих системах процеси відбуваються так, що їхнім остаточним результатом є встановлення термодинамічної рівноваги. У встановленні термодинамічної рівноваги в газах важливу роль відіграють явища дифузії, внутрішнього тертя, теплопровідності. Такі явища, зумовлені тепловим рухом молекул, називають явищами перенесення. Вони приводять до вирівнювання густини, температури, припинення макроскопічного переміщення речовини.

Середня кількість зіткнень кожної молекули газу за 1 с:

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi \sigma^2 n \langle v \rangle, \quad (2.3.1)$$

де  $\sigma$  – ефективний діаметр молекул;  $\langle v \rangle$  – середня арифметична швидкість молекул.

Загальна кількість зіткнень усіх молекул в одиниці об'єму за одиницю часу:

$$Z = \frac{1}{2} \langle z \rangle n. \quad (2.3.2)$$

Середня довжина вільного пробігу молекул:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n}, \quad (2.3.3)$$

або

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2\pi\sigma^2 p}}. \quad (2.3.4)$$

Закон дифузії Фіка:

$$m = -D \frac{d\rho}{dx} St, \quad (2.3.5)$$

де  $m$  – маса речовини, яка переноситься внаслідок дифузії крізь площину  $S$  поперечного перерізу за час  $t$ ;  $\frac{d\rho}{dx}$  – градієнт густини;  $D$  – коефіцієнт дифузії.

Для ідеального газу:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle. \quad (2.3.6)$$

Закон теплопровідності Фур'є:

$$Q = -K \frac{dT}{dx} St, \quad (2.3.7)$$

де  $Q$  – теплота, яка переноситься внаслідок теплопровідності через площину поперечного перерізу  $S$  за час  $t$ ;  $\frac{dT}{dx}$  – градієнт температури;  $K$  – коефіцієнт теплопровідності.

Для ідеального газу

$$K = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle c_V \rho, \quad (2.3.8)$$

де  $c_V$  – питома теплоємність газу при незмінному об'ємі;  $\rho$  – густина газу;  $\langle v \rangle$  – середня арифметична швидкість теплового руху його молекул;  $\langle \lambda \rangle$  – середня довжина вільного пробігу молекул.

Закон Ньютона для внутрішнього тертя (в'язкості):

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S, \quad (2.3.9)$$

де  $F$  – сила внутрішнього тертя між сусідніми шарами речовини, що рухаються;  $\frac{dv}{dx}$  – градієнт швидкості;  $\eta$  – динамічна в'язкість.

Для ідеального газу

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho. \quad (2.3.10)$$

**Задачі до теми «Явища перенесення в газах»**

**2.3.1.** Знайти середню кількість всіх зіткнень між молекулами в 1 с, що відбувається в  $V = 1$  см кисню при температурі  $t = 17$  °С і тиску  $p = 666,5$  Па. Ефективний діаметр молекули кисню  $d = 2,9 \cdot 10^{-10}$  м.

**2.3.2.** Знайти середню кількість зіткнень в 1 с молекул вуглекислого газу при температурі  $t = 100$  °С, якщо середня довжина вільного пробігу при цих умовах дорівнює  $\langle \lambda \rangle = 8,7 \cdot 10^{-2}$  см.

**2.3.3.** Знайти середню довжину вільного пробігу атомів в умовах, коли густина  $\rho = 2,1 \cdot 10^{-2}$  кг/м<sup>3</sup>. Ефективний діаметр атому гелію  $d = 0,2$  нм.

**2.3.4.** Знайти середню довжину вільного пробігу молекул повітря при температурі  $t = 17$  °С та нормальному тиску. Ефективний діаметр молекул повітря  $d = 3 \cdot 10^{-10}$  м.

**2.3.5.\*** У скільки разів зменшиться кількість зіткнень в 1 с молекул двохатомного газу, якщо об'єм газу адіабатично збільшити в 2 рази?

**2.3.6.** У скільки разів зміниться маса газу при стаціонарному процесі, якщо абсолютна температура газу зменшиться в 3 рази, а час дифузії збільшиться в 2 рази.

**2.3.7.** Знайти масу азоту, що пройшов внаслідок дифузії крізь площу  $S = 0,01$  м<sup>2</sup> за одиницю часу  $\tau = 10$  с, якщо градієнт густини в напрямі перпендикулярному до площі  $\Delta\rho/\Delta x = 1,26$  кг/м<sup>4</sup>. Температура азоту  $t = 27$  °С. Середня довжина вільного пробігу молекул  $\langle \lambda \rangle = 10$  мкм.

**2.3.8.** Знайти коефіцієнт дифузії водню при нормальних умовах, якщо середня довжина вільного пробігу молекул при цих умовах  $\langle \lambda \rangle = 0,16$  мкм.

**2.3.9.** За якого тиску відношення внутрішнього тертя деякого газу до коефіцієнта його дифузії рівна  $\eta/D = 0,3$  кг/м<sup>3</sup>, а середня квадратична швидкість його  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 632$  м/с.

**2.3.10.** Знайти середню довжину вільного пробігу молекул гелію при температурі  $t = 0$  °С і тиску  $p = 760$  мм. рт. ст., якщо при цих умовах коефіцієнт внутрішнього тертя для нього дорівнює  $\eta = 1,3 \cdot 10^{-4}$  Па·с

**2.3.11.** Коефіцієнт дифузії і внутрішнього тертя кисню дорівнюють відповідно  $D = 1,22 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$  та  $\eta = 19,5 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$ . Знайти при цих умовах: 1) густину кисню; 2) середню довжину вільного пробігу його молекул; 3) середню арифметичну швидкість його молекул.

**2.3.12.** Літак летить зі швидкістю  $v = 360 \text{ км/с}$ . Шар повітря біля крила літака, що втягується внаслідок в'язкості  $\Delta x = 4 \text{ см}$ . Знайти дотичну силу, що діє на кожен квадратний метр поверхні крила. Діаметр молекули повітря вважати рівним  $d = 0,3 \text{ нм}$ . Температура повітря  $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ .

**2.3.13.** Знайти коефіцієнт теплопровідності водню, якщо відомо, що коефіцієнт внутрішнього тертя для нього при цих умовах дорівнює  $\eta = 8,6 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$ .

**2.3.14.** Знайти коефіцієнт теплопровідності повітря при температурі  $t = 10 \text{ }^\circ\text{C}$  і тиску  $p = 0,1 \text{ МПа}$ . Діаметр молекули повітря  $d = 0,3 \text{ нм}$ .

**2.3.15.** У посудині об'ємом  $V = 2 \text{ л}$  знаходиться  $N = 4 \cdot 10^{22}$  молекул двохатомного газу. Коефіцієнт теплопровідності  $K = 0,014 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$ . Знайти коефіцієнт дифузії  $D$  при цих умовах.

**2.3.16.** Вуглекислий газ та азот знаходяться при однаковій температурі та тиску. Знайти для цих газів відношення: 1) коефіцієнтів дифузії; 2) коефіцієнтів внутрішнього тертя; 3) коефіцієнт теплопровідності. Діаметр молекул цих газів вважати однаковими.

**2.3.17\*.** Яка кількість теплоти втрачається щогодини через вікно за рахунок теплопровідності повітря, що знаходиться між рамами  $x = 30 \text{ см}$ . Температура приміщення  $t_1 = 18 \text{ }^\circ\text{C}$ , температура зовнішнього простору  $t_2 = -20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Діаметр молекули повітря  $d = 0,3 \text{ нм}$ , температуру повітря між рамами вважати рівною середньому арифметичному температур приміщення та зовнішнього простору. Тиск дорівнює  $p = 760 \text{ мм. рт. ст.}$

**2.3.18.\*** Між двома рівними пластинами, що знаходяться на відстані  $1 \text{ мм}$  одна від одної, знаходиться повітря. Між пластинами підтримується різниця температур  $\Delta T = 1 \text{ К}$ . Площа кожної пластини  $S = 100 \text{ см}^2$ . Яка кількість теплоти передається за рахунок теплопровідності від однієї пластини до іншої за  $10 \text{ хв}$ ? Вважати, що повітря знаходиться при нормальних умовах. Діаметр молекули повітря  $d = 0,3 \text{ нм}$ .

## 2.4. Основи термодинаміки

Термодинаміка є розділом загальної фізики, в якій розв'язуються завдання, що стосуються вивчення термодинамічних властивостей газів, пари, рідини та твердих тіл, фазової рівноваги і фазових перетворень. Класична термодинаміка розглядає лише рівноважні термодинамічні системи і базується на трьох фундаментальних законах.

Перший закон термодинаміки:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A, \quad (2.4.1)$$

де  $\Delta Q$  – кількість теплоти, яка передана системі;  $\Delta U = U_2 - U_1$  приріст її внутрішньої енергії;  $\Delta A$  – робота, яка виконана системою над зовнішніми тілами.

Кількість теплоти, що передається системі

$$\Delta Q = mc\Delta T, \quad (2.4.2)$$

де  $m$  – маса газу;  $c$  – питома теплоємність.

Зв'язок між молярною  $C$  і питомою  $c$  теплоємностями газу

$$C = cM. \quad (2.4.3)$$

Молярна теплоємність газу при незмінному об'ємі і незмінному тиску:

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_p = \frac{i+2}{2}R, \quad (2.4.4)$$

де  $i$  – кількість ступенів свободи молекули.

Рівняння Майера

$$C_p = C_V + R. \quad (2.4.5)$$

Приріст внутрішньої енергії ідеального газу:

$$\Delta U = \frac{m}{M}C_V\Delta T$$

або

$$\Delta U = \nu \frac{i}{2}R\Delta T, \quad (2.4.6)$$

де  $\nu = \frac{m}{M}$ .



Елементарна робота при термодинамічних процесах:

$$dA = p dV . \quad (2.4.7)$$

Повна робота при зміні об'єму газу:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV , \quad (2.4.8)$$

де  $V_1$  і  $V_2$  – відповідно початковий і кінцевий об'єми газу.

Робота газу:

1) при ізобарному процесі

$$A = p(V_2 - V_1)$$

або

$$A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1); \quad (2.4.9)$$

2) при ізотермічному процесі

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

або

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2} . \quad (2.4.10)$$

Тиск газу і його об'єм зв'язані при адіабатичному процесі рівнянням Пуассона

$$pV^\gamma = \text{const} , \quad (2.4.11)$$

тобто

$$\frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma , \quad (2.4.12)$$

де

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} . \quad (2.4.13)$$

Рівняння Пуассона може бути записано також у вигляді:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} , \quad (2.4.14)$$

тобто

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \quad (2.4.15)$$

або

$$Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}, \quad (2.4.16)$$

тобто

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}. \quad (2.4.17)$$

Робота, яка здійснюється при адіабатичному процесі, може бути знайдена відповідно до формули

$$A = \frac{RT_1}{\gamma-1} \frac{m}{M} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{RT_1}{\gamma-1} \frac{m}{M} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{p_1 V_1 (T_1 - T_2)}{(\gamma-1)T_1}, \quad (2.4.18)$$

де  $p_1$  та  $V_1$  – тиск і об'єм газу при температурі  $T_1$ .

Рівняння політропного процесу має вигляд

$$pV^n = \text{const} \quad (2.4.19)$$

або

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n, \quad (2.4.20)$$

де  $n$  – показник політропи ( $1 < n < \gamma$ ).

Термічний коефіцієнт корисної дії (ККД) для кругового процесу (циклу)

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \quad (2.4.21)$$

де  $Q_1$  – кількість теплоти переданої системі;  $Q_2$  – кількість теплоти відданої системою;  $A$  – робота, яка виконується за цикл.

Термічний коефіцієнт корисної дії циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (2.4.22)$$

де  $T_1$  і  $T_2$  – термодинамічна температура відповідно нагрівача і холодильника.

Елементарна зміна ентропії при оборотному процесі

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \quad (2.4.23)$$

Зміна ентропії при рівноважному переході системи із стану 1 в стан 2:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T}. \quad (2.4.24)$$

Зв'язок між ентропією  $S$  та термодинамічною ймовірністю  $\omega$  реалізації стану має вигляд:

$$S = k \ln \omega. \quad (2.4.25)$$

Другий закон термодинаміки  $dS \geq 0$ .

### **Задачі до теми «Основи термодинаміки»**

**2.4.1.** Двохатомний газ, маса якого  $m = 1$  кг, знаходиться під тиском  $P = 80$  кПа і має густину  $\rho = 4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ . Визначити енергію теплового руху молекул.

**2.4.2.** Чому дорівнює енергія теплового руху кисню, маса якого  $m = 20$  г, при температурі  $t = 10$  °С? Яка частина цієї енергії припадає на долю поступального руху і яка частина на долю обертального руху?

**2.4.3.** Кінетична енергія поступного руху молекул азоту, який знаходиться в балоні, об'єм якого  $V = 0,02$  м<sup>3</sup>, дорівнює  $W_k = 5$  кДж. Середня квадратична швидкість його молекул дорівнює  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Визначити: 1) масу азоту в балоні; 2) тиск, під яким знаходиться газ.

**2.4.4.** Яка кількість молекул двоатомного газу займає об'єм  $V = 40$  см<sup>3</sup> при температурі  $t = 27$  °С і тиску  $P = 10$  мм. рт. ст.? Визначити енергію теплового руху молекул цього газу.

**2.4.5.** Чому дорівнюють питомі теплоємності  $C_V$  і  $C_P$  деякого двоатомного газу, який має густину при нормальних умовах  $\rho = 1,43 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

**2.4.6.** Визначити питомі теплоємності  $C_V$  і  $C_P$  деякого газу, якщо відомо, що молярна маса цього газу дорівнює  $M = 0,03$  кг/моль і відношення  $C_P/C_V = 1,4$ .

**2.4.7.** У закритій посудині, об'єм якої  $V = 10$  л, знаходиться повітря під тиском  $P = 0,1$  МПа. Яку кількість теплоти треба передати повітрю для того, щоб підвищити тиск у посудині в  $n = 5$  разів?

**2.4.8.** Азот, маса якого  $m = 10$  г, знаходиться в закритій посудині при температурі  $t_1 = 7$  °С. 1) Яку кількість теплоти треба передати азоту для того, щоб підвищити середню квадратичну швидкість його молекул вдвічі? 2) У скільки разів зміниться в цьому випадку тиск газу на стінки посудини? 3) У скільки разів зміниться температура газу?

**2.4.9.** Для нагрівання деякої маси газу на  $\Delta T_1 = 50K$  при постійному тиску необхідно витратити  $Q_1 = 670$  Дж. А коли цю масу газу охолодити на  $\Delta T_2 = 100K$  при постійному об'ємі, то виділяється  $Q_2 = 1005$  Дж. Яку кількість ступенів свободи мають молекули цього газу?

**2.4.10.** Гелій знаходиться в закритій посудині, об'єм якої  $V = 2$  л, при температурі  $t_1 = 20$  °С і тиску  $P_1 = 0,1$  МПа. 1) Яку кількість теплоти треба передати гелію для того, щоб підвищити його температуру на  $\Delta t = 100$ °С? 2) Яка буде середня квадратична швидкість його молекул після підвищення температури? 3) Який установиться тиск? 4) Яка буде густина гелію? Яка буде енергія теплового руху його молекул?

**2.4.11.** Газоподібний водень, який знаходиться при нормальних умовах в закритій посудині, об'єм якої  $V = 5$  л, охолодили на  $\Delta T = 55K$ . Визначити приріст внутрішньої енергії газу і кількість теплоти, яку віддав газ.

**2.4.12.** У закритій посудині, об'єм якої  $V = 2$  л, знаходиться азот, маса якого  $m = 12$  г, при температурі  $t_1 = 10$  °С. Після нагрівання тиск у посудині дорівнює  $P_2 = 10^4$  мм. рт. ст. Яку кількість теплоти було передано газу при нагріванні?

**2.4.13.** У закритій посудині знаходиться азот, маса якого  $m = 14$  г, тиск  $P_1 = 10^5$  Па і температура  $t_1 = 27$  °С. Після нагрівання тиск у посудині підвищився в  $n = 5$  разів. Визначити: 1) температуру газу після нагрівання; 2) об'єм посудини; 3) яку кількість теплоти передано газу?

**2.4.14.** Яку кількість теплоти необхідно передати азоту при ізобаричному нагріванні для того, щоб газ виконав роботу  $A = 2$  Дж?

**2.4.15.** Один моль деякого ідеального газу ізобарично нагріли на  $\Delta T = 72\text{ K}$  передавши йому кількість теплоти  $Q = 1,6\text{ кДж}$ . Визначити, яку роботу виконав газ, приріст його внутрішньої енергії і величину  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ .

**2.4.16.** У посудині знаходиться гелій, який ізобарно розширюється. При цьому йому передано кількість теплоти  $Q = 15\text{ кДж}$ . Визначити приріст його внутрішньої енергії. Яка робота розширювання?

**2.4.17.** У циліндрі знаходиться водень, маса якого  $m_1 = 0,15\text{ кг}$ . Циліндр закритий поршнем, на якому лежить тягар, маса якого  $m_2 = 74\text{ кг}$ . Яку кількість теплоти треба підвести для того, щоб тягар піднявся на  $\Delta h = 0,6\text{ м}$ ? Процес ізобарний. Зовнішнім тиском знехтувати.

**2.4.18.** У циліндричній посудині, діаметр якої  $d = 28\text{ см}$ , під тягарцем знаходиться азот, маса якого  $m = 20\text{ г}$ . Температура газу  $t_1 = 17\text{ }^\circ\text{C}$ . Яку роботу виконав газ, коли його нагріли до температури  $t_2 = 250\text{ }^\circ\text{C}$ ? Яку кількість теплоти треба передати газу? На скільки підніметься тягар? Процес ізобарний. Зовнішнім тиском знехтувати.

**2.4.19.** У посудині під поршнем знаходиться азот, маса якого  $m = 1\text{ г}$ .  
1) Яку кількість теплоти треба передати азоту для того, щоб нагріти його на  $\Delta t = 10\text{ }^\circ\text{C}$ ? 2) На скільки підніметься поршень? Маса поршня  $m_1 = 1\text{ кг}$ , площа перерізу  $S = 10\text{ см}^2$ . Тиск над поршнем  $P = 10^5\text{ Па}$ .

**2.4.20.** У посудині під поршнем знаходиться гримучий газ. Визначити, яка кількість теплоти виділяється при вибуху гримучого газу, якщо внутрішня енергія газу зменшилась на  $\Delta U = 336\text{ Дж}$  і поршень піднявся на  $h = 20\text{ см}$ . Маса поршня  $m = 2\text{ кг}$ , площа перерізу  $S = 10\text{ см}^2$ . Над поршнем знаходиться повітря при нормальних умовах.

**2.4.21.** Водень, маса якого  $m = 6,5\text{ г}$ , знаходиться при температурі  $t_1 = 27\text{ }^\circ\text{C}$  і розширюється вдвічі при передачі йому теплоти,  $P = \text{const}$ . Визначити: 1) роботу розширення; 2) зміну внутрішньої енергії газу; 3) кількість теплоти, яку треба передати газу.

**2.4.22.** Азот, об'єм якого  $V = 2\text{ л}$ , знаходиться під тиском  $P = 10^5\text{ Па}$ . Яку кількість теплоти треба передати азоту для того, щоб: 1) при  $P = \text{const}$  об'єм збільшився вдвічі; 2) при  $V = \text{const}$  тиск збільшився вдвічі.

**2.4.23.** Кисень, маса якого  $m = 10\text{ г}$ , знаходиться під тиском  $P = 3 \cdot 10^5\text{ Па}$  при температурі  $t_1 = 10\text{ }^\circ\text{C}$ . Після нагрівання при сталому тиску газ зайняв об'єм  $V_2 = 10\text{ л}$ . Визначити: 1) кількість теплоти, яку пере-

дано газу; 2) зміну внутрішньої енергії газу; 3) роботу, яку виконав газ при розширенні.

**2.4.24.\*** Два моля ідеального газу при температурі  $T_0 = 330$  К охолодили ізохорично, внаслідок чого його тиск зменшився в  $n = 2$  рази. Потім газ ізобарично розширили так, що в кінцевому стані його температура стала дорівнювати початковій. Визначити кількість теплоти, яку передано газу в цьому процесі.

**2.4.25.** Робота ізотермічного розширення деякого газу, маса якого  $m = 10$  г, від об'єму  $V_1$  до об'єму  $V_2 = 2V_1$ , дорівнює  $A = 575$  Дж. Визначити середню квадратичну швидкість молекул газу.

**2.4.26.** Гелій, об'єм якого  $V_1 = 1$  л, знаходиться при нормальних умовах, ізотермічно розширюється при передачі йому тепла до об'єму  $V_2 = 2$  л. Визначити: 1) роботу, яку виконає газ при розширенні; 2) кількість теплоти, яку передано газу.

**2.4.27.\*** Три моля ідеального газу, який знаходиться при температурі  $T_0 = 273$  К, ізотермічно розширили в  $n = 5$  разів і потім ізохорично нагріли так, що в кінцевому стані його тиск став дорівнювати початковому. За весь процес газу передали кількість теплоти  $Q = 80$  кДж. Визначити величину

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

**2.4.28.** Азот, маса якого  $m = 28$  г, знаходиться при температурі  $t_1 = 40$  °С і тиску  $P_1 = 750$  мм. рт. ст. Визначити температуру і тиск азоту після стиснення до об'єму  $V_2 = 13$  л, коли: 1) стиснення ізотермічне; 2) стиснення адіабатичне. Визначити роботу стискання в кожному із цих випадків.

**2.4.29.\*** Двохатомний газ займає об'єм  $V_1 = 0,5$  л при тиску  $P_1 = 0,5 \cdot 10^5$  Па. Газ стискають адіабатично до об'єму  $V_2$  і тиску  $P_2$ , а потім при сталому об'ємі  $V_2$  газ охолодили до початкової температури, а тиск став дорівнювати  $P_0 = 1$  атм. 1) Накреслити графік цього процесу; 2) Визначити об'єм  $V_2$  і тиск  $P_2$ .

**2.4.30.** Газ розширюється адіабатично так, що його тиск змінюється від  $P_1 = 2 \cdot 10^5$  Па до  $P_2 = 1 \cdot 10^5$  Па. Після нагрівання при сталому об'ємі до початкової температури, його тиск зростає до  $P_2 = 1,22 \cdot 10^5$  Па.

1) Визначити відношення  $\frac{C_P}{C_V}$  для цього газу; 2) Накреслити графік цього процесу.

**2.4.31.** Деяку масу азоту стискають у  $n = 5$  разів (по об'єму) один раз адіабатично, другий раз – ізотермічно. Початковий стан газу в обох випадках однаковий. Визначити відношення відповідних робіт, затрачених на стискування.

**2.4.32.\*** У посудині під поршнем знаходиться газ при нормальних умовах. Відстань між дном посудини і дном поршня  $h = 25$  см. Коли на поршень поклали тягар, маса якого  $m = 20$  кг, поршень опустився на  $h_1 = 13,4$  см. Визначити для даного газу відношення  $\frac{C_P}{C_V}$ , якщо процес вважати адіабатичним. Площа перерізу поршня  $S = 10$  см<sup>2</sup>; вагою поршня знехтувати.

**2.4.33.** Ідеальна теплова машина, яка працює по циклу Карно, одержує за кожен цикл від нагрівача  $Q_1 = 2514$  Дж тепла. Температура нагрівача  $T_1 = 400$  К, температура холодильника  $T_2 = 300$  К. Визначити роботу, яку виконує машина за один цикл і кількість теплоти, яку машина віддає холодильнику за один цикл.

**2.4.34.** Ідеальна теплова машина працює по циклу Карно. Визначити ККД циклу, якщо за один цикл була проведена робота  $A = 2940$  Дж і холодильнику було передано  $Q = 13408$  Дж тепла.

**2.4.35.** Ідеальна теплова машина працює по циклу Карно. Кількість теплоти, яку машина одержує від нагрівача,  $Q = 6285$  Дж, і 80 % тепла передає холодильнику. Визначити: 1) ККД циклу; 2) роботу, яку виконала машина за один цикл.

**2.4.36.** Ідеальна теплова машина працює по зворотному циклу Карно. За один цикл машина виконала роботу  $A = 3,7 \cdot 10^4$  Дж. Машина забирає тепло від тіла з температурою  $t_2 = -10$  °С і передає тепло тілу з температурою  $t_1 = 17$  °С. Визначити: 1) ККД циклу; 2) кількість теплоти, яка відібрана у холодильного тіла за один цикл; 3) кількість теплоти, яку машина передає гарячому тілу за один цикл.

**2.4.37.** Ідеальна теплова машина працює по зворотному циклу Карно. Машина передає тепло від холодильника з водою при температурі  $t_1 = 0$  °С кип'ятильнику з водою при температурі  $t_2 = 100$  °С. Яку кількість води тре-

ба заморозити в холодильнику для того, щоб перетворювати в пару воду в кип'ятильнику, маса якої  $m_1 = 1$  кг.

**2.4.38.** Парова машина потужністю  $N = 14,7$  кВт споживає за 1 год роботи вугілля масою  $m = 8,1$  кг, теплотворність якого  $q = 3,3 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ . Температура котла  $t_1 = 200^\circ\text{C}$ . Температура холодильника  $t_2 = 58^\circ\text{C}$ . Визначити ККД машини і порівняти з ККД ідеальної теплової машини, яка працює по циклу Карно в межах тих самих температур.

**2.4.39.\*** Визначити ККД циклу, який складається із двох ізобар і двох ізотерм, якщо в межах циклу тиск змінюється в  $n$  разів, а абсолютна температура в  $\tau$  разів. Робочою речовиною є ідеальний газ з показником адіабати  $\gamma$ .

**2.4.40.\*** Визначити ККД циклу, який складається із двох ізохор і двох адіабат, якщо в межах циклу об'єм ідеального газу змінюється в  $n = 10$  разів. Робочою речовиною є азот.

**2.4.41.\*** Визначити ККД циклу, який складається із двох ізобар і двох адіабат, якщо в межах циклу тиск змінюється в  $n$  разів. Робочою речовиною є ідеальний газ з показником адіабати  $\gamma$ .

**2.4.42.\*** Ідеальний газ здійснює цикл, який складається із: ізобари, адіабати, ізотерми. Ізотермічний процес відбувається при мінімальній температурі циклу. Визначити ККД циклу, якщо абсолютна температура в його межах змінюється в  $n$  разів.

**2.4.43.\*** Ідеальний газ здійснює цикл, який складається із ізохори, адіабати і ізотерми. Ізотермічний процес відбувається при максимальній температурі циклу. Визначити ККД циклу, якщо абсолютна температура в його межах змінюється у  $n$  разів.

**2.4.44.** Водень здійснює цикл Карно. Визначити ККД циклу, якщо при адіабатичному розширюванні: а) об'єм газу збільшується в  $n = 2$  разів; б) тиск зменшується в  $n = 2$  разів.

**2.4.45.** Внаслідок ізотермічного розширювання об'єм кисню, маса якого  $m = 8$  г, збільшується удвічі. Визначити зміну ентропії газу.

**2.4.46.** При температурі  $T_1 = 250$  К і тиску  $P = 1,013 \cdot 10^5$  Па двохатомний газ займає об'єм  $V = 80$  л. Визначити зміну ентропії газу, якщо тиск збільшується вдвічі, а температура підвищується до  $T_2 = 300$  К.

**2.4.47.** Лід, маса якого  $m = 2$  кг, знаходиться при температурі  $t = -10^\circ\text{C}$ . Його нагріли і перетворили в пару. Визначити зміну ентропії.



**2.4.48.** Азот, маса якого  $m = 28$  г, адіабатно розширюється в  $n = 2$  разів, а потім ізобарно стискається до початкового об'єму. Визначити, яка зміна ентропії газу відбудеться в цьому випадку.

**2.4.49.** Ідеальний газ ( $\nu = 2$  моль) спочатку ізобарно нагріли так, що об'єм його збільшився вдвічі, а потім ізохорно охолодили так, що тиск його зменшився вдвічі. Визначити приріст ентропії в цьому випадку.

**2.4.50.** При нагріванні двохатомного ідеального газу ( $\nu = 2$  моль) його термодинамічна температура збільшилась вдвічі. Визначити зміну ентропії, якщо нагрівання відбувається: 1) ізохорно; 2) ізобарно.

## 2.5. Фазові рівноваги і фазові перетворення

Рівняння стану реальних газів (рівняння Ван-дер-Ваальса) для одного моля речовини має вигляд

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT, \quad (2.5.1)$$

де  $V_m$  – молярний об'єм;  $a$  і  $b$  – сталі (поправки) Ван-дер-Ваальса, різні для різних газів.

Рівняння Ван-дер-Ваальса для довільної маси газу:

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{\nu} - b\right) = RT,$$

або

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT,$$

$$(p + p_i)(V - \nu b) = \nu RT, \quad (2.5.2)$$

де  $\nu = m/M$  – кількість речовини.

Тиск, обумовлений силами взаємодії молекул (внутрішній тиск  $p_i$ ):

$$\frac{\nu^2 a}{V^2} = \frac{a}{V_m^2} = p_i. \quad (2.5.3)$$

Власний об'єм  $V_i$ , зв'язаний з поправкою  $b$  рівнянням

$$\frac{m}{M} b = 4V_i. \quad (2.5.4)$$

Внутрішня енергія реального газу

$$U = \frac{m}{M} \left( C_V T - \frac{a}{V_m} \right), \quad (2.5.5)$$

де  $C_V$  – молярна теплоємність газу при незмінному об'ємі.

Критичні параметри – об'єм  $V_{mk}$ , тиск  $p_k$  і температура  $T_k$  – зв'язані зі сталими  $a$  і  $b$  Ван-дер-Ваальса співвідношеннями:

$$V_{mk} = 3b, \quad p_k = \frac{a}{27b^2}, \quad T_k = \frac{8a}{27Rb}. \quad (2.5.6)$$

Ці рівняння відносно сталих (поправок)  $a$  і  $b$ :

$$a = \frac{27T_k^2 R^2}{64p_k}, \quad b = \frac{T_k R}{8p_k}. \quad (2.5.7)$$

Якщо надати зведені величини

$$\tau = \frac{T}{T_k}, \quad \pi = \frac{P}{P_k}, \quad \omega = \frac{V_m}{V_{mk}}, \quad (2.5.8)$$

то рівняння Ван-дер-Ваальса набуває вигляду (для одного моля)

$$\left( \pi + \frac{3}{\omega^2} \right) (3\omega - 1) = 8\tau. \quad (2.5.9)$$

Коефіцієнт поверхневого натягу

$$\sigma = \frac{F}{l}$$

або

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta S}, \quad (2.5.10)$$

де  $F$  – сила поверхневого натягу, яка діє на контур  $l$ , обмежуючий поверхню рідини;  $\Delta W$  – поверхнева енергія;  $\Delta S$  – площа поверхні плівки.

Формула Лапласа для визначення надлишкового тиску для поверхні рідини довільної кривизни,

$$\Delta p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (2.5.11)$$

де  $R_1$  і  $R_2$  – радіуси кривизни двох взаємно перпендикулярних нормальних перерізів поверхні рідини. У випадку сферичної поверхні

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}. \quad (2.5.12)$$

Висота підняття рідини в капілярній трубці

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r}, \quad (2.5.13)$$

де  $\theta$  – краєвий (граничний) кут змочування;  $r$  – радіус капіляра;  $\rho$  – густина рідини;  $g$  – прискорення вільного падіння.

Рівняння Клаузіуса – Клапейрона для визначення зміни температури  $\Delta T$  фазового переходу

$$\Delta T = T \frac{(V_2 - V_1)}{L} \Delta p, \quad (2.5.14)$$

де  $L$  – питома теплота фазового переходу;  $(V_2 - V_1)$  – змінювання питомого об'єму речовини при переході його з першої фази в другу;  $T$  – температура переходу (процес ізотермічний).

### **Задачі до теми «Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Вальса»**

**2.5.1.** Кисень ( $\nu = 10$  моль) знаходиться в посудині об'ємом  $V = 5$  л. Визначити: 1) внутрішній тиск газу; 2) власний об'єм молекул. Поправки  $a$  й  $b$  прийняти рівними відповідно  $0,136 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$  і  $3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

**2.5.2.** Вуглекислий газ масою  $m = 6,6$  кг при тиску  $p = 0,1$  МПа займає об'єм  $V = 3,75 \text{ м}^3$ . Визначити температуру газу, якщо: 1) газ реальний; 2) газ ідеальний. Поправки  $a$  й  $b$  прийняти рівними відповідно  $0,361 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$  й  $4,28 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

**2.5.3.** Густина азоту  $\rho = 140 \text{ кг/м}^3$ , його тиск  $p = 10$  МПа. Визначити температуру газу, якщо: 1) газ реальний; 2) газ ідеальний. Поправки  $a$  й  $b$  прийняти рівними відповідно  $0,135 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$  й  $3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

**2.5.4.** Кисень, маса якого  $m = 100$  г, розширюється від об'єму  $V_1 = 5$  л до об'єму  $V_2 = 10$  л. Визначити роботу міжмолекулярних сил притягіння при цьому розширенні. Поправку  $a$  прийміть рівною  $0,136 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$ .

**2.5.5.** Вуглекислий газ, маса якого 88 г займає при температурі  $T = 290$  К об'єм  $V = 1000$  см<sup>3</sup>. Визначити внутрішню енергію газу, якщо: 1) газ ідеальний; 2) газ реальний. Поправку  $a$  прийміть рівною  $0,361 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$ .

**2.5.6.** Визначити значення критичної температури й критичного тиску аргону. Поправки  $a$  й  $b$  прийняти рівними відповідно  $0,136 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$  й  $3,22 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

**2.5.7.** Яку температуру має 2 г азоту, який займає об'єм 820 см<sup>3</sup> при тиску в  $2,02 \cdot 10^5$  Па? Вважати газ, як: 1) ідеальний; 2) реальний.

**2.5.8.** Знайти ефективний діаметр молекули кисню. Вважати, що критичні величини  $T_k$ ,  $p_k$  для кисню відомі.

**2.5.9.** Яку силу треба прикласти до горизонтального алюмінієвого кільця висотою  $h = 10$  мм, внутрішнім діаметром  $d_1 = 50$  мм і зовнішнім діаметром  $d_2 = 52$  мм, щоб відірвати його від поверхні води? Коефіцієнт поверхневого натягу дорівнює 73 мН/м, густина алюмінію  $\rho = 2,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

### **Задачі до теми «Поверхневий натяг. Капілярність»**

**2.5.10.** Рамка  $ABCD$  з рухливою поперечиною  $KL$  зтягнута мильною плівкою (рис. 8). Знайти: 1) діаметр мідної поперечини  $KL$ , якщо вона перебуває в рівновазі; 2) довжину поперечини  $l$ , якщо відомо, що при переміщенні поперечини на 1 см здійснюється робота  $A = 4,5 \cdot 10^{-5}$  Дж (процес вважати ізотермічним). Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води прийняти рівним  $\sigma = 0,045$  Н/м.

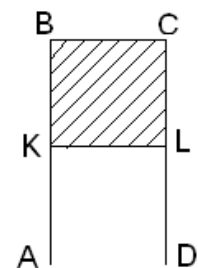


Рисунок 8

**2.5.11.** При визначенні сили поверхневого натягу краплинним методом, кількість крапель гліцерину, що випливає з капіляра, становить  $n = 50$ . Загальна маса гліцерину  $m = 1$  г, а діаметр шийки краплі в момент відриву  $d = 1$  мм. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу гліцерину.

**2.5.12.** Знайти додатковий тиск у середині мильного пузиря діаметром  $d = 10$  см. Яку роботу потрібно зробити, щоб видути цей пузир? Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води  $\sigma = 40$  мН/м.

**2.5.13.** Дві краплі води радіусом  $r = 1$  мм кожна злилися в одну велику краплю. Вважаючи процес ізотермічним, визначте зменшення поверхневої енергії при цьому злитті, якщо коефіцієнт поверхневого натягу води  $\sigma = 73$  мН/м.

**2.5.14.** Вертикальний скляний капіляр занурений у воду. Визначити радіус кривизни меніска, якщо висота стовпця води в трубці  $h = 20$  мм. Коефіцієнт поверхневого натягу води дорівнює  $\sigma = 73$  мНм, її густина  $\rho = 1\text{г/см}^3$ .

**2.5.15.** Капіляр, внутрішній радіус якого  $r = 0,5$  мм, опущений у рідину. Визначити масу рідини, що здійнялася в капілярі, якщо її поверхневий натяг  $\sigma = 60$  мН/м.

**2.5.16.** Два мильних пузирі радіусами 8 і 4 см видуті на різних кінцях однієї і тієї ж трубки. Визначити: 1) який пузир буде збільшуватися і який зменшуватися, якщо їх залишити у спокої; 2) на скільки зміниться радіус малого пузиря, якщо радіус більшого змінюється на 0,2 см.

**2.5.17.** Як зміниться висота підняття спирту між двома пластинками, зануреними у спирт, якщо відстань між ними зменшиться з 1 мм до 0,5 мм. Змочування пластинок вважати повним.

**2.5.18.** Змінювання ентропії при плавленні одного моля льоду дорівнює 22,2 Дж/К. Знайти на скільки змінюється температура плавлення льоду при збільшенні зовнішнього тиску на  $10^5$  Па.

### ***Задачі до теми «Фазові перетворення»***

**2.5.19.** Температура плавлення олова при тиску 100 кПа дорівнює  $231,9$  °С, а при тиску в 10 МПа вона дорівнює  $232,2$  °С, густина рідкого олова  $7,0 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, твердого –  $7,2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Знайти збільшення ентропії при плавленні 1 моля олова.

**2.5.20.** Температура плавлення заліза змінюється на 0,012 К при зміні тиску на 98 кПа. Знайти на скільки змінюється при цьому об'єм одного кмоля заліза при плавленні.

**Відповіді на задачі до розділу «Молекулярна фізика і термодинаміка»**

**2.1.1.**  $\Delta m = 7,5$  кг.    **2.1.2.**  $m = 0,03$  кг.    **2.1.3.**  $\Delta p = 1,33$  Па.

**2.1.4.**  $p = 375$  мм.рт. ст.    **2.1.5.\***  $p = \frac{1}{2} \left( \frac{p_1 T_2}{T_1} - \Delta p \right) = 0,1$  атм.

**2.1.6.\*.**  $T = \eta \cdot (\eta^2 - 1) / (\eta^2 - 1) = 42$  КК.    **2.1.7.**  $\rho = 1,98$  кг/м<sup>3</sup>.

**2.1.8.**  $T_2 = 1400$  К.    **2.1.9.**  $M = 4,6 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $V = 11,7 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>.

**2.1.10.**  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\left(1 - \frac{a}{M_2}\right)}{\left(\frac{a}{M_1} - 1\right)} = 0,5$ , де  $a = \frac{mRT}{pV}$ .    **2.1.11.**  $n = 7,5 \cdot 10^{25}$  м<sup>-3</sup>.

**2.1.12.**  $n = 4,2 \cdot 10^{18}$  см<sup>3</sup>.    **2.1.13.**  $p = 5 \cdot 10^3$  Па.    **2.1.14.**  $\langle v_{\text{кб}} \rangle = 230$  м/с,

$N = 1,9 \cdot 10^{23}$ ,  $\rho = 5$  кг/м<sup>3</sup>.    **2.1.15.**  $\langle v_{\text{кб}} \rangle = 1900$  м/с,  $M = 0,02$  кг/моль,

**2.1.16.**  $N = 1,88 \cdot 10^{22}$ .    **2.1.17.** у 1,07 разів,  $\langle W_k \rangle = 1,6 \cdot 10^6$  Дж.

**2.1.18.**  $\langle W_1 \rangle = 0,83 \cdot 10^{-20}$  Дж;  $\langle W_2 \rangle = 1,66 \cdot 10^{-20}$  Дж;  $\langle W_3 \rangle = 10$  МДж.

**2.1.19.**  $p = 1,42 \cdot 10^5$  Па. **2.1.20.**  $\rho_1 = 1,6 \cdot 10^{-6}$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_2 = 2,66 \cdot 10^{-6}$  кг/м<sup>3</sup>;

$p = 2,21$  Па.    **2.2.1.**  $\langle v_{\text{кб}} \rangle = 628$  м/с;  $\langle v \rangle = 579$  м/с;  $v_{\text{ймов}} = 513$  м/с. **2.2.2.**

$T = 381$  К. **2.2.3.**  $\frac{\Delta N}{N} = 0,004 = 0,4\%$ .    **2.2.4.**  $5,5 \cdot 10^3 \%$ .

**2.2.5.** 1) 3,4 %; 2) 2,2 %. **2.2.6.**  $p = 67,8$  кПа.    **2.2.7.**  $h = 2,3$  км.

**2.3.1.**  $\langle z \rangle = 2,27 \cdot 10^{24}$  с<sup>-1</sup>.    **2.3.2.**  $\langle z \rangle = 4,9 \cdot 10^5$  с<sup>-1</sup>.    **2.3.3.**  $\langle \lambda \rangle = 1,8$  мкм.

**2.3.4.**  $\langle \lambda \rangle = 10^{-7}$  м.    **2.3.5.** у 2,3 рази.    **2.3.6.**  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3} \sqrt{3}$ .

**2.3.7.**  $m = -2$  мг.    **2.3.8.**  $D = 0,91 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с.    **2.3.9.**  $p = 39,9$  кПа.

**2.3.10.**  $\langle \lambda \rangle = 184$  нм.    **2.3.11.** 1)  $\rho = 1,6$  кг/м<sup>3</sup>; 2)  $\langle \lambda \rangle = 83,5$  нм;

3)  $\langle v \rangle = 440$  м/с.    **2.3.12.**  $F = 45$  мН.    **2.3.13.**  $\kappa = 0,09$  Вт/м·К.

**2.3.14.**  $\kappa = 13,2$  мВт/м·К.    **2.3.15.**  $D = 2 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с.    **2.3.16.** 1)  $D_1/D_2 = 0,8$ ;

2)  $\eta_1/\eta_2 = 1,25$ ; 3)  $\kappa_1/\kappa_2 = 0,96$ .    **2.3.17\***  $Q = 23,9$  кДж.    **2.3.18\***  $Q = 78$  Дж.

**2.4.1.**  $W = \frac{iM_P}{2\rho} = 5 \cdot 10^4$  Дж.    **2.4.2.**  $W = 3,7 \cdot 10^3$  Дж;  $W_{\text{пост}} = 2,2 \cdot 10^3$  Дж;

$W_{\text{вр}} = 1,5 \cdot 10^3$  Дж.    **2.4.3.**  $m = 2,5 \cdot 10^{-3}$  кг,  $P = 1,67 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ .

**2.4.4**  $N = 1,3 \cdot 10^{19}$ ;  $W = 0,133$  Дж.      **2.4.5.**  $C_V = 650 \frac{\text{Дж}}{\text{кгК}}$ ;  $C_P = 910 \frac{\text{Дж}}{\text{кгК}}$ .

**2.4.6.**  $C_V = 693 \frac{\text{Дж}}{\text{кгК}}$ ;  $C_P = 970 \frac{\text{Дж}}{\text{кгК}}$ .      **2.4.7.**  $Q = 10^4$  Дж.

**2.4.8.**  $P_2 = 4P_1$ ,  $Q = 6,25$  кДж;  $T_2 = 4T_1$ ;      **2.4.9.**  $i = 6$ . **2.4.10.**

1)  $Q = 102$  Дж; 2)  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 1,57 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ; 3)  $P_2 = 1,33 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ ;

4)  $\rho_1 = \rho_2 = 0,164 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ; 5)  $W = 4 \cdot 10^2$  Дж.

**2.4.11.**  $\Delta U = -0,25$  кДж;  $Q = -\Delta U$ .

**2.4.12.**  $Q = 4,15 \cdot 10^3$  Дж.      **2.4.13.** 1)  $T_2 = 1500$  К; 2)  $V = 12,4 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>;

3)  $Q = 12,4$  кДж.      **2.4.14.**  $Q = 7$  Дж.      **2.4.15.**  $A = 0,6$  кДж;  $\Delta U = 1$  кДж;

$k = 1,6$ .      **2.4.16.**  $\Delta U = 9$  кДж;  $A = 6$  кДж.      **2.4.17.**  $Q = 1,52$  кДж

**2.4.18.**  $A = 1,38$  кДж;  $Q = 483$  кДж;  $h = 1,9$  м.      **2.4.19.** 1)  $Q = 10,4$  Дж;

2)  $\Delta h = 2,8$  см.      **2.4.20.**  $Q = 360$  Дж.      **2.4.21.** 1)  $A = 8,1 \cdot 10^3$  Дж;

2)  $\Delta U = 20,2 \cdot 10^3$  Дж; 3)  $Q = 28,3 \cdot 10^3$  Дж.      **2.4.22.** 1)  $Q = 700$  Дж;

2)  $Q = 500$  Дж.      **2.4.23.** 1)  $Q = 7,92 \cdot 10^3$  Дж; 2)  $\Delta U = 5660$  Дж;

3)  $A = 2,26 \cdot 10^3$  Дж.      **2.4.24.**  $Q = \nu RT_0(1 - 1/n) = 2,5$  кДж.

**2.4.25.**  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 500$  м/с.      **2.4.26.** 1)  $A = 70$  Дж; 2)  $Q = 70$  Дж.

**2.4.27.**  $k = 1 + (n - 1) / \frac{Q}{\nu RT_0} - \ln n = 1,4$ .

**2.4.28.** 1)  $T_2 = T_1 = 313$  К;  $P_2 = 2 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>;  $A = -1800$  Дж;

2)  $T_2 = 413$  К;  $P_2 = 2,6 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>;  $A = -2080$  Дж.      **2.4.29.**  $V_2 = 0,25$  л;

$P_2 = 1,32$  атм.      **2.4.30.**  $\frac{C_P}{C_V} = 1,4$ .      **2.4.31.** При адиабатичному стисненні

більше в  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{(n^{k-1} - 1)}{(k - 1) \ln n} = 1,4$ .      **2.4.32.**  $\frac{C_P}{C_V} = 1,4$ .      **2.4.33.**  $A = 630$  Дж;

$Q = 1880$  Дж.      **2.4.34.**  $\eta = 18\%$ .      **2.4.35.**  $\eta = 20\%$ ;  $A = 1,26 \cdot 10^3$  Дж.

**2.4.36.** 1)  $\eta = 0,093$ ; 2)  $Q_2 = 360$  кДж; 3)  $Q_1 = 397$  кДж.      **2.4.37.**  $m = 4,94$  кг.

**2.4.38.**  $\eta_1 = 20\%$ ;  $\eta_2 = 30\%$     **2.4.39.**  $\eta = \frac{(\tau - 1) \ln n}{\tau \ln n + (\tau - 1)^{\frac{k}{k-1}}}$ .

**2.4.40.**  $\eta = 1 - n^{1-k} = 60\%$ .    **2.4.41.**  $\eta = 1 - n^{-\left(1 - \frac{1}{k}\right)}$ .    **2.4.42.**  $\eta = 1 - \frac{\ln n}{n-1}$ .

**2.4.43.**  $\eta = 1 - \frac{n-1}{n \ln n}$ .    **2.4.44.** а)  $\eta = 1 - n^{1-k}$ ; б)  $\eta = 1 - n^{\frac{1}{k-1}} = 0,18$ .

**2.4.45.**  $\Delta S = 1,44 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ .    **2.4.46.**  $\Delta S = -1,82 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ .    **2.4.47.**  $\Delta S = 17,3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ .

**2.4.48.**  $\Delta S = -20,2 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ .    **2.4.49.**  $\Delta S = 11,5 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ .    **2.4.50.** 1)  $\Delta S = 28,8 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ ;

2)  $\Delta S = 40,3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ .

**2.5.1.** 1)  $p_i = 544 \text{ кПа}$ ; 2)  $V_i = 79,3 \text{ см}^3$ .    **2.5.2.**  $T_1 = 302 \text{ К}$ ;  $T_2 = 301 \text{ К}$ .

**2.5.3.**  $T_1 = 260 \text{ К}$ ;  $T_2 = 241 \text{ К}$ .    **2.5.4.**  $A = 133 \text{ Дж}$ .    **2.5.5.**  $U_1 = 14,5 \text{ кДж}$ ,  
 $U_2 = 13 \text{ кДж}$ .    **2.5.6.**  $T_k = 151 \text{ К}$ ,  $p_k = 4,86 \text{ МПа}$ .    **2.5.7.**  $T_1 = T_2 = 280 \text{ К}$ .

**2.5.8.**  $\sigma = 2,94 \text{ А}$ .    **2.5.9.**  $F = 64,2 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$ .    **2.5.10.** 1)  $d = 1,2 \text{ мм}$ ,

2)  $l = 5 \text{ см}$ .    **2.5.11.**  $\sigma = 62,5 \text{ мН/м}$ .    **2.5.12.**  $p = 3,2 \text{ Па}$ ,  $A = 2,5 \text{ мДж}$ .

**2.5.13.**  $\Delta W = 378 \text{ мДж}$ .    **2.5.14.**  $R = 744 \text{ мкм}$ .    **2.5.15.**  $m = 1,92 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$ .

**2.5.16.** 1) менший пузир буде зменшуватися, а більший – збільшуватися;

2)  $\Delta r = 0,42 \text{ см}$ .    **2.5.17.**  $\Delta h = 5,61 \text{ мм}$ .    **2.5.18.**  $\Delta T = -0,009 \text{ К}$ .

**2.5.19.**  $\Delta S = 15,8 \text{ Дж/К}$ .    **2.5.20.**  $\Delta V = 1,03 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ .



## РОЗДІЛ III. ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

### 3.1. Електростатика

Закон Кулона для нерухомих точкових зарядів  $q_1$  та  $q_2$ , що знаходяться на відстані  $r$ :

$$F = \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2}, \quad (3.1.1)$$

де  $\epsilon_0$  – електрична стала;  $\epsilon_r$  – діелектрична проникність середовища.

Напруженість електричного поля :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad (3.1.2)$$

Принцип суперпозиції:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (3.1.3)$$

Напруженість поля, яке утворюється точковим зарядом  $q_i$ :

$$E_i = \frac{|q_i|}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2}. \quad (3.1.4)$$

Напруженості поля, яке утворюється нескінченно довгою рівномірно зарядженою ниткою (або циліндром) на відстані  $r$  від її осі:

$$E = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r}, \quad (3.1.5)$$

де  $\tau$  – лінійна густина заряду.

Напруженість поля, що утворюється нескінченною рівномірно зарядженою площиною:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_r}, \quad (3.1.6)$$

де  $\sigma$  – поверхнева густина заряду.

Напруженість поля плоского конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon_r}. \quad (3.1.7)$$

Теорема Остроградського-Гаусса:

$$N_E = \oint E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i, \quad (3.1.8)$$

де  $N_E$  – потік ліній напруженості крізь будь яку замкнену поверхню у вакуумі;  $\sum_{i=1}^n q_i$  – алгебраїчна сума всіх зарядів, які розташовані всередині поверхні.

Потенціал довільної точки електричного поля

$$\varphi = \frac{A}{q}. \quad (3.1.9)$$

Потенціал точки електричного поля, яка відстоїть на відстані  $r$  від точкового заряду  $q$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r}. \quad (3.1.10)$$

Зв'язок між напруженістю  $E$  та потенціалом  $\varphi$ :

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \quad (3.1.11)$$

де  $\frac{d\varphi}{dr} = \text{grad } \varphi$  – градієнт потенціалу.

Для однорідного поля плоского конденсатора:

$$E = \frac{U}{d}, \quad (3.1.12)$$

де  $U$  – різниця потенціалів між обкладинками конденсатора;  $d$  – відстань між ними.

Робота сил поля по переміщенню точкового заряду  $q$  з точки 1 у точку 2:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (3.1.13)$$

де  $\varphi_1$  та  $\varphi_2$  – потенціали у точках 1 і 2.

Електричний момент диполя

$$\vec{P} = q\vec{l}, \quad (3.1.14)$$

де  $q$  – точковий електричний заряд диполя;  $l$  – плече диполя.

Потенціал поля диполя

$$\varphi = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \alpha, \quad (3.1.15)$$

де  $\alpha$  – кут між радіусом-вектором  $r$  та плечем диполя  $l$ .

Механічний момент сил, діючих на диполь:

$$\vec{M} = [\vec{P}\vec{E}]. \quad (3.1.16)$$

Енергія диполя в електричному полі

$$W = -\vec{P}\vec{E}. \quad (3.1.17)$$

Поляризованість діелектрика

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{P}_i \right), \quad (3.1.18)$$

де  $n$  – кількість диполів, які вміщуються в об'ємі  $\Delta V$  діелектрика;  $p$  – дипольний момент  $i$ -го диполя.

З другого боку, поляризованість ізотропного діелектрика лінійно залежить від напруженості поля  $E$  в діелектрику:

$$\vec{P} = \chi\epsilon_0 \vec{E}, \quad (3.1.19)$$

де  $\chi$  – діелектрична сприйнятливість речовини.

Поверхнева густина поляризованих зарядів

$$\sigma' = P_n = \chi\epsilon_0 E_n, \quad (3.1.20)$$

де  $E_n$  – проекція вектора  $\vec{E}$  на зовнішню нормаль.

Напруженість поля  $E$  в діелектрику є суперпозицією поля  $E_0$  вільних зарядів та поля  $E'$  зв'язаних зарядів:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'. \quad (3.1.21)$$

Для характеристики електричного поля в діелектрику використовується вектор електричного зміщення  $D$ :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (3.1.22)$$

а потік цього вектору крізь будь-яку замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі вільних зарядів, охоплених цією поверхнею,

$$N_D = \oint_S D dS = \sum_{i=1}^n q_i. \quad (3.1.23)$$

Це рівняння має назву *теорема Остроградського–Гаусса* для електричного поля в середовищі.

Для ізотропних діелектриків

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}, \quad (3.1.24)$$

де  $\varepsilon_r$  – відносна діелектрична проникність речовини.

На межі розподілу двох однорідних діелектриків

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}, \quad (3.1.25)$$

де  $E_0$  – напруженість поля тих же вільних зарядів, але в вакуумі, а вектор електричного зміщення

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E}_0 = \vec{D}_0, \quad (3.1.26)$$

де  $D_0$  – вектор електричного зміщення в вакуумі.

Електрична ємність ізольованого провідника, який має заряд  $q$  і потенціал  $\varphi$ :

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (3.1.27)$$

Ємність металічної кулі радіусом  $r$ , розташованої в середовищі з діелектричною проникністю  $\varepsilon_r$ :

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_r r. \quad (3.1.28)$$

Електроємність конденсатора – двох провідників, на яких знаходяться два рівних за модулем, але протилежних за знаком заряди  $q$ :

$$C = \frac{|q|}{U}, \quad (3.1.29)$$

де  $|q|$  – заряд конденсатора (абсолютне значення заряду одного із провідників);  $U = \varphi_1 - \varphi_2$  – різниця потенціалів між провідниками.

Електроємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}, \quad (3.1.30)$$

де  $S$  – площа кожної пластинки;  $d$  – відстань між ними.

Електроємність сферичного конденсатора

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_r R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \quad (3.1.31)$$

де  $R_1$  і  $R_2$  – радіуси сфер сферичного конденсатора.

Електроємність циліндричного конденсатора:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon_r l}{\ln \frac{R_1}{R_2}}, \quad (3.1.32)$$

де  $R_1$  і  $R_2$  – радіуси коаксіальних циліндрів;  $l$  – довжина циліндра.

Ємність  $C$  батареї, складеної з  $n$  конденсаторів ємністю  $C_i$ , з'єднаних між собою послідовно

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (3.1.33)$$

Якщо однорідний діелектрик заповнює весь простір між обкладками конденсатора, то різниця потенціалів  $U$  між його обкладками буде в  $\varepsilon_r$  менша, ніж при відсутності діелектрика:

$$U = \frac{U_0}{\varepsilon_r}, \quad (3.1.34)$$

де  $U_0$  – різниця потенціалів без діелектрика.

Ємність конденсатора при заповненні його діелектриком збільшується в  $\varepsilon_r$  разів:

$$C' = \varepsilon_r C, \quad (3.1.35)$$

де  $C$  – ємність конденсатора без діелектрика.

Електроємність плоского конденсатора, заповненого шарами діелектриків товщиною  $d_i$  кожний з діелектричною проникністю  $\varepsilon_{ri}$  буде:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r2}} + \dots + \frac{d_n}{\varepsilon_m}}. \quad (3.1.36)$$

Енергія зарядженого провідника

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (3.1.37)$$

де  $q$ ,  $\varphi$ ,  $C$  – відповідно заряд, потенціал, ємність тіла.

Енергія поля зарядженого конденсатора

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (3.1.38)$$

де  $q$  і  $U$  – заряд і напруга на конденсаторі ємністю  $C$ ;  $S$  і  $d$  – площа пластини і відстань між обкладками конденсатора.

Об'ємна густина енергії

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2}. \quad (3.1.39)$$

### **Задачі до теми «Електростатика»**

**3.1.1.** Дві кулі, заряди яких однакові і підвішені в одній точці на нитках однакової довжини, опускаються в газ. Якою повинна бути густина матеріалу куль, щоб кут розходження ниток в повітрі і в газі був однаковим? ( $\varepsilon_r = 2$ ,  $\rho = 8 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$ )

**3.1.2.** Визначити силу взаємодії двох точкових зарядів по  $q = 1 \text{ Кл}$  кожен, розміщених у вакуумі на відстані  $r = 1 \text{ м}$  один від одного.

**3.1.3.** На шовковій нитці підвішена маленька кулька масою  $m = 0,1 \text{ г}$ , яка несе на собі заряд  $q$ . Якщо на відстані  $r = 7 \text{ см}$  нижче кульки розташувати такий самий заряд, то сила натягу зменшиться в 2 рази. Знайти заряд кульки ( $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ ).

**3.1.4.** Два точкових заряди  $q_1 = 10 \text{ нКл}$  і  $q_2 = 8 \text{ нКл}$  розташовані на відстані  $r = 20 \text{ см}$  один від одного. Знайти силу, яка діє на заряд  $q = 2 \text{ нКл}$ , розташований посередині між зарядами  $q_1$  і  $q_2$ .

**3.1.5.** На якій відстані один від одного треба помістити два однакових точкових заряди у воді, щоб вони відштовхувались з такою ж силою, з

якою ці заряди відштовхуються в вакуумі на відстані  $r = 9$  см.

**3.1.6.\*** Три негативних заряди величиною  $q = 3 \cdot 10^{-9}$  Кл розташовані у вершинах рівностороннього трикутника. Який заряд потрібно помістити в центр трикутника, щоб система знаходилась у рівновазі?

**3.1.7.\*** У вершинах квадрата знаходяться однакові заряди  $q = 0,3$  нКл кожен. Який негативний заряд  $q_1$  треба помістити в центр квадрата, щоб сила взаємного відштовхування позитивних зарядів була зрівноважена силою притягання негативного заряду?

**3.1.8.** Електричне поле утворене двома точковими зарядами  $q_1 = 30$  нКл і  $q_2 = 1$  нКл. Відстань між зарядами  $d = 20$  см. Визначити напруженість електричного поля в точці, яка знаходиться на відстані  $r_1 = 15$  см від першого і на відстані  $r_2 = 10$  см від другого заряду.

**3.1.9.** Електричне поле створене двома точковими зарядами  $q_1 = 50$  нКл і  $q_2 = 100$  нКл. Відстань між зарядами  $r = 10$  см. Де і на якій відстані від першого заряду розташована точка, в якій напруженість поля дорівнює нулю.

**3.1.10.** На металевій сфері радіусом  $R = 10$  см знаходиться заряд  $q = 1$  нКл. Визначити напруженість електричного поля в таких точках:

- 1) на відстані  $r_1 = 8$  см від центра сфери;
- 2) на її поверхні;
- 3) на відстані  $r_2 = 15$  см від центра сфери.

**3.1.11.\*** Тонкий стрижень довжиною  $l = 12$  см заряджений з лінійною густиною зарядів  $\tau = 200$  нКл/м. Знайти напруженість електричного поля в точці, яка знаходиться на відстані  $r = 5$  см від стрижня, напроти його середини.

**3.1.12.** Дві нескінченні паралельні пластини рівномірно заряджені з поверхневою густиною заряду  $\sigma_1 = 10$  нКл/м<sup>2</sup> і  $\sigma_2 = -30$  нКл/м<sup>2</sup>. З якою силою (на одиницю площі пластини) притягуються пластини?

**3.1.13.** Довгий парафіновий циліндр радіусом  $R = 2$  см несе заряд, рівномірно розподілений за об'ємною густиною  $\rho = 10$  нКл/м<sup>3</sup>. Визначити напруженість  $E$  електричного поля в точках, які знаходяться від осі циліндра на відстані: 1)  $r_1 = 1$  см; 2)  $r_2 = 3$  см. Обидві точки рівновіддалені від кінців циліндра.

**3.1.14.** Точковий заряд  $q = 1$  мкКл знаходиться поблизу великої рівномірно зарядженої пластини напроти її середини. Визначити поверхневу густину  $\sigma$  заряду пластини, якщо на точковий заряд діє сила  $F = 60$  Н.

**3.1.15.** Тонка нитка несе рівномірно розподілений по довжині заряд ( $\tau = 2$  мкКл/м). Поблизу середньої частини нитки на відстані  $r = 1$  см, значно меншому ніж її довжина, знаходиться точковий заряд  $q = 0,1$  мкКл. Визначити силу, яка діє на заряд.

**3.1.16.** У центрі сфери радіусом  $R = 20$  см знаходиться точковий заряд  $q = 10$  мкКл. Визначити потік вектора напруженості через частину сферичної поверхні площею  $S = 20$  см<sup>2</sup>.

**3.1.17\***. Диполь з електричним моментом  $p = 100$  пКл·м вільно встановлюється в однорідному електричному полі  $E = 150$  кВ/м. Вирахувати роботу, яка необхідна щоб повернути диполь на кут  $\alpha = 180^\circ$ .

**3.1.18.** Диполь з електричним моментом  $p = 200$  пКл·м знаходиться в неоднорідному електричному полі. Ступінь неоднорідності поля характеризується величиною  $dE/dx = 1$  мВ/м<sup>2</sup>, яка взята в напрямку вісі диполя. Вирахувати силу, яка діє на диполь в цьому напрямку.

**3.1.19\***. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений діелектриком, коефіцієнт діелектричної сприйнятливості якого дорівнює  $\chi_r = 0,08$ . На пластини конденсаторів подано різницю потенціалів  $U = 4$  кВ. Знайти поверхневу густину заряду на пластинах і на діелектрику. Відстань між пластинами  $d = 5$  мм.

**3.1.20.** Між пластинами плоского конденсатора, які знаходяться на відстані  $d = 5$  мм одна від одної, прикладена різниця потенціалів  $U = 150$  В. До однієї з пластин прилягає плоскопаралельна пластина фарфору товщиною  $d = 5$  мм. Знайти напруженість електричного поля в повітрі та фарфорі ( $\epsilon_r = 6$ ).

**3.1.21.** Простір між пластинами плоского конденсатора заповнено склом. Відстань між пластинами дорівнює  $d = 4$  мм. На пластини подано напругу  $U = 1200$  В. Знайти: 1) поле в склі; 2) поверхневу щільність заряду на пластинах конденсатора; 3) поверхневу густину зв'язаних на склі зарядів ( $\epsilon_r = 6$ ).

**3.1.22.** Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений маслом. Відстань між пластинами дорівнює  $d = 1$  см. Яку різницю потенці-



алів треба подати на пластини цього конденсатора, щоб поверхнева густина зв'язаних зарядів на маслі дорівнювала  $\sigma = 6,2 \cdot 10^{-10}$  Кл/см<sup>2</sup>? ( $\epsilon_r = 2,2$ )

**3.1.23.** Між пластинами плоского конденсатора знаходиться парафін. При приєднанні пластин до джерела напруги тиск пластин на парафін став дорівнювати  $P = 5$  Н/м<sup>2</sup>. Знайти: 1) напруженість поля; 2) поверхневу щільність зв'язаних зарядів на парафіні; 3) поверхневу щільність зарядів на пластинах конденсатора.

**3.1.24.** Відстань між пластинами плоского конденсатора  $d = 1,3$  мм, площа пластини  $S = 20$  см<sup>2</sup>. У просторі між пластинами конденсатора знаходяться шари діелектриків: слюди товщиною  $d_1 = 0,7$  мм і ебоніту товщиною  $d_2 = 0,3$  мм. Визначити електроємність конденсатора ( $\epsilon_1 = 6$ ,  $\epsilon_2 = 2,6$ ).

**3.1.25\***. Ємність плоского конденсатора  $C = 1,5$  мкФ. Відстань між пластинами  $d = 5$  см. Якою буде ємність конденсатора, якщо на нижню пластину покласти лист ебоніту ( $\epsilon_r = 2,6$ ) товщиною  $d_1 = 3$  мм?

**3.1.26.** Дві концентричні металічні сфери радіусом  $R_1 = 2$  см і  $R_2 = 2,1$  см утворюють сферичний конденсатор. Визначити його електроємність, якщо простір між сферами заповнено парафіном.

**3.1.27.** Три однакових плоских конденсатори з'єднано послідовно. Ємність такої батареї  $C = 80$  см. Площа кожної пластини  $S = 100$  см<sup>2</sup>, діелектрик – скло. Яка товщина скла? ( $\epsilon_r = 6$ ;  $1 \text{ см} = \frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$  Ф).

**3.1.28.** Мильний пузир з зарядом  $q = 2,22 \cdot 10^{-10}$  Кл знаходиться у рівновазі в полі горизонтального плоского конденсатора. Знайти різницю потенціалів між пластинами конденсатора, якщо маса пузиря дорівнює  $m = 0,01$  г і відстань між пластинами  $d = 5$  см.

**3.1.29.** Конденсатор складається з двох концентричних сфер. Радіус внутрішньої сфери  $R_1 = 10$  см, зовнішньої  $R_2 = 10,2$  см. Проміжок між сферами заповнений парафіном. Внутрішній сфері надано заряд  $q = 9$  мкКл. Визначити різницю потенціалів між сферами.

**3.1.30.** Два конденсатори ємністю  $C_1 = 3$  мкФ та  $C_2 = 6$  мкФ з'єднані між собою і приєднані до батареї ЕДС  $E = 120$  В. Визначити заряд кожного конденсатора і різницю потенціалів між обкладками, якщо конденсатори з'єднані: 1) паралельно; 2) послідовно.

**3.1.31.** Плоский конденсатор з відстанню між пластинами  $d = 0,5$  см заряджений різницею потенціалів  $U = 300$  В. Визначити об'ємну густину енергії поля конденсатора, якщо діелектрик – слюда.

**3.1.32.** Сила притягання між пластинами плоского конденсатора  $F = 50$  мН. Діелектрик – повітря. Площа кожної пластини  $S = 200$  см<sup>2</sup>. Визначити об'ємну густину енергії поля конденсатора.

**3.1.33\*** Плоский повітряний конденсатор ємністю  $C = 1000$  см заряджений до різниці потенціалів  $U = 300$  В. Після вимкнення джерела напруги відстань між пластинами було збільшено в 5 разів. Визначити: 1) різницю потенціалів на обкладках конденсатора після їх розсунення; 2) роботу зовнішніх сил з розсунення пластин.

**3.1.34.** Простір між пластинами плоского конденсатора заповнено діелектриком (фарфором), об'єм якого  $V = 100$  см<sup>3</sup>. Поверхнева густина заряду на пластинах конденсатора  $\sigma = 8,85$  мКл/м<sup>2</sup>. Визначити роботу, яку треба виконати для того, щоб видалити діелектрик з конденсатора. Тертям діелектрика по пластинах конденсатора знехтувати ( $\epsilon_r = 6$ ).

**3.1.35.** Пластину з ебоніту товщиною  $d = 2$  мм і площиною  $S = 300$  см<sup>2</sup> помістили в однорідне електричне поле напругою  $E = 1$  кВ/м. Визначити: 1) густину зв'язаних зарядів на поверхні пластини; 2) енергію електричного поля, зосереджену в пластині. Пластина розташована так, що електричні силові лінії перпендикулярні її плоскій поверхні ( $\epsilon_r = 2,6$ ).

**3.1.36\*** Плоска квадратна пластинка з боковиною  $a = 10$  см знаходиться на деякій відстані від нескінченної рівномірно зарядженої площини. Площина пластинки складає кут  $\beta = 30^\circ$  з лініями поля. Знайти потік вектора індукції через цю пластинку.

**3.1.37.** Рівномірно заряджена кулька радіусом  $R = 2$  см в вакуумі має поверхневу густину заряду  $\sigma = 5 \cdot 10^{-7}$  Кл/м<sup>2</sup>. Визначити потенціал поля в точці, що віддалена на  $r = 0,5$  м від центра кульки, а також потенціал поля всередині кульки.

**3.1.38.** Яка різниця потенціалів між точками електростатичного поля, які знаходяться в вакуумі на відстані  $r_1 = 0,4$  м та  $r_2 = 1$  м від точкового заряду  $q_0 = 2 \cdot 10^{-9}$  Кл? Яка робота здійснюється при переміщенні позитивного заряду  $q = 4 \cdot 10^{-10}$  Кл з 1-ої точки в 2-гу?

**3.1.39.** В електронній лампі електрони прискорюються різницею потенціалів  $U = 220$  В. Чому дорівнює швидкість електронів при попаданні на анод?

**3.1.40.** Потенціал зарядженого провідника  $U = 300$  В. Якою мінімальною швидкістю повинен мати електрон, щоб відлетіти з поверхні провідника у нескінченність?

**3.1.41.** Заряд  $q_1 = 0,1$  Кл віддалено від заряду  $q_2 = 0,2$  Кл на відстань  $r = 20$  м. Чому дорівнює потенціал поля всередині відрізка?

**3.1.42.** У вершинах квадрата зі стороною  $a$  знаходяться чотири заряди  $q$ . Чому дорівнює потенціал поля у центрі квадрата?

**3.1.43.** Дві кульки з зарядами  $q_1 = 6,66 \cdot 10^{-9}$  Кл і  $q_2 = 13,33 \cdot 10^{-9}$  Кл знаходяться на відстані  $r_1 = 40$  см один від одного. Яку роботу треба здійснити, щоб наблизити їх до відстані  $r_2 = 25$  см?

**3.1.44.** Яку швидкість набуде електрон, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U = 200$  В?

**3.1.45.** Кулька масою  $m = 1$  г переміщується з точки  $A$ , потенціал якої  $U_1 = 600$  В, в точку  $B$ , потенціал якої  $U_2 = 0$ . Визначити швидкість кульки в точці  $A$ , якщо в точці  $B$  його швидкість стала  $20$  см/с. Заряд кульки  $q = 10^{-8}$  Кл.

**3.1.46.** Кулька масою  $m = 40$  мг, яка має заряд  $q = 10^{-9}$  Кл, переміщується з нескінченності з швидкістю  $v = 10$  см/с. На яку відстань вона наблизиться до точкового заряду  $q_0 = 1,33 \cdot 10^{-9}$  Кл?

**3.1.47.** Кулька радіусом  $R = 5$  см заряджена до потенціалу  $U = 150$  В. Знайти потенціал і напругу поля в точці, що віддалена від поверхні кульки на відстань  $r = 10$  см.

**3.1.48.** Три заряджені водяні краплі радіусом  $R = 1$  мм кожна зливаються в одну велику краплю. Знайти потенціал великої краплі, якщо заряд малої  $q = 10^{-10}$  Кл.

**3.1.49.** Знайти потенціал точки поля, яка знаходиться на відстані  $r = 10$  см від центра зарядженої кульки радіусом  $R = 1$  см, якщо: а) поверхнева густина заряду на кульці  $\sigma = 0,1$  мкКл/м<sup>2</sup>; б) потенціал кульки  $U = 300$  В.

**3.1.50.**  $\alpha$ -частинка вилітає з ядра атому полонія зі швидкістю  $1,6 \cdot 10^7$  м/с. Знайти кінетичну енергію  $\alpha$ -частинки і різницю потенціалів

поля, в якому можна розігнати  $\alpha$ -частинку до тієї ж швидкості.

**3.1.51.** На скільки відрізняються швидкості електронів, які пройшли різницю потенціалів  $U_1 = 1000$  В і  $U_2 = 100$  В відповідно?

**3.1.52.** Визначити різницю потенціалів, яка виникла між вершиною і основою Ейфелевої башти внаслідок обертання Землі. Широта Парижа –  $45^\circ$ , висота Ейфелевої башти  $h = 350$  м.

**3.1.53.** Протон (ядро атому водню) рухається зі швидкістю  $v = 7,7 \cdot 10^8$  см/с. На яку найменшу відстань може наблизитись цей протон до ядра атома алюмінію? Заряд ядра атомів алюмінію  $q = Ze$ ;  $Z$  – порядковий номер елемента;  $e$  – заряд протона дорівнює заряду електрона.

**3.1.54.** Визначити потенціал точки поля, яка знаходиться на відстані  $r = 10$  см від центра зарядженої кульки радіусом  $R = 1$  см, якщо потенціал кульки дорівнює  $U = 300$  В.

**3.1.55.** Визначити електричний момент диполя, якщо його заряд  $q = 10$  нКл, плече  $l = 0,5$  см.

## 3.2. Постійний струм

Сила струму  $I$  в будь-якому провіднику

$$I = dq / dt, \quad (3.2.1)$$

де  $dq/dt$  – заряд, що проходить в одиницю часу крізь поперечний переріз провідника.

Тоді

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I dt. \quad (3.2.2)$$

Сила постійного струму

$$I = q/t. \quad (3.2.3)$$

Густина електричного струму

$$j = dI / dS_n. \quad (3.2.4)$$

Залежність сили струму від його густини

$$I = \int_S j_n dS, \quad (3.2.5)$$

де  $j_n$  – нормальна складова вектора густини струму.

При рівномірному русі потоку заряджених частинок зі швидкістю  $v$  густина струму

$$j = nqv, \quad (3.2.6)$$

де  $n$  – концентрація заряджених частинок у потоці;  $q$  – заряд однієї частинки.

Закон Ома для ділянки електричного кола, яка не містить ЕРС:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}, \quad (3.2.7)$$

де  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$  – різниця потенціалів;  $R$  – опір.

За напрямком струму приймають напрямком руху позитивних зарядів, негативні заряди рухаються назустріч струму.

Опір провідника

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (3.2.8)$$

де  $\rho$  – питомий опір провідника;  $l$  – довжина провідника;  $S$  – площа поперечного перерізу провідника.

Для  $n$  провідників з опором  $R_1, R_2, \dots, R_n$ , що з'єднані між собою послідовно,

$$\begin{aligned} R_0 &= R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i; \\ I_0 &= I_1 = I_2 = \dots = I_n; \\ U_0 &= U_1 + U_2 + \dots + U_n = \sum_{i=1}^n U_n, \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

де  $U_0$  – напруга на кінцях з'єднання;  $R$  – опір системи провідників;  $I$  – сила струму.

Для паралельного з'єднання провідників:

$$\begin{aligned} U_0 &= U_1 = U_2 = \dots = U_n; \\ I &= I_1 + I_2 + \dots + I_n = \sum_{i=1}^n I_i; \\ \frac{1}{R_0} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

Для ланцюга, коли на заряди діють тільки електричні сили та на ділянках немає ЕРС,

$$\sum_{i=1}^n U_i = \sum_{i=1}^n I_i R_i, \quad (3.2.11)$$

де  $I_i$  та  $R_i$  – сили струмів та опори окремих ділянок;  $U_i$  – падіння напруги на окремих ділянках.

Закон Ома для повного кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (3.2.12)$$

де  $\varepsilon$  – ЕРС джерела струму;  $R$  – опір зовнішньої ділянки кола;  $r$  – внутрішній опір джерела.

Напруга на зовнішній ділянці кола:

$$U = \frac{\varepsilon R}{R + r}. \quad (3.2.13)$$

Для кіл, які мають декілька джерел струму, з'єднаних проміж собою послідовно або паралельно,

$$I = \frac{\varepsilon_e}{R + r_e}. \quad (3.2.14)$$

Для послідовного з'єднання джерел

$$\varepsilon_e = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n, \quad (3.2.15)$$

$$r_e = r_1 + r_2 + \dots + r_n.$$

Для паралельного з'єднання джерел

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r_e} &= \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n} \\ \varepsilon_e &= \varepsilon_{i_{\max}} \end{aligned} \right\}. \quad (3.2.16)$$

Якщо послідовно або паралельно з'єднані  $n$  однакових джерел, то

$$I = \frac{n\varepsilon}{R + nr}, \quad (3.2.17)$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r/n}. \quad (3.2.18)$$

Закон Ома для ділянки кола, яка містить ЕРС,

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon}{R + r}, \quad (3.2.19)$$

а напруга на цій ділянці кола

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \varepsilon \pm I(R + r), \quad (3.2.20)$$

де  $\varphi_1, \varphi_2$  – потенціали на початку та кінці ділянки у напрямку струму крізь джерело;  $\varepsilon$  – загальна ЕРС ділянки;  $I$  та  $(R + r)$  – сила струму та повний опір ділянки.

У випадку розгалуження кіл використовують правила Кірхгофа.

**ПЕРШЕ ПРАВИЛО.** Алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю. При цьому струми, які входять в вузол, будемо вважати позитивними, а які виходять з нього – негативними.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (3.2.21)$$

**ДРУГЕ ПРАВИЛО.** Алгебраїчна сума падінь напруги у замкненому контурі дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, які є в цьому контурі:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i. \quad (3.2.22)$$

Правила знаків: добуток  $I_i R_i$  вибираються зі знаком "+", якщо напрямок струму (заданий або припущений) збігається з вибраним напрямком обходу контура. Електрорушійна сила джерела струму береться зі знаком "+", якщо напрямок поля сторонніх сил усередині елемента збігається з вибраним напрямком обходу контуру.

Робота електричного поля по перенесенню заряду  $q$  по ділянці кола

$$A = qU = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t. \quad (3.2.23)$$

Робота струму за одиницю часу – потужність струму

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (3.2.24)$$

Якщо джерело з ЕРС  $\varepsilon$  та внутрішнім опором  $r$  замикається на опір  $R$ , то повна потужність, яку розвиває джерело,

$$P_0 = I\varepsilon = I^2(R+r) = \frac{\varepsilon^2}{R+r}. \quad (3.2.25)$$

На зовнішній ділянці кола потужність (корисна потужність)

$$P_a = IU = \frac{U^2}{R} = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}, \quad (3.2.26)$$

де  $I$  – сила струму в колі;  $U$  – напруга на затискачах джерела.

Максимальна корисна потужність (коли  $R = r$ ):

$$P_{a,\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}. \quad (3.2.27)$$

Коефіцієнт корисної дії джерела струму:

$$\eta = \frac{P_a}{P_0} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{R}{R+r}. \quad (3.2.28)$$

Закон Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2 R t = I U t = \frac{U^2}{R} t, \quad (3.2.29)$$

де  $Q$  – кількість теплоти, яка виділяється на ділянці кола.

### **Задачі до теми «Постійний електричний струм»**

**3.2.1.** У провіднику з площею перерізу  $S = 50 \text{ мм}^2$  тече струм. Середня швидкість дрейфу вільних електронів  $v = 0,282 \text{ мм/с}$ , а їх концентрація  $n = 7,9 \cdot 10^{27} \text{ м}^{-3}$ . Знайти силу струму та густину струму в провіднику.

**3.2.2\*.** По мідному провіднику, переріз якого  $S = 0,02 \text{ мм}^2$ , тече струм  $I = 5 \text{ А}$ . З якою силою діє електричне поле в цьому провіднику на кожний носій струму. ( $\rho_{\text{м}} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ).

**3.2.3.** По залізному провіднику, переріз якого  $S = 0,64 \text{ мм}^2$ , тече струм  $I = 24 \text{ А}$ . Визначити середню швидкість спрямованого руху електронів, якщо концентрація вільних електронів дорівнює концентрації атомів  $H_0^1$  ( $\rho_{\text{з}} = 7800 \text{ кг/м}^3$ ;  $\mu_{\text{з}} = 56 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ ,  $N_{\text{А}} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$ ).

**3.2.4.** Визначити, який струм створює електрон, який обертається навколо ядра в атомі водню, якщо радіус його орбіти дорівнює  $R = 5,3 \cdot 10^{-9} \text{ см}$  ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ ,  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ ).



**3.2.5.** Питомий опір графітного стержня від олівця  $\rho = 4 \cdot 10^{-4}$  Ом·м. Який струм  $I$  пройде по стержню, якщо на нього подати напругу  $U = 6$  В? Довжина стержня  $l = 20$  см, його діаметр  $d = 2$  мм.

**3.2.6\*.** Елемент з ЕРС  $\varepsilon = 2,1$  В та внутрішнім опором  $r = 0,2$  Ом з'єднано з реостатом. Визначити силу струму в колі та опір реостата, якщо напруга на клеммах елемента  $U = 2$  В. Якої довжини залізний дріт треба взяти для виготовлення реостата, якщо площа його перерізу  $S = 0,75$  мм<sup>2</sup>? ( $\rho_3 = 1,2 \cdot 10^{-7}$  Ом·м).

**3.2.7.** У провіднику при напрузі  $U = 120$  В був струм  $I_1 = 1,5$  А. Коли в коло було введено додатковий опір, струм став  $I_2 = 1,2$  А при тій же напрузі. Визначити додатковий опір.

**3.2.8\*.** Елемент замикають вперше на зовнішній опір  $R_1 = 5$  Ом і мають силу струму  $I_1 = 0,25$  А, по-друге – на зовнішній опір  $R_2 = 9$  Ом і мають силу струму  $I_2 = 0,15$  А. Якою буде сила струму якщо елемент замкнати?

**3.2.9.** На скільки однакових ділянок слід розрізати провідник опором  $R_1 = 100$  Ом, щоб при їх паралельному з'єднанні опір став  $R_2 = 10$  Ом?

**3.2.10.** До амперметра, опір якого  $R_A = 0,27$  Ом, приєднано паралельно шунт опором  $R = 0,09$  Ом. Визначити силу струму у колі, якщо амперметр показує  $I = 2$  А.

**3.2.11.** Загальний опір двох послідовно з'єднаних провідників  $R_1 = 5$  Ом, а паралельно з'єднаних –  $R_2 = 1,2$  Ом. Визначити опір кожного провідника.

**3.2.12.** Визначити ЕРС  $\varepsilon$  та внутрішній опір батареї  $r$ , яка вміщує три джерела, електрорушійні сили яких дорівнюють  $\varepsilon_1 = 10$  В;  $\varepsilon_2 = 20$  В;  $\varepsilon_3 = 30$  В, а їх внутрішній опір  $r_1 = r_2 = r_3 = 1$  Ом, відповідно. Джерела з  $\varepsilon_1$  та  $\varepsilon_2$  з'єднані паралельно, а джерело з  $\varepsilon_3$  послідовно до них.

**3.2.13.** По провіднику, переріз якого  $S = 10$  мм<sup>2</sup>, тече струм. Середня швидкість руху електронів у електричному полі  $0,28$  мм/с, а їх концентрація  $n = 7,9 \cdot 10^{27}$  м<sup>-3</sup>. Визначити густину струму в провіднику.

**3.2.14.** Паралельно до амперметра, який має опір  $R_a = 0,03$  Ом, приєднали мідний провідник довжиною  $l = 10$  см та діаметром  $d = 1,5$  мм. Визначити силу струму в колі, якщо амперметр показує  $I_a = 0,4$  А ( $\rho_M = 1,7 \cdot 10^{-8}$  Ом·м).

**3.2.15.** Вольтметр з внутрішнім опором  $R_v = 2500$  Ом, який увімкнули в мережу, показує напругу  $U_1 = 125$  В. Визначити додатковий опір, який треба підключити, щоб вольтметр показував  $U_2 = 100$  В.

**3.2.16.** Якщо до елемента з ЕРС  $\varepsilon = 1,44$  В та внутрішнім опором  $r = 0,2$  Ом на коротко приєднати амперметр, то він покаже  $I = 4,8$  А. Що покаже амперметр, якщо до нього прилаштувати шунт  $R_{ш} = 0,15$  Ом?

**3.2.17.** Вольтметр, розрахований на вимірювання напруги до  $U_v = 20$  В, необхідно ввімкнути в мережу з напругою  $U = 120$  В. Який для цього потрібний додатковий опір, якщо струм у вольтметрі не повинен перевищувати  $I = 5$  А?

**3.2.18\*.** Ціна поділки приладу  $C = 15 \cdot 10^{-6}$  А/поділку. Шкала приладу має  $N = 200$  поділок, його внутрішній опір  $r = 100$  Ом. Як з цього приладу створити вольтметр для вимірювання напруги  $U = 200$  В?

**3.2.19.** Визначити силу струму в колі свинцевого акумулятора, якщо його ЕРС  $\varepsilon = 2,2$  В, зовнішній опір  $R = 0,5$  Ом, а ККД – 65 %.

**3.2.20\*.** Визначити ЕРС та внутрішній опір акумулятора, якщо при струмі  $I_1 = 15$  А він віддає у зовнішнє коло потужність  $P_1 = 13$  Вт, а при струмі  $I_2 = 6$  А – потужність  $P_2 = 64,8$  Вт.

**3.2.21.** ККД акумулятора, який замкнено на деякий опір – 60 %. Яким буде ККД, якщо замість цього акумулятора підключити два таких акумулятора з'єднаних паралельно?

**3.2.22\*.** Батарея складається з п'ятих послідовно з'єднаних елементів з ЕРС по  $\varepsilon = 1,5$  В та внутрішнім опором по  $r = 0,3$  Ом. При якій силі струму потужність, що віддається в зовнішнє коло, буде найбільшою?

**3.2.23\*.** Електровоз рухається зі швидкістю 36 км/год та розвиває силу тяги  $F = 4500$  Н. Визначити, який струм споживає двигун, якщо напруга на його клеммах  $U = 500$  В, а ККД – 90 %.

**3.2.24.** Два джерела струму з ЕРС  $\varepsilon_1 = 3$  В і  $\varepsilon_2 = 1,5$  В з'єднано паралельно та замкнено на зовнішній опір  $R = 16$  Ом. Визначити силу струму в зовнішньому колі, якщо внутрішній опір джерел  $r_1 = 0,7$  Ом і  $r_2 = 0,5$  Ом.

**3.2.25\*.** Схема представляє собою металевий квадрат з однією діагоналлю. Опір кожної із сторін квадрата та діагоналі  $R = 2$  Ом. Знайти: 1) опір між сусідніми вершинами квадрата; 2) опір між вершинами, які з'єднані діагоналлю.

**3.2.26\***. При силі струму  $I = 3 \text{ А}$  у колі корисна потужність найбільша і складає  $P_{a,\max} = 6,75 \text{ Вт}$ . Визначити ЕРС та внутрішній опір джерела струму.

**3.2.27.** Обчислити силу струму в підвідних проводах під час короткого замикання, якщо на двох плитках з опорами  $R_1 = 200 \text{ Ом}$  та  $R_2 = 500 \text{ Ом}$ , при вмиканні їх по черзі, виділяється однакова потужність  $P = 200 \text{ Вт}$ .

**3.2.28.** Визначити внутрішній опір акумулятора, який замкнено на зовнішній опір  $R = 2 \text{ Ом}$ , якщо ККД – 80 %.

**3.2.29.** Дві електричні лампочки ввімкнено у мережу паралельно. Опори лампочок –  $R_1 = 360 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 240 \text{ Ом}$ . Яка з цих лампочок споживає більшу потужність? У кілька разів?

**3.2.30.** Для нагрівання  $V = 4,5$  літрів води від  $t = 23 \text{ }^\circ\text{C}$  до кипіння нагрівач споживає 0,5 кВт-год електричної енергії. Визначити ККД нагрівача.

**3.2.31\***. Визначити силу струму  $I_A$ , якщо ЕРС  $\varepsilon = 10 \text{ В}$ ,  $r = 1 \text{ Ом}$ , ККД = 0,8 (див. рис. 9). Чому дорівнює падіння напруги на опорі  $R_2$ , якщо падіння напруги на опорі  $R_1$  дорівнює 4 В, а на опорі  $R_4$  – 2 В?

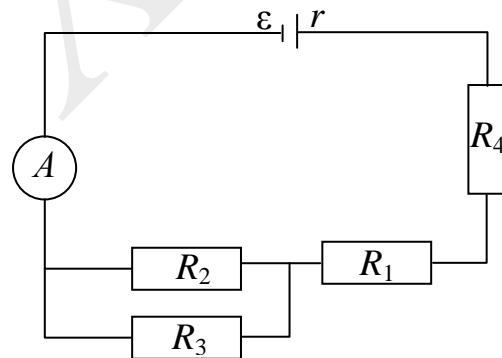


Рис. 9

**3.2.32\***. Два джерела струму з ЕРС  $\varepsilon_1 = 2,1 \text{ В}$  і  $\varepsilon_2 = 1,9 \text{ В}$  та три резистори з опором  $R_1 = 45 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 10 \text{ Ом}$  з'єднано так, як вказано на рис. 10. Визначити силу струмів  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  у резисторах. Внутрішнім опором джерел знехтувати.

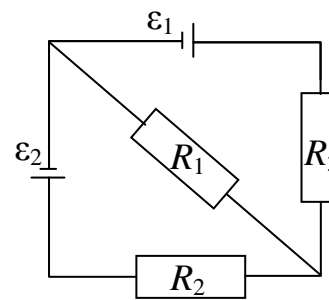


Рис. 10

**3.2.33\***. Визначити максимальну потужність зовнішнього кола, якщо при силі струму  $I_1 = 2 \text{ А}$  потужність у зовнішньому колі дорівнює  $P_1 = 24 \text{ Вт}$ , а при силі струму  $I_2 = 5 \text{ А}$  дорівнює –  $P_2 = 30 \text{ Вт}$ .

**Відповіді на задачі до розділу «Електростатика. Постійний струм»**

- 3.1.1.**  $\rho = 1600 \text{ кг/м}^3$ . **3.1.2.**  $F = 9,1 \cdot 10^9 \text{ Н}$ . **3.1.3.**  $q = 16,3 \text{ нКл}$ .  
**3.1.4.**  $F = 3,2 \text{ нН}$ . **3.1.5.**  $R = 1 \text{ см}$ . **3.1.6.\***  $q_0 = 1,73 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$ .  
**3.1.7.\***  $q_0 = -0,287 \text{ нКл}$ . **3.1.8.**  $E = 1,67 \cdot 10^4 \text{ В/м}$ . **3.1.9.**  $r_0 = 4,2 \text{ см}$ .  
**3.1.10.**  $E = 0$ ;  $900 \text{ В/м}$ ;  $400 \text{ В/м}$ . **3.1.11.\***  $E = 55,7 \text{ кВ/м}$ . **3.1.12.**  $P = 17 \text{ мкПа}$ .  
**3.1.13.\***  $E = 2,83 \text{ В/м}$ ;  $7,55 \text{ В/м}$ . **3.1.14.**  $\sigma = 1,06 \text{ мКл/м}^2$ . **3.1.15.**  $F = 0,36 \text{ Н}$ .  
**3.1.16.**  $N_E = 4,5 \text{ В} \cdot \text{м}$ . **3.1.17.\***  $A = 30 \text{ мкДж}$ . **3.1.18.**  $F = 0,2 \text{ мН}$ .  
**3.1.19.\***  $\sigma = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$ ;  $7,1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2$ . **3.1.20.**  $E = 60 \text{ кВ/м}$ ;  $10 \text{ кВ/м}$ .  
**3.1.21.**  $E = 3 \text{ кВ/м}$ ;  $\sigma = 1,59 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$ ;  $1,33 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$ . **3.1.22.**  $U = 1750 \text{ В}$ .  
**3.1.23.**  $E = 7,52 \cdot 10^5 \text{ В/м}$ ;  $\sigma = 6,7 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2$ ;  $1,33 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$ .  
**3.1.24.**  $C = 35,4 \text{ пкФ}$ . **3.1.25.\***  $C = 2,5 \text{ мкФ}$ . **3.1.26.**  $C = 93,3 \text{ пкФ}$   
**3.1.27.**  $d = 2,32 \text{ мм}$ . **3.1.28.**  $U = 22 \text{ кВ}$ . **3.1.29.**  $U = 4,5 \text{ кВ}$ .  
**3.1.30.** 1)  $q_1 = 360 \text{ мкКл}$ ,  $q_2 = 720 \text{ мкКл}$ ,  $U = 120 \text{ В}$ ; 2)  $q_1 = 240 \text{ мкКл}$ ,  
 $U_1 = 80 \text{ В}$ ,  $U_2 = 40 \text{ В}$ . **3.1.31.**  $w = 0,11 \text{ Дж/м}^3$ . **3.1.32.**  $w = 2,5 \text{ Дж/м}^3$ .  
**3.1.33.\***  $U = 1500 \text{ В}$ ;  $A = 0,2 \text{ мДж}$ . **3.1.34.**  $A = 63,5 \text{ нДж}$ .  
**3.1.35.**  $\sigma = 5,9 \text{ нКл/м}^2$ ;  $W = 88,5 \text{ пДж}$ . **3.1.36.\***  $q/S = 2,5 \text{ нКл/м}^2$ .  
**3.1.37.**  $U_1 = 50 \text{ В}$ ;  $U_2 = 10^3 \text{ В}$ . **3.1.38.**  $U = 300 \text{ В}$ ;  $A = 10^{-7} \text{ Дж}$ .  
**3.1.39.**  $v = 1,47 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ . **3.1.40.**  $v = 10^7 \text{ м/с}$ . **3.1.41.**  $U = 2,7 \cdot 10^8 \text{ В}$   
**3.1.42.**  $U = \frac{\sqrt{2}q}{\pi\epsilon_0 a}$ . **3.1.43.**  $A = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$ . **3.1.44.**  $v = 8,4 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ .  
**3.1.45.**  $v = 0,17 \text{ м/с}$ . **3.1.46.**  $r = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ . **3.1.47.**  $U_0 = 50 \text{ В}$ ;  $E = 3,3 \cdot 10^2 \text{ В/м}$ .  
**3.1.48.**  $U = 1,87 \cdot 10^3 \text{ В}$ . **3.1.49.**  $U_0 = 11,3 \text{ В}$ ;  $30 \text{ В}$ . **3.1.50.**  $W = 8,5 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$ ,  
 $U = 256 \text{ мВ}$ . **3.1.51.**  $\Delta v = 12,77 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ . **3.1.52.**  $U = 2,9 \cdot 10^{-11} \text{ В}$ .  
**3.1.53.**  $r = 6,1 \cdot 10^{-14} \text{ м}$ . **3.1.54.**  $U_0 = 30 \text{ В}$ . **3.1.55.**  $p = 50 \text{ нКл} \cdot \text{м}$ .  
**3.2.1.**  $I = 17,8 \text{ А}$ ;  $j = 3,65 \cdot 10^5 \text{ А/м}^2$ . **3.2.2.\***  $F = 6,8 \cdot 10^{-19} \text{ Н}$ .  
**3.2.3.**  $V = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$ . **3.2.4.**  $I = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ А}$ . **3.2.5.**  $I = 0,24 \text{ А}$ .  
**3.2.6.\***  $I = 0,5 \text{ А}$ ;  $R = 4 \text{ Ом}$ ;  $l = 25 \text{ м}$ . **3.2.7.**  $R = 20 \text{ Ом}$ . **3.2.8.\***  $I_{\text{кз}} = 1,5 \text{ А}$ .  
**3.2.9.**  $n = 3 \text{ ділянки}$ . **3.2.10.**  $I = 8 \text{ А}$ ; **3.2.11.**  $R = 3 \text{ Ом}$ ;  $2 \text{ Ом}$ .  
**3.2.12.**  $\epsilon = 45 \text{ В}$ ;  $r = 1,5 \text{ Ом}$ . **3.2.13.**  $j = 3,56 \cdot 10^5 \text{ А/м}^2$ . **3.2.14.**  $I = 13 \text{ А}$ .  
**3.2.15.**  $R = 6,25 \cdot 10^2 \text{ Ом}$ . **3.2.16.**  $I = 2,88 \text{ А}$ . **3.2.17.**  $R = 20 \text{ кОм}$ .  
**3.2.18.\***  $R = 0,2 \text{ Ом}$ . **3.2.19.**  $I = 2,86 \text{ А}$ . **3.2.20.\***  $\epsilon = 12 \text{ В}$ ,  $r = 0,2 \text{ Ом}$ .  
**3.2.21.**  $\text{ККД} = 75 \%$ . **3.2.22.\***  $I = 1,63 \text{ А}$ . **3.2.23.\***  $I = 100 \text{ А}$ . **3.2.24.**  $I = 0,18 \text{ А}$ .  
**3.2.25.\***  $R = 1,25 \text{ Ом}$ ,  $1 \text{ Ом}$ . **3.2.26.\***  $\epsilon = 4,5 \text{ В}$ ,  $r = 0,75 \text{ Ом}$ . **3.2.27.**  $I = 0,2 \text{ А}$ .  
**3.2.28.**  $r = 0,5 \text{ Ом}$ . **3.2.29.**  $y = 1,5 \text{ рази}$ . **3.2.30.**  $\text{ККД} = 80 \%$ . **3.2.31.\***  $I_A = 2 \text{ А}$ ,  
 $U = 2 \text{ В}$ . **3.2.32.\***  $I_1 = 0,04 \text{ А}$ ,  $I_2 = 0,1 \text{ А}$ ,  $I_3 = 0,06 \text{ А}$ . **3.2.33.\***  $P_{a \text{ max}} = 32 \text{ Вт}$ .

**РОЗДІЛ 4. МАГНІТНЕ ПОЛЕ. ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ.  
ОСНОВИ ТЕОРІЇ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ  
ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ**

**4.1. Магнітне поле**

Джерелом магнітного поля є електричний струм, який протікає по провіднику. Дослідом установлено, що на провідник зі струмом, який знаходиться в магнітному полі, діє сила, що отримала назву сили Ампера.

Сила взаємодії двох паралельних нескінченно довгих прямолінійних провідників зі струмом  $I_1$  та  $I_2$ :

$$F = \mu_0 \mu_r \frac{I_1 I_2 \cdot l}{2\pi d}, \quad (4.1.1)$$

де  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$  – магнітна стала;  $\mu$  – відносна магнітна проникність;  $l$  – довжина ділянки провідника;  $d$  – відстань між провідниками зі струмами.

Сила Ампера для елемента струму  $I d\vec{l}$  в однорідному магнітному полі визначається за формулою:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \cdot \vec{B}], \quad (4.1.2)$$

де  $d\vec{l}$  – вектор, який співпадає за напрямком зі струмом і характеризує елемент довжини тонкого провідника;  $\vec{B}$  – вектор індукції магнітного поля, його силова характеристика.

Модуль сили обчислюється за формулою:

$$dF = I \cdot B \cdot dl \cdot \sin \alpha, \quad (4.1.3)$$

де  $\alpha$  – кут між векторами  $d\vec{l}$  і  $\vec{B}$ .

На прямий провідник зі струмом, який знаходиться в однорідному магнітному полі, діє сила, модуль якої

$$F = I \cdot B \cdot \sin \alpha. \quad (4.1.4)$$

Обертаючий момент пари сил, діючий на замкнутий контур зі струмом в однорідному магнітному полі

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \cdot \vec{B}], \quad (4.1.5)$$

звідси

$$|\vec{B}| = \frac{M_{\max}}{P_m},$$

де  $\vec{P}_m$  – вектор магнітного моменту контуру зі струмом.

Для плоского контуру зі струмом  $I$ :

$$\vec{P}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}, \quad (4.1.6)$$

де  $S$  – площа контуру;  $\vec{n}$  – одиничний вектор нормалі до контуру.

Модуль обертаючого моменту сил обчислюється за формулою

$$M = P_m \cdot B \cdot \sin \alpha, \quad (4.1.7)$$

де  $\alpha$  – кут між напрямком вектора індукції магнітного поля та нормаллю до площини контуру.

Згідно з законом Біо–Савара–Лапласа індукція магнітного поля, яка створена довільним елементом струму в деякій точці поля визначається таким чином:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \cdot \frac{I [d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{r^3}, \quad (4.1.8)$$

де  $I$  – сила струму;  $d\vec{l}$  – вектор, який по модулю дорівнює довжині елемента провідника і співпадає за напрямком зі струмом;  $\vec{r}$  – радіус-вектор, проведений з елемента  $d\vec{l}$  провідника в дану точку поля;  $r$  – модуль радіус-вектора. Напрямок  $d\vec{B}$  визначається за правилом правого гвинта.

Модуль вектора  $d\vec{B}$  визначається за формулою

$$dB = \frac{\mu_0 \mu_r \cdot I \cdot dl \cdot \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (4.1.9)$$

де  $\alpha$  – кут між векторами  $d\vec{l}$  і  $d\vec{B}$ .

Принцип суперпозиції: магнітна індукція довільної системи провідників зі струмами (або системи електричних частинок, які рухаються) дорівнює геометричній сумі магнітних індукцій полів кожного провідника (або кожної зарядженої частинки).

Застосування закону Біо–Савара–Лапласа спільно з принципом суперпозиції дозволяє розрахувати індукцію конкретних магнітних полів.

Якщо по прямому провіднику завдовжки  $l$  протікає струм  $I$ , то в точці, віддаленій від провідника на відстані  $r$ , модуль вектора індукції магніт-

ного поля дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (4.1.10)$$

де  $\alpha_1$  та  $\alpha_2$  – кути, утворені радіус-векторами, проведеними від кінців провідника до даної точки, та самим провідником;  $r_0$  – відстань від осі провідника до даної точки.

Для нескінченно довгого провідника модуль вектора індукції магнітного поля в будь-якій точці поля  $\vec{B}$ :

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r_0}. \quad (4.1.11)$$

Модуль вектора індукції магнітного поля в центрі кругового провідника зі струмом:

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{I}{2R}, \quad (4.1.12)$$

де  $R$  – радіус кругового провідника зі струмом.

Закон повного струму має вигляд:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_i dl = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i, \quad (4.1.13)$$

де  $\oint_L \vec{B} d\vec{l}$  – циркуляція вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  уздовж замкнутого

контурі  $L$ ;  $\sum_{i=1}^n I_i$  – алгебраїчна сума струмів, охоплювана контуром;

$n$  – число провідників зі струмами, охоплених контуром  $L$  довільної форми. Необхідно пам'ятати, що кожний струм враховується стільки, скільки разів він охоплюється контуром. При цьому позитивним вважається струм, напрямок якого пов'язаний з напрямком обходу по контуру правилом правого гвинта. Струм протилежного напрямку вважається від'ємним.

У центрі довгого соленоїда з числом витків  $N$  модуль вектора індукції:

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{l}, \quad (4.1.14)$$

де  $l$  – довжина соленоїда.

Потік вектора індукції однорідного магнітного поля через плоску поверхню площею  $S$  може бути розрахований за формулою

$$\Phi = BS \cos \alpha, \quad (4.1.15)$$

де  $\alpha$  – кут між вектором нормалі  $\vec{n}$  до площини контуру і вектором магнітної індукції  $\vec{B}$ .

Теорема Остроградського–Гауса для магнітного поля:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0, \quad (4.1.16)$$

магнітний потік крізь довільну замкнену поверхню дорівнює нулю. Цей результат є математичним виразом відсутності у природі магнітних зарядів – джерел магнітного поля, на яких би починалися та закінчувалися лінії магнітної індукції.

При русі провідника зі струмом  $I$  в однорідному магнітному полі сили поля здійснюють над провідником роботу:

$$A = I\Phi, \quad (4.1.17)$$

де  $\Phi$  – магнітний потік, який пронизує поверхню, описану провідником при плоско паралельному переміщенні.

При переміщенні контуру зі струмом у магнітному полі робота дорівнює:

$$A = I\Delta\Phi,$$

де  $\Delta\Phi$  – зміна магнітного поля, що пронизує контур.

Якщо в магнітному полі з індукцією  $\vec{B}$  рухається заряджена частинка зі швидкістю  $\vec{v}$ , то на неї зі сторони поля діє сила Лоренца:

$$\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}]. \quad (4.1.18)$$

Модуль цієї сили:

$$F = qvB \sin \alpha,$$

де  $\alpha$  – кут між векторами швидкості  $\vec{v}$  і індукції магнітного поля  $\vec{B}$ .

### ***Задачі до теми «Магнітне поле»***

**4.1.1.** По провіднику, зігнутому у вигляді рівностороннього трикутника зі стороною  $l = 0,5$  м, протікає постійний електричний струм силою  $I = 3,14$  А. Чому дорівнює напруженість магнітного поля в центрі трикутника?



**4.1.2.** По тонкому дротовому кільцю тече струм. Не змінюючи сили струму, провіднику надали форму квадрата. У скільки разів зміниться індукція поля в центрі контуру?

**4.1.3.** З дроту довжиною  $l = 1$  м зроблена квадратна рамка, по якій тече струм силою  $I = 10$  А. Знайти напруженість магнітного поля в центрі рамки.

**4.1.4.** Прямий нескінчений провідник має кругову петлю радіусом  $R = 0,08$  м. Визначити величину струму в провіднику, якщо відомо, що напруженість магнітного поля в центрі петлі  $H = 100$  А/м.

**4.1.5.** По двох нескінченно довгих паралельних провідниках, відстань між якими  $l = 0,08$  м, в одному напрямку протікають струми  $I_1 = 10$  А,  $I_2 = 2$  А. Визначити індукцію магнітного поля в точці, яка лежить на продовженні прямої, що з'єднує провідники, і яка віддалена на відстані  $d = 0,02$  м від другого провідника. Вважати, що обидва провідники розміщені в вакуумі.

**4.1.6.** Нескінченно довгий прямий провідник, по якому тече струм силою  $I = 5$  А, зігнутий під прямим кутом. Знайти індукцію магнітного поля на відстані  $a = 0,1$  м від вершини кута в точці, що лежить на бісектрисі прямого кута.

**4.1.7.** Два прямолінійних нескінченно довгих провідника розміщені паралельно на відстані  $0,5$  м один від одного. Струми в провідниках направлені протилежно і дорівнюють відповідно  $I_1 = 20$  А,  $I_2 = 24$  А. Визначити індукцію магнітного поля в точці, розташованій на відстані  $r_1 = 0,4$  м від першого провідника й  $r_2 = 0,3$  м від другого.

**4.1.8\*.** В однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 10^{-2}$  Тл (силової лінії поля перпендикулярні поверхні Землі) знаходиться вільно підвішений горизонтально прямолінійний мідний провідник. Площа поперечного перерізу провідника  $S = 4 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>. З яким прискоренням провідник почне виштовхуватись з поля, якщо по ньому потече струм  $I = 8,9$  А?

**4.1.9\*.** Два довгих паралельних ізольованих провідника підвішені на шнурах довжиною  $l = 4 \cdot 10^{-2}$  м на спільну, паралельну їм вісь. Струми в проводах рівні й направлені в протилежні сторони. Маса проводів  $m = 0,5$  кг на кожен метр довжини. Яка сила струму, якщо шнури, на яких висять проводи, утворюють кути  $\alpha = 30^\circ$  з вертикаллю?

**4.1.10.** По горизонтально розташованому провіднику довжиною  $l = 0,2$  м і масою  $m = 4 \cdot 10^{-3}$  кг тече струм силою  $I = 10$  А. Знайти індукцію

магнітного поля, в яке потрібно помістити провідник, щоб він знаходився в рівновазі.

**4.1.11\*.** Горизонтальні рейки знаходяться в однорідному магнітному полі на відстані  $l = 0,3$  м одна від одної. На них лежить стрижень, перпендикулярний рейкам. Якою повинна бути індукція магнітного поля, щоб стрижень почав рівномірно рухатися вздовж рейок, якщо по ньому пропустити струм  $I = 50$  А? Коефіцієнт тертя стрижня об рейки  $\mu = 0,2$ , маса стрижня  $m = 0,5$  кг.

**4.1.12.** В однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 0,1$  Тл знаходиться прямий мідний провідник, переріз якого  $S = 8 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>. Визначити силу струму в провіднику, якщо при розташуванні його перпендикулярно лініям індукції магнітного поля, він знаходиться в рівновазі.

**4.1.13.** По двох тонких дротах, зігнутих у вигляді кільця радіусом  $R = 0,1$  м, течуть однакові струми силою  $I = 10$  А в кожному. Знайти силу  $F$  взаємодії цих кілець, якщо площини, в яких лежать кільця, паралельні, а відстань між центрами кілець  $d = 10^{-3}$  м.

**4.1.14.** Квадратна рамка із стороною  $a = 0,04$  м, по якій тече струм силою  $I = 1,5$  А, вільно підвішена. Рамка вноситься в однорідне магнітне поле, лінії індукції якого горизонтальні, і розташовується в площині, паралельній напрямку поля. Визначити обертаючий момент, діючий на рамку, якщо індукція магнітного поля  $B = 10$  Тл.

**4.1.15.** На дротовий виток радіусом  $r = 0,1$  м, розміщений між полюсами магніту, діє максимальний механічний момент  $M = 6,5 \cdot 10^{-6}$  Н·м. Сила струму у витку  $I = 2$  А. Визначити індукцію магнітного поля між полюсами магніту. Дією магнітного поля Землі нехтувати.

**4.1.16.** Напруженість магнітного поля в центрі кругового витка  $H = 200$  А/м. Магнітний момент витка  $p_m = 1$  А·м<sup>2</sup>. Обчислити силу струму у витку і радіус витка.

**4.1.17.** Плоска прямокутна котушка з  $N = 200$  витків і сторонами  $a = 0,1$  м і  $b = 0,05$  м знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 0,05$  Тл. Який максимальний обертаючий момент може діяти на котушку в цьому полі, якщо сила струму в котушці  $I = 2$  А?

**4.1.18.** Дротовий виток радіусом  $R = 5 \cdot 10^{-2}$  м знаходиться в однорідному магнітному полі напруженістю  $H = 2 \cdot 10^3$  А/м. Площина витка утворює кут  $\alpha = 60^\circ$  з напрямком поля. По витку тече струм силою  $I = 4$  А. Знайти механічний момент, діючий на виток.

**4.1.19.** Рамка зі струмом силою  $I = 5$  А містить  $N = 20$  витків тонкого дроту. Визначити магнітний момент  $p_m$  рамки зі струмом, якщо її площа  $S = 10^{-3}$  м<sup>2</sup>.

**4.1.20.** Котушка, що містить  $N = 1000$  витків тонкого дроту, має квадратний переріз із стороною  $a = 0,1$  м. Знайти магнітний момент  $p_m$  котушки при силі струму  $I = 1$  А.

**4.1.21.** Дротовий виток з діаметром  $d = 0,2$  м поміщений в однорідне магнітне поле, індукція якого  $B = 10^{-3}$  Тл. При пропусканні по витку струму  $I = 2$  А виток обернувся на  $\alpha = 90^\circ$ . Визначити обертаючий момент, діючий на дротовий виток.

**4.1.22.** Довгий прямий соленоїд з дроту діаметром  $d = 5 \cdot 10^{-4}$  м намотано так, що витки щільно прилягають один до одного. Яка напруженість  $H$  магнітного поля усередині соленоїда при силі струму  $I = 10$  А? Товщиною ізоляції нехтувати.

**4.1.23.** В однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 0,25$  Тл знаходиться пласка котушка з радіусом  $r = 0,25$  м, в якій  $N = 75$  витків. Площина котушки складає кут  $\alpha = 60^\circ$  з напрямком ліній індукції магнітного поля. Визначити обертаючий момент, що діє на котушку в магнітному полі, якщо по її витках тече струм силою  $I = 8$  А.

**4.1.24.** Плоский контур, площа якого  $S = 25$  см<sup>2</sup>, знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 0,04$  Тл. Визначити магнітний потік, що пронизує контур, якщо його площа складає кут  $\alpha = 30^\circ$  з лініями індукції.

**4.1.25\*.** У магнітному полі, індукція якого  $B = 0,05$  Тл, обертається стрижень довжиною  $l = 1$  м. Вісь обертання, що проходить крізь один кінець стрижня, паралельна силовим лініям магнітного поля. Знайти потік магнітної індукції, що перетинається стрижнем при кожному оберті.

**4.1.26.** Знайти магнітний потік, який створюється соленоїдом з перерізом  $S = 10$  см<sup>2</sup>, якщо він має  $N = 10$  витків на кожен сантиметр його довжини при силі струму  $I = 20$  А.

**4.1.27.** В однорідному магнітному полі, напруженість якого  $H = 8 \cdot 10^4$  А/м, розміщена квадратна рамка. Її площа складає з напрямком магнітного поля кут  $\alpha = 45^\circ$ . Сторона рамки  $a = 4$  см. Визначити потік магнітної індукції, що пронизує рамку.

**4.1.28.** Рамка, площа якої  $S = 16$  см<sup>2</sup>, обертається в однорідному магнітному полі з частотою 2 об/с. Вісь обертання знаходиться в площині

рамки й перпендикулярна силовим лініям магнітного поля. Напруженість магнітного поля  $H = 7,96 \cdot 10^4$  А/м. Знайти найбільше значення потоку магнітної індукції.

**4.1.29.** Круговий контур розташовано в однорідному магнітному полі так, що площа контуру перпендикулярна силовим лініям поля. Напруженість поля  $H = 16 \cdot 10^4$  А/м. По контуру тече струм силою  $I = 2$  А. Радіус контуру  $R = 2$  см. Яку роботу треба здійснити, щоб повернути контур на  $\alpha = 90^\circ$  навколо осі, що співпадає з діаметром контуру?

**4.1.30\*.** В однорідному магнітному полі, індукція якого дорівнює  $B = 0,5$  Тл, рівномірно рухається провідник довжиною  $l = 10$  см. По провіднику тече струм силою 2 А. Швидкість руху провідника  $v = 20$  см/с. Провідник рухається перпендикулярно напрямку магнітного поля. Знайти: 1) роботу переміщення провідника за  $t = 10$  с руху; 2) потужність, що затрачено на цей рух.

**4.1.31.** Виток, по якому тече струм  $I = 20$  А, вільно установився в однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 16$  мТл. Діаметр витка  $d = 10$  см. Яку роботу потрібно здійснити, щоб повільно повернути виток на кут  $\alpha = \pi/2$  відносно осі, яка співпадає з діаметром?

**4.1.32.** Плоский контур зі стороною  $a = 5$  см, по якому тече струм силою  $I = 10$  А, вільно установився в однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 2$  Тл. Визначити роботу, що здійснюють зовнішні сили при повороті контуру відносно осі, яка проходить через середину його протилежних сторін, на кут  $\alpha = 90^\circ$ . Сила струму при повороті постійна.

**4.1.33.** Плоский контур, площа якого дорівнює  $S = 300$  см<sup>2</sup>, знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 0,01$  Тл. Площа контуру перпендикулярна лініям індукції. У контурі підтримується незмінний струм  $I = 10$  А. Визначити роботу зовнішніх сил з переміщення контуру зі струмом в область простору, магнітне поле в якому відсутнє.

**4.1.34.** Електрон, який пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $U = 400$  В, потрапив в однорідне магнітне поле з індукцією  $B = 1,5 \cdot 10^{-3}$  Тл. Визначити радіус кривизни траєкторії. Вектор швидкості електрона перпендикулярний лінії індукції.

**4.1.35\*.** Електрон, який має швидкість  $v = 2 \cdot 10^6$  м/с, влетів в однорідне магнітне поле з індукцією  $B = 3 \cdot 10^{-2}$  Тл під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до напрямку

ліній індукції. Визначити радіус і крок гвинтової лінії, по якій буде рухатись електрон.

**4.1.36.** Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 0,03$  Тл по колу радіусом  $R = 10$  см. Визначити швидкість електрона.

**4.1.37.** Знайти силу Лоренца, яка діє на електрон, що влітає зі швидкістю  $v = 4 \cdot 10^6$  м/с в однорідне магнітне поле під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до лінії індукції. Магнітна індукція поля дорівнює  $B = 0,2$  Тл.

**4.1.38.** Іон, який несе один елементарний заряд, рухається в однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 0,015$  Тл по колу радіусом  $R = 10$  см. Визначити імпульс іона.

**4.1.39.** Електрон рухається в магнітному полі з індукцією  $B = 0,02$  Тл по колу  $R = 1$  см. Знайти кінетичну енергію електрона (в джоулях і електрон-вольтах).

**4.1.40.** Електрон рухається по колу в однорідному магнітному полі напруженістю  $H = 10^4$  А/м. Знайти період обертання електрона.

**4.1.41.** Електрон, прискорений різницею потенціалів  $U = 300$  В, рухається паралельно прямолінійному довгому дроту на відстані  $a = 4$  мм від нього. Яка сила буде діяти на електрон, якщо по провіднику пустити струм  $I = 5$  А?

**4.1.42.** Заряджена частинка рухається в магнітному полі по колу зі швидкістю  $v = 10^6$  м/с. Індукція магнітного поля  $B = 0,3$  Тл, радіус кола  $R = 4$  см. Знайти заряд частинки, якщо відомо, що її енергія дорівнює  $W = 12$  кеВ.

**4.1.43.** Електрон влітає в однорідне магнітне поле під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до напрямку поля і рухається по гвинтовій лінії радіусом  $R = 1,5$  см. Індукція магнітного поля  $B = 0,1$  Тл. Знайти кінетичну енергію електрона.

## 4.2. Магнітне поле у речовині

Магнітне поле індукцією  $\vec{B}$  у речовині утворюється як зовнішніми струмами (макрострумами)  $\vec{B}_0$ , так і магнітними полями структурних елементів речовини: атомів, молекул і т. п. (мікрострумами)  $\vec{B}'$ :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (4.2.1)$$

Закон повного струму для магнітного поля у речовині має вигляд:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I_{\text{макро}} + I_{\text{мікро}}), \quad (4.2.2)$$

де  $I_{\text{макро}}$  та  $I_{\text{мікро}}$  – алгебраїчні суми макро та мікро струмів.

Для характеристики магнітного поля у середовищі користуються фізичною величиною, яка має назву намагніченість  $\vec{M}$  і визначається співвідношенням

$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_{m_i}, \quad (4.2.3)$$

де  $\vec{p}_{m_i}$  – магнітний момент  $i$ -го структурного елемента;  $\Delta V$  – об'єм магнетика.

Намагніченість  $\vec{M}$  зв'язана з мікрострумами  $I_{\text{мікро}}$  відношенням

$$\oint \vec{M} d\vec{l} = I_{\text{мікро}}. \quad (4.2.4)$$

Намагніченість  $\vec{M}$  також прямо пропорційна напруженості магнітного поля:

$$\vec{M} = \chi_r \vec{H}, \quad (4.2.5)$$

де  $\chi_r$  – магнітна сприйнятливість магнетика.

Вектор  $\vec{H}$ , згідно з законом повного струму визначається макро-струмами  $I_{\text{макро}}$ :

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{макро}}. \quad (4.2.6)$$

Згідно з виразами (4.2.2), (4.2.4) та (4.2.6) маємо:

$$\frac{1}{\mu_0} \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L \vec{H} d\vec{l} + \oint_L \vec{M} d\vec{l} = \oint_L (1 + \chi_r) \vec{H} d\vec{l}. \quad (4.2.7)$$

Для ізотропного магнетика з (4.2.7) маємо:

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_r) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}, \quad (4.2.8)$$

де  $\mu_0 = 1 + \chi_r$  – відносна магнітна проникність речовини.

Для опису магнітного поля в речовині А.М. Ампер запропонував модель молекулярних струмів: у кожній частині речовини (атомах, молекулах і т. п.) рухається замкнений круговий струм, а отже, частина має магнітний

момент  $\vec{p}_m$ , (в майбутньому досліді показали, що частинки речовини дійсно мають магнітний момент).

Згідно з приблизною моделлю Н. Бора, електрони, які мають розміри набагато менші за розмір атома, рухаються замкненими (в першому наближенні круговим) орбітами. Рухаючись круговими орбітами, електрони являють собою замкнені електричні струми. Величина цього струму  $I = -ev$ , де  $e$  – заряд електрона,  $v$  – частота обертання. Круговий струм має магнітний момент:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (4.2.9)$$

де  $S = \pi r^2$  – площа, охоплена круговим струмом;  $\vec{n}$  – одиничний вектор, перпендикулярний площині контуру та направлений уздовж позитивної нормалі (визначається за «правилом буравчика»).

Внаслідок теплового руху частинок, їх магнітні моменти  $\vec{p}_m$  розташовані хаотично та загальний магнітний момент речовини дорівнює нулю. У зовнішньому магнітному полі на кожну частинку, яка має магнітний момент  $\vec{p}_m$ , діє механічний момент ( $\vec{L}$ ), що намагається орієнтувати частинки таким чином, щоб їхні магнітні моменти були паралельні силовим лініям магнітного поля. Відношення магнітного моменту до механічного має назву гіромагнітного відношення орбітальних моментів:  $g = \frac{e}{2m}$ . Крім цього існує гіромагнітне відношення спінових моментів:  $g_s = \frac{e}{m}$ . Таким чином, магнітний момент атома дорівнює векторній сумі орбітальних та спінових моментів усіх електронів у атомі.

Згідно з моделлю Ампера при однорідному намагніченні кожній частинці приписується «молекулярний» круговий струм, магнітний момент якого паралельний силовим лініям поля. При цьому зустрічні ділянки молекулярних струмів двох сусідніх частинок компенсують одна одну, а отже, некомпенсованими будуть тільки зовнішні ділянки кругових струмів частинок, які лежать на поверхні зразка. Тому суму всіх молекулярних струмів дозволено замінити одним поверхневим струмом. Легко показати, що лінійна густина поверхневого струму  $i$  ( $i = I/l$ , де  $I$  – поверхневий струм,  $l$  – довжина зразка) чисельно дорівнює намагніченості  $\vec{M}$  речовини.

Якщо частинки мають ненульовий магнітний момент (парамагнетики), то при достатньо сильних магнітних полях можна допустити, що маг-

нітні моменти всіх частинок «вишиковуються» уздовж зовнішнього магнітного поля. Для знаходження максимальної намагніченості  $\vec{M}$  достатньо скласти магнітні моменти всіх частинок в одиниці об'єму.

У діамагнетиках магнітні моменти частинок дорівнюють нулю. При розміщенні діамагнетика у зовнішньому магнітному полі кожна з його частинок набуває індукованого (наведеного) магнітного моменту  $\vec{p}_{m_i}$ , пропорційного напруженості  $\vec{H}$  магнітного поля та спрямована антипаралельно  $\vec{H}$  (магнітна сприйнятливості діамагнетика  $\chi_r$  від'ємна). Таким чином, магнітний момент діамагнетика, розміщеного у зовнішньому магнітному полі, спрямовано проти поля.

Крім описаних пара- та діамагнетиків, існують речовини (феромагнетики), в яких навіть при відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти частинок у відносно великих об'ємах тіла орієнтовані паралельно один одному. Внаслідок цього магнітний момент такої частини об'єму (домена) відрізняється від нуля. В достатньо сильному зовнішньому магнітному полі магнітні моменти всіх доменів переорієнтовуються уздовж зовнішнього поля. Цим пояснюється велике значення магнітної проникності феромагнетиків. Крім того, характерною особливістю феромагнетиків є магнітний гістерезис.

Для феромагнетиків вектори  $\vec{M}$  та  $\vec{H}$  не паралельні один одному при температурах, менших за визначену для даної речовини температуру (точку Кюрі).

### ***Задачі до теми «Магнітне поле у речовині»***

**4.2.1.** Довести, що елемент струму  $I d\vec{l}$  дорівнює  $dq\vec{v}$ , де  $I$  – сила струму в провіднику,  $d\vec{l}$  – довжина провідника,  $dq$  – заряд,  $\vec{v}$  – швидкість руху заряду.

**4.2.2.** Позитивний іон, заряд якого дорівнює  $q = 4,8 \cdot 10^{-19}$  Кл, рухається зі швидкістю  $v = 7 \cdot 10^5$  м/с. Розрахувати індукцію магнітного поля в точках, які знаходяться від іона на відстані  $a = 3,36 \cdot 10^{-3}$  м. Розв'язати задачу для випадків, коли радіус-вектор точок створює зі швидкістю  $\vec{v}$  кут: 1)  $\alpha_1 = 30^\circ$ ; 2)  $\alpha_2 = 90^\circ$ ;  $\alpha_3 = 0^\circ$ .

**4.2.3.** Описати силу взаємодії зарядів  $Q$  та  $q$  у системі, відносно якої вони нерухомі ( $F_y$ ), і у системі, відносно якої вони обидва рухаються в од-



ному напрямку зі швидкістю  $v(F_y')$ . Відповідно до перетворень Лоренца поперечна складова сили перетворюється за формулою:  $F_y' = F_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ .

**4.2.4.** Є тонкий залізний циліндр довжиною  $l = 30$  см. Чому дорівнює поверхневий молекулярний струм, якщо намагніченість заліза у всіх точках однакова (магнетик однорідний) та дорівнює  $M = 4 \cdot 10^5$  А/м?

**4.2.5.** Постійний струм  $I$  протікає вздовж довгого однорідного циліндричного дроту круглого перерізу. Дріт зроблений з парамагнетика з магнетичною сприйнятливістю  $\chi_r$ . Знайти поверхневий молекулярний струм.

**4.2.6.** Припустивши, що електрон з зарядом  $-e$  та масою  $m_e$  знаходиться в атомі на круговій орбіті, знайти відношення орбітального магнітного моменту електрона до його моменту кількості руху (гіромагнітне відношення).

**4.2.7.** Магнітний момент атома натрію  $p_m = 9,27 \cdot 10^{-24}$  А·м<sup>2</sup>. Яка буде намагніченість  $\vec{M}$  натрію, якщо всі атоми орієнтуються уздовж зовнішнього магнітного поля? Молярна маса натрію  $\mu = 23 \cdot 10^{-3}$  кг/моль, а його густина  $\rho = 0,9725$  кг/м<sup>3</sup>. Значення числа Авогадро прийняти рівним  $6,023 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>.

**4.2.8.** У магнітному полі з індукцією  $B = 2 \cdot 10^{-5}$  Тл розміщена кулька з вісмуту радіусом  $R = 5$  мм. Який магнітний момент кульки? Як він спрямований? Магнітна сприйнятливість вісмуту  $\chi_r = -1,76 \cdot 10^{-4}$ .

**4.2.9.** Знаючи, що напруженість однорідного магнітного поля у вольфрамі  $H = 10$  А/м, визначити магнітну індукцію поля, яка обумовлена намагнічуванням. Магнітна сприйнятливість вольфраму  $\chi_r = 1,76 \cdot 10^{-4}$ .

**4.2.10.** Соленоїд має довжину  $l = 20$  см, площу поперечного перерізу  $S = 10^2$  см<sup>2</sup> та кількість витків  $N = 400$ . Соленоїд знаходиться в діамагнітному середовищі. Його індуктивність  $L = 10^{-3}$  Гн. Знайти магнітну індукцію  $\vec{B}$  та намагніченість  $\vec{M}$  усередині соленоїда, якщо по ньому протікає струм  $I = 2$  А.

**4.2.11.** Що станеться з полем нескінченного соленоїда при заповненні соленоїда однорідним ізотропним магнетиком з проникністю  $\mu_r$ ?

**4.2.12.** На залізному сердечнику у вигляді тору діаметром  $d = 500$  мм є обмотка з кількістю витків  $N = 1000$ . У сердечнику зроблений поперечний проріз, внаслідок чого утворився повітряний зазор шириною  $b = 1$  мм. При силі струму в обмотці  $I = 0,85$  А напруженість поля в зазорі  $H = 600$

кА/м. Визначити магнітну проникність  $\mu_r$  заліза при цих умовах. Розсіюванням поля на краях зазору знехтувати.

**4.2.13.** Дві пластини з магнетиків з проникністями  $\mu_1$  і  $\mu_2$  складені разом та розміщені у перпендикулярне до них однорідне поле з індукцією  $\vec{B}_0$ . Чому дорівнює потік  $\Phi_B$  вектора  $\vec{B}$  і потік  $\Phi_H$  вектора  $\vec{H}$  через поверхню циліндра з площею основи  $S$  та твірною, паралельною  $\vec{B}$ , розташованого таким чином, що одна частина його знаходиться в першому середовищі, а інша – в другому?

**4.2.14.** Нескінчена пластинка товщиною  $a$  з ізотропного магнетика розташована у перпендикулярному до неї однорідному зовнішньому магнітному полі з індукцією  $\vec{B}_0$ . Магнітна проникність пластинки змінюється лінійно від значення  $\mu_{r1}$  на лівій межі до  $\mu_{r2}$  на протилежній межі. Знайти потік  $\Phi_H$  вектора  $\vec{H}$  крізь циліндричну поверхню з твірними, паралельними осі  $X$ . Основи циліндра розташовані в точках з координатами  $X_1 = a/2$  та  $X_2 = 3a/2$ . Площа кожної основи  $S$ .

**4.2.15.** Індукція магнітного поля у вакуумі поблизу плоскої поверхні магнетика дорівнює  $B$ , і вектор  $\vec{B}$  складає кут  $\theta$  з нормаллю  $\vec{n}$  до поверхні. Магнітна проникність магнетика дорівнює  $\mu_r$ .

Знайти:

а) потік вектора  $\vec{H}$  через поверхню сфери радіусом  $R$ , центр якої лежить на поверхні магнетика;

б) циркуляцію вектора  $\vec{B}$  по квадратному контуру зі стороною  $l$ , розташованому перпендикулярно поверхні. При цьому половина контуру знаходиться у магнетикі, а інша половина – у вакуумі.

**4.2.16.** Парамагнетик знаходиться при температурі  $t = 30$  °С. Концентрація атомів дорівнює  $n = 10^{27}$  м<sup>-3</sup>, магнітний момент атома дорівнює подвоєному магнетону Бора. Оцінити, наскільки число атомів, магнітні моменти котрих орієнтовані уздовж поля, більше числа атомів, магнітні моменти котрих орієнтовані проти поля, якщо його індукція  $B = 1,2$  Тл.

**4.2.17.** Алюмінієва кулька радіусом  $r = 1$  мм знаходиться в неоднорідному магнітному полі, яке змінюється в напрямку осі  $X$ , в тій точці поля, де індукція магнітного поля  $B = 5$  Тл та  $dB/dx = 3$  Тл/м. Визначити силу, яка діє на кульку з боку магнітного поля. Вважати намагнічування кульки однаковим в усіх його точках.

**4.2.18.** Дві кульки, алюмінієва та вісмутова, знаходяться в процесі зіткнення одна з одною у магнітному полі. Їх центри лежать на осі  $X$ . Магнітне поле змінюється в напрямку осі  $X$ . Як повинні бути розташовані кульки і яким повинно бути відношення їх радіусів, щоб вони знаходилися в рівновазі під впливом сил магнітного поля? Вважати кульки настільки малими, що напруженість магнітного поля кульок  $H$  одна й та ж сама. Намагнічування кульок при цьому однакове у всіх точках.

**4.2.19.** Кюрі експериментально визначив, що магнітна сприйнятливості  $\chi_r$  парамагнітної речовини обернено пропорційна її абсолютній температурі. Якщо магнітна сприйнятливості якої-небудь парамагнітної речовини визначена при  $0^\circ\text{C}$ , то як повинна змінитись її температура, щоб магнітна сприйнятливості зросла на 10 %?

**4.2.20.** Залежність магнітної проникності  $\mu_r$  від напруженості магнітного поля  $H$  була вперше досліджена О.Г. Столетовим в його роботі «Дослідження функції намагнічування м'якого заліза» (1872 р.). При дослідженні О.Г. Столетов надав випробовуваному зразку заліза форму тороїда. Залізо намагнічувалось пропусканням струму  $I$  по котушці, намотаній на тороїд. Зміна напрямку струму в цій первинній котушці викликала у балістичному гальванометрі відхилення  $\alpha$ . Гальванометр був увімкнений у ланцюг повторної котушки, намотаної на цей же тороїд.

Тороїд, з яким працював А.Г. Столетов, мав параметри: площа поперечного перерізу  $S = 1,45 \text{ см}^2$ , довжина  $l = 60 \text{ см}$ , кількість витків первинної котушки  $N_1 = 800$ , вторинної котушки  $N_2 = 100$ . Балістична константа гальванометра  $C = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/под}$  і опір вторинного кола  $R = 12 \text{ Ом}$ . Результати одного з експериментів О.Г. Столетова наведені в табл. 1.

Таблиця 1

$I, \text{ А}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\alpha$ (в поділках шкали)	48,7	148	208	241	256

За цими даними скласти таблицю і накреслити відповідний графік залежності магнітної проникності  $\mu_r$  від напруженості магнітного поля  $H$  для заліза, з яким працював О.Г. Столетов.

**4.2.21.** У табл. 2. наведені координати деяких точок граничного гістерезисного циклу деякого феромагнетика. Побудувати петлю гістерезису (рекомендований масштаб:  $10 \text{ мм} = 100 \text{ А/м}$  і  $10 \text{ мм} = 0,2 \text{ Тл}$ ). Визначити за

графіком коерцитивну силу  $\vec{H}_k$  та індукцію при насиченні  $\vec{B}_H$ . Обчислити намагніченість насиченості  $\vec{M}_H$  та залишкову намагніченість  $\vec{M}_0$ .

Таблиця 2

Напруженість магнітного поля $H$ , А/м	Індукція магнітного поля, $B$ , Тл		Напруженість магнітного поля $H$ , А/м	Індукція магнітного поля, $B$ , Тл	
	нижня гілка петлі	верхня гілка петлі		нижня гілка петлі	верхня гілка петлі
0	-0,23	0,23	500	0,92	1,15
100	0	0,46	600	1,10	1,19
200	0,23	0,69	700	1,20	1,24
300	0,46	0,92	800	1,26	1,26
400	0,69	1,98			

### 4.3. Електромагнітне поле

Електрорушійна сила індукції  $\varepsilon_i$  і струм індукції  $I_i$  незалежно від причин зміни магнітного потоку обчислюються за формулами

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}; \quad (4.3.1)$$

$$I_i = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt}, \quad (4.3.2)$$

де  $\frac{d\Phi}{dt}$  – швидкість зміни магнітного потоку  $\Phi$ ;  $R$  – опір контуру.

При зміні сили струму в контурі виникає ЕРС самоіндукції  $\varepsilon_{si}$

$$\varepsilon_{si} = -\frac{d\psi}{dt}, \quad (4.3.3)$$

де  $\psi = LI$  – повний магнітний потік крізь контур;  $I$  – сила струму в контурі;  $L$  – індуктивність контуру. Значення індуктивності  $L$  визначається геометрією контуру та магнітними властивостями середовища.

Характерні прояви самоіндукції спостерігаються при замиканні і розмиканні струму в колі. При розімкненні кола сила струму зменшується за законом

$$I = I_0 e^{\frac{-R}{L}t}, \quad (4.3.4)$$

а при замиканні ланцюга сила струму збільшується відповідно з виразом

$$I = I_0 (1 - e^{\frac{-R}{L}t}), \quad (4.3.5)$$

де  $L$  – індуктивність;  $R$  – опір ланцюга;  $I_0$  – сила струму в момент часу  $t = 0$ .

За наявності зв'язаних контурів, тобто контурів, розміщених близько один до одного, ЕРС індукції, яка виникає в одному з них при зміні сили струму в іншому, можна визначити за формулою

$$\varepsilon_{12} = -\frac{d(L_{12}I_2)}{dt}. \quad (4.3.6)$$

Тут  $L_{12}I_2 = \psi_{12}$  – потік, з'єднаний з контуром 1 при протіканні в контурі 2 сили струму  $I_2$ , а  $L_{12}$  – взаємна індуктивність контурів.

Індукційні струми у масивних провідниках, які знаходяться у змінному магнітному полі мають назву вихрових або струмів Фуко, тому внаслідок виникнення вихрових струмів змінний струм розподіляється по перерізу провідника нерівномірно, витискуючись на поверхню провідника. Це явище має назву скін-ефекту.

При відсутності феромагнетиків контур з індуктивністю  $L$ , по якому тече струм  $I$ , має енергію

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (4.3.7)$$

Для однорідного поля, що заповнює об'єм  $V$  (наприклад, у випадку довгого соленоїда), енергія поля  $W$  обчислюється за формулою

$$W = \frac{B^2}{2\mu_r\mu_0}V = \frac{\vec{B}\vec{H}}{2}V, \quad (4.3.8)$$

де  $\vec{H}$  – напруженість магнітного поля;  $\vec{B}$  – індукція магнітного поля.

Магнітна енергія, розподілена у просторі з об'ємною густиною

$$w = \frac{\vec{B}\vec{H}}{2} = \frac{B^2}{2\mu_r\mu_0}. \quad (4.3.9)$$

Ця формула може бути використана у випадку тільки пара- та діаманетиків.

### **Задачі до теми «Електромагнітне поле»**

**4.3.1.** Потік магнітної індукції у контурі, що проводить електричний струм, який містить  $N=100$  витків, змінюється за законом  $\Phi = (2 + 5t) \cdot 10^{-2}$  Вб. Як залежить ЕРС індукції у контурі від часу? Чому дорівнює сила електричного струму в контурі, якщо опір провідника  $R = 2$  Ом? Який фізичний сенс має знак відповіді?

**4.3.2.** Рамка площиною  $S = 200 \text{ см}^2$  рівномірно обертається з частотою  $n = 10 \text{ с}^{-1}$  відносно осі, яка лежить у площині рамки та перпендикулярна лініям індукції однорідного магнітного поля  $B = 0,2$  Тл. Яке буде середнє значення ЕРС індукції  $\langle \varepsilon_i \rangle$  за час, протягом якого магнітний потік, що протинає рамку, зміниться від 0 до максимального значення?

**4.3.3.** Дротяна рамка, яка містить  $N = 40$  витків, охоплює площу  $S = 240 \text{ см}^2$ . Навколо неї створюється однорідне магнітне поле, перпендикулярне до її площини. При повороті рамки на  $1/4$  оберту за  $\Delta t = 0,15$  с у ній накопичується середня ЕРС індукції  $\varepsilon_i = 160$  мВ. Визначити індукцію магнітного поля.

**4.3.4\*** Двома паралельними провідними рейками, що розташовані на відстані  $L = 0,2$  м перпендикулярно до однорідного магнітного поля з індукцією  $B = 0,10$  Тл, рухається провідник, вектор швидкості якого  $v = 0,5$  м/с є перпендикулярним до нього. Визначити заряд  $q$  та енергію  $W$  електричного поля конденсатора ємністю  $C = 20$  мкФ увімкненого до електричного кола.

**4.3.5.** Літак з довжиною крил  $l = 18$  м рухається горизонтально зі швидкістю  $v = 800$  км/год. Вертикальна складова напруженості магнітного поля Землі  $H = 40$  А/м. Визначити різницю потенціалів між кінцями крил.

**4.3.6.** Горизонтальний стрижень довжиною  $L = 1$  м обертається навколо вертикальної осі, яка проходить через один з його кінців. Ось обертання паралельна магнітному полю, індукція якого  $B = 50$  мкТл. Яка потрібна частота обертання стрижня, щоб різниця потенціалів на його кінцях, була рівною  $\Delta\varphi = 1$  мВ?

**4.3.7\*.** Прямолінійний провідник довжиною  $l = 1,4$  м знаходиться у однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 7,4 \cdot 10^{-2}$  Тл. Визначити різ-

ницю потенціалів на кінцях провідника при його обертанні у площині перпендикулярній лініям магнітної індукції, з кутовою швидкістю  $\omega = 75$  рад/с. Вважати, що вісь обертання проходить: 1) через середину провідника; 2) через кінець провідника; 3) на відстані  $1/4$  довжини від одного з кінців провідника.

**4.3.8.** В однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 0,1$  Тл, рівномірно обертається котушка, яка складається з  $N = 100$  витків дроту. Частота обертання котушки  $n = 5$  с<sup>-1</sup>, площа поперечного перерізу дорівнює  $S = 0,01$  м<sup>2</sup>. Вісь обертання перпендикулярна осі котушки та напрямку магнітного поля. Знайти максимальну ЕРС індукції  $\varepsilon_i(\max)$  у котушці, яка обертається.

**4.3.9.** Круговий контур радіусом  $r = 2$  см поміщено до однорідного магнітного поля з індукцією  $B = 0,2$  Тл. Площина контуру перпендикулярна напрямку магнітного поля. Опір контуру  $R = 1$  Ом. Яка кількість електричного струму  $q$  пройде через котушку при обертанні її на кут  $\alpha = 90$  градусів?

**4.3.10.** Дротяне кільце радіусом  $r = 10$  см знаходиться на столі. Який заряд  $q$  протече по кільцю, якщо його повернути з однієї сторони на іншу? Опір  $R$  кільця дорівнює  $1$  Ом. Вертикальна складова індукції  $B$  магнітного поля Землі дорівнює  $50$  мкТл.

**4.3.11.** Для того щоб знайти індукцію магнітного поля у зазорі між полюсами електромагніту, у нього помістили рамку площиною  $S = 3,2$  см<sup>2</sup>, яка має  $N = 50$  витків тонкого дроту, приєднану до балістичного гальванометра з опором  $R = 100$  Ом і константою  $q/n = 2 \cdot 10^{-5}$  Кл/под. Коли рамку висмикнули з поля, стрілка гальванометра відхилилась на  $n = 20$  поділок. Чому дорівнює індукція поля?

**4.3.12.** Соленоїд індуктивністю  $4$  мГн вміщає  $N = 600$  витків. Знайти магнітний потік  $\Phi$ , якщо сила струму  $I$ , який протікає по обмотці, дорівнює  $12$  А.

**4.3.13.** Довгий прямий соленоїд, намотаний на немагнітний каркас, має  $N = 1000$  витків та індуктивність  $L = 3$  мГн. Який магнітний потік  $\Phi$  і яке потікосціплення створює соленоїд при силі струму  $I = 1$  А?

**4.3.14.** Визначити індуктивність кола, якщо при зміні сили струму за законом  $I = (1 - 0,2t)$  А в ній виникає ЕРС самоіндукції  $\varepsilon_{si} = 2 \cdot 10^{-2}$  В.

**4.3.15\***. На котушці з опором  $R = 8,2$  Ом і індуктивністю  $L = 25$  мГн підтримується постійна напруга 55 В. Скільки енергії виділиться при розімкненні кола котушки? Яка середня ЕРС самоіндукції з'явиться при цьому в котушці, якщо енергія буде виділятися протягом  $\Delta t = 12$  мс?

**4.3.16.** Котушка має індуктивність  $L = 0,2$  Гн і опір  $R = 1,64$  Ом. У скільки разів зменшиться струм у котушці через час  $t = 0,05$  с після того, як ЕРС вимкнена і котушка замкнена накоротко?

**4.3.17.** Котушка має індуктивність  $L = 0,144$  Гн і опір  $R = 10$  Ом. Через який час  $t$  після вмикання струм в котушці буде дорівнювати половині встановленого?

**4.3.18.** До джерела струму з внутрішнім опором  $R = 2$  Ом підключають котушку індуктивністю  $L = 0,5$  Гн та опором  $R = 8$  Ом. Знайти час  $t$ , впродовж якого струм у котушці, зростаючи, досягає значення, яке відрізняється від максимального на 1 %.

**4.3.19.** Дві котушки розміщені на невеликій відстані одна від іншої. Коли сила струму першій котушці змінюється зі швидкістю  $\Delta I/\Delta t = 5$  А/с, у другій – виникає ЕРС індукції  $\varepsilon_i = 0,1$  В. Визначити коефіцієнт взаємної індуктивності котушок.

**4.3.20\***. Обмотка тороїда з немагнітним осердям має  $N_1 = 251$  витків. Середній діаметр  $\langle D \rangle$  тороїда дорівнює 8 см, діаметр  $d$  витків дорівнює 2 см. На тороїд намотана вторинна обмотка, що має  $N_2 = 100$  витків. При замиканні первинної обмотки в ній протягом  $t = 10^{-3}$  с устанавлюється сила струму  $I = 3$  А. Знайти середню ЕРС індукції  $\langle \varepsilon_i \rangle$ , що виникає у вторинній обмотці.

**4.3.21\***. Дві котушки мають взаємну індуктивність  $L_{12} = 5$  мГн. У першій котушці струм змінюється за законом  $I = I_0 \sin \omega t$ , де  $I_0 = 10$  А,  $\omega = 2\pi/T$  та  $T = 0,02$  с. Знайти залежність від часу ЕРС  $\varepsilon_{21}$ , індукованої у другій котушці, і найбільше значення  $\varepsilon_{21\max}$  цієї ЕРС.

**4.3.22\***. У соленоїді без осердя, який містить  $N = 400$  витків, намотаних на циліндр з картону радіусом  $r = 2$  см і довжиною  $l = 0,4$  м, струм змінюється за законом  $I = 0,2t$  А. Визначити енергію магнітного поля в кінці десятої секунди і ЕРС самоіндукції.

**4.3.23\***. Соленоїд довжиною  $l = 50$  см і площею поперечного перетину  $S = 2$  см<sup>2</sup> має індуктивність  $L = 0,2$  мкГн. При якому струмі  $I$  об'ємна густина енергії магнітного поля усередині соленоїда  $\omega = 1$  мДж/м<sup>3</sup>?



#### 4.4. Основи теорії Максвелла для електромагнітного поля

Рівняння Максвелла в інтегральній формі мають вигляд

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}; \quad (4.4.1)$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{макро}} + I_{\text{см}}, \quad (4.4.2)$$

де

$$I_{\text{макро}} = \int_S \vec{j} d\vec{S};$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV; \quad (4.4.3)$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (4.4.4)$$

Якщо вважати, що вектори електромагнітного поля ( $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{D}$  та  $\vec{H}$ ) є безперервними функціями координат, то розглядаючи циркуляцію  $\vec{H}$  і  $\vec{E}$  нескінченно малими контурами і потоки векторів  $\vec{B}$  і  $\vec{D}$  крізь поверхні, які обмежують нескінченно малі об'єми, можна від інтегральних рівнянь Максвелла перейти до системи диференціальних рівнянь Максвелла, що характеризують поле в кожній точці простору:

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (4.4.5)$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad (4.4.6)$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho; \quad (4.4.7)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0. \quad (4.4.8)$$

Цю систему необхідно доповнити матеріальними рівняннями, які характеризують електричні і магнітні властивості середовища. У випадку ізотропних несегнетоелектричних і неферомагнітних середовищ і макро-струмів, що підпорядковуються закону Ома, ці рівняння мають вигляд:

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E},$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H},$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

де  $\varepsilon_r$  – відносна діелектрична проникність середовища;  $\mu_r$  – відносна магнітна проникність середовища;  $\sigma$  – питома провідність речовини;  $\varepsilon_0$  – електрична стала;  $\mu_0$  – магнітна стала.

З рівнянь Максвелла можна зробити важливий висновок про існування принципово нового фізичного явища: електромагнітне поле може існувати самостійно – без електричних зарядів і струмів. При цьому зміна його стану обов'язково має хвильовий характер.

### ***Основи теорії Максвелла для електромагнітного поля***

**4.4.1.** Показати, що з максвелівського трактування електромагнітної індукції випливає фарадеевське трактування цього явища. Проаналізувати перше рівняння першої пари рівнянь Максвелла.

**4.4.2.** Показати, що циркуляція вектора напруженості електричного поля чисельно дорівнює сумі ЕРС у контурі, уздовж якого обчислюється циркуляція. Проаналізувати перше рівняння першої пари рівнянь Максвелла.

**4.4.3.** Між полюсами електромагніта створене однорідне магнітне поле, індукція якого  $B = 0,3$  Тл. Струм в електромагніті рівномірно змінюється від максимального значення до 0 за  $t = 0,001$  с. Чому дорівнює циркуляція напруженості вихрового електричного поля уздовж кругового контуру радіуса  $R = 0,1$  м, площа якого: а) перпендикулярна  $\vec{B}$ ; б) паралельна  $\vec{B}$ .

**4.4.4.** Круговий виток радіусом  $r = 0,2$  м перебуває в однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 1$  Тл. Площина витка перпендикулярна напрямку магнітного поля. Чому буде дорівнює середнє значення напруженості вихрового електричного поля  $\langle E \rangle$  у витку при включенні магнітного поля  $\Delta t = 0,01$  с?

**4.4.5.** Використовуючи рівняння Максвелла, показати, що в природі не можуть існувати окремо змінне електричне й змінне магнітне поля.

**4.4.6.** Довести за допомогою рівнянь Максвелла, що:

а) змінне в часі магнітне поле не може існувати без електричного поля;

б) однорідне електричне поле не може існувати за наявності змінного в часі магнітного поля;

в) усередині порожньої області однорідне електричне (або магнітне) поле може бути змінним у часі.

**4.4.7.** Показати, що рівняння Максвела  $\oint_L E_l dl = -\int_S \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)_n dS$  і

$\oint_S B_n dS = 0$  є сумісними, тобто перше з них не суперечить другому.

**4.4.8.** Показати, що з рівнянь Максвела випливає закон збереження електричного заряду.

**4.4.9.** Електромагнітне поле має властивість взаємного перетворення його електричної й магнітної складових. При цьому виконується закон збереження енергії. Чи можуть у змінному електромагнітному полі в заданій точці простору одночасно перетворитися в нуль напруженості електричного й магнітного полів? Відповідь обґрунтувати.

**4.4.10.** Для зменшення втрат на нагрівання вихровими струмами Фуко сердечники трансформаторів набирають із тонких пластин. Як потрібно розташовувати пластини, щоб втрати були мінімальними?

**4.4.11.** Густина  $j$  змінного струму зменшується в напрямку від поверхні до осі провідника за законом:

$$j = j_0 e^{-pz} \cos(\omega t - pz),$$

де  $j_0$  – густина струму на поверхні провідника;  $\omega$  – циклічна частота змінного струму;  $z$  – відстань від поверхні провідника;  $p$  – параметр, що залежить від магнітної проникності речовини  $\mu_r$ , його електропровідності  $\sigma$  й

частоти змінного струму  $p = \sqrt{\frac{\mu_r \mu_0 \sigma \omega}{2}}$ . Визначити для алюмінієвого проводу товщину скіншару  $z_l$ , тобто глибину  $z$ , на якій густина струму зменшиться в  $l$  разів, для струмів із частотою  $\nu = 50$  Гц,  $10^3$  Гц й  $10^6$  Гц.

**4.4.12.** Порівняти товщини скіншару для мідних та алюмінієвих дровів  $\left(\frac{z_{lCu}}{z_{lAl}}\right)$ . Див. задачу 4.4.11.

**4.4.13.** Напруженість електричного поля між обкладками повітряного конденсатора змінюється за законом  $E = E_0 \cos(\omega t + \alpha)$ . Знайти максимальну густина струму зміщення.

**4.4.14.** Визначити відношення  $j_{cm}$  (густина струму зміщення) до  $j_{пр}$  (густина струму провідності) в металі, питома електропровідність якого  $\sigma = 0,885 \cdot 10^5$  (Ом·м)<sup>-1</sup> і відносна діелектрична проникність  $\epsilon_r = 10$ . Частота змінного струму  $\nu = 10^7$  Гц.

**4.4.15.** У досліді Ейхенвальда площа кожного з кілець (які обертаються) повітряного конденсатора дорівнювала  $S = 10^{-2} \text{ м}^2$ , а відстань між дисками  $d = 10^{-2} \text{ м}$ . Диски обертались зі швидкістю  $n = 10^2 \frac{1}{\text{с}}$ . Напруга між дисками  $U = 10^4 \text{ В}$ . Яка напруженість  $H$  магнітного поля на відстані  $r = 10^{-3} \text{ м}$  від зовнішнього краю одного з дисків?

**4.4.16.** При застосуванні рівнянь Максвелла для нескінченно малого об'єму у вигляді куба з нескінченно малими квадратними гранями, паралельними координатним площинам, зробити перехід від інтегральної до диференціальної форми запису цих рівнянь.

**4.4.17.** Показати, що електромагнітне поле, яке описується рівняннями, наведеними нижче, задовольняє рівнянням Максвелла:

$$\begin{aligned} E_x = E_y = 0; & & E_z = \cos(y - ct); \\ B_x = \cos(y - ct); & & B_y = B_z = 0. \end{aligned}$$

**4.4.18.** Використовуючи рівняння Максвелла, показати, що не може існувати електромагнітне поле, описане рівняннями:

$$\begin{aligned} E_x = F(t); & & E_y = E_z = 0; \\ B_x = F(t); & & B_y = B_z = 0. \end{aligned}$$

**4.4.19.** Напруженість електричного поля  $\vec{E} = (0; 0; \alpha_x)$ . Густина електричного заряду в усіх точках простору дорівнює 0. Чи існує в цих умовах магнітне поле і якщо існує, то чому дорівнює магнітна індукція  $\vec{B}$ ?

**4.4.20.** Визначити швидкість розповсюдження електромагнітних коливань з довжиною хвилі  $\lambda_1 = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}$  у деякому середовищі, якщо відомо, що в середовищі з діелектричною проникністю  $\epsilon_2 = 9$  довжина тих же коливань  $\lambda_2 = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ . Магнітна проникність обох середовищ дорівнює одиниці.

**4.4.21.** Довжина електромагнітної хвилі в середовищі  $\lambda = \frac{1}{3} \cdot 10^3 \text{ м}$ , частота  $\nu = 10^5 \text{ Гц}$ . Знайти відносну діелектричну проникність середовища  $\epsilon_r$ . Вважати, що відносна магнітна проникність середовища  $\mu_r$  дорівнює одиниці.

**4.4.22.** Який вид матерії описує рівняння Максвелла? Укажіть основні фізичні величини, які описуються рівняннями Максвелла.

**4.4.23.** У чому в рівнянні Максвелла проявляється існування зв'язку між властивостями електромагнітного поля та речовини?

**4.4.24.** Яке значення мали рівняння Максвела при створенні спеціальної теорії відносності?

**4.4.25.** Укажіть галузі застосування рівнянь Максвела по вашій спеціальності?

НТУ "ХПІ"

**Відповіді на задачі до розділу «Магнітне поле. Електромагнітне поле. Основи теорії Максвелла для електромагнітного поля»**

- 4.1.1. 9 А/м. 4.1.2. 1,14. 4.1.3. 35,7 А/м. 4.1.4. 12,14 А.  
 4.1.5.  $4 \cdot 10^{-5}$  Тл. 4.1.6.  $2,4 \cdot 10^{-5}$  Тл. 4.1.7.  $188,7 \cdot 10^{-7}$  Тл.  
 4.1.8\*.  $2,6$  м/с<sup>2</sup>. 4.1.9\*. 752 А. 4.1.10.  $2 \cdot 10^{-2}$  Тл 4.1.11\*.  $5,3 \cdot 10^{-2}$  Тл.  
 4.1.12. 7 А. 4.1.13.  $1,256 \cdot 10^{-2}$  Н. 4.1.14.  $2,4 \cdot 10^{-2}$  Н·м.  
 4.1.15.  $1,04 \cdot 10^{-4}$  Тл. 4.1.16. 37 А;  $9,27 \cdot 10^{-2}$  м. 4.1.17. 0,1 Н·м.  
 4.1.18.  $3,95 \cdot 10^{-5}$  Н·м. 4.1.19. 0,1 А·м<sup>2</sup>. 4.1.20. 10 А·м<sup>2</sup>.  
 4.1.21.  $6,28 \cdot 10^{-5}$  Н·м. 4.1.22.  $8 \cdot 10^3$  А/м. 4.1.23. 14,7 Н·м.  
 4.1.24.  $5 \cdot 10^{-5}$  Вб. 4.1.25\*. 0,157 Вб. 4.1.26.  $2,52 \cdot 10^{-5}$  Вб.  
 4.1.27.  $1,1 \cdot 10^{-4}$  Вб. 4.1.28.  $1,6 \cdot 10^{-4}$  Вб. 4.1.29.  $5 \cdot 10^{-4}$  Дж.  
 4.1.30\*. 0,2 Дж;  $2 \cdot 10^{-2}$  Вт. 4.1.31.  $2,5 \cdot 10^{-3}$  Дж. 4.1.32.  $5 \cdot 10^{-2}$  Дж.  
 4.1.33.  $3 \cdot 10^{-3}$  Дж. 4.1.34.  $4,5 \cdot 10^{-3}$  м. 4.1.35\*.  $1,9 \cdot 10^{-4}$  м;  $2,07 \cdot 10^{-3}$  м.  
 4.1.36.  $5,3 \cdot 10^7$  м/с. 4.1.37.  $6,4 \cdot 10^{-14}$  Н. 4.1.38.  $24 \cdot 10^{-23}$  кг·м/с.  
 4.1.39.  $5,6 \cdot 10^{-16}$  Дж; 3,52 кеВ. 4.1.40.  $2,84 \cdot 10^{-9}$  с. 4.1.41.  $4 \cdot 10^{-16}$  Н.

4.1.42.  $3,2 \cdot 10^{-19}$  Кл. 4.1.43.  $8 \cdot 10^5$  еВ. 4.2.2. 
$$dB = \frac{\mu_0 \mu_r dqv}{r^2} \sin \alpha$$

4.2.3. 
$$F_y = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2}; \quad F'_y = \frac{Q}{4\pi r^2 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} q - \frac{QV}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^2 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} qV = E'q - \frac{\mu_0 Qv}{4\pi r^2 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} qv = E'q - B'qv;$$

$$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \Rightarrow \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}.$$

4.2.4.  $I = 1,2 \cdot 10^5$  А. 4.2.5.  $I'_{\text{пов}} = \chi_r I$ . 4.2.6.  $g_e = \frac{p_m}{L} = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m_e}$ .

4.2.7.  $M = 2,36 \cdot 10^5$  А/м. 4.2.8.  $1,5 \cdot 10^{-9}$  А·м<sup>2</sup>; проти поля.

4.2.9.  $B' \approx 2,2 \cdot 10^{-9}$  Тл. 4.2.10.  $B = 5 \cdot 10^{-3}$  Тл;

$$M = \chi_r H = (\mu - 1)H = \left( \frac{L}{n^2 V \mu_0} - 1 \right) I_n \approx 20 \text{ А/м.} \quad 4.2.11. \vec{B} \text{ збільшиться у}$$

$\mu_r$  разів;  $\vec{H}$  залишиться тим самим. 4.2.12. 
$$\mu_r = \frac{(\pi d - b)H}{NI - bH} = 3,8 \cdot 10^3.$$

4.2.13.  $\Phi_B = 0; \Phi_B = \frac{SB_0}{\mu_0} \left( \frac{1}{\mu_{r_1}} - \frac{1}{\mu_{r_2}} \right).$

$$4.2.14. \Phi_H = \frac{SB_0}{\mu_0} \left(1 - \frac{2}{\mu_{r_1} + \mu_{r_2}}\right) \quad 4.2.15. \text{ а) } \oint_S \vec{H} d\vec{S} = (\pi R^2 B \cos \theta) \frac{\mu - 1}{\mu_r \mu_0},$$

$$\text{б) } \oint_L \vec{B} d\vec{r} = (1 - \mu) B \cdot l \cdot \sin \theta \quad 4.2.16. \frac{N_1}{N_2} = \frac{e^{-\frac{E_1}{kT}}}{e^{-\frac{E_2}{kT}}} \approx 1 + \frac{2P_m B}{kT}.$$

$$4.2.17. F = \frac{4}{3} \pi r^3 \chi_r \frac{B dB}{\mu_0 dx} = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ Н.} \quad 4.2.18. \text{ Для рівноваги кульок}$$

необхідно, щоб магнітне поле зросло в напрямку від алюмінієвої кульки

$$\text{до вісмутової: } \frac{r_a}{r_b} = \sqrt{\frac{\chi_{\tau b}}{\chi_{\tau a}}} = 1,97. \quad 4.2.19. T_2 = 248 \text{ К.}$$

$$\text{або } t_2 = -25 \text{ }^\circ\text{C} \quad 4.2.21. H_K = 100 \text{ А/м; } B_H = 1,26 \text{ Тл; } M_H = 10^6 \text{ А/м;}$$

$$M_0 = 1,8 \cdot 10^5 \text{ А/м.} \quad 4.3.1. -5 \text{ В; } 2,5 \text{ А.} \quad 4.3.2. 0,16 \text{ В.} \quad 4.3.3. 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ Тл.}$$

$$4.3.4^*. 2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл; } 1 \cdot 10^{-9} \text{ Дж.} \quad 4.3.5. 0,2 \text{ В.} \quad 4.3.6. 6,4 \text{ с}^{-1}.$$

$$4.3.7^*. 0; 5,4 \text{ В; } 2,7 \text{ В.} \quad 4.3.8. 3,14 \text{ В.} \quad 4.3.9. 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

$$4.3.10. 3,14 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.} \quad 4.3.11. 2,5 \text{ Тл.} \quad 4.3.12. 80 \text{ мкВб.} \quad 4.3.13. 3 \text{ мкВб;}$$

$$3 \text{ мВб.} \quad 4.3.14. 10^{-1} \text{ Гн.} \quad 4.3.15^*. 0,56 \text{ Дж; } 14 \text{ В.} \quad 4.3.16. 1,5.$$

$$4.3.17. 10 \text{ мс.} \quad 4.3.18. 0,23 \text{ с.} \quad 4.3.19. 20 \text{ мГн.} \quad 4.3.20^*. 118 \text{ мВ.}$$

$$4.3.21^*. -15,7 \cos 100\pi t \text{ В; } 15,7 \text{ В.} \quad 4.3.22^*. 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ Дж; } 1,26 \cdot 10^{-4} \text{ В.}$$

$$4.3.23^*. 1 \text{ А.} \quad 4.4.3. \text{ а) } 9,52 \text{ В; б) } 0 \text{ В.} \quad 4.4.4. 10 \text{ В/м.}$$

4.4.10. Паралельно лініям індукції магнітного поля усередині обмоток трансформатора. 4.4.11. 1,2 см; 2,7 мм; 86 мкм. 4.4.12. 1,21.

$$4.4.13. \varepsilon_0 E_0 \omega. \quad 4.4.14. 6,28 \cdot 10^{-8}. \quad 4.4.15. 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ А/м.} \quad 4.4.19. 0; 0; -\alpha t.$$

$$4.4.20. 5 \cdot 10^7 \text{ м/с.} \quad 4.4.21. 81.$$

## РОЗДІЛ 5. ФІЗИКА КОЛИВАНЬ ТА ХВИЛЬ. ОПТИКА

### 5.1. Гармонічний осцилятор. Кінематика вільних гармонічних коливань

Гармонічний осцилятор – це пристрій, який може здійснювати гармонічні коливання, незалежно від фізичної природи явищ, що обумовлюють ці коливання.

Модель гармонічного осцилятора може застосовуватися: а) до механічних систем, у яких не діють ніякі інші сили, крім квазіпружних; б) до електромагнітних коливальних контурів, у яких не діють ніякі інші ЕРС, крім ЕРС самоіндукції, а електроопір провідників дуже малий.

Гармонічними коливаннями фізичної величини називаються такі коливання, при яких ця величина змінюється з часом за гармонічним законом. **Кінематичне рівняння** гармонічних коливань:

$$x(t) = A_0 \cos \varphi(t) = A_0 \cos (\omega t + \varphi_0) = A_0 \sin (\omega t + \varphi_0 + \pi/2) \quad (5.1.1)$$

де  $x(t)$  – відхилення (зміщення) фізичної величини  $x$  від рівноважного значення в момент часу  $t$ ;  $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$  – циклічна (кутова) частота,  $T$  – період;  $\nu = 1/T$  – лінійна частота;  $A_0$  – амплітуда коливань, яка дорівнює максимальному позитивному значенню величини, що здійснює коливання;  $\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$  – фаза коливань (аргумент періодичної функції, що описує коливальний процес);  $\varphi_0 = \varphi(0)$  – початкова фаза коливань, що визначає фазу в початковий момент часу.

Очевидно, що  $S(t) = S(t+T) = S(t+nT)$ , де  $n = 1, 2, 3, \dots$

Швидкість змінення з часом функції  $x(t)$  (похідна від  $x(t)$  за часом) також змінюється за гармонічним законом. При механічних коливаннях це *швидкість* руху точки, яка здійснює коливання:

$$v(t) = -S_0 \omega \sin (\omega t + \varphi_0) = -v_0 \sin (\omega t + \varphi_0) = v_0 \cos (\omega t + \varphi_0 + \pi/2), \quad (5.1.2)$$

де  $v_0 = S_0 \omega$  – амплітуда швидкості.

Зміна з часом швидкості (друга похідна від гармонічної функції  $x(t)$  за часом) також змінюється за гармонічним законом. При механічних коливаннях це *прискорення* руху точки, яка здійснює коливання:

$$a(t) = -S_0 \omega^2 \cos (\omega t + \varphi_0) = -a_0 \cos (\omega t + \varphi_0) = a_0 \cos (\omega t + \varphi_0 + \pi), \quad (5.1.3)$$

де  $a_0 = S_0 \omega^2$  – амплітуда прискорення.

При складанні двох гармонічних коливань однакової частоти та одного напрямку результуюче коливання також є гармонічним та тієї ж час-



тоти і напрямку. Якщо складаються коливання, що мають кінематичні рівняння:

$$x_1(t) = A_{01} \cos(\omega t + \varphi_{01});$$

$$x_2(t) = A_{02} \cos(\omega t + \varphi_{02}),$$

то рівняння результуючого коливання має вигляд:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (5.1.4)$$

де 
$$A_0 = \sqrt{A_{01}^2 + A_{02}^2 + 2A_{01} \cdot A_{02} \cdot \cos \Delta\varphi}, \quad \Delta\varphi = \varphi_{01} - \varphi_{02}, \quad (5.1.5)$$

$$\varphi_0 = \arctg \frac{A_{01} \sin \varphi_{01} + A_{02} \sin \varphi_{02}}{A_{01} \cos \varphi_{01} + A_{02} \cos \varphi_{02}}. \quad (5.1.6)$$

При складанні двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливань однакової частоти, що відбуваються уздовж осей  $X$  та  $Y$  та описуються кінематичними рівняннями:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi_{01});$$

$$y(t) = y_0 \cos(\omega t + \varphi_{02}),$$

результуючий рух буде відбуватися за траєкторією, загальний вигляд якої – еліпс з ненаведеними осями. Рівняння траєкторії має вигляд:

$$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 - 2\frac{xy}{x_0 y_0} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi, \quad \Delta\varphi = \varphi_{01} - \varphi_{02}. \quad (5.1.7)$$

### ***Задачі до теми «Гармонічний осцилятор. Кінематика вільних гармонічних коливань»***

**5.1.1.** Через який час  $t^*$  точка, що здійснює гармонічне коливання за рівнянням  $x(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ , відхилиться від стану рівноваги на половину амплітуди? Період коливань дорівнює  $T = 24$  с, а початкова фаза  $\varphi_0 = 0$ .

**5.1.2.** Через який час  $t^*$  від початку руху точка, що здійснює коливання за рівнянням  $x(t) = 7 \cos 0,5\pi t$ , пройде шлях від стану рівноваги до максимального зміщення?

**5.1.3.** Точка рівномірно рухається уздовж кола проти годинникової стрілки з періодом  $T = 6$  с. Діаметр кола дорівнює  $d = 20$  см. Написати рівняння руху проекції точки на вісь  $X$ , що проходить через центр кола, якщо

в початковий момент часу ця проекція дорівнювала нулю:  $x(0) = 0$ . Визначити зміщення  $x(t^*)$ , швидкість  $v(t^*)$  та прискорення  $a(t^*)$  проекції точки в момент часу  $t^* = 1$  с.

**5.1.4.** Визначити максимальне значення швидкості  $v_{\max}$  та прискорення  $a_{\max}$  точки, що здійснює гармонічне коливання за рівнянням  $x(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$  при  $A_0 = 3$  см,  $\omega = \pi/2$ .

**5.1.5.** Написати рівняння гармонічних коливань точки, якщо її максимальне прискорення  $a_{\max} = 49,3$  см/с<sup>2</sup>, період коливань  $T = 2$  с, а зміщення від стану рівноваги в початковий момент часу  $x(0) = 25$  мм.

**5.1.6.** Точка здійснює гармонічне коливання за рівнянням  $x(t) = A_0 \cos \omega t$ . Через яку частку періоду ( $t^*/T$ ) швидкість точки буде дорівнювати половині її максимальної швидкості:  $v(t^*) = v_{\max}/2$ ?

**5.1.7.** Точка здійснює гармонічне коливання. Максимальне зміщення точки від стану рівноваги дорівнює  $x_{\max} = 10$  см, а максимальна швидкість  $v_{\max} = 0$  см/с. Визначити циклічну частоту коливань  $\omega$  та максимальне прискорення точки  $a_{\max}$ .

**5.1.8.** Максимальна швидкість точки, що здійснює гармонічне коливання, дорівнює  $v_{\max} = 10$  см/с, а максимальне прискорення  $a_{\max} = 100$  см/с<sup>2</sup>. Визначити циклічну частоту коливань  $\omega$ , період  $T$  та амплітуду коливань  $A_0$ .

**5.1.9\*.** Точка здійснює гармонічне коливання за рівнянням  $x(t) = A_0 \sin \omega t$ . В якийсь момент часу  $t^*$  зміщення точки від стану рівноваги стало рівним  $x(t^*) = 5$  см. В інший момент часу  $t^{**}$  зміщення стало дорівнювати  $x(t^{**}) = 8$  см. У цей момент часу фаза коливань збільшилася удвічі:  $\varphi(t^{**}) = 2\varphi(t^*)$ . Визначити амплітуду коливань  $A_0$ .

**5.1.10\*.** Точка здійснює гармонічне коливання. В момент часу  $t^*$  зміщення її відносно положення рівноваги дорівнювало  $x(t^*) = 2,4$  см, а швидкість —  $v(t^*) = 3$  см/с. У момент часу  $t^{**}$  зміщення точки  $x(t^{**}) = 2,8$  см, а  $v(t^{**}) = 2$  см/с. Визначити період  $T$  і амплітуду коливань  $A_0$ .

**5.1.11\*.** Точка здійснює гармонічне коливання згідно з рівнянням  $x(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$ . У момент часу  $t^*$  зміщення її відносно положення рівноваги дорівнює  $x(t^*) = 5$  см, швидкість  $v(t^*) = 20$  см/с, а прискорення  $a(t^*) = -80$  см/с<sup>2</sup>. Визначити циклічну частоту  $\omega$ , період  $T$ , амплітуду  $A_0$  коливань та фазу в цей момент часу  $\varphi(t^*)$ .

**5.1.12.** Точка здійснює гармонічне коливання згідно з рівнянням

$x(t) = A_0 \cos \omega t$  з частотою  $\nu = 500$  Гц і амплітудою  $A_0 = 0,02$  см. Визначити максимальні значення швидкості  $v_{\max}$  та прискорення  $a_{\max}$  точки, а також середні значення швидкості  $\langle v \rangle$  та прискорення  $\langle a \rangle$  точки на її шляху від крайнього положення до положення рівноваги.

**5.1.13\*.** Написати рівняння гармонічного коливання точки з амплітудою  $A_0 = 5$  см, якщо за одну хвилину ( $t^* = 1$  хв) здійснюється  $N = 300$  коливань, а в початковий момент зміщення від положення рівноваги складало  $x(0) = -5$  см. Визначити період коливань  $T$ . Накреслити графік цього коливального руху.

**5.1.14.** Точка здійснює коливання за законом  $x(t) = A_0 \cos (\omega t + \varphi_0)$ , де  $A_0 = 4$  см. Визначити початкову фазу  $\varphi_0$ , якщо в момент часу  $t_0 = 0$ : а) зміщення дорівнює  $x(0) = 2$  см, а швидкість  $v(0) < 0$ ; б) зміщення дорівнює  $x(0) = 2$  см, а швидкість  $v(0) > 0$ .

**5.1.15.** Точка здійснює коливання за законом  $x(t) = A_0 \cos (\omega t + \varphi_0)$ , де  $A_0 = 4$  см. Визначити початкову фазу  $\varphi_0$ , якщо в момент часу  $t_0 = 0$ : а) зміщення дорівнює  $x(0) = -2$  см, а швидкість  $v(0) < 0$ ; б) зміщення дорівнює  $x(0) = -2$  см, а швидкість  $v(0) > 0$ .

**5.1.16.** Протягом якої частини періоду точка, яка здійснює коливання згідно з рівнянням  $x(t) = A_0 \sin (\omega t + \pi/2)$ , з початку руху пройде шлях, що дорівнює третині амплітуди?

**5.1.17.** За яку частину періоду точка, яка здійснює коливання згідно з рівнянням  $x(t) = A_0 \sin \omega t$ , з початку руху пройде шлях, що дорівнює половині амплітуди?

**5.1.18.** Визначити фазу коливання точки через  $t^* = 0,2$  с після початку коливань, якщо їх період дорівнює  $T = 0,8$  с.

**5.1.19.** Протягом якої частини періоду точка, що здійснює гармонічні коливання згідно з рівнянням  $x(t) = A_0 \sin \omega t$ , пройде: а) шлях від положення рівноваги до максимального зміщення; б) першу половину цього шляху; в) другу половину цього шляху?

**5.1.20.** Написати рівняння гармонічного коливання точки з амплітудою  $A_0 = 5$  см, періодом  $T = 4$  с і початковою фазою  $\varphi_0 = \pi/4$  (використати синусоїдальну залежність зміщення від часу). Знайти відхилення від положення рівноваги при: а)  $t_1 = 0$  с; б)  $t_2 = 2,5$  с.

**5.1.21.** Визначити амплітуду  $A_0$  та початкову фазу  $\varphi_0$  гармонічного коливання, яке є результатом складання двох гармонічних коливань одна-

кової частоти та одного напрямку:  $x_1(t) = 4 \sin(5\pi t + \pi/2)$  см,  $x_2(t) = 3 \sin(5\pi t + \pi/4)$  см.

**5.1.22.** Визначити амплітуду  $A_0$  та початкову фазу  $\varphi_0$  гармонічного коливання, яке є результатом складання двох гармонічних коливань однакової частоти та одного напрямку:  $x_1(t) = 2 \sin \pi t$  см,  $x_2(t) = 3 \sin(\pi t + \pi/2)$  см; Записати рівняння результуючого коливання.

**5.1.23.** Записати рівняння результуючого коливання, що відбувається при складанні двох гармонічних коливань одного напрямку з однаковим періодом  $T = 8$  с та однаковою амплітудою  $A_{01} = A_{02} = 2$  см. Різниця фаз цих коливань дорівнює  $\Delta\varphi_0 = \pi/4$ , а початкова фаза одного з них дорівнює нулю.

**5.1.24.** При складанні двох гармонічних коливань одного напрямку з однаковим періодом та однаковою амплітудою одержано результуюче коливання з тим же періодом і амплітудою. Визначити різницю фаз коливань, що складаються.

**5.1.25.** Записати рівняння результуючого коливання, що відбувається при складанні двох гармонічних коливань одного напрямку:  $x_1(t) = 6 \sin(2\pi t + \pi/6)$  см,  $x_2(t) = 4 \sin(2\pi t + \pi/4)$  см.

**5.1.26.** Точка одночасно здійснює три коливання:  $x_1(t) = 5 \cos t$ ;  $x_2(t) = 5 \cos(t + \pi/3)$ ;  $x_3(t) = 5 \sin(t + 7\pi/6)$  уздовж однієї прямої. Визначити амплітуду  $A_0$  і початкову фазу  $\varphi_0$  результуючого коливання. Записати його рівняння.

**5.1.27.** Точка приймає участь у двох коливаннях однакового періоду з однаковими початковими фазами. Амплітуди коливань дорівнюють 3 см і 4 см. Визначити амплітуду результуючого коливання у двох випадках: 1) коливання здійснюються в одному напрямку; 2) коливання взаємно перпендикулярні.

**5.1.28.** Точка рухається в площині  $XU$  за законом:  $x(t) = a \sin \omega t$ ;  $y(t) = b \cos \omega t$ , де  $a$ ,  $b$  і  $\omega$  – позитивні сталі. Написати рівняння траєкторії точки та визначити напрямок руху точки уздовж траєкторії.

**5.1.29.** Точка приймає участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних коливаннях:  $x(t) = 2 \sin \omega t$  м;  $y(t) = 2 \cos \omega t$  м. Визначити траєкторію та напрямок руху точки уздовж траєкторії.

**5.1.30.** Точка приймає участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних коливаннях:  $x(t) = \cos \pi t$ ;  $y(t) = \cos \pi/2$ . Визначити траєкторію результуючого руху точки уздовж траєкторії.

**5.1.31.** Точка приймає участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних коливаннях:  $x(t) = \sin \pi t$ ;  $y(t) = 2 \sin (\pi t + \pi/2)$ . Визначити траєкторію руху точки уздовж траєкторії.

**5.1.32.** Написати рівняння результуючого коливання, що відбувається в результаті складання двох взаємно перпендикулярних коливань однакової частоти  $\nu = 5$  Гц та однакової початкової фази  $\varphi_0 = 60^\circ$ . Амплітуда одного з коливань  $x_0 = 0,10$  м, а амплітуда другого коливання  $y_0 = 0,05$  м.

**5.1.33.** У результаті складання двох взаємно перпендикулярних коливань однакової частоти точка рухається уздовж еліпса, причому в першому випадку рух відбувається за годинниковою стрілкою, а в другому – в протилежному напрямку. Написати рівняння руху уздовж кожної з осей, вважаючи, що початкова фаза уздовж осі  $OX$  дорівнює нулю.

**5.1.34\*.** Точка рухається уздовж кола радіусом  $a$ , центр якого міститься в початку координат, з кутовою швидкістю  $\omega$ . На які два рухи можна розкласти рух цієї точки, якщо вона переміщується: 1) за годинниковою стрілкою; 2) проти руху годинникової стрілки?

**5.1.35\*.** Точка здійснює одночасно два гармонічних коливання, які відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках і описуються рівняннями:  $x(t) = a \sin \omega t$ ;  $y(t) = a \cos 2\omega t$ . Установити рівняння траєкторії руху точки.

## 5.2. Динаміка вільних гармонічних коливань

*Динамічне диференціальне рівняння, що описує одновимірний вільний гармонічний осцилятор, має вигляд:*

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0, \quad (5.2.1)$$

де  $x(t)$  – фізична величина (механічної чи електромагнітної природи), що змінюється з часом за гармонічним законом. Рівняння (5.2.1) є лінійним диференціальним рівнянням другого порядку.

Якщо основний закон динаміки (другий закон Ньютона) для механічної коливальної системи або узагальнений закон Ома (друге правило Кірхгофа) для електромагнітної коливальної системи можуть бути приведені до вигляду (5.2.1), то систему можна розглядати як гармонічний осцилятор, а рівняння його коливань має вигляд:

$$x(t) = A_0 \sin (\omega t + \varphi_0), \quad (5.2.2)$$

де  $A_0$ ,  $\omega$ ,  $\varphi_0$  – константи, що визначаються з початкових умов задачі.

Рівняння (5.2.2) за формою співпадає з кінематичним рівнянням гармонічного осцилятора (5.1.1). Константи  $A_0$ ,  $\omega$  і  $\varphi_0$  визначають амплітуду, частоту і початкову фазу коливань відповідно.

Найпростішими моделями гармонічного осцилятора є пружинний та математичний маятники, томсонівський електромагнітний коливальний контур.

Частота і період коливань цих систем визначаються формулами:

- для пружинного маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (5.2.3)$$

де  $m$  – маса;  $k$  – коефіцієнт пружності;

- для математичного маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad (5.2.4)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння;  $\ell$  – довжина нитки маятника;

- для томсонівського коливального контуру:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (5.2.5)$$

де  $L$  – індуктивність;  $C$  – ємність контуру.

### **Механічні гармонічні коливання**

Механічні гармонічні коливання обумовлені дією квазіпружної сили, яка змінюється з часом за гармонічним законом:

$$F(t) = -kx(t) = -m\omega^2 x_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = -F_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (5.2.6)$$

де  $F_0 = m\omega^2 x_0$  – амплітудне значення квазіпружної сили.

Потенціальна  $W_{\text{п}}(t)$  та кінетична  $W_{\text{к}}(t)$  енергії механічного осцилятора визначаються за рівняннями:

$$W_{\text{п}}(t) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2(t) = \frac{1}{2} m\omega^2 x_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0), \quad (5.2.7)$$

$$W_{\text{к}}(t) = \frac{1}{2} m v^2(t) = \frac{1}{2} m\omega^2 x_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0). \quad (5.2.8)$$

Повна енергія механічного гармонічного *осцилятора*:

$$W = W_{\text{п}}(t) + W_{\text{к}}(t) = \frac{1}{2} m \omega^2 x_0^2, \quad (5.2.9)$$

і таким чином, є постійною величиною.

### ***Електромагнітні гармонічні коливання***

Електромагнітні гармонічні коливання виникають в томсонівському коливальному контурі в результаті дії ЕРС самоіндукції, яка змінюється з часом за гармонічним законом:

$$\varepsilon_{\text{си}}(t) = -L \frac{d^2 q}{dt^2}(t) = -L \omega^2 q_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = -\varepsilon_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (5.2.10)$$

де  $\varepsilon_0 = L \omega^2 q_0$  – амплітудне значення ЕРС самоіндукції.

Повна енергія електромагнітного осцилятора складається з енергії електричного поля  $W_{\text{е}}(t)$ , яка зосереджена усередині конденсатора, та енергії магнітного поля  $W_{\text{м}}(t)$ , яка зосереджена усередині соленоїда:

$$W_{\text{е}}(t) = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2(\omega t + \varphi_0), \quad (5.2.11)$$

$$W_{\text{м}}(t) = \frac{LI^2(t)}{2} = \frac{LI_0^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0), \quad (5.2.12)$$

$$W = W_{\text{е}}(t) + W_{\text{м}}(t) = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2}. \quad (5.2.13)$$

Таким чином, повна енергія і механічного, і електромагнітного осцилятора є постійною величиною і з часом не змінюється.

### ***Задачі до теми «Динаміка вільних гармонічних коливань»***

**5.2.1\*.** Матеріальна точка масою  $m = 1$  кг здійснює вільні гармонічні коливання уздовж осі  $X$  з амплітудою  $x_0 = 4$  см. На початок часу точка знаходилася в стані рівноваги на початку координат  $x(0) = 0$ , а її швидкість у цей час була позитивною  $v(0) > 0$ . Максимальне значення сили пружності, яка обумовлює гармонічні коливання точки:  $F_{\text{max}} = 9,86$  Н. Визначити частоту  $\omega$  і період  $T$  коливань точки. Записати кінематичне рівняння цих коливань.

**5.2.2.** Визначити частоту  $\omega$  і період  $T$  коливань контуру, який складається з конденсатора електроємністю  $C = 10$  мкФ, котушки з індуктивністю  $L = 1$  мГн та дуже малим електроопором. У початковий момент часу конденсатор був заряджений до максимальної напруги  $U(0) = U_{\max} = 100$  В. Визначити максимальний заряд  $q_{\max}$  конденсатора та максимальну силу струму  $I_{\max}$ . Записати рівняння для визначення миттєвих значень напруги  $U(t)$  та сили струму  $I(t)$ .

**5.2.3.** Матеріальна точка масою  $m = 50$  г здійснює коливання, рівняння яких має вигляд  $x(t) = A_0 \cos \omega t$  м, де  $A_0 = 10$  см,  $\omega = 5$  с<sup>-1</sup>. Визначити силу, яка діє на точку: 1) у момент, коли фаза дорівнює  $\varphi = \pi/3$ ; 2) у стані найбільшого зміщення точки.

**5.2.4.** Один з двох математичних маятників за деякий час здійснив  $N_1 = 10$  коливань. Другий за той же час здійснив  $N_2 = 6$  коливань. Різниця довжини маятників дорівнює  $\Delta l = 16$  см. Визначити довжини обох маятників.

**5.2.5.** Маса Місяця у 81 раз менша за масу Землі, а радіус Місяця в 3,7 рази менший за радіус Землі. Як зміниться період коливань маятника при перенесенні його з Землі на Місяць? Визначити відношення періоду коливань маятника на Місяці  $T_M$  до періоду його коливань на Землі  $T_3$ .

**5.2.6.** Визначити: 1) у скільки разів відрізняється період коливань математичного маятника на Місяці  $T_M$  від періоду коливань того ж маятника на Землі  $T_3$ ; 2) у скільки разів відрізняється період коливань математичного маятника на земному екваторі  $T_e$  від періоду коливань того ж маятника на полюсах  $T_p$ .

**5.2.7.** Період коливань математичного маятника в ракеті, яка рухається вертикально вгору, в два рази менший, ніж на поверхні Землі. Вважаючи прискорення вільного падіння постійним і рівним  $g$ , визначити прискорення ракети  $a$ .

**5.2.8\*.** З яким прискоренням  $a$  і в якому напрямку повинна рухатися кабіна ліфта, щоб секундний маятник, який в ній розташований, за 2 хвилини і 30 секунд здійснив 100 коливань?

**5.2.9\*.** Визначити період коливань  $T$  математичного маятника довжиною  $l$ , який підвішений у вагоні, що рухається з прискоренням  $a$ .

**5.2.10\*.** Математичний маятник розташований у вагоні потяга, що рухається уздовж кола радіусом  $R$  з постійною швидкістю  $v$ . Його період коливань при цьому в  $n$  раз менший, ніж він був, коли потяг рухався з такою



ж швидкістю  $v$  прямолінійно. Визначити швидкість  $v$  руху потяга. Прискорення вільного падіння дорівнює  $g$ .

**5.2.11\*.** Математичний маятник являє собою кулю масою  $m$ , що підвішена на нитці довжиною  $l$ . Маятник розташований в електричному полі плоского конденсатора, що заряджений до напруги  $U$ . Відстань між обкладинками конденсатора –  $d$ . Заряд кулі рівний  $+q$ . Визначити період  $T$  коливань маятника, якщо конденсатор розташований: а) горизонтально; б) вертикально.

**5.2.12\*.** Тіло масою  $M = 10$  кг закріплене на горизонтально розташованій пружині. В це тіло попадає та застряє в ньому куля масою  $m = 10$  г, що летіла уздовж осі пружини з швидкістю  $v = 500$  м/с. Тіло разом з кулею, що застрягла в ньому, відхиляється від положення рівноваги і починає коливатися відносно нього без тертя з амплітудою  $A_0 = 10$  см. Визначити період  $T$  коливань тіла.

**5.2.13.** Як зміниться період і частота вільних коливань в ідеальному електромагнітному контурі (електроопір  $R = 0$ ), якщо його індуктивність збільшиться в 2 рази ( $L_2 = 2L_1$ ), а електроємність – в 4 рази ( $R_2 = 4R_1$ ) ?

**5.2.14.** Коливальний контур складається з котушки індуктивності та двох однакових конденсаторів, що включені паралельно. Період власних коливань цього контуру дорівнює  $T_1 = 20$  мкс. Чому буде дорівнювати період коливань  $T_2$  контуру, якщо конденсатори в ньому включити послідовно?

**5.2.15.** Коливальний контур складається з котушки індуктивністю  $L = 3$  мГн та плоского конденсатора у вигляді двох дисків з радіусами  $R = 1,2$  см, що розташовані на відстані  $d = 0,3$  мм один від одного. Визначити період  $T_1$  електромагнітних коливань контуру. Яким буде період коливань  $T_2$  контуру, якщо конденсатор заповнити речовиною з діелектричною проникністю, що дорівнює  $\epsilon_r = 4$ ?

**5.2.16.** У яких межах повинна змінюватися індуктивність коливального контуру, який містить конденсатор з електроємністю  $C = 10$  мкФ і має дуже малий електроопір, щоб у контурі відбувалися коливання з частотою від  $\nu_1 = 400$  Гц до  $\nu_2 = 500$  Гц ?

**5.2.17.** Коливальний контур містить конденсатор з електроємністю  $C = 8$  пФ, котушку з індуктивністю  $L = 0,5$  мГн і має дуже малий електроопір. Максимальна сила струму в контурі дорівнює  $I_{\max} = 40$  мА. Визначити максимальну напругу  $U_{\max}$  на обкладинках конденсатора.

**5.2.18.** Коливальний контур містить конденсатор з електроємністю  $C = 0,04$  мкФ, котушку з індуктивністю  $L = 1,6$  мГн і має дуже малий електроопір. Максимальна напруга на обкладинках конденсатора дорівнює  $U_{\max} = 200$  В. Визначити максимальну силу струму  $I_{\max}$  в контурі.

**5.2.19.** У коливальному контурі, який містить конденсатор з електроємністю  $C$ , котушку з індуктивністю  $L$  і має дуже малий електроопір, у початковий момент часу напруга досягає максимального значення  $U(0) = U_{\max}$ . Визначити силу струму  $I(t^*)$  в той момент часу  $t^*$ , коли напруга на конденсаторі зменшиться в два рази:  $U(t^*) = U_{\max}/2$ .

**5.2.20.** Рівняння коливань матеріальної точки масою  $m = 20$  г має вигляд:  $x(t) = 2 \sin(\pi t + \pi/2)$  см. Визначити максимальну силу  $F_{\max}$ , яка діє на точку, та повну енергію  $W$  точки.

**5.2.21.** Частота коливань математичного маятника масою  $m = 200$  г дорівнює  $\nu = 0,5$  с<sup>-1</sup>. Потенціальна енергія маятника в положенні рівноваги дорівнює нулю. Визначити потенціальну енергію цього маятника в положенні, що відповідає куту відхилення нитки від вертикалі  $\alpha = 10^\circ$ .

**5.2.22.** Математичний маятник масою  $m = 10$  г здійснює гармонічне коливання з амплітудою  $A_{01} = 10$  см і має енергію  $W_1 = 1$  мДж. Визначити частоту коливань маятника  $\nu_1$  і довжину його нитки  $l$ . Чи зміниться енергія гармонічних коливань, якщо їх амплітуда збільшується удвічі ( $A_{02} = 2A_{01}$ ), а частота зменшується удвічі ( $\nu_1 = 2\nu_2$ )?

**5.2.23.** Пружинний маятник масою  $m = 0,5$  кг здійснює гармонічне коливання під дією пружної сили:  $F(t) = -0,5 \cos \pi t$  Н. Визначити кінетичну, потенціальну та повну енергію цього маятника в момент часу  $t^* = T/6$ .

**5.2.24.** Ідеальний коливальний контур містить конденсатор з електроємністю  $C = 0,2$  мкФ і котушку з індуктивністю  $L = 0,4$  Гн. Амплітудне значення сили струму в контурі дорівнює  $I_0 = 0,1$  А. Визначити напругу  $U(t^*)$  на обкладинках конденсатора в момент часу  $t^*$ , коли енергії електричного і магнітного полів будуть рівними:  $W_{\text{к}}(t^*) = W_{\text{п}}(t^*)$ .

**5.2.25.** Матеріальна точка масою  $m = 50$  г здійснює гармонічне коливання за законом:  $x(t) = 10 \sin(2t + \pi/3)$  см. Визначити максимальне значення сили  $F_{\max}$ , що повертає точку в положення рівноваги, і максимальне значення її кінетичної енергії  $W_{\text{к max}}$ .

**5.2.26.** Матеріальна точка масою  $m = 10$  г здійснює гармонічне коливання за законом:  $x(t) = 0,1 \sin(\pi t/3 + \pi/4)$  м. Визначити силу  $F(t^*)$ , що по-

вертає точку в положення рівноваги, в момент часу  $t^* = 1,25$  с та повну механічну енергію  $W$  матеріальної точки.

**5.2.27.** Матеріальна точка масою  $m = 10$  г здійснює гармонічне коливання за законом косинуса з періодом  $T = 2$  с і початковою фазою  $\varphi_0 = 0$ . Повна механічна енергія точки дорівнює  $W = 0,1$  мДж.

Визначити амплітуду коливань  $A_0$  і записати закон руху точки  $x(t)$ . Обчислити максимальне значення сили  $F_{\max}$ , що діє на точку.

**5.2.28.** Матеріальна точка здійснює гармонічне коливання за законом:  $x(t) = 0,1 \sin 2t$  м. У момент часу  $t^*$ , коли сила, що діє на точку, набуває значення  $F(t^*) = -0,01$  Н, точка має потенціальну енергію  $W_{\text{п}}(t^*) = 0,2$  мДж. Визначити цей момент часу  $t^*$  й відповідну фазу коливання  $\varphi(t^*)$ .

**5.2.29.** Тягарець масою  $m = 0,1$  кг, підвішений на спіральній пружині, розтягує її на  $\Delta x = 0,1$  мм. Яку амплітуду  $A_0$  матимуть коливання тягарця, якщо його повна механічна енергія дорівнює  $W = 1$  Дж?

**5.2.30.** Пружинний маятник вивели з положення рівноваги і відпустили. Через яку долю періоду ( $t^*/T$ ) кінетична енергія тіла, що коливається, дорівнюватиме потенціальній енергії пружини –  $W_{\text{к}}(t^*) = W_{\text{п}}(t^*)$ ?

**5.2.31.** Через  $t^* = 3$  с після початку дії деякої сили  $F(t)$  на точку масою  $m = 0,1$  кг ця точка в своєму коливальному русі набула максимального відхилення  $x(t^*) = x_{\max} = 6$  м. Визначити повну енергію коливального руху точки  $W$ .

**5.2.32\*.** Секундний маятник (період його коливань дорівнює  $T = 2$  с) відрегулювали при температурі  $\theta_0 = 0$  °С. При якій температурі  $\theta$  маятник за добу відставатиме на  $\Delta t = 0,5$  хв, якщо температурний коефіцієнт лінійного розширення матеріалу нитки маятника дорівнює  $\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$ ?

**5.2.33\*.** Визначити період коливань  $T$  тіла, що вільно рухалося б у тунелі, якби він проходив через центр Землі уздовж її осі. Вважати Землю однорідною кулею.

**5.2.34\*.** Пружинний маятник масою  $m$  має дві пружини однакової довжини, жорсткість яких  $k_1$  і  $k_2$ . У першому випадку пружини об'єднали паралельно, в другому – послідовно. Визначити періоди коливань  $T_1$  і  $T_2$  в обох випадках.

**5.2.35.** Матеріальна точка, маса якої  $m = 10$  г, здійснює гармонічні коливання. Амплітуда коливань  $A_0 = 3$  см, частота  $\nu = 10 \text{ с}^{-1}$ , початкова фаза

коливань  $\varphi_0 = 0$ . Встановити закон, за яким змінюється сила  $F(t)$ , що діє на точку. Визначити: а) повну механічну енергію  $W$  точки; б) значення діючої сили  $F(t^*)$  в момент часу  $t^*$ , коли точка відхилена від положення рівноваги на  $x(t^*) = 2$  см; в) відношення потенціальної енергії до кінетичної в цей момент часу –  $W_{\text{п}}(t^*)/W_{\text{к}}(t^*)$ .

### 5.3. Згасаючі та вимушені коливання

У реальних коливальних системах через тертя (або електричний опір) відбувається зменшення механічної (або електромагнітної) енергії, і власні коливання згасають.

При вільних механічних згасаючих коливаннях на систему діють пружна сила і сила тертя (сила опору) середовища.

Пружна сила  $F = -kx$ , де  $x$  – зміщення системи, що здійснює коливання у даний момент часу  $t$ ;  $k$  – коефіцієнт пружності (жорсткості).

Сила тертя середовища  $F_{\text{т}} = -rv = -r \frac{dx}{dt}$ , де  $r$  – коефіцієнт тертя (коефіцієнт опору) середовища, обумовлений в'язкістю середовища;  $v$  – швидкість коливального руху.

Диференціальне рівняння механічних згасаючих коливань:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (5.3.1)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт згасання;  $\beta = \frac{r}{2m}$ ;  $\omega_0$  – кругова (циклічна) частота власних коливань системи при відсутності тертя;  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$  ( $m$  – маса системи, що здійснює коливання).

Диференціальне рівняння електромагнітних згасаючих коливань заряду  $q$  в коливальному контурі:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0, \quad (5.3.2)$$

де  $\omega_0$  – кругова (циклічна) частота власних коливань системи при відсутності опору,  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  ( $C$  – ємність конденсатора;  $L$  – індуктивність котушки).

ки контура);  $\beta$  – коефіцієнт згасання,  $\beta = \frac{R}{2L}$  ( $R$  – активний опір контуру).

Рівняння вільних коливань, що згасають, є рішенням рівнянь (5.3.1) або (5.3.2):

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

або

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.3.3)$$

де  $A_0$  – початкова амплітуда коливань;  $(\omega t + \varphi_0)$  – фаза коливань;  $\varphi_0$  – початкова фаза;  $\omega$  – частота згасаючих коливань.

У подальших формулах і задачах у рівнянні коливань використовується закон косинуса. Амплітуда згасаючих коливань:

$$A_m = A_0 e^{-\beta t}. \quad (5.3.4)$$

Частота згасаючих коливань:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (5.3.5)$$

Логарифмічний декремент згасання

$$\delta = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}, \quad (5.3.6)$$

де  $T = 2\pi/\omega$  – період коливань;  $\tau = \frac{1}{\beta}$  – час релаксації;  $N_e$  – число коливань, що здійснюються за час  $t$  зменшення амплітуди в  $e$  рази.

Добротність коливальної системи:

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \pi N_e. \quad (5.3.7)$$

Якщо  $\delta^2 \ll \omega_0^2$ , добротність контура  $Q = \frac{\omega_0}{2\beta}$ . Якщо згасання слабке

( $\frac{CR^2}{L} \ll 1$ ), добротність коливального контура

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (5.3.8)$$

де  $\sqrt{\frac{L}{C}}$  – хвильовий опір контура.

Енергія  $W$  коливальної системи, що здійснює згасаючі коливання, з часом  $t$  змінюється за законом

$$W = W_0 e^{-2\beta t}, \quad (5.3.9)$$

де  $W_0$  – енергія у момент часу  $t = 0$ .

Для збудження в реальній системі незгасаючих коливань необхідна компенсація втрат енергії. Така компенсація здійснюється зовнішніми (відносно до коливальної системи) джерелами енергії. Так, під впливом змінної змушуючої сили  $F_{зм} = F_0 \cos \omega t$  ( $\omega$  – частота коливань змушуючої сили;  $F_0$  – амплітуда коливань примусової сили) осцилятор буде здійснювати вимушені коливання.

Диференціальне рівняння механічних вимушених коливань:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t, \quad (5.3.10)$$

де  $x$  – зміщення системи, що здійснює коливання у даний момент часу  $t$  під дією змушуючої сили;  $\omega_0$  – власна частота коливань,  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ;  $\beta$  – коефіцієнт згасання,  $\beta = \frac{r}{2m}$ .

Якщо вимушені коливання відбуваються у коливальному контурі під дією змушуючої напруги  $U_{зм} = U_m \cos \omega t$  ( $\omega$  – частота коливань змушуючої напруги;  $U_m$  – амплітуда коливань напруги), диференціальне рівняння електромагнітних вимушених коливань:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{U_m}{L} \cos \omega t, \quad (5.3.11)$$

де  $x$  – зміщення величини, що здійснює коливання у даний момент часу  $t$  під дією змушуючої напруги в коливальному контурі;  $\omega_0$  – власна частота коливань,  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ ;  $\beta$  – коефіцієнт згасання,  $\beta = R/2L$ .

Рівняння вимушених коливань є рішенням рівнянь (5.3.10) або (5.3.11):

$$x = A \cos (\omega t - \varphi), \quad (5.3.12)$$

де  $A$  – амплітуда вимушених коливань;  $\varphi$  – зсув фаз між зміщенням  $x$  і змушуючою силою або змушуючою напругою.

Амплітуда вимушених коливань:

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (5.3.13)$$

де  $f_0 = F_0 / m$  для механічних коливань;  $f_0 = U_m / L$  для електромагнітних коливань.

Зсув фаз між зміщенням  $x$  і змушуючою силою або змушуючою напругою:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (5.3.14)$$

Частота, при якій різко зростає амплітуда коливань:

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (5.3.15)$$

Резонансна амплітуда

$$A_{\text{рез}} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (5.3.16)$$

За умови малого згасання ( $\beta^2 \ll \omega_0^2$ ) резонансна амплітуда  $A_{\text{рез}} = Qf_0 / \omega_0^2$ , де  $Q$  – добротність коливальної системи.

У колі змінного струму, що містить послідовно з'єднані резистор з опором  $R$ , котушку індуктивністю  $L$ , конденсатор ємністю  $C$ , напруга і сила струму  $I$  змінюються відповідно за законами:

$$U = U_m \cos \omega t$$

і

$$I = I_m \cos (\omega t - \varphi), \quad (5.3.17)$$

де  $I_m$  і  $U_m$  – амплітудні значення сили струму і напруги відповідно,  $\varphi$  – зсув фаз між зовнішньою напругою і силою струму:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (5.3.18)$$

Закон Ома для змінного струму

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (5.3.19)$$

Повний опір (імпеданс) кола змінного струму:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad (5.3.20)$$

де  $R$  – активний опір;  $X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$  – реактивний опір, що містить у собі реактивний індуктивний опір  $X_L = \omega L$  і реактивний ємнісний опір  $X_C = 1/\omega C$ .

Ефективні (діючі) значення синусоїдальних струму й напруги

$$I_{\text{еф}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U_{\text{еф}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (5.3.21)$$

Середня за період потужність, що виділяється у колі змінного струму:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi, \quad (5.3.22)$$

де

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

У колі послідовно з'єднаних резистора, котушки і конденсатора за умови резонансу:

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad I_m = \frac{U_m}{R}; \quad U_{Lm} = U_{Cm} = QU_m, \quad (5.3.23)$$

де добротність контуру змінного струму

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (5.3.24)$$



### *Задачі до теми «Згасаючі та вимушені коливання»*

**5.3.1.** Рівняння згасаючих коливань має вигляд  $x = 5e^{-0,25t} \sin \frac{\pi}{2}t$  м.

Знайти швидкість та коливання точки у моменти часу  $t$ , що дорівнюють:  $0, T, 2T, 3T, 4T$ .

**5.3.2.** Після  $N = 10$  повних коливань точки її амплітуда коливань зменшилася від  $A_0 = 10$  см до  $A = 6$  см. Коефіцієнт згасання  $\beta = 0,2 \text{ с}^{-1}$ . Записати закон руху точки.

**5.3.3.** Амплітуда згасаючих коливань зменшилася у  $n = e^2$  разів за  $N = 50$  коливань. Чому дорівнює логарифмічний декремент згасання  $\delta$  і добротність  $Q$  системи?

**5.3.4.** Період згасаючих коливань  $T = 4$  с, логарифмічний декремент згасання  $\delta = 1,6$ , початкова фаза дорівнює нулю. Через час  $t = T/4$  зміщення точки  $x = 4,5$  см. Записати рівняння руху цього коливання.

**5.3.5.** Логарифмічний декремент згасання математичного маятника  $\delta = 0,2$ . У скільки разів  $n$  зменшиться амплітуда коливань за одне повне коливання маятника?

**5.3.6.** Знайти логарифмічний декремент згасання  $\delta$  математичного маятника, якщо за час  $t = 1$  хв амплітуда коливань  $A_1$  зменшилася у 2 рази. Довжина маятника  $l = 1$  м.

**5.3.7.** Математичний маятник завдовжки  $l = 24,7$  см здійснює згасаючі коливання. Через який час  $t$  енергія  $W$  коливань зменшилась у 9,4 рази, якщо логарифмічний декремент згасання: 1)  $\delta = 0,01$ ; 2)  $\delta = 1$ .

**5.3.8.** Математичний маятник здійснює згасаючі коливання з логарифмічним декрементом згасання  $\delta = 0,2$ . У скільки разів  $n$  зменшиться повне прискорення  $a$  маятника в його крайньому положенні за одне коливання?

**5.3.9.** Амплітуда згасаючих коливань математичного маятника за час  $t = 1$  хв зменшилася вдвічі. У скільки разів зменшиться амплітуда за  $t = 3$  хв?

**5.3.10.** Математичний маятник довжиною  $l = 0,5$  м, виведений з положення рівноваги, відхилився при першому коливанні на  $A_1 = 5$  см, а при другому (у той же бік) – на  $A_2 = 4$  см. Знайти час релаксації  $\tau$ .

**5.3.11.** Амплітуда згасаючих коливань  $A_1$  маятника за час  $t_1 = 5$  хв зменшилась у 2 рази. За який час  $t_2$ , що відраховується від початкового моменту, амплітуда коливань зменшиться у 8 разів?

**5.3.12.** Протягом часу  $t = 8$  хв амплітуда згасаючих коливань маятника зменшилась у 3 рази. Визначити коефіцієнт згасання  $\beta$ .

**5.3.13.** Визначити логарифмічний декремент згасання  $\delta$ , якщо амплітуда коливань маятника  $A_1$  довжиною  $l = 1$  м за час  $t = 10$  хв зменшилась у 2 рази.

**5.3.14.** Логарифмічний декремент згасання коливань маятника  $\delta = 0,003$ . Скільки нових коливань  $N$  повинен зробити маятник, щоб його амплітуда зменшилась у 2 рази?

**5.3.15.** Гиря масою  $m = 500$  г підвішена на спіральній пружині з жорсткістю  $k = 20$  Н/м і здійснює пружні коливання в певному середовищі. Логарифмічний декремент згасання  $\delta = 0,004$ . Скільки коливань  $N$  повинна зробити гиря, щоб амплітуда коливань зменшилась у два рази? За який час  $t$  здійсниться це зменшення?

**5.3.16.** Тіло масою  $m = 5$  г здійснює згасаючі коливання у певному середовищі. Протягом часу  $t = 50$  с тіло втратило 60 % своєї енергії. Визначити коефіцієнт опору  $r$  середовища.

**5.3.17.** За час  $t = 100$  с система встигає здійснити  $N = 100$  коливань. За той же самий час амплітуда коливань зменшується в  $e = 2,718$  рази. Чому дорівнюють: коефіцієнт згасання  $\beta$ ; логарифмічний декремент згасання  $\delta$ ; добротність системи  $Q$ ; відносне зменшення енергії системи  $\Delta W/W$  за період коливань?

**5.3.18.** Добротність певної коливальної системи  $Q = 2$ , частота вільних коливань  $\omega = 100$  с<sup>-1</sup>. Визначити власну частоту  $\omega_0$  коливальної системи.

**5.3.19.** Добротність коливального контуру  $Q = 5$ . Визначити, на скільки процентів відрізняється частота вільних коливань контуру  $\omega$  від його власної частоти  $\omega_0$ .

**5.3.20.** За час  $t$ , протягом якого система здійснює  $N = 100$  коливань, амплітуда коливань зменшується в 5 разів. Визначити добротність системи  $Q$ .

**5.3.21.** Коливальний контур складається з конденсатора ємністю  $C = 48$  мкФ, котушки з індуктивністю  $L = 24$  мГн та активного опору  $R = 20$  Ом. Визначити частоту вільних електромагнітних коливань  $\nu$  у цьому контурі. На скільки зменшиться ця частота, якщо знехтувати активним опором?

**5.3.22.** У коливальному контурі індуктивністю  $L = 1$  Гн, який настроєний у резонанс, під дією зовнішньої синусоїдальної напруги з амплітудою  $U_m = 200$  В установився змінний струм з амплітудою  $I_m = 20$  А. Визначити опір контуру  $R$  та час релаксації  $\tau$  у режимі вільних згасаючих коливань.

**5.3.23.** Параметри деякого коливального контуру мають значення: ємність  $C = 4$  мкФ, індуктивність  $L = 0,1$  мГн, опір  $R = 1$  Ом. Чому дорівнює добротність контуру  $Q$ ?

**5.3.24.** Визначити, яка кількість повних коливань  $N$  має минути, щоб амплітуда струму в коливальному контурі зменшилась в  $e$  разів. Параметри контуру: індуктивність  $L = 1$  Гн, ємність  $C = 0,5$  мкФ, опір  $R = 30$  Ом. Згасання вважати слабким.

**5.3.25.** Коливальний контур складається з конденсатора та котушки з індуктивністю  $L = 1$  Гн. Чому дорівнює омичний опір контуру, якщо відомо, що амплітуда власних коливань у ньому за  $\tau = 0,05$  с зменшилась в  $e = 2,7$  рази?

**5.3.26.** Визначити час  $t$ , за який амплітуда сили струму в контурі з добротністю  $Q = 5000$  і частотою коливань  $\omega = 2,2$  МГц зменшиться в 2 рази.

**5.3.27.** Коливальний контур складається з послідовно з'єднаних конденсатора ємністю  $C = 0,2$  мкФ, котушки індуктивністю  $L = 5,07$  мГн і опору  $R$ . За яким логарифмічним декрементом згасання  $\delta$  різниця потенціалів  $U$  на обкладинках конденсатора протягом часу  $t = 1$  мс зменшиться у 3 рази? Чому дорівнює опір  $R$  контуру?

**5.3.28.** Контур складається з конденсатора ємністю  $C = 0,05$  мкФ та котушки індуктивністю  $L = 2$  мГн. Логарифмічний декремент згасання коливань у контурі  $\delta = 0,03$ . Визначити час  $t$ , за який енергія в контурі зменшиться в  $n = 5$  разів.

**5.3.29\*.** Власна частота коливального контуру  $\nu_0 = 8,0$  кГц, добротність контуру  $Q = 72$ . У контурі збуджуються згасаючі коливання. Яка частка початкової енергії  $W_0$  залишиться в контурі після закінчення часу  $t = 1$  мс?

**5.3.30\*.** Ємність конденсатора коливального контуру  $C = 1$  мкФ, індуктивність його котушки  $L = 10$  мГн. Який опір  $R$  потрібно ввести у контур, щоб його власна частота коливань зменшилась на 0,01 %?

**5.3.31\*.** Гармонічний осцилятор у вакуумі здійснює коливання з частотою  $\omega_0$  та амплітудою  $A_0$ . У в'язкому середовищі частота коливань дорі-

вноє  $\omega$ . Визначити закон зміни швидкості руху осцилятора за часом, її амплітудне значення  $v_0$  й зсув за фазою відносно зміщення у в'язкому середовищі. Коефіцієнт згасання коливань –  $\beta$ .

**5.3.32\*.** Яку енергію втрачає за період коливальний контур ємністю  $C = 0,05$  мкФ, індуктивністю  $L = 2$  нГн і опором  $R = 1$  мОм, якщо максимальна напруга на конденсаторі  $U_m = 200$  В?

**5.3.33\*.** Знайти логарифмічний декремент згасання математичного маятника завдовжки  $l = 50$  см, якщо за час  $t = 5$  хв його повна механічна енергія зменшилася в  $n = 4 \cdot 10^4$  рази.

**5.3.34.** Кулька масою  $m = 50$  г коливається на легкій нитці, довжина якої  $l = 1$  м. Вважаючи, що коефіцієнт опору повітря  $r = -0,1$  кг/с, визначити: частоту власних коливань  $\nu_0$ ; резонансну частоту  $\nu_{\text{рез}}$ ; резонансну амплітуду  $A_{\text{рез}}$ , якщо амплітудне значення змушуючої сили  $F_0 = 0,01$  Н.

**5.3.35.** Гиря масою  $m = 0,5$  кг, підвішена на спіральній пружині з жорсткістю  $k = 50$  Н/м, здійснює коливання у в'язкому середовищі з коефіцієнтом опору  $r = 0,5$  кг/с. На верхній кінець пружини діє змушувальна сила, що змінюється за законом  $F = 0,1 \cos \omega t$  Н. Визначити для даної коливальної системи коефіцієнт згасання  $\beta$  та резонансну амплітуду  $A_{\text{рез}}$ .

**5.3.36.** Грунтовою дорогою пройшов трактор, залишивши заглиблення на відстані  $l = 30$  см одне від одного. Цією дорогою покотили дитячу коляску, що має дві однакові ресори, кожна з яких прогинається на  $\Delta x = 2$  см під дією вантажу масою  $m = 1$  кг. З якою швидкістю  $v$  котили коляску, якщо від поштовхів на заглибленнях вона потрапляла в резонанс і починала розгойдуватися? Маса коляски  $m = 10$  кг.

**5.3.37.** Вагон масою  $m = 80$  т має чотири ресори. Жорсткість пружини кожної ресори  $k = 500$  Н/м. З якою швидкістю  $v$  вагон починає сильно розгойдуватися внаслідок поштовхів у місці стику рейок, якщо довжина рейки  $l = 12,8$  м?

**5.3.38.** Тіло масою  $m = 10$  г здійснює згасаючі коливання з максимальним значенням амплітуди  $A_0 = 7$  см, початковою фазою  $\varphi = 0$  та коефіцієнтом згасання  $\beta = 1,6 \text{ с}^{-1}$ . На це тіло почала діяти зовнішня періодична сила  $F$ , під дією якої установилися вимушені коливання. Рівняння вимушених коливань має вигляд  $x = 5 \sin(10\pi t - 0,75\pi)$  см. Знайти: 1) рівняння (з числовими коефіцієнтами) власних коливань; 2) рівняння (з числовими коефіцієнтами) зовнішньої періодичної сили.

**5.3.39.** За умовою незмінної амплітуди змушувальної сили амплітуда вимушених коливань з частотами  $\omega_1 = 100 \text{ с}^{-1}$  та  $\omega_2 = 300 \text{ с}^{-1}$  однакова. Знайти резонансну частоту  $\omega_{\text{рез}}$

**5.3.40.** Частота вільних коливань певної системи  $\omega_0 = 100 \text{ с}^{-1}$ , її резонансна частота  $\omega_{\text{рез}} = 99 \text{ с}^{-1}$ . Визначити добротність системи  $Q$ .

**5.3.41.** Період вільних коливань пружинного маятника  $T_1 = 0,55 \text{ с}$ . У в'язкому середовищі період цього маятника  $T_2 = 0,56 \text{ с}$ . Визначити резонансну частоту коливань  $\nu_{\text{рез}}$ .

**5.3.42.** Власна частота коливань певної системи  $\nu_0 = 500 \text{ Гц}$ . Визначити частоту згасаючих коливань  $\nu$  цієї системи, якщо резонансна частота  $\nu_{\text{рез}} = 499 \text{ Гц}$ .

**5.3.43.** Пружинний маятник з масою вантажу  $m = 100 \text{ г}$  і жорсткістю пружини  $k = 10 \text{ Н/м}$  здійснює вимушені коливання у в'язкому середовищі з коефіцієнтом опору  $r = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг/с}$ . Визначити коефіцієнт згасання  $\beta$  та резонансу амплітуду  $A_{\text{рез}}$ , якщо амплітудне значення змушуючої сили  $F_0 = 10 \text{ мН}$ .

**5.3.44.** На гармонічний осцилятор масою  $m = 10 \text{ г}$ , який здійснює коливання з коефіцієнтами квазіпружної сили  $k = 10^2 \text{ Н/м}$  і згасання  $\beta = 1 \text{ с}^{-1}$ , діє змушуюча сила  $F$ , що змінюється за законом  $F = 0,1 \cos 90t \text{ Н}$ . Установити закон, за яким відбуваються коливання.

**5.3.45.** Котушка довжиною  $l = 25 \text{ см}$  і радіусом  $r = 2 \text{ см}$  має обмотку, що містить  $N = 1000$  витків мідного дроту, площа поперечного перерізу якого  $S = 1 \text{ мм}^2$ . Котушка увімкнена в коло змінного струму з частотою  $\nu = 50 \text{ Гц}$ . Яку частину від повного опору котушки складають активний  $R$  та індуктивний  $X_L$  опори?

**5.3.46.** Визначити добротність  $Q$  коливального контуру, елементи якого послідовно з'єднані. Резонансна частота контуру  $\nu_{\text{рез}} = 600 \text{ кГц}$ , ємність  $C = 350 \text{ пФ}$ , активний опір  $R = 15 \text{ Ом}$ .

**5.3.47.** Конденсатор ємністю  $C = 1 \text{ мкФ}$  та котушку опором  $R = 0,1 \text{ Ом}$  і індуктивністю  $L = 1 \text{ мГн}$  підключити паралельно до джерела синусоїдальної напруги з діючим значенням  $U_{\text{эф}} = 31 \text{ В}$ . Визначити частоту  $\omega_{\text{рез}}$ , при якій настає резонанс.

**5.3.48.** Конденсатор та електрична лампа з'єднані послідовно й підключити до кола змінного струму напругою  $U = 440 \text{ В}$  і частотою  $\nu = 50 \text{ Гц}$ . Яку ємність  $C$  має конденсатор, якщо через лампу тече струм, сила якого  $I = 0,5 \text{ А}$ ? Падіння потенціалу на лампі  $U = 110 \text{ В}$ .

**5.3.49.** Котушка довжиною  $l = 50$  см підключена до кола змінного струму з частотою  $\nu = 50$  Гц. Площа поперечного перерізу котушки  $S = 10 \text{ см}^2$ , число витків  $N = 3000$ . Знайти активний опір  $R$  котушки, якщо зсув фаз між напругою і струмом  $\varphi = 60^\circ$ .

**5.3.50.** Конденсатор ємністю  $C = 20$  мкФ та реостат, активний опір якого  $R = 150$  Ом, підключені послідовно до кола змінного струму частотою  $\nu = 50$  Гц. Яку частину напруги, що подається до цього кола, складає спад напруги: 1) на конденсаторі; 2) на реостаті?

**5.3.51.** Котушка з активним опором  $R = 10$  Ом і індуктивністю  $L$  підключена в коло змінного струму з напругою  $U = 127$  В і частотою  $\nu = 50$  Гц. Знайти індуктивність котушки  $L$ , якщо відомо, що котушка споживає потужність  $P = 400$  Вт. Зсув фаз між напругою та струмом  $\varphi = 60^\circ$ .

**5.3.52.** У коло змінного струму з напругою  $U = 220$  В і частотою  $\nu = 50$  Гц підключені послідовно ємність  $C = 35,4$  мкФ, активний опір  $R = 100$  Ом і індуктивність  $L = 0,7$  Гн. Знайти силу струму  $I$  в колі та спад напруги на ємності  $U_C$ , омичному опорі  $U_R$  і індуктивності  $U_L$ .

**5.3.53.** На коливальний контур, елементи якого з'єднані послідовно, подана зовнішня напруга. Частота напруги  $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$ . Сумарне падіння напруги на котушці й конденсаторі дорівнює нулю. Індуктивність котушки  $L = 0,1$  Гн. Визначити ємність  $C$  конденсатора.

**5.3.54.** Коливальний контур, елементи якого з'єднані послідовно, має такі параметри: індуктивність  $L = 0,82$  мГн, опір  $R = 60$  Ом, ємність  $C = 400$  пФ. У коло підключена зовнішня змінна напруга, амплітудне значення якої  $U_m = 0,1$  В. Визначити резонансну частоту  $\nu_{\text{рез}}$  і спади напруг на конденсаторі  $U_C$  і котушці  $U_L$  під час резонансу.

**5.3.55.** Котушку з активним опором  $R = 5$  Ом та індуктивністю  $L = 9,6$  мГн підключили до джерела напруги, яка змінюється за законом  $U = 141 \sin 314t$  В. Встановити закон  $I(t)$  и сили струму в котушці.

**5.3.56.** Конденсатор ємністю  $C = 1$  мкФ та реостат з активним опором  $R = 3000$  Ом підключені до кола змінного струму з частотою  $\nu = 50$  Гц. Індуктивністю реостата можна знехтувати. Визначити повний опір кола  $Z$ , якщо конденсатор і реостат підключені послідовно.

**5.3.57.** До мережі з ефективним значенням напруги  $U_{\text{еф}} = 100$  В підключили котушку, індуктивний опір якої  $X_L = 30$  Ом, а імпеданс  $Z = 50$  Ом. Знайти різницю фаз  $\varphi$  між струмом і напругою.

**5.3.58.** Коло змінного струму складається з послідовно з'єднаних активного опору  $R = 800$  Ом, індуктивності  $L = 1,27$  Гн і ємності  $C = 1,59$  мкФ. На затискачі кола подається діюча напруга  $U = 127$  В з частотою  $\nu = 50$  Гц. Знайти діюче значення сили струму  $I$  в колі; зсув фаз  $\varphi$  між струмом і напругою; потужність  $P$ , що виділяється у колі.

**5.3.59\*.** Знайти вираз для змушуючої сили  $F$ , під дією якої осцилятор масою  $m$  з коефіцієнтом згасання  $\beta$  здійснює гармонічне коливання згідно з законом  $x = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$ , де  $\omega_0$  – власна частота осцилятора.

**5.3.60\*.** Тіло масою  $m = 10$  г, що підвішене на пружині з жорсткістю  $k = 10^2$  Н/м, здійснює коливання з коефіцієнтом згасання  $\beta = 1$  с<sup>-1</sup> під дією змушувальної сили  $F$ , що змінюється за законом  $F = 0,1 \cos 90t$  Н. Визначити середню за часом потужність  $\langle P \rangle$ , що поглинається системою.

**5.3.61\*.** Визначити повний опір  $Z$  ділянки кола, що складається з паралельно з'єднаних конденсатора ємністю  $C = 73$  мкФ і активного опору  $R = 100$  Ом. Циклічна частота змінного струму  $\omega = 314$  с<sup>-1</sup>.

**5.3.62\*.** Коло, що складається з конденсатора ємністю  $C = 35$  мкФ, з'єданого паралельно з резистором опором  $R = 80$  Ом, підключено послідовно до змінної напруги. Знайти зсув фаз  $\varphi$  між напругою і струмом та повний опір  $Z$  кола змінного струму. Частота струму  $\nu = 50$  Гц.

**5.3.63\*.** Ділянка кола складається з паралельно з'єднаних конденсатора ємністю  $C$  й котушки з активним опором  $R$  та індуктивністю  $L$ . Знайти повний опір  $Z$  цієї ділянки для змінної напруги з частотою  $\omega$ .

**5.3.64\*.** До джерела синусоїдальної напруги з частотою  $\omega$  підключено паралельно конденсатор ємністю  $C$  і котушку з активним опором  $R$  та індуктивністю  $L$ . Визначити зсув фаз  $\varphi$  між струмом, що підводиться до контуру, і напругою на джерелі.

#### 5.4. Хвильові процеси

Джерелом хвильового процесу є коливання відповідної системи (механічної, електромагнітної, акустичної). Процес поширення коливань у пружному середовищі називається механічною або пружною хвилею.

Рівняння пружної хвилі являє собою залежність від координат і часу скалярних і векторних величин, які характеризують коливання середовища при проходженні в ньому хвилі. Якщо коливання джерела хвилі відбува-

ються за гармонічним законом, рівняння синусоїдальної одновимірної (плоскої) хвилі, що поширюється у напрямку осі  $OX$ ,

$$\psi(x, t) = A_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \quad (5.4.1)$$

де  $\psi(x, t)$  – зміщення частинки середовища з координатою  $x$  від рівноважного стану у момент часу  $t$ ;  $A_0$  – амплітуда хвилі;  $\omega$  – циклічна частота коливань;  $\varphi_0$  – початкова фаза;  $k = 2\pi/\lambda = \omega/v$  – хвильове число;  $v$  – фазова швидкість поширення хвилі.

Рівняння сферичної синусоїдальної хвилі

$$\psi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0), \quad (5.4.2)$$

де  $r$  – відстань від центру хвилі до точки, що розглядається;  $\frac{A_0}{r}$  – амплітуда сферичної хвилі.

Довжина хвилі:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}, \quad (5.4.3)$$

де  $T$  – період коливань;  $\nu = 1/T$  – частота коливань.

Різниця фаз двох точок, що лежать на промені, уздовж якого розповсюджується хвиля на відстанях  $l_1$  і  $l_2$  від джерела коливань до точки спостереження

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}, \quad (5.4.4)$$

де  $\Delta = l_2 - l_1$  – різниця ходу хвилі.

Фазова швидкість хвилі залежить від виду хвиль і властивостей середовища, в якому хвилі поширюються, тобто 1) для повздовжніх хвиль у пружному середовищі  $v_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ; 2) для поперечних хвиль  $v_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ ; 3) для поперечних хвиль у струні  $v_{\perp} = \sqrt{\frac{F_H}{\rho_1 S}}$ , де  $E$  – модуль Юнга;  $G$  – модуль зсуву;  $F_H$  – сила натягу струни;  $\rho$  – густина середовища;  $\rho_1$  – густина матеріалу струни;  $S$  – площа її поперечного перерізу.



Виходячи з принципу суперпозиції, будь-яку хвилю можна уявити у вигляді суми гармонічних хвиль (хвильового пакету). За швидкість розповсюдження хвильового пакета приймають групову швидкість  $u$  (швидкість переміщення максимуму амплітуди хвилі – центру хвильового пакета). Групова швидкість

$$u = \frac{d\omega}{dk}. \quad (5.4.5)$$

Групова швидкість зв'язана з фазовою швидкістю рівнянням

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (5.4.6)$$

Умова максимумів амплітуди при інтерференції когерентних хвиль:

$$\Delta = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (5.4.7)$$

Умова мінімумів амплітуди

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (5.4.8)$$

Рівняння стоячої хвилі, що утворюється при накладанні двох біжучих хвиль, які поширюються уздовж осі  $Ox$  назустріч одна одній з однаковими частотами  $\omega$  і амплітудами  $A$ :

$$\psi(x, t) = 2A \cos kx \cos \omega t \quad (5.4.9)$$

Координати пучностей та вузлів стоячої хвилі відповідно:

$$x_{\text{пучн}} = \pm 2m \frac{\lambda}{4}; \quad x_{\text{вузл}} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{4}; \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (5.4.10)$$

Пружні хвилі малої інтенсивності, що поширюються в пружному середовищі та мають частоту від 16 до 20000 Гц, називають звуковими хвилями або звуком. Інтенсивність звука:

$$I = \frac{W}{S_{\perp} t}, \quad (5.4.11)$$

де  $W$  – енергія, що переноситься звуковою хвилею за час  $t$  через площу поверхні  $S_{\perp}$ , яка розташована перпендикулярно напрямку поширення звукової хвилі.

Потік енергії  $\Phi$ , що переноситься пружною хвилею (в тому числі й звуковою) через поверхню  $S_{\perp}$ :

$$\Phi = IS_{\perp}. \quad (5.4.12)$$

Інтенсивність пружної хвилі

$$I = |\langle U \rangle| = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v, \quad (5.4.13)$$

де  $\langle U \rangle$  – середнє за період значення густини потоку енергії (вектора Умова), що переноситься пружною хвилею;  $\rho$  – густина середовища;  $A$  і  $\omega$  – амплітуда й частота хвилі відповідно;  $v$  – фазова швидкість поширення хвилі.

Рівняння плоскої монохроматичної електромагнітної хвилі, яка поширюється уздовж осі  $OX$  в однорідному ізотропному середовищі,

$$E = E_m \cos(\omega t - kx), \quad H = H_m \cos(\omega t - kx), \quad (5.4.14)$$

де  $E$  і  $H$  – вектори напруженості електричного й магнітного полів;  $E_m$  і  $H_m$  – відповідно їхні амплітудні значення.

Зв'язок між модулями векторів  $E$  і  $H$  у біжучій електромагнітній хвилі:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H, \quad (5.4.15)$$

де  $\varepsilon_0$  і  $\mu_0$  – електрична і магнітна сталі відповідно;  $\varepsilon$  і  $\mu$  – відносні діелектрична і магнітна проникності середовища відповідно.

Швидкість поширення електромагнітної хвилі:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}}, \quad (5.4.16)$$

де  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8$  м/с – швидкість світла у вакуумі.

Об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі:

$$w = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2 = \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0} E H. \quad (5.4.17)$$

Густина потоку енергії електромагнітної хвилі (вектор Умова-Пойнтинга):

$$S = EH. \quad (5.4.18)$$

Інтенсивність монохроматичної біжучої електромагнітної хвилі:

$$I = |\langle S \rangle| = \langle w \rangle v. \quad (5.4.19)$$

Інтенсивність плоскої електромагнітної хвилі:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E_m^2 \quad (5.4.20)$$

де  $E_m$  – модуль амплітуди вектора напруженості електричного поля.

Середня за часом об'ємна густина енергії та інтенсивність електромагнітної хвилі у вакуумі відповідно:

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_m^2; \quad I = \langle w \rangle c = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E_m^2. \quad (5.4.21)$$

### ***Задачі до теми «Хвильові процеси»***

**5.4.1.** У пружному середовищі поширюється хвиля з швидкістю  $v = 120$  м/с. Визначити частоту коливань хвилі  $\nu$  за умовою, що між точками середовища, фази яких протилежні, мінімальна відстань  $\Delta x = 80$  см.

**5.4.2.** Звукові хвилі з частотою  $\nu = 450$  Гц та амплітудою  $A_0 = 0,3$  мм поширюються в пружному середовищі. Довжина хвилі  $\lambda = 80$  см. Знайти швидкість поширення хвилі та максимальну швидкість частинок середовища.

**5.4.3.** Визначити швидкість  $v$  поширення хвиль у пружному середовищі, якщо різниця фаз коливань двох точок середовища, що знаходяться на відстані  $\Delta x = 10$  см одна від одної,  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/3$ . Частота коливань  $\nu = 25$  Гц.

**5.4.4.** На якій відстані  $x$  від джерела коливань у момент часу  $t = T/2$  ( $T$  – період коливань) зміщення точки від положення рівноваги  $\psi$  дорівнює половині амплітуди? Швидкість поширення коливань  $v = 330$  м/с. Період коливань  $T = 10^{-3}$  с.

**5.4.5.** Пружна хвиля переходить з середовища, в якому швидкість поширення хвилі  $v_1 = 350$  м/с, у середовище, в якому швидкість хвилі  $v_2$  втричі більша. Як змінюється за цих умов частота  $\nu$  та довжина хвилі  $\lambda$ ?

**5.4.6.** У момент часу  $t = T/4$ , де  $T$  – період коливань, зміщення точки  $\psi$ , яка знаходиться на відстані  $x = 2$  см від джерела коливань, дорівнює половині амплітуди. Знайти довжину біжучої хвилі  $\lambda$ .

**5.4.7.** Знайти максимальне зміщення  $\psi_{\max}$  від стану рівноваги точки, якщо вона знаходиться від джерела коливань на відстані  $x = \lambda/12$  ( $\lambda$  – довжина хвилі). У момент часу  $t = T/6$  ( $T$  – період коливань) зміщення точки  $\psi = 3$  см.

**5.4.8.** Звукові хвилі з частотою коливань  $\nu = 600$  Гц поширюються та відбиваються від перешкоди. Швидкість хвиль  $v = 360$  м/с. Визначити відстань між сусідніми пучностями стоячої хвилі  $\Delta x_{\text{пучн}}$ .

**5.4.9.** У пружному середовищі уздовж осі  $OX$  поширюється плоска поздовжня гармонічна хвиля. Період хвилі  $T = 3$  мкс, амплітуда  $A = 15$  мкм. У точках, що знаходяться на відстані  $\Delta x = 0,9$  мм одна від одної, різниця фаз  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/3$ . Визначити швидкість поширення хвилі, а також максимальну швидкість  $\dot{\psi}_{\max}$  частинок середовища.

**5.4.10.** Поперечна хвиля поширюється уздовж пружного шнура зі швидкістю  $v = 1,5$  м/с. Період коливань точок шнура  $T = 1,2$  с, амплітуда  $A_0 = 2$  м. Визначити: 1) довжину хвилі  $\lambda$ ; 2) фазу коливань  $\varphi$ ; 3) зміщення  $\psi$ , швидкість  $\dot{\psi}$ , прискорення  $\ddot{\psi}$  точки  $M$ , яка знаходиться на відстані  $x = 45$  м від джерела хвилі в момент  $t = 4,5$  с; 4) різницю фаз  $\Delta\varphi$  коливань двох точок, які лежать на промені і знаходяться від джерела хвилі на відстанях  $x_1 = 21$  м і  $x_2 = 30$  м.

**5.4.11.** Знайти максимальне прискорення  $\ddot{\psi}$  і максимальну швидкість  $\dot{\psi}$  частинки повітря в ультразвуковій хвилі з частотою  $\nu = 5 \cdot 10^4$  Гц, якщо амплітуда зміщення частинки  $A_0 = 0,1$  мкм.

**5.4.12.** Визначити довжину біжучої хвилі  $\lambda$ , якщо відстань між першою та четвертою пучностями стоячої хвилі  $x_4 - x_1 = 9$  м.

**5.4.13.** Період коливань однакових зустрічних хвиль  $T = 6$  с, амплітуда коливань  $A_0 = 10$  см. Визначити зміщення  $\psi$  точок, які лежать у пучності стоячої хвилі в момент часу, коли фази коливань обох хвиль збігаються, а також через  $t_1 = 0,5$  с і  $t_2 = 1$  с після моменту збігання фаз.

**5.4.14.** Рівняння стоячої хвилі:  $E = 2E_0 \cos(2\pi x / \lambda) \cos \omega t$ . Знайти координату  $x_5$  п'ятого вузла напруженості електричного поля  $E$  в стоячій хвилі, що виникає в двопровідній лінії, зануреній у воду ( $\varepsilon = 81$ ,  $\mu = 1$ ). Період коливань джерела хвиль  $T = 1,2 \cdot 10^{-7}$  с.

**5.4.15.** Два когерентних джерела коливаються в однакових фазах з частотою  $\nu = 400$  Гц. Швидкість поширення коливань у середовищі  $v = 1$  км/с. Визначити найменшу різницю ходу  $\Delta$ , коли спостерігається: 1) максимальне посилення коливань; 2) максимальне ослаблення коливань.

**5.4.16.** У певну точку простору надходять когерентні хвилі з довжиною  $\lambda = 400$  нм і різницею ходу  $\Delta = 2$  мкм. Визначити, що відбудеться: посилення або ослаблення інтенсивності хвильового процесу в цій точці.

**5.4.17.** Два когерентних джерела надсилають поперечні коливання в однакових фазах. При якій мінімальній різниці ходу  $\Delta$  цих хвиль у випадку накладання спостерігатиметься ослаблення коливань? Періоди коливань однакові  $T = 0,1$  с. Швидкість поширення коливань у середовищі  $v = 10^3$  м/с.

**5.4.18.** Як зміниться інтенсивність  $I$  звукової хвилі, якщо її частота  $\omega$  збільшується у два рази при: а) постійній швидкості хвилі; б) постійній довжині хвилі?

**5.4.19.** Визначити різницю фаз  $\varphi_2 - \varphi_1$  електромагнітних коливань двох точок, віддалених від джерела коливань на відстані  $l_1 = 7$  км та  $l_2 = 16$  км, якщо період коливань  $T = 6 \cdot 10^{-5}$  с. Хвиля поширюється в повітрі.

**5.4.20.** Визначити швидкість  $v_1$ , поширення електромагнітних хвиль з довжиною  $\lambda_1 = 1,6 \cdot 10^{-5}$  м у певному середовищі, якщо у середовищі з діелектричною проникністю  $\varepsilon = 9$  довжина цих хвиль  $\lambda_2 = 3,2 \cdot 10^{-5}$  м. Магнітна проникність  $\mu$  обох середовищ дорівнює одиниці.

**5.4.21.** Величина напруженості  $E$  електричного поля в електромагнітній хвилі з довжиною хвилі  $\lambda = 6 \cdot 10^3$  м в момент часу  $t = T/4$  ( $T$  – період коливань) дорівнює половині амплітуди. Знайти відстань  $x$  точки від джерела коливань.

**5.4.22.** З якою швидкістю  $v$  поширюється звук у закритій з двох кінців трубці завдовжки  $l = 25$  см, якщо трубка дає основний тон з частотою  $\nu = 600$  Гц?

**5.4.23.** Стрижень із закріпленими кінцями має довжину  $l = 1$  м. Якщо стрижень натерти, випромінюється звук з основною частотою  $\nu = 700$  Гц. Яка швидкість  $v$  звуку в стрижні?

**5.4.24.** Стальний стрижень довжиною 1 м, закріплений посередині, натирають суконкою, посипають каніфоллю. Визначити частоту  $\nu$  власних поздовжніх коливань стрижня, які при цьому виникають. Густина сталі  $\rho = 7,87 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, а її модуль Юнга  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па.

**5.4.25.** Електромагнітна хвиля з частотою  $\nu = 120$  МГц поширюється у середовищі, діелектрична проникність якого  $\varepsilon = 7,5$  і магнітна проникність  $\mu = 1$ . Знайти довжину хвилі  $\lambda$ .

**5.4.26.** Електромагнітна хвиля з частотою  $\nu = 3$  МГц переходить з вакууму в немагнітне середовище, діелектрична проникність якого  $\varepsilon = 4$ . Визначити зміну довжини хвилі  $\Delta\lambda$ .

**5.4.27.** Хвилі якої довжини  $\lambda$  прийматиме радіоприймач, якщо його контур має конденсатор ємністю  $C = 450$  пФ і котушку з індуктивністю  $L = 1,5$  мГн?

**5.4.28.** Радіоприймач працює у діапазоні довжин хвиль  $\lambda = 50$  м. Визначити індуктивність котушки у коливальному контурі радіоприймача, якщо цей коливальний контур містить конденсатор змінної ємності з максимальною ємністю  $C = 400$  пФ.

**5.4.29.** Яку довжину електромагнітної хвилі  $\lambda$  випромінює коливальний контур радіоприймача індуктивністю  $L = 0,2$  мГн, якщо максимальна сила струму в контурі  $I_m = 0,1$  А, максимальна напруга на конденсаторі  $U_m = 200$  В? Вважати, що хвиля поширюється у вакуумі.

**5.4.30.** В однорідному та ізотропному середовищі з діелектричною проникністю  $\varepsilon = 3$  і магнітною проникністю  $\mu = 1$  поширюється плоска електромагнітна хвиля. Амплітуда напруженості електричного поля  $E_m = 10$  В/м. Знайти амплітуду напруженості магнітного поля  $H_m$  і фазову швидкість  $v$  хвилі.

**5.4.31.** У певному середовищі поширюється плоска електромагнітна хвиля з амплітудним значенням вектора напруженості електричного поля  $E_m = 10$  В/м. Діелектрична проникність середовища  $\varepsilon = 2$ , магнітна проникність  $\mu = 1$ . Визначити інтенсивність хвилі  $I$ .

**5.4.32.** Плоска біжуча акустична хвиля може бути подана рівнянням:  $\psi(x,t) = 5 \cdot 10^{-4} \sin(200t - 6x)$  м, де  $\psi(x,t)$  – зміщення частинки середовища у напрямку поширення хвилі;  $t$  – час;  $x$  – відстань від джерела звуку до будь-якої точки, що бере участь у хвильовому процесі. Знайти потік енергії  $\Phi$ , який попадає у вухо людини. Вважати, що вухо і площа, крізь яку переноситься потік енергії, перпендикулярні до напрямку поширення хвилі; ця площа  $S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ . Густина повітря  $\rho = 1,3 \text{ кг/м}^3$ , швидкість звуку  $v = 334 \text{ м/с}$ .

**5.4.33.** Сталева струна, довжина якої  $l = 1 \text{ м}$ , дає частоту основного тону  $\nu = 256 \text{ Гц}$ . Знайти швидкість хвилі  $v$  на струні та силу натягу  $F_H$  струни, вважаючи, що діаметр струни  $d = 1 \text{ мм}$ , густина сталі  $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ .

**5.4.34\*.** На відстані  $l = 4 \text{ м}$  від джерела плоскої акустичної хвилі з частотою  $\nu = 440 \text{ Гц}$  перпендикулярно їй променю розміщена стіна. Визначити відстань від стіни до точок, в яких будуть знаходитись перші три вузли і три пучності стоячої хвилі, яка виникла в результаті складання біжучої і відбитої від стіни хвиль. Швидкість хвилі  $v = 440 \text{ м/с}$ . Коливання джерела відбуваються за законом  $\psi_0 = A_0 \cdot \cos \omega t$ .

**5.4.35\*.** Яка енергія  $W$  переноситься плоскою гармонічною електромагнітною хвилею з амплітудою напруженості електричного поля  $E_m = 50 \text{ мкВ/м}$  за час  $t = 10 \text{ хв}$  крізь перпендикулярну до напрямку поширення хвилі поверхню, якщо її площа  $S = 1 \text{ м}^2$ ? Вважати, що хвиля поширюється у вакуумі.

**5.4.36\*.** У вакуумі поширюється уздовж осі  $OX$  плоска електромагнітна хвиля. Амплітудне значення напруженості магнітного поля дорівнює  $H_m = 0,05 \text{ А/м}$ . Визначити: 1) амплітудне значення напруженості електричного поля  $E_m$ ; 2) середнє значення за часом густини енергії хвилі  $\langle w \rangle$ ; 3) інтенсивність хвилі  $I$ .

**5.4.37\*.** У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля, частота якої  $\omega = 10^{10} \text{ с}^{-1}$ . Модуль амплітуди електричного вектора хвилі  $E_m = 0,775 \text{ В/м}$ . На шляху хвилі розміщується поверхня, яка поглинає хвилю й має форму на півсфери радіусом  $r = 0,632 \text{ м}$ , повернута своєю вершиною в бік поширення хвилі. Яку енергію  $W$  поглинає ця поверхня за час  $\tau = 1 \text{ с}$ ?

**5.4.38.\*** У вакуумі уздовж осі  $OX$  поширюється плоска електромагнітна хвиля. Інтенсивність хвилі  $I = 21,2 \text{ мкВ/м}^2$ . Визначити амплітуду напруженості електричного поля хвилі  $E_m$ .

## 5.5. Геометрична оптика

Закон заломлення світла (закон Снелліуса)

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (5.5.1)$$

де  $n_{21}$  – відносний показник заломлення другого середовища по відношенню до першого;  $n_1, n_2$  – абсолютні показники заломлення першого і другого середовищ (рис. 11).

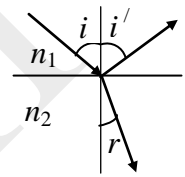


Рисунок 11

Граничний кут повного внутрішнього відбиття  $i_{\text{гр}}$  ( $n_1 > n_2$ ) (рис. 12)

$$\sin i_{\text{гр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (5.5.2)$$

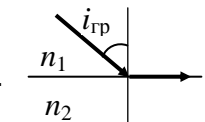


Рисунок 12

Оптична сила  $D$  тонкої лінзи в середовищі з показником заломлення  $n_c$ :

$$D = \frac{1}{f} = \left( \frac{n_{\text{л}}}{n_c} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (5.5.3)$$

де  $n_{\text{л}}$  – показник заломлення матеріалу лінзи;  $f$  – фокусна відстань лінзи. У даному співвідношенні радіуси ( $R_1, R_2$ ) опуклих поверхонь беруться зі знаком «плюс», ввігнутих – зі знаком «мінус». Для плоскої поверхні  $R = \infty$ .

Оптична сила двох складених впритул лінз:

$$D = D_1 + D_2. \quad (5.5.4)$$

Формула тонкої лінзи

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right), \quad (5.5.5)$$

де  $a$  – відстань від оптичного центру лінзи до предмета;  $b$  – відстань від оптичного центру лінзи до зображення. Якщо фокус уявний (лінза розсіювальна), то величина  $f$  від'ємна, якщо зображення уявне, то величина  $b$  від'ємна.



Кутове збільшення лупи (окуляра):

$$\Gamma = \frac{L}{f}, \quad (5.5.6)$$

$f$  – фокусна відстань лупи (окуляра);  $L$  – відстань найкращого зору ( $L = 25$  см).

Кутове збільшення телескопа:

$$\Gamma = \frac{f_{\text{об}}}{f_{\text{ок}}}, \quad (5.5.7)$$

де  $f_{\text{об}}$  – фокусна відстань об'єктива;  $f_{\text{ок}}$  – фокусна відстань окуляра.

Кутове збільшення мікроскопа

$$\Gamma = \Gamma_{\text{об}} \cdot \Gamma_{\text{ок}} = \frac{\Delta \cdot L}{f_{\text{об}} \cdot f_{\text{ок}}}, \quad (5.5.8)$$

де  $\Delta$  – довжина тубуса мікроскопа, або відстань від заднього фокуса об'єктива до переднього фокуса окуляра.

### Задачі до теми «Геометрична оптика»

**5.5.1.** Визначити побудовою хід світлового променя через плоскопаралельну пластинку для двох випадків (рис. 13 а, б).



Рисунок 13

**5.5.2.** Визначити показник заломлення рідини  $n$ , якщо промені, що падають під кутом  $\alpha = 50^\circ$  до горизонту, заломлюються у рідині під кутом  $r = 29^\circ$ .

**5.5.3.** На скляну пластинку з показником заломлення  $n = 1,5$  падає світловий промінь під кутом  $i = 27^\circ$ . Чому дорівнює кут  $\beta$  між відбитим та заломленим променями?

**5.5.4.** Водолазу, який перебуває під водою ( $n_{\text{в}} = 1,33$ ), здається, що сонячні промені падають на її поверхню під кутом  $\alpha = 60^\circ$  до горизонту. Яка справжня кутова висота Сонця над горизонтом?

**5.5.5.** Під яким кутом  $i$  падає промінь на поверхню скла ( $n = 1,6$ ), якщо кут заломлення  $r$  вдвічі менший від кута падіння?

**5.5.6.** Показники заломлення води  $n_1 = 1,33$ , скипидару  $n_2 = 1,48$ . У скільки разів  $k$  товщина шару води  $d_1$  більша за товщину шару скипидару  $d_2$ , якщо час розповсюдження в них променів однаковий?

**5.5.7.** Промінь світла падає на плоскопаралельну пластинку під кутом  $i = 60^\circ$ . Визначити товщину пластинки, якщо на виході з неї промінь змістився на  $B$ ?- $C = 20$  см (рис. 14). Показник заломлення матеріалу пластинки  $n = 1,5$ .

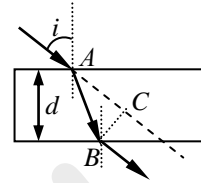


Рисунок 14

**5.5.8.** Пучок паралельних променів падає на поверхню води під кутом  $i = 60^\circ$  (рис. 15). Ширина пучка у воді ( $n = 1,33$ )  $d_2 = 17,4$  см. Визначити ширину пучка  $d_1$  у повітрі.

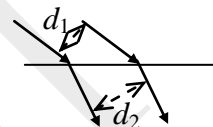


Рисунок 15

**5.5.9\*.** Визначити побудовою хід променя, який падає нормально на основу рівнобедреної прямокутної призми (рис. 16). Показник заломлення матеріалу призми  $n_1 = 1,6$ . Як зміниться хід променя, якщо призму помістити у сірководень, показник заломлення якого  $n_2 = 1,63$ ? Кут падіння променя на грань  $AB$  дорівнює  $45^\circ$ .

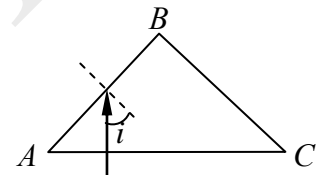


Рисунок 16

**5.5.10.** Визначити заломлюючий кут призми, якщо промінь, який падає нормально на одну її грань, виходить уздовж другої (рис. 17). Показник заломлення матеріалу призми  $n = 1,56$ .

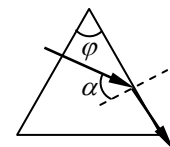


Рисунок 17

**5.5.11.** Річка, дно якої гарно видно, завжди здається менш глибокою. У скільки разів  $k$  дійсна глибина річки  $d$  більша за уявну  $d_1$ , якщо дивитися по вертикалі вниз? Показник заломлення води  $n_v = 1,33$ .

**5.5.12.** З якої мінімальної відстані  $d$  людина, яка занурилася у воду на дно озера з джерелом світла, може спостерігати дно внаслідок повного відбивання світла від межі вода – повітря, якщо глибина озера  $h = 10$  м, а джерело знаходиться на дні озера?  $n_v = 1,33$ .

**5.5.13.** Центр круглої крижини розміщено над ліхтарем, який занурено на глибину  $h = 5$  м у воду з показником заломлення  $n_v = 1,33$ . Обчислити найменший радіус крижини  $R$ , нехтуючи впливом товщини льоду, яка поглинає всі промені, що могли вийти з води в повітря.

**5.5.14.** Побудувати зображення предмета  $AB$  (рис. 18).

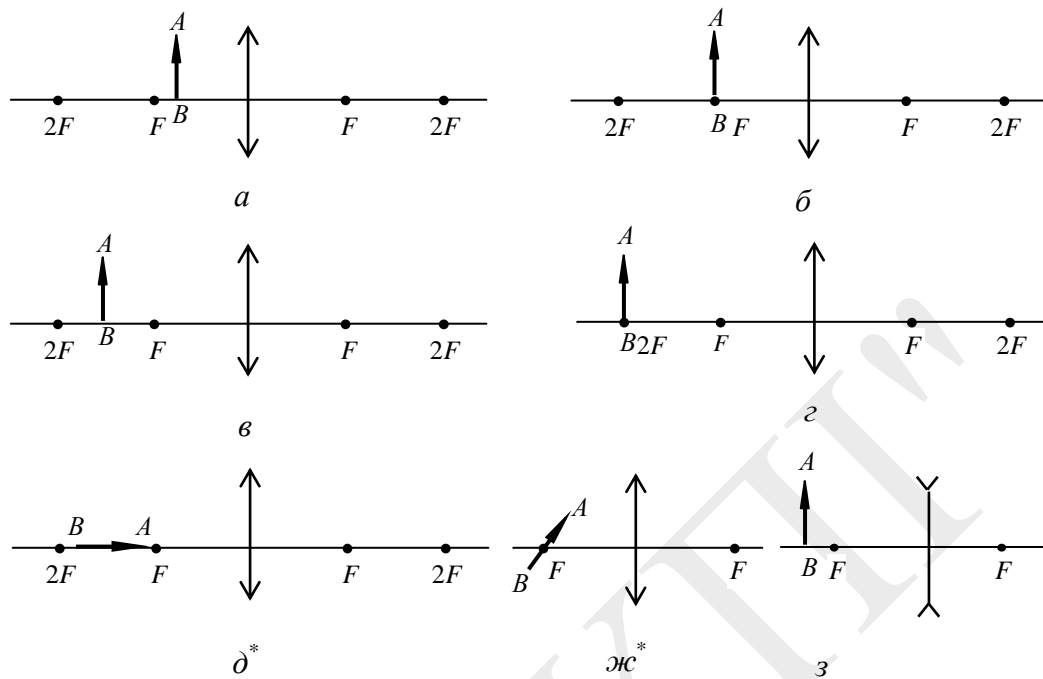


Рисунок 18

**5.5.15.** Знайти побудовою положення тонкої лінзи та її фокусів, якщо відомо положення оптичної осі та пари спряжених точок. Встановити, яка це лінза (рис. 19)



Рисунок 19

**5.5.16.** Побудувати предмет  $AB$ , якщо є його зображення  $A'B'$  (рис. 20).

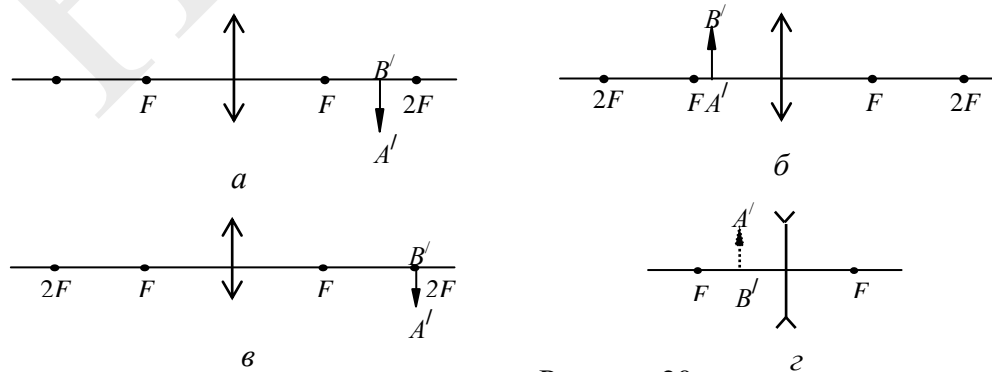


Рисунок 20

**5.5.17.** Фокусна відстань лінзи  $f = 20$  см. На якій відстані  $a$  від лінзи треба розмістити предмет, щоб його уявне зображення було на відстані  $b = -40$  см від лінзи?

**5.5.18.** Чому дорівнює оптична сила  $D$  збиральної лінзи, якщо предмет, розміщений на відстані  $a = 25$  см від неї, дає зображення в натуральну величину?

**5.5.19.** Збиральну лінзу, виготовлену із скла ( $n = 1,5$ ), що має фокусну відстань у повітрі  $f = 10$  см, занурили у воду ( $n_1 = 1,33$ ). Визначити фокусну відстань лінзи  $f_1$  у воді.

**5.5.20.** Відстань від предмета до екрана  $(a + b) = 90$  см. Де треба розмістити між ними лінзу з фокусною відстанню  $f = 20$  см для утворення чіткого зображення?

**5.5.21.** Зі скла, що має показник заломлення  $n = 1,5$ , треба виготовити лінзу з оптичною силою  $D = 5$  дптр. Визначити радіуси кривизни поверхонь лінзи  $R$ , якщо вони однакові ( $R_1 = R_2 = R$ ).

**5.5.22.** На відстані  $a = 20$  см від збиральної лінзи, оптична сила якої  $D = 10$  дптр, розташовано предмет висотою  $h = 5$  см. Знайти відстань до зображення  $b$  і висоту зображення предмета  $H$ . Зробити рисунок.

**5.5.23.** У певної людини відстань найкращого зору дорівнює  $a = 10$  см замість  $L = 25$  см. Окуляри з якою оптичною силою потрібні для корекції її короткозорості?

**5.5.24.** Дві лінзи з фокусними відстанями  $f_1 = 5$  см і  $f_2 = -4$  см склали впритул. Чому дорівнює фокусна відстань цієї системи лінз?

**5.5.25.** Лінзи 1 і 2 виготовлено з одного сорту скла (рис. 21). Знайти оптичну силу  $D_2$  другої лінзи, знаючи, що оптична сила першої лінзи  $D_1 = 5$  дптр.

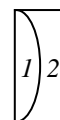


Рисунок 21

**5.5.26.** Із тонкої плоскопаралельної пластинки виготовлено три лінзи (рис. 22). Фокусна відстань лінз 1 і 2, складених впритул, дорівнює  $-f'$ , фокусна відстань лінз 2 і 3, складених впритул, дорівнює  $-f''$ . Визначити фокусні відстані кожної з лінз.

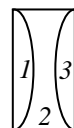


Рисунок 22

**5.5.27.** Лупа являє собою двоопуклу лінзу з однаковими радіусами кривизни  $R_1 = R_2 = R$ , виготовлену зі скла з показником заломлення  $n = 1,5$ . Знайти радіуси кривизни лінзи, якщо лупа дає збільшення у п'ять разів ( $\Gamma = 5$ ).

**5.5.28.** Яке збільшення  $\Gamma$  дає лупа, що складається з двох лінз, фоку-

сні відстані яких відповідно  $f_1 = 5$  см і  $f_2 = 5$  см?

**5.5.29.** Знайти оптичну силу об'єктива  $D$ , якщо окуляр дає збільшення у 10 разів ( $\Gamma_{\text{ок}} = 10$ ), а збільшення телескопа  $\Gamma_{\text{т}}$  дорівнює 40.

**5.5.30.** Відстань між об'єктивом і окуляром телескопа  $d = 12$  см, а його збільшення  $\Gamma = 5$ . Якою буде оптична сила цих лінз, якщо їх скласти впритул?

**5.5.31.** Фокусні відстані об'єктива і окуляра мікроскопа відповідно  $f_{\text{об}} = 4$  мм і  $f_{\text{ок}} = 4$  см, відстань між об'єктивом і окуляром  $d = 19,4$  см. Визначити збільшення мікроскопа. На якій відстані від об'єктива розміщено предмет?

**5.5.32.** Фокусні відстані об'єктива і окуляра мікроскопа відповідно  $f_{\text{об}} = 5$  мм і  $f_{\text{ок}} = 5$  см, предмет розташовано на відстані  $a = 5,1$  мм від об'єктива. Визначити збільшення  $\Gamma$  мікроскопа для нормального ока і довжину тубуса мікроскопа  $\Delta$ .

## 5.6. Інтерферометрія

Хвилі з однаковими частотами коливань, для яких різниця фаз з часом не змінюється, називають когерентними. При накладанні когерентних світлових хвиль спостерігається інтерференція світла – просторовий перерозподіл енергії світлового випромінювання. При інтерференції стале за часом підсилення та ослаблення інтенсивності результуючої світлової хвилі у різних точках хвильового поля залежить від співвідношення між фазами інтерферуючих хвиль.

Оптична довжина шляху світлової хвилі:

$$L = n \cdot l, \quad (5.6.1)$$

де  $l$  – геометрична довжина шляху світлової хвилі;  $n$  – абсолютний показник заломлення середовища, де поширюється хвиля.

Оптична різниця ходу двох світлових хвиль

$$\Delta = L_2 - L_1. \quad (5.6.2)$$

При накладанні двох монохроматичних хвиль однакової частоти результуюча інтенсивність

$$I_p = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta \varphi. \quad (5.6.3)$$

Зв'язок різниці фаз коливань  $\Delta \varphi$  з оптичною різницею ходу двох хвиль:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad (5.6.4)$$

де  $\lambda_0$  – довжина хвилі у вакуумі.

Умова інтерференційних максимумів:

$$\Delta = \pm 2m\lambda_0/2. \quad (5.6.5)$$

Умова інтерференційних мінімумів:

$$\Delta = \pm(2m + 1) \lambda_0 / 2, \quad (5.6.6)$$

де  $m = 0, 1, \dots$  – порядок інтерференції.

Для картини інтерференції світла від двох когерентних джерел координати максимумів:

$$x_{\max} = \pm(L/d) \lambda m, \quad (5.6.7)$$

координати мінімумів:

$$x_{\min} = \pm(L/d) \lambda (2m + 1) / 2, \quad (5.6.8)$$

де  $d$  – відстань між джерелами світла;  $L$  – відстань від джерел до екрана ( $d \ll L$ );  $\lambda$  – довжина хвилі,  $m = 0, 1, 2, \dots$  – порядок інтерференції.

Ширина смуги інтерференції:

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = (L/d) \lambda. \quad (5.6.9)$$

Оптична різниця ходу двох когерентних світлових хвиль, відбитих від верхньої та нижньої поверхонь тонкої плоско-паралельної плівки (пластинки), яка знаходиться в повітрі ( $n_0 = 1$ ):

$$\Delta = 2dn \cos r - \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda_0}{2}, \quad (5.6.10)$$

де  $d$  – товщина;  $n$  – абсолютний показник заломлення плівки;  $i$  – кут падіння;  $r$  – кут заломлення світла;  $\lambda_0$  – довжина хвилі у вакуумі.

Оптична різниця ходу двох когерентних світлових хвиль, що пройшли крізь плівку:

$$\Delta = 2dn \cos r = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i}. \quad (5.6.11)$$

Радіуси  $r_m$  світлих кілець Ньютона у відбитому світлі (темних, у світлі, що пройшло):

$$r_m = \sqrt{\frac{(2m-1)R\lambda}{2n}}. \quad (5.6.12)$$

Радіуси  $r_m$  темних кілець Ньютона у відбитому світлі (світлий, у світлі, що пройшло):

$$r_m = \sqrt{\frac{Rm\lambda}{n}}, \quad (5.6.13)$$

де  $R$  – радіус кривизни лінзи;  $\lambda$  – довжина хвилі;  $n$  – абсолютний показник заломлення середовища, яке знаходиться між лінзою і пластинкою;  $m = 1, 2, \dots$  – номер кільця.

### **Задачі до теми «Інтерферометрія»**

**5.6.1.** Оптична різниця ходу двох хвиль монохроматичного світла дорівнює  $\Delta = 0,5\lambda_0$ , де  $\lambda_0$  – довжина хвилі у вакуумі. Визначити різницю фаз коливань цих хвиль.

**5.6.2.** Установити зміну  $\Delta$  оптичної довжини ходу променя, що поширюється в повітрі, якщо на його шляху розмістити скляну пластинку товщиною  $d = 2$  мм. Розрахунок зробити для випадку нормального падіння променя і падіння під кутом  $i = 30^\circ$ .

**5.6.3.** Визначити довжини хвиль видимої частини спектра (380–760 нм), які при накладанні двох когерентних світлових хвиль з оптичною різницею ходу  $\Delta = 2$  мкм будуть максимально: а) підсилені; б) послаблені.

**5.6.4.** Від двох когерентних джерел промені з довжиною хвилі  $\lambda = 0,8$  мкм попадають на екран, на якому спостерігається інтерференційна картина. Коли на шляху одного із променів перпендикулярно йому помістили мильну плівку ( $n = 1,33$ ), інтерференційна картина змінилася на протилежну. При якій найменшій товщині плівки  $d$  це можливо?

**5.6.5.** Відстань між двома когерентними джерелами  $d = 0,9$  мм. Джерела, що випромінюють монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 640$  нм, розміщені на відстані  $L = 3,5$  м від екрана. Визначити кількість світлих смуг, що припадають на 1 см довжини екрана.

**5.6.6.** Відстань між двома когерентними джерелами світла  $d = 2$  мм, відстань від них до екрана  $L = 2$  м. Знайти довжину хвилі  $\lambda$ , що випромі-

нуються джерелами, якщо відстань на екрані між третім і п'ятим мінімумами інтерференційної картини  $x_{\min 5} - x_{\min 3} = 1,2$  мм.

**5.6.7.** У досліді Юнга відстань між щілинами  $d = 1,5$  мм, а відстань від них до екрана  $L = 2$  м. Визначити відстань  $\Delta x$  між сусідніми інтерференційними смугами, якщо між джерелом та щілинами встановлено червоний світлофільтр ( $\lambda_1 = 687$  нм). Як зміниться ця відстань, якщо замість червоного світлового фільтра встановити зелений ( $\lambda_2 = 527$  нм)?

**5.6.8.** Відстань від щілин до екрана в досліді Юнга дорівнює  $L = 1$  м. Визначити відстань  $d$  між щілинами, якщо на відрізу довжиною 1 см укладається  $N = 10$  темних інтерференційних смуг. Довжина хвилі  $\lambda = 0,7$  мкм.

**5.6.9.** На шляху одного з променів ( $\lambda = 589$  нм) у досліді Юнга розміщено трубку завдовжки  $l = 2$  см з плоско-паралельними скляними основами. Після заповнення трубки хлором інтерференційна картина на екрані змістилася на  $N = 20$  смуг. Обчислити показник заломлення  $n_{\text{Cl}}$  хлору, вважаючи, що показник заломлення повітря  $n_{\text{п}} = 1,000276$ .

**5.6.10.** Визначити товщину  $d$  гліцеринової плівки ( $n = 1,47$ ), яка при освітленні її білим світлом під кутом  $45^\circ$  у відбитому світлі здається червоною? Довжина хвилі червоних променів  $\lambda = 0,63$  мкм. Прийняти  $m = 5$ .

**5.6.11.** Чому дорівнює найменша товщина плівки  $d_{\min}$  з скипидару ( $n = 1,48$ ), яка при освітленні її білим світлом під кутом  $i = 30^\circ$ , здається жовтою у світлі, що проходить? Довжина хвилі жовтих променів  $\lambda = 0,58$  мкм.

**5.6.12.** На плівку товщиною  $d = 0,16$  мкм під кутом  $i = 30^\circ$  падає біле світло. Визначити показник заломлення плівки  $n$ , якщо в світлі, що проходить, плівка здається фіолетовою. Довжина хвилі фіолетових променів  $\lambda = 0,4$  мкм. Прийняти  $m = 1$ .

**5.6.13.** На тонку плівку з гліцерину ( $n = 1,47$ ) падає біле світло під кутом  $i_1 = 30^\circ$ . У відбитому світлі плівка внаслідок інтерференції здається зеленою, довжина хвилі цього кольору  $\lambda_1 = 0,540$  мкм. Який колір буде мати плівка у відбитому світлі, якщо світло буде падати під кутом  $i_2 = 60^\circ$ ? В обох випадках спостерігаються інтерференційні максимуми одного порядку.

**5.6.14.** Для зменшення втрат світла внаслідок відбивання від поверхні скляні оптичні деталі покривають тонким шаром речовини, показник заломлення якої  $n' = \sqrt{n}$ , де  $n$  – показник заломлення скла (просвітлення оп-



тики). При якій товщині  $d$  шару хвилі довжиною  $\lambda$ , відбиті від передньої та задньої поверхонь шару в напрямі нормалі, повністю гасять одна одну через інтерференцію?

**5.6.15.** Для зменшення втрат світла при відбиванні світла від поверхні лінзи покривають тонкою прозорою плівкою речовини з показником заломлення  $n = 1,26$ , меншим, ніж у скла. При якій товщині плівки  $d$  відбивання світла від лінзи не буде спостерігатися? Довжина хвилі світла, що падає  $\lambda_2 = 0,55$  мкм, кут падіння  $i = 30^\circ$ .

**5.6.16.** На поверхню скляної пластинки, показник заломлення якої  $n_c = 1,5$ , нанесли тонку прозору плівку ( $n_{пл} = 1,3$ ). Пластинка освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі  $\lambda = 640$  нм, що падає нормально на поверхню плівки. Якою має бути найменша товщина плівки  $d_{min}$ , щоб відбите світло максимально послабилось?

**5.6.17\*.** На тонкий скляний клин ( $n = 1,5$ ) нормально падає монохроматичне світло. Найменша товщина клина, починаючи з якої спостерігаються інтерференційні смуги у відбитому світлі, дорівнює  $d_{min} = 0,1$  мкм. Відстань між сусідніми смугами  $\Delta l = 5$  мм. Визначити довжину хвилі світла  $\lambda$ , що падає, і кут  $\gamma$  між поверхнями клина.

**5.6.18\*.** На тонкий скляний клин падає нормально світло з довжиною хвилі  $\lambda = 0,5$  мкм, відстань між сусідніми темними інтерференційними смугами у відбитому світлі  $\Delta l = 0,5$  мм. Визначити кут  $\gamma$  між поверхнями клина. Показник заломлення скла клина  $n = 1,6$ .

**5.6.19\*.** Визначити показник заломлення  $n$  матеріалу, з якого виготовлений клин з кутом при вершині  $\gamma = 3 \cdot 10^{-4}$  рад, якщо відомо, що на один сантиметр припадає 22 інтерференційні смуги максимумів інтенсивності при спостереженні у відбитому світлі. Довжина хвилі монохроматичного світла, що падає нормально, дорівнює  $\lambda = 0,415$  мкм.

**5.6.20.** Монохроматичне світло падає нормально на поверхню повітряного клина, причому відстань між інтерференційними смугами  $\Delta l_1 = 0,4$  мм. Визначити відстань  $\Delta l_2$  між інтерференційними смугами, якщо простір між пластинками, які утворюють клин, заповнити рідиною с показником заломлення  $n = 1,33$ .

**5.6.21.** На скляний клин ( $n = 1,5$ ) нормально падає монохроматичне світло. Кут клина дорівнює  $4'$ . Визначити довжину світлової хвилі, якщо відстань між двома сусідніми інтерференційними смугами максимумів при спостереженні у відбитому світлі дорівнює  $\Delta l = 0,2$  мм.

**5.6.22\*.** Між двома прозорими паралельними пластинками розташували дуже тонкий дріт, унаслідок чого між ними утворився повітряний клин. У простір між пластинками ввели воду ( $n = 1,33$ ). Розглядаючи пластинки у відбитому світлі, довжина хвилі якого  $\lambda = 500$  нм, спостерігали інтерференційні смуги шириною  $\Delta l = 3$  мм. Визначити кут  $\gamma$  між пластинками клина.

**5.6.23.** Для отримання кілець Ньютона користуються плоскоопуклою лінзою з радіусом кривизни  $R = 8,5$  м. Система освітлюється монохроматичним світлом. Відстань між четвертим і п'ятим світлими кільцями дорівнює  $r_5 - r_4 = 0,5$  мм. Спостереження проводять у світлі, що проходить. Знайти довжину світлової хвилі  $\lambda$ .

**5.6.24.** Простір між скляною пластинкою і лінзою в системі для спостереження кілець Ньютона заповнено рідиною. Знайти показник заломлення рідини, якщо радіус третього темного кільця Ньютона при спостереженні у відбитому світлі з довжиною хвилі  $\lambda = 0,6$  мкм дорівнює  $r_3 = 0,82$  мм. Радіус кривизни лінзи  $R = 0,5$  м.

**5.6.25.** Плоско-опукла лінза з показником заломлення  $n = 1,6$  опуклою стороною лежить на скляній пластинці. Радіус третього світлого кільця у відбитому світлі ( $\lambda = 0,6$  мкм) дорівнює  $r_3 = 0,9$  мм. Визначити фокусну відстань лінзи  $F$ .

**5.6.26.** Плоско-опукла лінза з фокусною відстанню  $F = 1$  м лежить опуклою стороною на скляній пластинці ( $n = 1,5$ ). Радіус п'ятого темного кільця Ньютона у відбитому світлі  $r_5 = 1,1$  мм. Визначити довжину світлової хвилі.

**5.6.27\*.** Кільця Ньютона спостерігаються у світлі (довжина хвилі якого  $660$  нм), відбитому від системи двох плоско-опуклих лінз, притиснутих одна до одної опуклими поверхнями. Визначити радіус другого світлого кільця, якщо радіуси кривизни опуклих поверхонь кожної лінзи дорівнюють  $1$  м. Світло падає нормально на плоску межу лінзи.

**5.6.28\*.** На вершині сферичної поверхні плоско-опуклої скляної лінзи є зішліфована плоска ділянка радіусом  $3$  мм, яка стикається з скляною пластинкою. Радіус кривизни опуклої поверхні лінзи дорівнює  $150$  см. Визначити радіус шостого світлого кільця при нормальному падінні світла, якщо спостереження проводять у відбитому світлі. Довжина хвилі дорівнює  $655$  нм.

**5.6.29.** Після заповнення прозорою рідиною простору між лінзою та пластинкою в установці для спостереження кілець Ньютона, радіуси темних кілець у відбитому світлі зменшилися в  $k = 1,21$  рази. Визначити показник заломлення  $n$  рідини.

**5.6.30.** Установка для спостереження кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом, довжина хвилі якого  $\lambda = 0,55$  мкм. Визначити товщину повітряного зазору  $d_4$ , утвореного плоско-паралельною пластинкою і плоско-опуклою лінзою у тому місці, де у відбитому світлі спостерігається четверте темне кільце.

**5.6.31\*.** Установка для спостереження кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом. Радіус кривизни опуклої поверхні лінзи –  $R$ , довжина світлової хвилі –  $\lambda$ . Установити залежність ширини  $\Delta r$  кільця Ньютона (відстань між центрами темного та світлого кілець одного порядку) від його радіуса  $r_m$ , якщо  $\Delta r \ll r_m$ .

**5.6.32.** Для вимірювання показника заломлення прозорих речовин використовують інтерферометр, схему якого наведено на рис. 23, де  $S$  – вузька щілина, що освітлюється монохроматичним джерелом світла ( $\lambda_0 = 589$  нм),  $1$  і  $2$  – дві однакові трубки з повітрям довжиною  $l = 10$  см,  $D$  – діафрагма з двома щілинами. Якщо повітря у трубці  $2$  замінити аміаком, то інтерференційна картина, що спостерігалась раніше на екрані  $E$ , зсувається вгору на  $\Delta N = 17$  смуг. Визначити показник заломлення  $n'$  аміаку, якщо показник заломлення повітря дорівнює  $n_{\text{п}} = 1,000276$ .

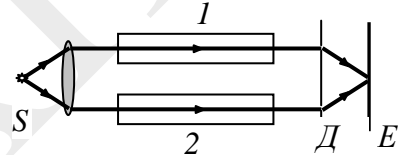


Рисунок 23

**5.6.33.** Визначити зміщення  $d$  рухомого дзеркала  $M_1$  в інтерферометрі Майкельсона (рис. 14), якщо інтерференційна картина змістилася на  $\Delta N = 400$  смуг. Довжина хвилі монохроматичного світла  $\lambda = 590$  нм.

**5.6.34.** В інтерферометрі Майкельсона (рис. 24) в кожне із плечей помістили дві однакові вакуумні трубки довжиною  $l = 10$  см. Внаслідок заповнення однієї з трубок воднем, інтерференційна картина змістилася на  $\Delta N = 47,5$  смуг. Визначити показник заломлення  $n$  водню, якщо довжина хвилі монохроматичного світла  $\lambda = 590$  нм.

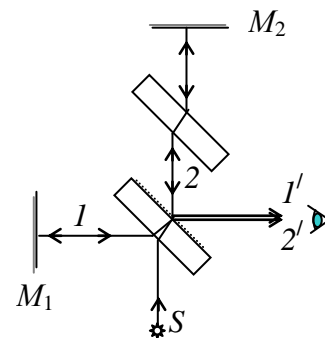


Рисунок 24

**5.6.35\*.** Якість обробки поверхні деталі контролюють за допомогою інтерферометра Лінника.

Інтерференційна картина, яка спостерігалася, змістилася на чотири смуги, коли на деталі з'явилася подряпина. Визначити глибину подряпини, якщо довжина хвилі монохроматичного світла  $\lambda = 500$  нм.

### 5.7. Дифракція хвиль

Дифракція світла – сукупність явищ, що спостерігаються під час поширення світлових хвиль в неоднорідних середовищах; відхилення від прямолінійного поширення світла, якщо воно не зумовлене відбиванням та заломленням променів; огинання світлом перешкод. Кожна точка хвильового фронту є центром вторинних елементарних когерентних хвиль, які при накладанні інтерферують. Світло спостерігається у тих місцях простору, де вторинні хвилі підсилюють одна одну внаслідок інтерференції.

Дифракція Френеля – дифракція світла, що спостерігається на відстанях, для яких кутові розміри оптичної неоднорідності набагато більші за відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цієї неоднорідності (дифракція світла при сферичному хвильовому фронті).

Площа зони Френеля:

$$S = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}, \quad (5.7.1)$$

де  $a$  – відстань від точкового джерела до перешкоди;  $b$  – відстань від перешкоди до точки спостереження;  $\lambda$  – довжина хвилі.

Радіус  $m$ -ї зони Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}, \quad (5.7.2)$$

де  $m = 1, 2, \dots$  – номер зони.

Радіус  $m$ -ї зони Френеля в наближенні плоскої хвилі ( $a \gg b$ )

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}. \quad (5.7.3)$$

Дифракція Фраунгофера – дифракція світла, що спостерігається на відстанях, для яких кутові розміри оптичних неоднорідностей набагато менші ніж відношення довжини світлової хвилі до лінійних розмірів цих неоднорідностей (дифракція в паралельних променях).

**Дифракція Фраунгофера на щілині у разі нормального падіння світла** (дифракція плоскої монохроматичної світлової хвилі).

Умова спостереження мінімумів:

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 1, 2, \dots \quad (5.7.4).$$

Умови спостереження максимумів:

$$b \sin \varphi = 0, \quad b \sin \varphi = \pm (2m+1) \lambda / 2, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (5.7.5)$$

де  $b$  – ширина щілини;  $\varphi$  – кут дифракції;  $m$  – дифракційний порядок.

**Дифракція на дифракційній ґратці у разі нормального падіння світла**

Умова спостереження головних максимумів:

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (5.7.6)$$

де  $m = 0, 1, 2, \dots$  – порядок головного максимуму;  $d = a + b$  – період ґратки; де  $a$  – відстань між щілинами,  $b$  – ширина щілини.

$$d = \frac{l}{N}, \quad (5.7.7)$$

де  $l$  – ширина ґратки;  $N$  – загальна кількість штрихів ґратки.

Кутова дисперсія

$$D_{\varphi} = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (5.7.8)$$

Лінійна дисперсія

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta \lambda} = D_{\varphi} F, \quad (5.7.9)$$

де  $\delta \varphi$  – кутова відстань;  $\delta l$  – лінійна відстань між спектральними лініями, які відрізняються за довжиною хвилі на  $\delta \lambda$ ;  $F$  – фокусна відстань лінзи, за допомогою якої спостерігають спектр.

Роздільна здатність дифракційної ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = mN, \quad (5.7.10)$$

де  $\lambda, \lambda + \delta \lambda$  – довжини хвиль двох спектральних ліній, що розрізняються.

**Задачі до теми «Дифракція хвиль»**

**5.7.1.** Монохроматичне світло ( $\lambda = 500$  нм) від точкового джерела падає на непрозору перешкоду з круглим отвором діаметром  $D = 1,73$  мм. Відстань між отвором і екраном, на якому спостерігається дифракційна ка-

ртина,  $b = 1$  м. Визначити відстань  $a$  між джерелом і перешкодою, якщо відомо, що в отвір попадає три зони Френеля.

**5.7.2.** Дифракційна картина спостерігається на відстані  $l$  від точкового джерела монохроматичного світла ( $\lambda = 600$  нм). На відстані  $a = 0,5l$  від джерела розміщено круглу непрозору перешкоду діаметром  $D = 1$  см. Знайти відстань  $l$ , якщо перешкода закриває тільки центральну зону Френеля.

**5.7.3.** Знайти радіуси зон Френеля і побудувати залежність радіуса зони від її номера для перших 10 зон, якщо точкове джерело світла ( $\lambda = 500$  нм) знаходиться на відстані  $a = 1$  м від отвору і на відстані  $b = 2$  м від екрана.

**5.7.4.** Монохроматичне світло ( $\lambda = 550$  нм) від точкового джерела падає на непрозору перешкоду з круглим отвором, радіус якого  $r$ . Відстань між джерелом і отвором  $a = 5$  м, між отвором і екраном, на якому спостерігається дифракційна картина,  $b = 1$  м. При якому радіусі отвору інтенсивність світла у центрі дифракційної картини на екрані буде найбільшою?

**5.7.5\*.** Радіус  $m$ -ї зони Френеля для сферичної хвилі  $r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$ .

Одержати відповідну формулу для плоскої хвилі.

**5.7.6\*.** Визначити площу зони Френеля, якщо плоска монохроматична хвиля довжиною  $\lambda$  падає нормально на непрозору перешкоду з круглим отвором, а дифракційна картина спостерігається на відстані  $b$  від отвору.

**5.7.7.** Радіус четвертої зони Френеля для плоского хвильового фронту дорівнює  $r_4 = 3$  мм. Визначити радіус шостої зони  $r_6$ .

**5.7.8.** На круглий отвір у непрозорій перешкоді діаметром  $D = 5$  мм падає нормально плоска монохроматична хвиля ( $\lambda = 500$  нм). За отвором, на відстані  $b = 2,5$  м від нього, розміщено екран. Яким буде центр дифракційної картини на екрані: темним чи світлим? Обґрунтувати.

**5.7.9.** На круглий отвір діаметром  $D = 2$  мм падає паралельний пучок світла з довжиною хвилі  $\lambda = 0,500$  мкм. На якій максимальній відстані  $b$  від отвору на екрані в центрі дифракційної картини спостерігається темна пляма?

**5.7.10.** На круглий отвір у непрозорій перешкоді, в який уміщується перша зона Френеля, падає нормально плоска монохроматична хвиля. На екрані спостерігається дифракційна картина. Як зміниться освітленість в центрі дифракційної картини, якщо перешкоду з отвором забрати?

**5.7.11.** На непрозорі пластинку з вузькою щілиною падає нормально монохроматичне світло, довжина хвилі якого  $\lambda = 600$  нм. Перший дифракційний максимум спостерігається під кутом  $\varphi_1 = 30^\circ$ . Визначити ширину щілини  $b$ .

**5.7.12.** Який найбільший порядок мінімуму можна спостерігати за допомогою щілини шириною  $b = 1$  мкм за умови нормального падіння на неї світла з довжиною хвилі  $\lambda = 400$  нм?

**5.7.13.** На вузьку щілину нормально падає монохроматичне світло. Кут дифракції для максимуму другого порядку  $\varphi_2 = 2^\circ$ . Визначити, у скільки разів ширина щілини  $b$  більша за довжину хвилі світла  $\lambda$ .

**5.7.14\*.** На щілину шириною  $b = 0,1$  мм падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 500$  нм. Дифракційна картина спостерігається на екрані, паралельному площині щілини за допомогою лінзи, розташованої поблизу щілини. Визначити відстань від екрана до лінзи, якщо відстань  $l$  між першими дифракційними мінімумами, розташованими симетрично відносно центрального максимуму, дорівнює  $l = 1$  см.

**5.7.15.** На щілину шириною  $b = 0,1$  мм падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 500$  нм. Дифракційна картина спостерігається на екрані, паралельному площині щілини за допомогою лінзи, розташованої поблизу щілини. Що буде спостерігатися на екрані: максимум чи мінімум, якщо кут дифракції дорівнює: 1)  $17'$ ; 2)  $43'$ ?

**5.7.16.** Для визначення довжини хвилі, яку випромінює лазер, вивчається явище дифракції на щілині шириною  $b = 21$  мкм. Дифракційні смуги спостерігаються на екрані за допомогою лінзи. Відстань від лінзи до екрана  $L = 10$  см, відстань між другою та третьою темними смугами  $\Delta l = 0,3$  см, кути дифракції  $\varphi_2$  та  $\varphi_3$  є малими. Визначити довжину хвилі  $\lambda$  лазерного випромінювання.

**5.7.17.** На щілину шириною  $b = 0,1$  мм падає нормально пучок паралельних променів білого світла (0,38–0,76) мкм. На екрані спостерігається дифракційна картина. Знайти кутові розміри спектра другого порядку для білого світла.

**5.7.18.** На дифракційну ґратку нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 0,65$  мкм. Екран розташований паралельно решітці і знаходиться від неї на відстані  $L = 0,5$  м. На екрані спостерігається дифракційна картина. Відстань між дифракційними максимумами першого порядку дорівнює  $l = 10$  см. Визначити період дифракційної ґратки і зага-

льну кількість головних максимумів, які можна спостерігати за допомогою цієї ґратки.

**5.7.19.** Період дифракційної ґратки  $d$  в 4 рази більший за довжину світлової хвилі  $\lambda$  монохроматичного світла, що нормально падає на її поверхню. Визначити кут між двома першими симетричними дифракційними максимумами.

**5.7.20.** Визначити довжину хвилі  $\lambda_1$  спектральної лінії, зображення якої дифракційною ґраткою в спектрі третього порядку  $m_1 = 3$  співпадає з зображенням лінії  $\lambda_2 = 0,38$  мкм в спектрі четвертого порядку  $m_2 = 4$ .

**5.7.21.** Пучок паралельних променів монохроматичного світла падає нормально на дифракційну ґратку. Кут дифракції для спектра другого порядку  $\varphi_2 = 10^\circ$ . Яким буде кут дифракції для спектра п'ятого порядку  $\varphi_5$ ?

**5.7.22.** На дифракційну ґратку в напрямку нормалі падає монохроматичне світло. Період ґратки  $d = 2$  мкм. Який найбільший порядок дифракційного максимуму дає ця ґратка для червоного ( $\lambda_1 = 0,7$  мкм) та фіолетового ( $\lambda_2 = 0,41$  мкм) світла?

**5.7.23.** На дифракційну ґратку нормально падає монохроматичне світло. Період дифракційної ґратки  $d$  в 4,6 рази більший за довжину світлової хвилі  $\lambda$ . Знайти загальну кількість дифракційних максимумів, які можна спостерігати за таких умов.

**5.7.24\*.** Світло з довжиною хвилі  $\lambda$  падає на дифракційну ґратку, період якої  $d$ , під кутом  $\alpha$  до нормалі. Одержати вираз, що визначає значення кута  $\varphi$  між дифракційними максимумами та нормаллю до поверхні дифракційної ґратки.

**5.7.25.** Визначити кількість штрихів на одному міліметрі  $n_0$  дифракційної ґратки, якщо куту дифракції  $\varphi_4 = 30^\circ$  відповідає максимум четвертого порядку  $m = 4$  для монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda = 0,55$  мкм.

**5.7.26.** Дифракційна ґратка має  $N = 3000$  штрихів і ширину  $l = 1,5$  см. На неї нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 0,55$  мкм. Визначити кут дифракції, який відповідає останньому максимуму.

**5.7.27.** Одна дифракційна ґратка має  $n_{01} = 800$  штрихів на одному міліметрі, друга –  $n_{02} = 500$  штрихів на одному міліметрі. Визначити кути дифракції для спектра другого порядку  $m = 2$  для обох ґраток, якщо на них нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 0,585$  мкм.



**5.7.28.** Яку різницю довжин хвиль може розділити дифракційна ґратка в спектрі другого порядку для фіолетових променів ( $\lambda = 0,4$  мкм), якщо період ґратки  $d = 2$  мкм, а її ширина  $l = 2$  см?

**5.7.29.** Визначити період дифракційної ґратки, яка може розділити в спектрі першого порядку лінії калію ( $\lambda_1 = 404,4$  нм і  $\lambda_2 = 404,7$  нм). Ширина ґратки  $l = 3$  см.

**5.7.30.** Визначити ширину дифракційної ґратки  $l$  та кількість її штрихів  $N$ , якщо вона може розділити в спектрі другого порядку лінії натрію ( $\lambda_1 = 589,0$  нм і  $\lambda_2 = 589,6$  нм). Період ґратки  $d = 5$  мкм.

**5.7.31.** Дифракційну картину одержали за допомогою дифракційної ґратки шириною  $l = 1,5$  см, яка має період  $d = 5$  мкм. Визначити, в спектрі якого найменшого порядку спостерігаються роздільні зображення двох спектральних ліній з різницею хвиль  $\Delta\lambda = 0,084$  нм в червоній частині спектра ( $\lambda = 0,76$  мкм).

**5.7.32\*.** Показати, що для даної  $\lambda$  максимальна роздільна здатність  $R_{\max}$  дифракційних ґраток, які мають різні періоди, але однакову ширину, має таке саме значення.

**5.7.33.** Дві дифракційні ґратки мають однакову ширину  $l = 4$  мм, але різні періоди, рівні  $d_1 = 2$  мкм і  $d_2 = 4$  мкм. Визначити і порівняти їхню найбільшу роздільну здатність для жовтої лінії натрію ( $\lambda = 0,589$  мкм). Яку найменшу різницю хвиль  $\Delta\lambda$  можна розділити цими ґратками?

**5.7.34.** Дифракційна ґратка має  $N = 1000$  штрихів і період  $d = 10$  мкм. Визначити: 1) кутову дисперсію  $D_\varphi$  для кута дифракції  $\varphi_3 = 30^\circ$  у спектрі третього порядку; 2) роздільну здатність  $R$  дифракційної ґратки у спектрі п'ятого порядку.

**5.7.35.** Визначити довжину хвилі, для якої дифракційна ґратка з періодом  $d = 3$  мкм у спектрі другого порядку має кутову дисперсію  $D_\varphi = 7 \cdot 10^5$  рад/м.

**5.7.36.** Дифракційна ґратка має період  $d = 1,5$  мкм. Визначити кутову дисперсію  $D_\varphi$  для максимуму найбільшого порядку для спектральної лінії з довжиною хвилі  $\lambda = 530$  нм, якщо світло падає на ґратку нормально.

**5.7.37.** Період дифракційної ґратки  $d = 2$  мкм. Визначити, для якого з порядків: першого чи другого, кутова дисперсія  $D_\varphi$  для довжини хвилі  $\lambda = 550$  нм більша? У скільки разів?

### 5.8. Електромагнітні хвилі в речовині

Дисперсія світла – явище залежності показника заломлення  $n$  світла від довжини світлової хвилі  $\lambda$  (частоти  $\omega$ ) або залежності фазової швидкості  $v$  електромагнітних хвиль від їхньої частоти. Для середовищ з магнітною проникністю  $\mu \approx 1$  згідно з електронною теорією дисперсії світла:

$$n^2 = 1 + \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (5.8.1)$$

де  $N$  – концентрація електронів, власна частота яких  $\omega_0$ ;  $e$ ,  $m$  – заряд і маса електрона;  $\omega$  – частота світла.

Швидкість поширення фази хвилі в середовищі:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{k}, \quad (5.8.2)$$

де  $c$  – швидкість світла у вакуумі;  $n$  – абсолютний показник заломлення середовища;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – модуль хвильового вектора.

Групова швидкість  $u$  – швидкість перенесення енергії групи хвиль, тобто швидкість поширення максимуму напруженості електричного поля  $\vec{E}$  світлової хвилі:

$$u = \frac{\partial \omega}{\partial k}. \quad (5.8.3)$$

Зв'язок групової та фазової швидкостей (формула Релея):

$$u = v + k \frac{\partial v}{\partial k} = v - \lambda \frac{\partial v}{\partial \lambda}. \quad (5.8.4)$$

Закон Бугера–Ламберта

$$I = I_0 e^{-\mu d}, \quad (5.8.5)$$

де  $I_0$  – інтенсивність світла, що падає на речовину;  $I$  – інтенсивність світла, що пройшло шар речовини товщиною  $d$ ;  $\mu$  – лінійний коефіцієнт поглинання (абсорбції).

Формули Френеля при відбиванні природного світла від діелектричного шару:

$$I_{\perp} = 0,5 I_0 \left[ \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \right]^2, \quad I_{\parallel} = 0,5 I_0 \left[ \frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)} \right]^2, \quad (5.8.6)$$

де  $I_{\perp}$  та  $I_{\parallel}$  – інтенсивності світла, коливання світлового вектора якого перпендикулярні і паралельні площині падіння відповідно;  $I_0$  – інтенсивність природного світла;  $i$  – кут падіння;  $r$  – кут заломлення.

Закон Брюстера:

$$\operatorname{tgi}_{\text{Бр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (5.8.7)$$

де  $i_{\text{Бр}}$  – кут падіння, для якого відбита світлова хвиля максимально поляризована;  $n_2$  і  $n_1$  – абсолютні показники заломлення середовища, на яке падає світло, і середовища, з якого світло падає на межу поділу відповідно;  $n_{21}$  – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого.

Ступінь поляризації частково поляризованого світла:

$$P = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}}, \quad (5.8.8)$$

де  $I_{\perp}$  та  $I_{\parallel}$  – максимальна і мінімальна інтенсивності світла, що поляризовані у двох взаємно перпендикулярних напрямках.

Закон Малюса:

$$I_a = I_p \cos^2 \varphi, \quad (5.8.9)$$

де  $I_a$  – інтенсивність плоскополяризованого світла, що пройшло через аналізатор;  $I_p = 0,5I_0$  – інтенсивність плоскополяризованого світла, що пройшло через поляризатор і падає на аналізатор;  $\varphi$  – кут між головними площинами поляризатора і аналізатора.

Кут повороту площини поляризації оптично активними речовинами у твердих тілах:

$$\varphi = \alpha l, \quad (5.8.10)$$

де  $\alpha$  – стала обертання;  $l$  – довжина шляху, який пройшло світло в оптично активній речовині.

Кут повороту площини поляризації оптично активними речовинами у розчинах:

$$\varphi = [\alpha]cl, \quad (5.8.11)$$

де  $\alpha$  – питоме обертання;  $c$  – концентрація оптично активної речовини в розчині.

Кут повороту площини поляризації у разі проходження світла крізь речовину, яка знаходиться у зовнішньому магнітному полі індукцією  $B$  (ефект Фарадея):

$$\varphi_m = V l B, \quad (5.8.12)$$

де  $V$  – стала Верде;  $l$  – довжина шляху променя у речовині.

Зсув фаз при подвійному променезаломленні в ізотропній речовині, яку вміщено в електричне поле:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_e - n_o) = 2\pi B l E^2, \quad (5.8.13)$$

де  $\Delta\varphi$  – різниця фаз між звичайними і незвичайними променями;  $B$  – коефіцієнт Керра;  $l$  – довжина шляху променя;  $(n_e - n_o)$  – різниця між показниками заломлення незвичайного і звичайного променів;  $E$  – напруженість електричного поля.

### ***Задачі до теми «Електромагнітні хвилі в речовині»***

**5.8.1.** Показники заломлення сірковуглецю для світла з довжинами хвиль 509, 534 та 574 нм мають значення 1,647; 1,64 та 1,63 відповідно. Визначити фазову та групову швидкості світла поблизу  $\lambda \sim 534$  нм.

**5.8.2\*.** Визначити максимальну швидкість вимушених коливань вільного електрона, якщо в точці його знаходження радіопередавач, що працює на частоті 500 кГц, створює поле електромагнітного випромінювання  $E_0 = 10$  мВ/см.

**5.8.3\*.** Показник заломлення повітря для жовтої лінії спектра натрію ( $\lambda_1 = 0,589$  нм) видимого світла  $n_1 = 1,00029$ . Визначити показники заломлення  $n_2$  повітря для ультрафіолетового випромінювання, довжина хвилі якого  $\lambda_2 = 0,3$  мкм, і  $n_3$  для інфрачервоного випромінювання, довжина хвилі якого  $\lambda_3 = 2$  мкм. Вважати, що частота власних коливань зовнішніх атомних електронів  $\omega_0 = 7,5 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ .

**5.8.4.** Для радіохвиль з частотою  $\nu = 97$  МГц показник заломлення іоносфери  $n = 0,91$ . Визначити концентрацію  $N$  електронів у плазмі іоносфери, вважаючи їх вільними з власною частотою коливань  $\omega_0 = 0$ .

**5.8.5\*.** Показник заломлення повітря за нормальних умов для світла, довжина хвилі якого  $\lambda = 589,3$  нм,  $n_1 = 1,000292$ . Вважаючи, що концентрація електронів прямо пропорційна густині речовини, визначити показник

заломлення  $n_2$  повітря за умови, що температура  $t_2 = 30^\circ\text{C}$  і тиск  $p_2 = 3$  МПа.

**5.8.6.** Швидкість світла в склі для червоного світла дорівнює  $2 \cdot 10^8$  м/с, а для фіолетового – дорівнює  $1,9 \cdot 10^8$  м/с. Швидкість світла у воді відповідно:  $2,25 \cdot 10^8$  м/с та  $2,23 \cdot 10^8$  м/с. Визначити показники заломлення скла і води для червоного і фіолетового світла. В якому середовищі дисперсія більша?

**5.8.7.** Коефіцієнт поглинання деякої речовини дорівнює  $\mu = 0,25 \text{ м}^{-1}$ . Визначити товщину  $d$  шару цієї речовини, що послаблює інтенсивність монохроматичного світла в 5 разів.

**5.8.8.** Світло пройшло в деякій речовині шлях  $d$ , у результаті його інтенсивність зменшилася в 3 рази. Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні шляху  $2d$ .

**5.8.9.** Коефіцієнт поглинання середовища, в якому розповсюджується плоска монохроматична хвиля,  $\mu = 2 \text{ м}^{-1}$ . На скільки процентів зменшиться інтенсивність світла після проходження  $d = 10$  мм цього середовища?

**5.8.10.** Визначити, як зміниться інтенсивність монохроматичного світла при послідовному проходженні крізь шари абсорбенту; товщина першого шару  $d_1 = 10$  мм, другого –  $d_2 = 20$  мм, коефіцієнти лінійного поглинання дорівнюють  $\mu_1 = 0,1$  і  $\mu_2 = 0,3 \text{ см}^{-1}$  відповідно.

**5.8.11.** Знайти коефіцієнт лінійної абсорбції  $\mu$  речовини, для якого товщина шару половинного ослаблення інтенсивності монохроматичного світла дорівнює  $d = 2,46$  м.

**5.8.12.** Із деякої речовини виготовили дві пластинки: одну – товщиною  $d_1 = 3,8$  мм, другу –  $d_2 = 9,0$  мм. Вводячи по черзі ці пластинки в пучок монохроматичного світла, виявили, що перша пластинка пропускає світла в 1,2 рази більше, ніж друга. Знайти лінійний коефіцієнт поглинання цієї речовини.

**5.8.13.** Визначити кількість шарів половинного поглинання у пластинці, що зменшують інтенсивність променя у 60 разів.

**5.8.14.** Природне світло розповсюджується у скипидарі ( $n_{\text{ск}} = 1,48$ ) і відбивається від поверхні скляної пластинки ( $n_{\text{с}} = 1,7$ ), зануреної в скипидар. При якому куті падіння світла  $i_{\text{бр1}}$  відбите світло буде повністю поляризованим? При якому куті падіння світла  $i_{\text{бр2}}$  відбите світло буде повністю поляризованим, якщо пластинка знаходиться у повітрі?

**5.8.15.** Знайти показник заломлення скла  $n$ , якщо кут максимальної поляризації за умови відбивання від нього дорівнює  $60^\circ$ . Як зміниться кут максимальної поляризації, якщо скло занурити в воду ( $n_{\text{води}} = 1,33$ )?

**5.8.16.** Знайти показник заломлення скла  $n$ , якщо відбите від нього світло, яке розповсюджується в повітрі, буде повністю поляризованим при куті заломлення  $r = 30^\circ$ .

**5.8.17.** Кут падіння світлових променів на поверхню скла дорівнює  $i = 60^\circ$ . Відбитий промінь виявився повністю поляризованим. Визначити кут  $r$  заломлення променя.

**5.8.18.** Знайти кут максимальної поляризації скла, якщо кут повного внутрішнього відбивання для нього дорівнює  $i_{\text{п}} = 45^\circ$ .

**5.8.19.** Природне світло розповсюджується в рідині, налитій на плівку ( $n_2 = 1,5$ ). Якщо промінь падає на плівку під кутом  $i = 41^\circ$ , то відбите від поверхні плівки світло повністю поляризоване. Визначити показник заломлення рідини  $n_1$  та кут падіння світла на плівку  $i_{\text{п}}$ , при якому спостерігається повне внутрішнє відбивання.

**5.8.20.** Пучок природного світла падає на скляну призму с кутом  $\alpha = 30^\circ$  (рис. 25). Визначити показник заломлення скла, якщо відбите світло повністю поляризоване.

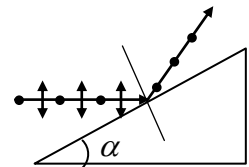


Рисунок 25

**5.8.21.** Промінь світла переходить з кварцу ( $n = 1,55$ ) в рідину, частково відбиваючись, частково заломлюючись. Відбитий промінь повністю поляризований для кута падіння  $43,1^\circ$ . Визначити показник заломлення рідини і швидкість розповсюдження світла в ній.

**5.8.22\*.** На кристал алмаза ( $n = 2,42$ ) падає пучок природного світла під кутом Брюстера. Визначити ступінь поляризації відбитого і заломленого світла, використовуючи формули Френеля.

**5.8.23\*.** Промінь світла, минаючи шар льоду ( $n_1 = 1,31$ ), падає на алмазну пластинку ( $n_2 = 2,42$ ), частково відбивається, частково заломлюється. Визначити, яким повинен бути кут падіння, коли відбитий промінь максимально поляризований. Знайти ступінь поляризації відбитого і заломленого світла для цього кута падіння за допомогою формул Френеля.

**5.8.24\*.** На поверхню скла ( $n = 1,5$ ) падає пучок природного світла під кутом  $45^\circ$ . Знайти за допомогою формул Френеля ступінь поляризації відбитого світла.

**5.8.25.** На поверхню гліцерину ( $n = 1,47$ ) падає пучок природного світла під кутом  $55,77^\circ$ . Знайти за допомогою формул Френеля степінь поляризації відбитого світла.

**5.8.26.** Визначити кут  $\varphi$  між головними площинами поляризатора і аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, яке проходить через поляризатор і аналізатор, зменшується в 4 рази.

**5.8.27.** Кут між головними площинами двох поляроїдів  $70^\circ$ . Як зміниться інтенсивність світла, що проходить до них, якщо цей кут зменшити у 5 разів?

**5.8.28.** Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність природного світла, яке пройшло крізь два ніколі, площини поляризації яких складають кут  $45^\circ$ . Кожний ніколь поглинає 8 % світла, що падає на нього.

**5.8.29.** Кут між площинами поляризації ніколів дорівнює  $30^\circ$ . Інтенсивність природного світла, що проходить таку систему, зменшилася в 5 разів. Нехтуючи втратою світла при відбиванні, визначити коефіцієнт поглинання світла в кожному з ніколів, вважаючи їх однаковими.

**5.8.30.** Два ніколя розташовані так, що кут між площинами поляризаторів становить  $\varphi = 60^\circ$ . Визначити, у скільки разів зменшиться інтенсивність природного світла: 1) якщо воно проходить крізь один ніколь; 2) крізь обидва ніколі. Коефіцієнт поглинання світла в ніколі 0,05. Втрати на відбивання світла не враховувати.

**5.8.31.** У частково поляризованому світлі амплітуда світлового вектора, що відповідає максимальній інтенсивності світла в площині його падіння, в два рази більша за амплітуду, що відповідає мінімальній інтенсивності світла в напрямку, перпендикулярному площині падіння. Визначити ступінь поляризації  $P$ .

**5.8.32.** Степінь поляризації частково поляризованого світла дорівнює  $P = 0,5$ . У скільки разів максимальна інтенсивність світла більша за мінімальну в двох взаємно перпендикулярних напрямках?

**5.8.33.** Визначити сталу обертання оптично активної речовини, якщо, розмістивши її між двома ніколями, площини поляризації яких паралельні, інтенсивність світла, що проходить цю систему, зменшилася в 5 разів. Товщина шару оптично активної речовини  $d = 4$  мм. Втратами світла на відбивання і абсорбцію знехтувати.

**5.8.34.** Кварцова пластинка завтовшки  $d = 2$  мм розміщена між паралельними ніколями. Пластинка повертає площину поляризації монохрома-

тичного світла на кут  $\varphi_1 = 53^\circ$ . Якої найменшої товщини має бути пластинка, щоб поле зору поляриметра стало зовсім темним?

**5.8.35.** Кварцову пластину помістили між схрещеними ніколями. При якій найменшій товщині  $d$  кварцової пластини поле зору між ніколями буде максимально освітлене. Стала обертання кварцу дорівнює  $27$  град/мм.

**5.8.36.** Розчин цукру з концентрацією  $300 \text{ кг/м}^3$ , що наливо в скляну трубку, повертає площину поляризації світла, що проходить через розчин, на кут  $65^\circ$ . Інший розчин, налитий в таку ж саму трубку, повертає площину поляризації на  $50^\circ$ . Визначити концентрацію цього розчину.

**5.8.37.** Між двома поляризаторами, площини пропускання яких утворюють кут  $\alpha = 45^\circ$ , розміщена трубка завдовжки  $l = 50$  см з сірковуглецем  $\text{CS}_2$ . Паралельно осі трубки спрямоване однорідне магнітне поле. Яким має бути мінімальне значення магнітної індукції  $B$ , щоб система пропускала максимальну частину світла? Для  $\text{CS}_2$  стала Верде  $V = 700$  град/(Тл·м).

**5.8.38\*.** Комірка Керра складається з прозорої кювети, заповненої рідиною (найчастіше нітробензолом) і плоского конденсатора. Якщо на конденсатор подати напругу, то рідина набуває властивостей одновісного кристала з оптичною віссю, напрямленою вздовж електричного поля. Комірку Керра розміщено між схрещеними поляризатором і аналізатором. Площина поляризації світла, що падає на комірку, утворює кут  $\alpha = 45^\circ$  з напрямком поля. За відсутності поля світло не проходить крізь аналізатор. При якій напруженості  $E$  поля система пропускатиме максимальну частину світла, що падає на неї? Довжина пластин конденсатора  $l = 5$  см, коефіцієнт Керра для нітробензолу  $B = 2,22$  пм/В ( $\lambda = 546$  нм).

**5.8.39\*.** За умовами задачі 5.8.38\* відстань між пластинами конденсатора  $d = 1$  мм, довжина пластин конденсатора  $l = 5$  см. Чи пропускатиме світло крізь систему, якщо прикладена напруга  $U = 1500$  В?



**Відповіді на задачі до розділу «Фізика коливань та хвиль. Оптика»**

**5.1.1.**  $t^* = 4$  с. **5.1.1.**  $t^* = 4$  с. **5.1.2.**  $t^* = 1$  с.

**5.1.3.**  $x(t) = 10 \cos(\pi t/3 + \pi/2)$  см;  $x(t^*) = -8,66$  см;  $v(t^*) = -5,24$  см/с;  
 $a(t^*) = -9,50$  см/с<sup>2</sup>. **5.1.4.**  $v_{\max} = 4,7$  см/с;  $a_{\max} = 7,4$  см/с<sup>2</sup>.

**5.1.3.**  $x(t) = 10 \cos(\pi t/3 + \pi/2)$  см;  $x(t^*) = -8,66$  см;  $v(t^*) = -5,24$  см/с;  
 $a(t^*) = -9,50$  см/с<sup>2</sup>. **5.1.4.**  $v_{\max} = 4,7$  см/с;  $a_{\max} = 7,4$  см/с<sup>2</sup>.

**5.1.5.**  $x(t) = 5 \cos(\pi t + \pi/3)$  см. **5.1.6.**  $t^*/T = 1/12$ . **5.1.7.**  $\omega = 2$  с<sup>-1</sup>;  
 $a_{\max} = 40$  см/с<sup>2</sup>. **5.1.8.**  $\omega = 10$  с<sup>-1</sup>;  $T = 0,628$  с;  $A_0 = 1$  см. **5.1.9.\***  $A_0 = 8,33$  см.

**5.1.10.\***  $T = 4,1$  с;  $A_0 = 3,1$  см. **5.1.11.\***  $\omega = 4$  с<sup>-1</sup>;  $T = 1,57$  с;  $A_0 = 7,07$  см;  
 $\varphi(t^*) = \pi/4$ . **5.1.12.**  $v_{\max} = 63$  см/с;  $a_{\max} = 2 \cdot 10^5$  см/с<sup>2</sup>;  $\langle v \rangle = 40$  см/с;

$\langle a \rangle = 1,2 \cdot 10^5$  см/с<sup>2</sup>. **5.1.13.\***  $T = 0,2$  с;  $x(t) = 5 \sin(10\pi t + 3\pi/2)$  см.

**5.1.14.** а)  $\varphi_0 = \pi/3$ ; б)  $\varphi_0 = 5\pi/3$ . **5.1.15.** а)  $\varphi_0 = 2\pi/3$ ; б)  $\varphi_0 = 4\pi/3$ .

**5.1.16.**  $t^* = 0,133T$ . **5.1.17.**  $t^* = T/12$ . **5.1.18.**  $\varphi(t^*) = \pi/4$ . **5.1.19** а)  $t_1 = T/4$ ;

б)  $t_2 = T/12$ ; в)  $t_3 = T/6$ . **5.1.20.**  $x(t) = 5 \sin(\pi t/2 + \pi/4)$  см;  $x(t_1) = 3,5$  см;

$x(t_2) = -5$  см. **5.1.21.**  $A_0 = 6,48$  см;  $\varphi_0 = 70^\circ 81'$ . **5.1.22.** 1)  $A_0 = 3,6$  см;  
 $\varphi_0 = 0, 2\pi$ , 2)  $x(t) = 5 \sin(\pi t + \pi/5)$  см. **5.1.23.**  $x(t) = 3,7 \sin(\pi t/4 + \pi/8)$  см.

**5.1.24.**  $\Delta\varphi_0 = 2\pi/3$ . **5.1.25.**  $x(t) = 9,9 \sin(2\pi t + \pi/5)$  см. **5.1.26.**  $A_0 = 10$ ;  
 $\varphi_0 = \pi/3$ ;  $x(t) = 10 \cos(t + \pi/3)$ . **5.1.27.**  $A_1 = 7$  см;  $A_2 = 5$  см.

**5.1.28.**  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ; рух відбувається уздовж еліпса за годинниковою стрілкою.

**5.1.29.**  $x^2 + y^2 = 4$ ; рух відбувається уздовж кола за годинниковою стрілкою.

**5.1.30.**  $2y^2 - x = 1$ ; рух відбувається уздовж параболи.

**5.1.31.**  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ ; рух відбувається уздовж еліпса.

**5.1.32.**  $S(t) = 11,2 \sin(10\pi t + \pi/3)$  см. **5.1.33.**  $x(t) = x_0 \sin \omega t$ ;

1)  $y(t) = y_0 \sin(\omega t + \pi/2)$ ; 2)  $y(t) = y_0 \sin(\omega t - \pi/2)$ .

**5.1.34.\*** 1)  $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi_0)$ ;  $y(t) = a \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi/2)$ ;

2)  $x(t) = a \cos(\omega t + \varphi_0)$ ;  $y(t) = a \cos(\omega t + \varphi_0 + 3\pi/2)$ .

**5.1.35.\***  $y = a - \frac{2x^2}{a}$ . **5.2.1.\***  $\omega = 5\pi$  с<sup>-1</sup>;  $T = 0,4$  с;  $x(t) = 0,04 \sin 5\pi t$  м.

**5.2.2.**  $\omega = 10^4$  с<sup>-1</sup>;  $T = 6,3 \cdot 10^{-4}$  с;  $q_{\max} = 10^{-3}$  Кл;  $I_{\max} = 10$  А;  
 $U(t) = 100 \cos 10^4 t$  В;  $I(t) = -10 \sin 10^4 t$  В. **5.2.3.** 1)  $F_1 = -0,0625$  Н;

2)  $F_2 = -0,125$  Н. **5.2.4.**  $l_1 = 9$  см;  $l_2 = 25$  см. **5.2.5.**  $T_M / T_3 = 2,41$ .

**5.2.6.** 1)  $T_M / T_3 = 2,41$ ; 2)  $T_e / T_{\Pi} = 1,016$ . **5.2.7.**  $a = 3g$ .

**5.2.8.\***  $a = 5,4 \text{ м/с}^2$ . **5.2.9.\***  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$ . **5.2.10.\***  $v = \sqrt[4]{(n^4 - 1)g^2 R^2}$ .

**5.2.11.\*** а)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g \pm qU/md}}$ ; б)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 \pm (qU/md)^2}}}$ .

**5.2.12.\***  $T = 1,26 \text{ с}$ . **5.2.13.**  $T_2 = \sqrt{8} T_1$ ;  $\omega_2 = \frac{\omega_1}{\sqrt{8}}$ . **5.2.14.**  $T_2 = 10 \text{ мкс}$ .

**5.2.15.**  $T_1 = 1,26 \text{ мкс}$ ;  $T_2 = 2,51 \text{ мкс}$ . **5.2.16.**  $L_1 = 16 \text{ мГн}$ ;  $L_2 = 10 \text{ мГн}$ .

**5.2.17.**  $U_{\max} = 317 \text{ В}$ . **5.2.18.**  $I_{\max} = 1 \text{ А}$ . **5.2.19.**  $I(t^*) = U_{\max} \sqrt{\frac{3C}{4L}}$ .

**5.2.20.**  $F_{\max} = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$ ;  $W = 3,9 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$ . **5.2.21.**  $W = 30 \text{ мДж}$ .

**5.2.22.**  $v_1 = 0,7 \text{ Гц}$ ;  $l = 0,5 \text{ м}$ ;  $W_2 = W_1$ . **5.2.23.**  $W_{\kappa} = 18,75 \text{ мДж}$ ;

$W_{\Pi} = 6,25 \text{ мДж}$ ;  $W = 25 \text{ мДж}$ . **5.2.24.**  $U(t^*) = \pm 10 \text{ В}$ . **5.2.25.**  $F_{\max} = 0,02 \text{ Н}$ ;

$W_{\kappa \max} = 0,001 \text{ Дж}$ . **5.2.26.**  $F(t^*) = 0,55 \text{ мН}$ ;  $W = 55 \text{ мкДж}$ .

**5.2.27.**  $A_0 = 0,045 \text{ м}$ ;  $x(t) = 0,045 \cos \pi t \text{ м}$ ;  $F_{\max} = 4,44 \text{ мН}$ . **5.2.28.**  $t^* = 0,21 \text{ с}$ ;

$\varphi(t^*) = 0,42 \text{ рад}$ . **5.2.29.**  $A_0 = 1,43 \text{ см}$ . **5.2.30.**  $t^*/T = (2n + 1)/8$ ,

$n = 0, 1, 2, \dots$ . **5.2.31.**  $W = 0,5 \text{ Дж}$ . **5.2.32.\***  $\theta = 34^\circ \text{С}$ . **5.2.33.\***  $T = 84 \text{ хв}$ .

**5.2.34.\***  $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$ ,  $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 \cdot k_2}}$ . **5.2.35.**  $F(t) = 1,2 \cos 20\pi t \text{ Н}$ ;

а)  $W = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$ ; б)  $F(t^*) = 0,8 \text{ Н}$ ; в)  $W_{\Pi}(t^*) / W_{\kappa}(t^*) = 0,8$ .

**5.3.1.**  $7,85 \text{ м/с}$ ;  $2,88 \text{ м/с}$ ;  $1,06 \text{ м/с}$ ;  $0,39 \text{ м/с}$ ;  $0,14 \text{ м/с}$ .

**5.3.2.**  $x = 0,1e^{-0,2t} \cos 8\pi t \text{ м}$ . **5.3.3.**  $\delta = 0,04$ ;  $Q = 78,5$ .

**5.3.4.**  $x = 6,7e^{-0,4t} \sin \frac{\pi}{2} t$ . **5.3.5.**  $n = 1,22$ . **5.3.6.**  $\delta = 0,023$ .

**5.3.7.** 1)  $t = 112 \text{ с}$ ; 2)  $t = 1,12 \text{ с}$ . **5.3.8.**  $n = 1,22$ . **5.3.9.** у 8 разів.

**5.3.10.**  $\tau = 6,4 \text{ с}$ . **5.3.11.**  $t_2 = 15 \text{ хв}$ . **5.3.12.**  $\beta = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ .

**5.3.13.**  $\delta = 2,31 \cdot 10^{-3}$ . **5.3.14.**  $N = 231$ . **5.3.15.**  $N = 173$ ;  $t = 2 \text{ хв } 52 \text{ с}$ .

**5.3.16.**  $r = 9,16 \cdot 10^{-5} \text{ кг/с}$ . **5.3.17.**  $\beta = 1 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ ;  $\delta = 1 \cdot 10^{-2}$ ;  $Q = 314$ ;

$\Delta W/W = 2 \cdot 10^{-2}$ . **5.3.18.**  $\omega_0 = \omega \sqrt{1 + \frac{1}{(4Q)^2}} = 103 \text{ с}^{-1}$ .

**5.3.19.**  $(\omega_0 - \omega)/\omega_0 = 0,5 \%$ . **5.3.20.**  $Q = 195$ . **5.3.21.**  $\nu = 133 \text{ Гц}$ ;  $\Delta \nu = 16 \text{ Гц}$ .

**5.3.22.**  $R = 10 \text{ Ом}$ ;  $\tau = 0,2 \text{ с}$ . **5.3.23.**  $Q = 5$ . **5.3.24.**  $N = \frac{\sqrt{L/C}}{\pi R} = 15$ .

**5.3.25.**  $R = 40 \text{ Ом}$ . **5.3.26.**  $t = 3 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ . **5.3.27.**  $\delta = 0,22$ ;  $R = 11,1 \text{ Ом}$ .

5.3.28.  $t = \frac{\pi\sqrt{LC}}{\delta} \ln n = 1,7 \text{ мс.}$  5.3.29.\*  $W(t)/W_0 \exp(-\frac{2\pi\nu_0}{Q}t) = 0,5.$

5.3.30.\*  $R = \sqrt{8nL/C} = 2,8 \text{ м.}$  5.3.31\*.  $v(t) = A_0\omega_0 e^{-\beta t} \cos[\omega t + (\pi/2 + \varphi_0)];$   
 $v_0 = A_0\omega_0; \Delta\varphi = \pi/2 + \text{arctg}(\beta/\omega).$

5.3.32.\*  $-\Delta W = 2\pi R \frac{CU_m^2}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} = 31,4 \text{ мкДж.}$

5.3.33.\*  $\delta = \frac{2\pi}{\left(\sqrt{\frac{4gt^2}{l \ln^2 n} - 1}\right)} = 0,025.$  5.3.34.  $\nu_0 = 0,5 \text{ Гц; } \nu_{\text{рез}} = 0,45 \text{ Гц;}$

$A_{\text{рез}} = 3,37 \text{ см.}$  5.3.35.  $\beta = 0,5 \text{ с}^{-1}, A_{\text{рез}} = 2 \text{ см.}$  5.3.36.  $v = 1,7 \text{ км/год.}$

5.3.37.  $v = 10,2 \text{ м/с.}$  5.3.38. 1)  $x = 7 e^{-1,6t} \sin 10,5\pi t \text{ см;}$

2)  $F = 7,2 \cdot 10^{-2} \sin 10\pi t \text{ Н.}$

5.3.39.  $\omega_{\text{рез}} = \sqrt{(\omega \frac{2}{1} + \omega \frac{2}{2})/2} = 224 \text{ с}^{-1}.$  5.3.40.  $Q = 5.$  5.3.41.  $\nu_{\text{рез}} = 1,75 \text{ Гц.}$

5.3.42.  $\nu = 499,5 \text{ Гц.}$  5.3.43.  $\beta = 0,1 \text{ с}^{-1}; A_{\text{рез}} = 5 \text{ см.}$

5.3.44.  $x = 0,52 \cos(90t - 0,09) \text{ см.}$  5.3.45. 74 %; 68 %.

5.3.46.  $Q = \frac{1}{2\pi\nu_{\text{рез}}RC} = 50,6.$  5.3.47.  $\omega_{\text{рез}} = 3 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}.$  5.3.48.  $C = 3,74 \text{ мкФ.}$

5.3.49.  $R = 4,1 \text{ Ом.}$  5.3.50. 1)  $\frac{U_C}{U} = 72,5 \text{ %;}$  2)  $\frac{U_R}{U} = 68,5 \text{ %}.$

5.3.51.  $L = 0,055 \text{ Гн.}$  5.3.52.  $I = 1,34 \text{ А; } U_C = 121 \text{ В; } U_R = 134 \text{ В; } U_L = 295 \text{ В.}$

5.3.53.  $C = 101 \text{ мкФ.}$  5.3.54.  $\nu_{\text{рез}} = 277 \text{ кГц; } U_{C \text{ рез}} = U_{L \text{ рез}} = 239 \text{ В.}$

5.3.55.  $I = 24,2 \sin(314t - 0,54) \text{ А.}$  5.3.56.  $Z = 4380 \text{ Ом.}$  5.3.57.  $\varphi = 37^\circ.$

5.3.58.  $I = 0,071 \text{ А; } \varphi = 63,4^\circ; P = 4,05 \text{ Вт.}$  5.3.59.\*  $F = 2\beta m\omega_0 \cos(\omega_0 t - \varphi).$

5.3.60\*.  $\langle P \rangle = \frac{F_0^2 \omega^2 \beta}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2} = 0,002 \text{ Вт.}$

5.3.61\*.  $Z = \frac{R}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} = 40 \text{ Ом.}$

5.3.62\*.  $\varphi = -\text{arctg } \omega CR = -0,27 \text{ рад; } Z = R/\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2} = 60,2 \text{ Ом.}$

5.3.63\*.  $Z = \sqrt{\frac{R^2 + \omega^2 L^2}{(\omega CR)^2 + (1 - \omega^2 CL)^2}}.$  5.3.64\*.  $\text{tg } \varphi = [\varphi C(R^2 + \omega^2 L^2) - \omega L]/R.$

**5.4.1.**  $\nu = 15$  Гц. **5.4.2.**  $v = 360$  м/с;  $\dot{\psi} = 84,8$  см/с. **5.4.3.**  $v = 15$  м/с.

**5.4.4.**  $x = 0,11$  м. **5.4.5.** Частота залишається в попередньому значенні; довжина хвилі збільшується втричі. **5.4.6.**  $\lambda = 24$  см. **5.4.7.**  $\psi_{\max} = 3,46$  см.

**5.4.8.**  $\Delta x_{\text{пучн}} = 0,3$  м. **5.4.9.**  $v = 1,8$  км/с;  $\dot{\psi}_{\max} = 31,4$  м/с.

**5.4.10.**  $\lambda = 18$  м;  $\varphi = \pi/2$ ;  $\psi = 2$  м;  $\dot{\psi} = 0$ ;  $\ddot{\psi} = 55$  м/с<sup>2</sup>;  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$ .

**5.4.11.**  $\ddot{\psi} = 9,8 \cdot 10^3$  м/с<sup>2</sup>;  $\dot{\psi} = 3,14 \cdot 10^{-2}$  м/с. **5.4.12.**  $\lambda = 6$  м.

**5.4.13.**  $\psi_{\max 1} = 20$  см;  $\psi_{\max 2} = 17$  см;  $\psi_{\max 3} = 10$  см. **5.4.14.**  $x_5 = 11$  м.

**5.4.15.** 1)  $\Delta = 2,5$  м; 2)  $\Delta = 1,25$  м. **5.4.16.** Посилення. **5.4.17.**  $\Delta = 50$  м.

**5.4.18.** а) У 4 рази; б) у 8 разів. **5.4.19.**  $\varphi_2 - \varphi_1 = 3\pi$ . **5.4.20.**  $v_1 = 5 \cdot 10^7$  м/с.

**5.4.21.**  $x = 500$  м. **5.4.22.**  $v = 300$  м/с. **5.4.23.**  $v = 1400$  м/с.

**5.4.24.**  $\nu = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 2520$  Гц. **5.4.25.**  $\lambda = 0,9$  м. **5.4.26.**  $\Delta\lambda = 50$  м.

**5.4.27.**  $\lambda = 1,5$  км. **5.4.28.**  $L = 1,76$  мкГн.

**5.4.29.**  $\lambda = 2\pi cLI_m / U_m = 188,4$  м. **5.4.30.**  $H_m = 46$  мА/м;  $v = 1,7 \cdot 10^8$  м/с.

**5.4.31.**  $I = 0,38$  Вт/м<sup>2</sup>. **5.4.32.**  $\Phi = 0,87$  мВТ.

**5.4.33.**  $v = 2/\nu = 512$  м/с;  $F_H = \pi\rho(\nu ld)^2 = 1,6$  кН.

**5.4.34.\***  $x_{\text{вузл}} = l - \frac{(2m+1)v}{4\nu}$ ;  $x_{\text{вузл } 0} = 3,75$  м;  $x_{\text{вузл } 1} = 3,25$  м;  $x_{\text{вузл } 2} = 3,75$  м;

$x_{\text{пучн}} = l - \frac{m\nu}{2\nu}$ ;  $x_{\text{пучн } 0} = 4,0$  м;  $x_{\text{пучн } 1} = 3,5$  м;  $x_{\text{пучн } 2} = 3,0$  м.

**5.4.35.\***  $W = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_m^2 St = 2$  нДж.

**5.4.36.\***  $E_m = 18,8$  В/м;  $\langle w \rangle = 157$  нДж'м<sup>3</sup>;  $I = 0,47$  Вт/м<sup>2</sup>.

**5.4.37.\***  $W = \frac{1}{2} \pi \varepsilon_0 c r^2 E_m^2 \tau = 1$  мДж. **5.4.38.\***  $E_m = \sqrt{2I \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}} = 126$  мВ/м.

**5.5.2.**  $n = 1,33$ . **5.5.3.**  $\beta = 135^\circ$ . **5.5.4.**  $\alpha = 48^\circ$ . **5.5.5.**  $i = 74^\circ$ .

**5.5.6.**  $k = \frac{d_1}{d_2} = 1,11$ . **5.5.7.**  $d = 38,8$  см. **5.5.8.**  $d_1 = 11,5$  см.

**5.5.9.** 1)  $i > i_{\text{гп}}$ , спостерігається повне внутрішнє відбиття; 2)  $n_1 < n_2$ , повного внутрішнього відбиття не відбувається,  $r = 44^\circ$ .

**5.5.10.**  $\varphi = 40^\circ$ .      **5.5.11.**  $k = \frac{d}{d_1} = 1,33$ .      **5.5.12.**  $d = 22,8$  м.

**5.5.13.**  $R = 5,7$  м.      **5.5.17.**  $a = 13,3$  см.      **5.5.18.**  $D = 8$  дптр.

**5.5.19.**  $f_1 = 39,1$  м.      **5.5.20.** На відстанях  $a_1 = 60$  см,  $a_2 = 30$  см від предмета.

**5.5.21.**  $R = 1,5$  м.      **5.5.22.**  $v = 20$  см,  $H = 5$  см.

**5.5.23.**  $D = -6$  дптр.      **5.5.24.**  $f = -20$  см.      **5.5.25.**  $D_2 = -5$  дптр.

**5.5.26.**  $f_1 = f''$ ;  $f_2 = -\frac{f' \cdot f''}{f' + f''}$ ;  $f_3 = f'$ .      **5.5.27**  $R = 5$  см.

**5.5.28.**  $\Gamma = 10$ .      **5.5.29.**  $D = 1$  дптр.      **5.5.30.**  $D = 60$  дптр.

**5.5.31.**  $\Gamma = 234$ ,  $a = 4,1$  мм.      **5.5.32.**  $\Gamma = 250$ ,  $\Delta = 25$  см.      **5.6.1.**  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta = \pi$ .

**5.6.2.**  $\Delta L = d(n_{\text{ск}} - 1) = 1$  мм; при нормальному падінні променя.

$\Delta L = d \left( \frac{n}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}} - \frac{1}{\cos i} \right) = 0,87$  мм; при падінні променя під кутом  $30^\circ$ .

**5.6.3.**  $\lambda_{\text{max}} = \frac{\Delta}{m} 667$  нм; 500 нм; 400 нм;  $\lambda_{\text{min}} = \frac{2\Delta}{2m+1}$ ; 571 нм; 444 нм.

**5.6.4.**  $d_{\text{min}} = \frac{\lambda}{2(n-1)} = 1,21$  мкм.      **5.6.5.**  $\frac{N}{10^{-2}} = \frac{d}{\lambda L} = 400 \text{ м}^{-1}$ .

**5.6.6.**  $\lambda = \frac{(x_{\text{min}5} - x_{\text{min}3}) \cdot d}{L(m_2 - m_1)} = 600$  нм.      **5.6.7.**  $\Delta y = \frac{\lambda L}{d}$ ; 0,9 мм; 0,7 мм.

**5.6.8.**  $d = \frac{\ell(N + \frac{1}{2})\lambda}{y} = 0,7$  мм.      **5.6.9.**  $n_{\text{Cl}} = \frac{N\lambda}{\ell} + n_n = 1,000865$ .

**5.6.10.**  $d = \frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 1,343$  мкм.

**5.6.11.**  $d_{\text{min}} = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 0,208$  мкм.

$$5.6.12. n = \sqrt{\frac{m^2 \lambda^2}{4d^2} + \sin^2 i} = 1,346. \quad 5.6.13. \lambda_2 = \lambda_1 \sqrt{\frac{n^2 - \sin^2 i_2}{n^2 - \sin^2 i_1}} = 0,464 \text{ мкм}$$

(синій колір).  $5.6.14. d = \frac{(2m+1)\lambda}{4\sqrt{n}}$ , де  $m = 0, 1, 2, \dots$

$$5.6.15. d_m = \frac{(2m+1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}; m = 0, 1, 2, \dots; 0,12 \text{ мкм}; 0,36 \text{ мкм}; 0,59 \text{ мкм}.$$

$$5.6.16. d = \frac{\lambda}{4n_{\text{вн}}} = 0,123 \text{ мкм}. \quad 5.6.17*. \lambda = 4d_{\text{мін}} \cdot n = 600 \text{ нм}.$$

$$\gamma = \frac{\lambda}{2\ell n} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ рад}. \quad 5.6.18.* \gamma = \frac{\lambda_0}{2\ell n} = 31 \cdot 10^{-5} \text{ рад}.$$

$$5.6.19.* n = \frac{\lambda N}{2\gamma \ell} = 1,52.$$

$$5.6.20. \Delta \ell_2 = \frac{\Delta \ell_1 n_1}{n_2} = 0,3 \text{ мм}. \quad 5.6.21. \lambda = 2n\ell \gamma = 698 \text{ нм}.$$

$$5.6.22. \gamma = \frac{\lambda}{2\ell n} = 0,21'. \quad 5.6.23. \lambda = \frac{\Delta r^2}{R \cdot (\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1})^2} = 528 \text{ нм}.$$

$$5.6.24. n = \frac{Rm\lambda}{r_3^2} = 1,34. \quad 5.6.25. F = \frac{R}{n-1} = 0,9 \text{ м}.$$

$$5.6.26. \lambda = \frac{r_5^2}{(n-1) \cdot F \cdot m} = 484 \text{ нм}. \quad 5.6.27*. r_2 = \sqrt{\frac{(2m-1)\lambda R}{4n}} = 0,704 \text{ мм}.$$

$$5.6.28*. r_6 = \sqrt{\lambda R \left(m - \frac{1}{2}\right) + r_0^2} = 3,8 \text{ мм}. \quad 5.6.29. n_2 = n_1 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 1,46.$$

$$5.6.30. h = \frac{m\lambda}{2} = 1,1 \text{ мкм}. \quad 5.6.31*. \Delta r = \frac{R\lambda}{4r}.$$

$$5.6.32. n' = n + \frac{N_1 \lambda_0}{\ell} = 1,000376. \quad 5.6.33. d = \frac{N\lambda_0}{2} = 0,11 \text{ мм}.$$

$$5.6.34. n = \frac{N\lambda_0}{2\ell} + 1 = 1,00014. \quad 5.6.35*. h = \frac{N\lambda}{2} = 1 \text{ мкм}.$$

$$5.7.1. a = \frac{D^2 \cdot b}{4 \left( bm\lambda - \frac{D^2}{4} \right)} = 1 \text{ м}. \quad 5.7.2. \ell = \frac{D^2}{4 \cdot 0,25 \cdot m\lambda} = 167 \text{ м}.$$

5.7.3.  $r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}} = 0,5\sqrt{m}$  мм, де  $m$  – номер зони.

5.7.4.  $r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}} = 0,68$  мм.      5.7.5\*.  $r_m = \sqrt{bm\lambda}$ .      5.7.6\*.  $S = \pi b\lambda$ .

5.7.7.  $r_m = \sqrt{b\lambda} \cdot \sqrt{m} = 3,67$  мм.      5.7.8.  $m = \frac{D^2}{4b\lambda} = 5$ . Центр буде світлим.

5.7.9.  $b = \frac{D^2}{4m\lambda} = 1$  м.      5.7.10. Зменшиться в 4 рази.

5.7.11.  $b = \frac{(2m+1)\lambda}{2\sin\varphi} = 1,8$  мкм.

5.7.12.  $m \leq \frac{b}{\lambda} = 2,5$ .  $m_{\max} = 2$ .      5.7.13.  $\frac{b}{\lambda} = \frac{(2m+1)}{2\sin\varphi} = 72$ .

5.7.14\*.  $L = \frac{b\ell}{2\lambda} = 1$  м.      5.7.15.  $b\sin\varphi = m\lambda$ , (мінімум). Для  $\varphi = 17'$  спосте-

рігається мінімум першого порядку;  $b\sin\varphi = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ , (максимум). Для  $\varphi = 43'$  спостерігається максимум другого порядку.

5.7.16.  $\lambda = \frac{\Delta\ell_{32} \cdot b}{L} = 0,63$  мкм.      5.7.17.  $\varphi = \arcsin \frac{(2m+1)\lambda}{2b}$ ;  $\Delta\varphi = 32,7'$ .

5.7.18.  $d = \frac{2m\lambda L}{\ell} = 6,5$  мкм.  $N = 2m_{\max} + 1 = 21$ .

5.7.19.  $2\varphi = 2\arcsin \frac{m\lambda}{d} = 29^\circ$ .      5.7.20.  $\lambda_1 = \frac{m_2\lambda_2}{m_1}$ .

5.7.21.  $\varphi_2 = \arcsin \left( \frac{m_2}{m_1} \sin\varphi_1 \right) = 26^\circ$ .      5.7.22.  $m_{1\max} = \frac{d}{\lambda_1}$ .  $m_{1\max} = 2$  (червоне

світло).  $m_{2\max} = \frac{d}{\lambda_2}$ .  $m_{2\max} = 4$  (фіолетове світло).

5.7.23.  $N = 2m_{\max} + 1 = 9$ .      5.7.24\*.  $d(\sin\varphi - \sin\alpha) = m\lambda$ .

5.7.25.  $n_0 = \frac{\sin\varphi}{m\lambda} = 227$  мм<sup>-1</sup>.      5.7.26.  $\varphi_{\max} = \arcsin \frac{m_{\max}\lambda N}{\ell} = 82^\circ$ .

5.7.27.  $\varphi_1 = \arcsin \frac{m\lambda}{d_1} = 69,4^\circ$ .       $\varphi_2 = \arcsin \frac{m\lambda}{d_2} = 35,8^\circ$ .

$$5.7.28. \Delta\lambda = \frac{\lambda d}{m\ell} = 0,02 \text{ нм.} \quad 5.7.29. d = \frac{\Delta\lambda m\ell}{\lambda_1} = 22,2 \text{ мкм.}$$

$$5.7.30. N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda m} = 490; \ell = N \cdot d = 2,45 \text{ мм.} \quad 5.7.31. m = \frac{\lambda d}{\Delta\lambda \ell} = 3.$$

$$5.7.32.* R_{\max} \leq l/\lambda. \quad 5.7.33. R = m_{\max} \frac{\ell}{d} = 6000; \Delta\lambda = \frac{\lambda}{R} = 98 \text{ пм.}$$

$$5.7.34. D_{\varphi} = \frac{m}{d\sqrt{1-\sin^2\varphi}} = 3,46 \cdot 10^5 \frac{\text{рад}}{\text{м}}; R = m \cdot N = 5000.$$

$$5.7.35. \lambda = \frac{d \sin\varphi}{m} = 457 \text{ нм.} \quad 5.7.36. D_{\varphi} = \frac{m}{d \cos\varphi} = 1,89 \cdot 10^6 \text{ рад/м.}$$

$$5.7.37. \frac{D_{\varphi_2}}{D_{\varphi_1}} = \frac{m_2}{m_1} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{m_1\lambda}{d}\right)^2}{1 - \left(\frac{m_2\lambda}{d}\right)^2}} = 2,3.$$

$$5.8.1. \mathcal{G} = \frac{c}{n} = 1,83 \cdot 10^8 \text{ м/с; } u = \frac{c}{n} \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}\right) = 1,7 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

$$5.8.2.*. \mathcal{G}_{\max} = \frac{eE_0}{m\omega} = 55,9 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

$$5.8.3.*. n_2 = \sqrt{\left(n_1^2 - 1\right) \frac{\omega_0^2 - \omega_2^2}{\omega_0^2 - \omega_1^2}} + 1 = 1,0008; \quad n_3 = \sqrt{\left(n_1^2 - 1\right) \frac{\omega_0^2 - \omega_3^2}{\omega_0^2 - \omega_1^2}} + 1 = 1,00024.$$

$$5.8.4. N = \frac{4\pi^2 c^2 \varepsilon_0 m (1 - n^2)}{e^2 \lambda^2 n^2} = 2,01 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$$

$$5.8.5. n_2 = \sqrt{\frac{(n_1^2 - 1) p_2 T_1}{p_1 T_2}} + 1 = 1,007761.$$

$$5.8.6. n = \frac{c}{g}; n_{\text{чс}} = 1,5; n_{\text{фс}} = 1,58; n_{\text{чв}} = 1,332; n_{\text{фв}} = 1,344. \text{ Дисперсія у склі бі-}$$

$$\text{льша: } \frac{\Delta n_c}{\Delta\lambda} > \frac{\Delta n_e}{\Delta\lambda}. \quad 5.8.7. d = \frac{\ell n \frac{I_0}{I}}{\mu} = 6,44 \text{ м.} \quad 5.8.8. \frac{I_0}{I_2} = e^{\frac{d_2 \ln I_0}{d_1 I_1}} = 9.$$

$$5.8.9. \frac{I_0 - I_0 e^{-\mu d}}{I_0} 100\% = 2\%. \quad 5.8.10. \frac{I_0}{I_2} = e^{(\mu_1 d_1 + \mu_2 d_2)} = 2.$$



$$5.8.11. \mu = \frac{\ln\left(\frac{I_0}{I_1}\right)}{d} = 0,282 \text{ м}^{-1}. \quad 5.8.12. \mu = -\frac{\ln\frac{I_1}{I_2}}{d_1 - d_2} = 35 \text{ м}^{-1}.$$

$$5.8.13. k = \frac{d}{\ell} = \frac{\ln\frac{I_0}{I_n}}{\ln\frac{I_0}{I_1}} = 6. \quad 5.8.14. i_{\text{Бр1}} = \arctg\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 49^\circ.$$

$$i_{\text{Бр2}} = \arctgn_2 = 59,5^\circ.$$

$$5.8.15. n = \text{tg}i_{\text{Бр1}} = 1,73. \quad i_{\text{Бр2}} = \arctg\frac{n_c}{n_b} = \arctg1,3 = 52,5^\circ.$$

$$5.8.16. n = \text{tg}(\pi/2 - r) = 1,73. \quad 5.8.17. r = \pi/2 - i_{\text{Бр}} = 30^\circ.$$

$$5.8.18. i_{\text{Бр}} = \arctg\left(\frac{1}{\sin i_n}\right) = 54,7^\circ.$$

$$5.8.19. n_1 = n_2/\text{tg}41^\circ = 1,73. \quad i_{\text{п}} = \arcsin(n_2/n_1) = 60,4^\circ.$$

$$5.8.20. n = \text{tg}i_{\text{Бр}} = 1,73. \quad 5.8.21. n_2 = n_1 \text{tg}i_{\text{Бр}} = 1,45. \quad v = c/n_2 = 2,07 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

5.8.22\*. Для відбитого світла:  $I_{\parallel} = 0$ ;  $P_1 = (I_{\perp} - I_{\parallel}) \cdot 100 \% / (I_{\perp} + I_{\parallel}) = 100 \%$ .  
Для заломленого світла:

$$P_2 = \frac{I_{ii}^i - I_{\perp}'}{I_{ii}^i + I_{\perp}'} 100 \% = \frac{0,5I_0 - 0,5I_0 [1 - \sin^2(i_0 - r)]}{0,5I_0 + 0,5I_0 [1 - \sin^2(i_0 - r)]} \cdot 100 \% = 33,3 \%.$$

5.8.23\*.  $i_{\text{Бр}} = \arctg(n_2/n_1) = 61,5^\circ$ . Для відбитого світла:  $I_{\parallel} = 0$ ;

$P_1 = (I_{\perp} - I_{\parallel}) \cdot 100 \% / (I_{\perp} + I_{\parallel}) = 100 \%$ . Для заломленого світла:

$$P_2 = \frac{I_{ii}^i - I_{\perp}'}{I_{ii}^i + I_{\perp}'} 100 \% = \frac{0,5I_0 - 0,5I_0 [1 - \sin^2(i_0 - r)]}{0,5I_0 + 0,5I_0 [1 - \sin^2(i_0 - r)]} \cdot 100 \% = 17 \%.$$

$$5.8.24*. P = \frac{I_{\perp} - I_{ii}}{I_{\perp} + I_{ii}} 100 \% = 82,8 \%. \quad 5.8.25. P = 100 \%. \quad 5.8.26. 45^\circ.$$

$$5.8.27. \text{Збільшиться у 8 разів.} \quad 5.8.28. \eta = \frac{I_0}{I_2} = \frac{1}{0,5(1 - k^2)\cos^2\varphi} = 4,72.$$

$$5.8.29. 0,27. \quad 5.8.30. 1) \frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1 - k} = 2,1. \quad 2) \frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2\varphi} = 8,86.$$

$$5.8.31. P = \frac{\left(\frac{E_{\perp}}{E_{ii}}\right)^2 - 1}{\left(\frac{E_{\perp}}{E_{ii}}\right)^2 + 1} 100\% = 60\%. \quad 5.8.32. k = \frac{P+1}{1-P} = 3.$$

$$5.8.33. \alpha = \frac{\varphi}{d} = \frac{\arccos \sqrt{\frac{I_0}{I}}}{d} = 15,88 \text{ град/мм.} \quad 5.8.34. d_{\min} = \frac{\varphi_2 \cdot d_1}{\varphi_1} = 3,4 \text{ мм.}$$

$$5.8.35. d_{\min} = \frac{\varphi}{\alpha} = 3,33 \text{ мм.} \quad 5.8.36. c_2 = c_1 \varphi_2 / \varphi_1 = 231 \text{ кг/м}^3.$$

$$5.8.37. B_{\min} = \frac{\varphi}{V\ell} = 0,128 \text{ Тл.} \quad 5.8.38.* E = \sqrt{\frac{\Delta\varphi}{B\ell 2\pi}} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ В/м.}$$

$$5.8.39.* \Delta\varphi = B\ell E^2 \cdot 2\pi = 0,5\pi. \text{ Світло проходить крізь аналізатор.}$$

## РОЗДІЛ 6. ОСНОВНІ УЯВЛЕННЯ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ

### 6.1. Елементи квантової оптики

Теплове температурне випромінювання – електромагнітне випромінювання, яке випромінює тіло за рахунок своєї внутрішньої енергії. Основна особливість теплового випромінювання полягає в тому, що воно може знаходитись в термодинамічній рівновазі з оточуючими тілами.

Характеристики теплового випромінювання:

$$\Phi_e = \frac{W_e}{t}, \quad (6.1.1)$$

де  $\Phi_e$  – потік випромінювання (потужність);  $W_e$  – енергія;  $t$  – час випромінювання.

$$M_e = \frac{\Phi_e}{S}, \quad (6.1.2)$$

де  $M_e$  – випромінювальна здатність тіла;  $S$  – площа поверхні, що випромінює.

Спектральна випромінювальна здатність тіла в інтервалі довжин хвиль  $\lambda$ ,  $\lambda + d\lambda$  або в інтервалі частот,  $\nu$ ,  $\nu + d\nu$ :

$$M_{e\lambda} = \frac{dM_e}{d\lambda}, \quad M_{e\nu} = \frac{dM_e}{d\nu}. \quad (6.1.3)$$

Повна (інтегральна) випромінювальна здатність (енергетична світність) тіла:

$$M_e = \int_0^{\infty} M_{e\lambda} d\lambda \quad (6.1.4)$$

або

$$M_e = \int_0^{\infty} M_{e\nu} d\nu. \quad (6.1.5)$$

Поглинальна здатність (коефіцієнт поглинання):

$$\alpha = \frac{\Phi'}{\Phi}, \quad (6.1.6)$$

де  $\Phi$  – потік, що падає на тіло,  $\Phi'$  – потік, що поглинається тілом.

Закон Кірхгофа: відношення спектральної випромінювальної здатності

тіла до його поглинальної здатності – універсальна функція частоти та температури тіла, яка дорівнює спектральній випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла, тобто

$$\frac{M_{e\nu}}{\alpha} = f(\nu, T) = M_{e\nu}^0,$$

де  $f(\nu, T)$  – функція Кірхгофа.

Закон Стефана – Больцмана:

$$M_e^0 = \sigma T^4, \quad (6.1.7)$$

де  $M_e^0$  – енергетична світність абсолютно чорного тіла;  $T$  – абсолютна температура,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>) – стала Стефана - Больцмана.

Енергетична світність сірого тіла

$$M_e = \alpha \sigma T^4, \quad (6.1.8)$$

де  $\alpha$  – поглинальна здатність.

Закон зміщення Віна:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (6.1.9)$$

де  $\lambda_{\max}$  – довжина хвилі, яка відповідає максимальному значенню спектральної густини енергетичної світності;  $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  м·К – стала Віна.

Енергія кванта світла (фотона)

$$W = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (6.1.10)$$

де  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – стала Планка;  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – швидкість світла у вакуумі;  $\nu$  – частота;  $\lambda$  – довжина хвилі світла.

Зв'язок радіаційної  $T_p$  та істинної  $T$  температур

$$T_p = \sqrt[4]{\alpha} \cdot T, \quad (6.1.11)$$

де  $\alpha$  – поглинальна здатність тіла.

Рівняння Ейнштейна для фотоэффекту

$$W = A + W_{\max}, \quad (6.1.12)$$

де  $W$  – енергія кванта світла;  $A$  – робота виходу електронів із речовини.

Максимальна кінетична енергія фотоелектронів:

$$W_{max} = \frac{mv_{max}^2}{2} = eU_r, \quad (6.1.13)$$

де  $v_{max}$  – максимальна швидкість фотоелектронів;  $m$  – маса електрона;  $e$  – заряд електрона;  $U_r$  – гальмівна напруга.

Червона межа фотоэффекту:

$$\nu_0 = \frac{A}{h}, \quad \lambda_0 = \frac{ch}{A}, \quad (6.1.14)$$

де  $\nu_0$  – мінімальна частота світла ( $\lambda_0$  – максимальна довжина хвилі), для якої має місце фотоэффект.

Імпульс фотона

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{W}{c}. \quad (6.1.15)$$

Зміна довжини хвилі рентгенівського випромінювання при комптонівському розсіянні:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (6.1.16)$$

де  $\lambda$  і  $\lambda'$  – довжини падаючої та розсіяної хвиль випромінювання;  $\theta$  – кут розсіяння;  $m_0$  – маса спокою електрона;  $\lambda_C = \frac{h}{m_0c}$  – комптонівська довжина хвилі.

Закон збереження енергії при комптонівському розсіянні

$$W + m_0c^2 = W' + mc^2, \quad (6.1.17)$$

де  $W$  і  $W'$  – енергії фотона до і після розсіяння;  $m_0c^2$  – енергія спокою електрона;  $mc^2$  – енергія електрона після розсіяння;  $m$  – релятивістська маса електрона.

Кінетична енергія електрона віддачі

$$W_k = mc^2 - m_0c^2. \quad (6.1.18)$$

Тиск світла для нормального падіння

$$p = \frac{I}{c}(1 + \rho) = w(1 + \rho), \quad (6.1.19)$$

де  $I$  – інтенсивність випромінювання, що падає на поверхню;  $I = nh\nu$  ( $n$  – кількість фотонів, що падають на одиницю площі поверхні щосекунди);  $\rho$  – коефіцієнт відбиття випромінювання поверхнею;  $\rho = 1$  для дзеркальної і білої поверхонь,  $\rho = 0$  для абсолютно чорної;  $w$  – об’ємна густина енергії випромінювання.

$$w = \frac{I}{c} = \frac{W}{Stc} = \frac{Nh\nu}{Stc} = \frac{nh\nu}{c}, \quad (6.1.20)$$

де  $I = \frac{W}{St} = \frac{Nh\nu}{St}$ ;  $S$  – площа поверхні;  $t$  – час;  $N$  – кількість фотонів, що падає на поверхню.

### **Задачі до теми «Елементи квантової оптики»**

**6.1.1.** Обчислити енергію, що випромінюється за  $t = 1$  хв з поверхні абсолютно чорного тіла, яке має температуру  $T = 1000$  К і площу  $S = 1$  см<sup>2</sup>.

**6.1.2.** З віконця печі, площа поверхні якого  $S = 8$  см<sup>2</sup>, виходить випромінювання потужністю  $P = 20$  Вт. Розглядаючи віконце як абсолютне чорне тіло, визначити температуру печі  $T$ .

**6.1.3.** У скільки разів збільшиться потужність випромінювання абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання зсунеться від червоної межі видимого спектру  $\lambda_{\text{ч}} = 0,76$  мкм до його фіолетової межі  $\lambda_{\text{ф}} = 0,38$  мкм?

**6.1.4.** Абсолютно чорне тіло має температуру  $T_1 = 500$  К. Визначити температуру  $T_2$  тіла, якщо в результаті нагрівання потік випромінювання збільшиться в 5 разів?

**6.1.5.** Нагріта куля радіусом  $R = 5$  см випускає випромінювання потужністю  $P = 1$  кВт. Визначити температуру кулі, розглядаючи її як сіре тіло, поглинальна здатність якого  $\alpha = 0,25$ .

**6.1.6.** Визначити поглинальну здатність  $\alpha$  сірого тіла, яке з поверхні площею  $S = 10^{-2}$  м<sup>2</sup> при температурі  $T = 2 \cdot 10^3$  К за  $t = 2$  хв випромінює енергію  $W_e = 1,34$  кДж.

**6.1.7.** Вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом з максимумом спектральної випромінювальної здатності при  $\lambda_{\text{max}} = 0,5$  мкм, визначити: масу  $\Delta m$ , яку втрачає Сонце протягом року внаслідок випромінювання; енерге-

тичну світність Сонця  $M_e^0$ , потік енергії  $\Phi_e$ , що випромінюється Сонцем; середню інтенсивність випромінювання  $I$ , яке попадає на Землю. Відстань від Землі до Сонця  $1,5 \cdot 10^8$  км, радіус Сонця  $6,5 \cdot 10^5$  км.

**6.1.8.** Довжина хвилі, на яку припадає максимум енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла  $\lambda_{\max} = 0,58$  мкм. Визначити енергетичну світність  $M_e^0$  поверхні тіла.

**6.1.9.** Визначити кількість теплоти, що втрачається поверхнею розплавленої платини при  $1770$  °С за 1 хвилину, якщо площа поверхні  $100$  см<sup>2</sup>. Коефіцієнт поглинання вважати рівним  $\alpha = 0,8$ .

**6.1.10.** Максимум спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла припадає на довжину хвилі  $\lambda_{\max} = 450$  нм. Визначити температуру  $T$  і енергетичну світність тіла  $M_e^0$ .

**6.1.11.** Температура абсолютно чорного тіла знизилася з  $T_1 = 1000$  К до  $T_2 = 850$  К. Визначити, як і наскільки при цьому змінилася довжина хвилі  $\lambda_{\max}$ , що відповідає максимуму випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла.

**6.1.12.** Температура абсолютно чорного тіла дорівнює  $T = 3600$  К. Визначити довжину хвилі  $\lambda_{\max}$ , що відповідає максимуму випромінювальної здатності, і спектральну випромінювальну здатність тіла  $M_{e\lambda_{\max}}^0$  для цієї довжини хвилі.

**6.1.13.** Обчислити істинну температуру  $T$  вольфрамової розжареної стрічки, якщо радіаційний пірометр показує температуру  $T_p = 2,5$  кК. Прийняти, що поглинальна здатність для вольфраму не залежить від частоти випромінювання й дорівнює  $\alpha = 0,35$ .

**6.1.14.** Визначити поглинальну здатність сірого тіла  $\alpha$ , для якого температура, виміряна радіаційним пірометром  $T_p = 1,4$  кК, тоді як істинна температура тіла  $T = 3,2$  кК.

**6.1.15.** Опромінення літієвого фотокатода здійснюється фіолетовими променями, довжина хвилі яких  $\lambda = 400$  нм. Визначити швидкість фотоелектрона  $v_{\max}$ , якщо червона межа фотоефекта для літію дорівнює  $\lambda_0 = 520$  нм.

**6.1.16.** Кінетична енергія електронів, вибитих з цезієвого фотокатода, дорівнює  $W_{\max} = 3$  еВ. Визначити довжину хвилі світла  $\lambda$ , яка падає на фотокатод.  $A_{\text{цезію}} = 1,8$  еВ.

**6.1.17.** Фотон з довжиною хвилі  $\lambda = 0,2$  мкм вириває з поверхні натрію фотоелектрон, кінетична енергія якого  $W_{\max} = 2$  еВ. Визначити роботу виходу  $A$  і червону межу фотоєфекта  $\lambda_0$ .

**6.1.18.\*** Визначити максимальну швидкість  $v_{\max}$  фотоелектронів, що вириваються із поверхні срібла: 1) ультрафіолетовими променями з довжиною хвилі  $\lambda_1 = 0,155$  мкм; 2)  $\gamma$ -променями з довжиною хвилі  $\lambda_2 = 1$  пм.

**6.1.19.** Яку частину енергії фотона складає робота виходу електрона з фотокатода, якщо червона межа для матеріалу фотокатода дорівнює  $\lambda_0 = 540$  нм, а кінетична енергія фотоелектрона  $W_{\max} = 0,5$  еВ?

**6.1.20.\*** При опроміненні світлом цинкової кульки, ізольованої від інших тіл, кулька зарядилася до потенціалу  $\varphi = 4,3$  В. Визначити довжину світлової хвилі  $\lambda$  випромінювача.  $A_{\text{цинку}} = 4$  еВ.

**6.1.21.** При освітленні катода вакуумного фотоелемента монохроматичним світлом, довжина хвилі якого  $\lambda = 310$  нм, фотострум припиняється при певній гальмівній напрузі. При зростанні довжини хвилі на 25 % гальмівна напруга зменшується на  $\Delta U_r = 0,8$  В. Згідно с цими експериментальними значеннями визначити сталу Планка.

**6.1.22.** На пластину падає монохроматичне світло ( $\lambda = 0,42$  мкм). Фотострум припиняється при гальмівній напрузі  $U_r = 0,95$  В. Визначити роботу  $A$  виходу електронів з поверхні пластини.

**6.1.23.** На цинкову пластину падає пучок ультрафіолетових променів ( $\lambda = 0,2$  мкм). Визначити максимальну кінетичну енергію  $W_{\max}$  і максимальну швидкість фотоелектронів  $v_{\max}$ .  $A_{\text{цинку}} = 4$  еВ.

**6.1.24.** Визначити енергію та імпульс фотона з довжиною хвилі  $\lambda = 280$  нм (ультрафіолетове випромінювання).

**6.1.25.** Визначити довжину хвилі  $\lambda$  фотона, імпульс якого дорівнює імпульсу електрона, який рухається зі швидкістю  $v = 10$  Мм/с.

**6.1.26.** якою має бути температура, щоб кінетична енергія молекули двоатомного газу дорівнювалась енергії фотона з довжиною хвилі  $\lambda = 589$  нм?

**6.1.27.** При якій довжині хвилі імпульс фотона буде дорівнювати імпульсу молекули водню при кімнатній температурі?

**6.1.28.** У результаті ефекту Комптона фотон при зіткненні з електроном був розсіяний на кут  $\theta = 90^\circ$ . Енергія розсіяного фотона  $W' = 0,4$  МэВ. Визначити енергію фотона  $W$  до розсіювання.



**6.1.29.** Визначити довжину хвилі  $\lambda$  рентгенівського випромінювання, якщо при комптонівському розсіюванні цього випромінювання графітом під кутом  $\theta = 90^\circ$  довжина хвилі розсіяного випромінювання виявилася рівною  $\lambda' = 25,4$  пм?

**6.1.30.** Фотон з довжиною хвилі  $\lambda = 10$  пм розсіявся під прямим кутом на вільному електроні, що знаходився в спокої. Знайти частоту розсіяного фотона  $\nu'$  й кінетичну енергію електрона віддачі  $W_k$ .

**6.1.31.** Визначити максимальну зміну довжини хвилі  $\Delta\lambda_{\max}$  при комптонівському розсіюванні світла на вільних електронах і вільних протонах.

**6.1.32.** У результаті ефекту Комптона при зіткненні з електроном фотон був розсіяний на кут  $\theta = 60^\circ$ . Енергія розсіяного фотона дорівнює  $W' = 0,3$  МеВ. Визначити енергію фотона  $W$  до розсіювання.

**6.1.33.** У результаті ефекту Комптона на вільних електронах фотон з енергією  $W = 1,02$  МеВ був розсіяний на кут  $\theta = 150^\circ$ . Визначити енергію розсіяного фотона  $W'$ .

**6.1.34.** У скільки разів зміна довжини хвилі фотона при комптонівському розсіюванні на вільному електроні перевищує аналогічну зміну при розсіюванні на вільному протоні, якщо кути розсіювання однакові?  $m_{0e} = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг,  $m_{0p} = 1,66 \cdot 10^{-27}$  кг.

**6.1.35.** У результаті комптонівського розсіювання довжина хвилі фотона  $\lambda$  з енергією  $W = 1,5$  МеВ збільшилася на  $\Delta\lambda = \alpha\lambda$ , де  $\alpha = 0,25$ . Визначити кінетичну енергію електрона віддачі  $W_k$ .

**6.1.36.** Енергія рентгенівських променів дорівнює  $W = 0,6$  МэВ. Знайти енергію електрона віддачі  $W_k$ , якщо відомо, що довжина рентгенівських променів після комптонівського розсіювання змінилася на 20 %.

**6.1.37.** Яка частка енергії фотона доводиться при ефекті Комптона на електрон віддачі, якщо розсіювання фотона відбувається на кут  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ?

Довжина хвилі фотона до розсіювання  $\lambda = 1$  пм.

**6.1.38.** Фотон з енергією, що дорівнює енергії спокою електрона  $W = m_0c^2$ , розсіявся на вільному електроні на кут  $\theta = 120^\circ$ . Визначити енергію розсіяного фотона  $W'$  й кінетичну енергію електрона віддачі  $W_k$  (в одиницях  $m_0c^2$ ).

**6.1.39.** На зачорнену поверхню нормально падає монохроматичне випромінювання, довжина хвилі якого  $\lambda = 0,65$  мкм. Тиск світла на повер-

хню  $p = 0,5 \cdot 10^{-5}$  Па. Визначити концентрацію фотонів  $n$  поблизу поверхні і кількість фотонів  $N$ , що падають на одиницю площі за одну секунду.

**6.1.40.** Енергетична освітленість поверхні землі  $E_e = 1,4$  кВт/м<sup>2</sup>. Визначити тиск  $p$ , зумовлений світлом, приймаючи коефіцієнт відбиття рівним  $\rho = 0,6$ .

**6.1.41.** Пучок паралельних променів монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda = 663$  нм падає нормально на дзеркальну плоску поверхню, потік випромінювання  $\Phi_e = 0,6$  Вт. Визначити: 1) силу тиску світла  $F$  на поверхню; 2) число фотонів  $N$ , що падають на поверхню за одну секунду.

**6.1.42.** Визначити тиск  $p$  на чорну поверхню, зумовлений світлом з довжиною хвилі  $\lambda = 0,4$  мкм, якщо за одну секунду на  $1 \text{ см}^2$  падає  $6 \cdot 10^{16}$  фотонів.

**6.1.43.** Дзеркальна поверхня площею  $1 \text{ см}^2$  зазнає тиску світла  $p = 10^{-6}$  Па. Знайти довжину хвилі монохроматичного світла  $\lambda$ , якщо за одну секунду на поверхню падає  $N = 5 \cdot 10^{16}$  фотонів.

**6.1.44.** На зачорнену поверхню нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 0,45$  мкм. Знайти густину потоку  $n$  фотонів (що за одну секунду падають на одиницю площі поверхні), якщо тиск, зумовлений цим світлом, дорівнює  $p = 10^{-5}$  Па.

**6.1.45.\*** Вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, визначити тиск  $p$  сонячних променів на земну поверхню за умови, що максимум спектральної випромінювальної здатності Сонця відповідає довжині хвилі  $\lambda_{\text{max}} = 0,5$  мкм. Радіус Сонця вважати рівним  $R_C = 6,5 \cdot 10^5$  км. Коефіцієнт відбиття сонячних променів поверхнею Землі  $\rho = 0$ . Відстань від Землі до Сонця  $r = 1,5 \cdot 10^8$  км.

**6.1.46.** Тиск світла на дзеркальну поверхню, розташовану на відстані  $r = 2$  м від лампочки нормально до променів, що падають, дорівнює  $p = 0,5 \cdot 10^{-8}$  Па. Визначити потужність лампочки  $P$ , що витрачається на випромінювання.

**6.1.47.** Плоска світлова хвиля, інтенсивність випромінювання якої  $I = 0,1$  Вт/см<sup>2</sup>, нормально падає на плоску дзеркальну поверхню з коефіцієнтом відбиття  $\rho = 0,8$ . Визначити тиск світла на поверхню.

**6.1.48.** Визначити тиск світла  $p$  на поверхню електричної лампи потужністю  $P = 100$  Вт, яка являє собою сферичну колбу радіусом  $r = 5$  см. Внутрішня поверхня лампи відбиває 4 % і пропускає 6 % світла свого випромінювання.

**6.1.49.** Електрична лампа випромінює потік енергії  $\Phi_{\epsilon} = 600$  Вт. На відстані  $r = 1$  м від лампи перпендикулярно променям, що падають, розташоване кругле плоске дзеркало діаметром  $d = 2$  см. Визначити силу  $F$  світлового тиску на дзеркальце. Лампу слід розглядати як точковий випромінювач.

**6.1.50.** Визначити енергетичну освітленість  $E_e$  дзеркальної поверхні, якщо тиск, зумовлений випромінюванням,  $p = 40$  мкПа. Промені падають нормально до поверхні.

**6.1.51.** Визначити коефіцієнт  $\rho$  відбиття поверхні, якщо при енергетичній освітленості  $E_e = 120$  Вт/м<sup>2</sup> тиск світла на неї дорівнює  $p = 0,5$  мкПа.

## 6.2. Обґрунтування основних ідей квантової теорії

Класичний опис стану та розташування електронів в атомі призводить до суттєвих протиріч. Розв'язання цих протиріч у випадку простих систем – атому водню та воднеподібних атомів було досягнуто в теорії Н. Бора.

Перший постулат Бора:

$$m_e v_n r_n = n \hbar, \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (6.2.1)$$

де  $m_e$  – маса електрона;  $v_n$  – лінійна швидкість електрона на  $n$ -й орбіті радіуса  $r_n$ ;  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  ( $h$  – стала Планка).

Радіус  $n$ -ї стаціонарної орбіти

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m_e Z e^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (6.2.2)$$

де  $\epsilon_0$  – електрична стала;  $Z$  – порядковий номер елемента;  $e$  – заряд електрона.

Другий постулат Бора:

$$\hbar \omega = W_n - W_m, \quad (6.2.3)$$

де  $W_n$  і  $W_m$  – відповідно енергії стаціонарних станів атома до й після випромінювання (поглинання);  $\omega$  – циклічна частота обертання електрона навколо ядра.

Енергія електрона на  $n$ -й стаціонарній орбіті

$$W_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e Z^2 e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2}. \quad (6.2.4)$$

Кінетична  $W_K$  та потенціальна  $W_{II}$  енергії електрона відповідно

$$W_K = \frac{1}{n^2} \frac{m_e Z^2 e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2}, \quad W_{II} = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e Z^2 e^4}{4h^2 \varepsilon_0^2}. \quad (6.2.5)$$

Узагальнена формула Бальмера, що описує серії в спектрі водню і воднеподібної системи:

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} = RZ^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ або } \frac{1}{\lambda} = R'Z^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (6.2.6)$$

де  $\omega$  – циклічна частота хвилі спектральних ліній;  $c$  – швидкість поширення світла у вакуумі;  $\lambda$  – довжина хвилі спектральних ліній;  $R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$  – стала Рідберга;  $R' = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  – також стала Рідберга;  $m$  визначає серію ( $m = 1, 2, 3, \dots$ );  $n$  визначає окремі лінії відповідної серії ( $n = m + 1, m + 2, \dots$ ). У спектрі водню  $m = 1$  відповідає серії Лаймана,  $m = 2$  – серії Бальмера,  $m = 3$  – серії Пашена,  $m = 4$  – серії Брекета,  $m = 5$  – серії Пфундта,  $m = 6$  – серії Хемфрі.

Потенціал іонізації атома

$$U_i = \frac{hcR'Z^2}{e}. \quad (6.2.7)$$

Перший потенціал збудження атома

$$U_{зб} = \frac{3}{4} \frac{hcR'Z^2}{e}. \quad (6.2.8)$$

**Задачі до розділу «Обґрунтування основних ідей квантової теорії»**

**6.2.1.** Визначити швидкість електрона  $v$  на третій орбіті атома водню.

**6.2.2.** Використовуючи теорію Бора для атома водню, визначити радіус  $r_1$  найближчої до ядра орбіти ( $n = 1$ ), швидкість руху електрона  $v$  по цій орбіті.

**6.2.3.** Визначити радіус  $r_2$  другої борівської орбіти електрона в атомі водню, якщо швидкість електрона  $v = 1,1 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ .

**6.2.4.** Обчислити кінетичну  $W_K$ , потенціальну  $W_{II}$  та повну  $W$  енергії електрона на першій борівській орбіті.

**6.2.5.** Обчислити колові частоти обертання електрона на першій  $\omega_1$  та другій  $\omega_2$  борівських орбітах атома водню, а також частоту  $\nu$  кванта, що випромінюється, якщо відбувається перехід між цими орбітами.

**6.2.6.** Знайти (у довжинах хвиль  $\lambda$ ) спектральні інтервали, в яких містяться для атома водню: а) серія Лаймана; б) серія Бальмера.

**6.2.7.** У спектрі випромінювання атомарного водню відомі довжини хвиль двох ліній серії Бальмера  $\lambda_1 = 410,2$  нм і  $\lambda_2 = 481,1$  нм. Якій серії належить спектральна лінія з довжиною хвилі  $\lambda$ , хвильове число  $k$  якої дорівнює різниці хвильових чисел  $\Delta k$  цих ліній? Визначити довжину хвилі  $\lambda$ .

**6.2.8.** Атомарний водень збуджують на  $n$ -й енергетичний рівень. Визначити довжини хвиль ліній, що випромінюються, якщо  $n = 4$ . Вказати, до яких серій належать ці хвилі.

**6.2.9.** Знайти потенціал іонізації  $U_i$  атома водню.

**6.2.10.** Знайти потенціали іонізації однократно іонізованого атома гелію  $U_{i\text{He}}$  і двократно іонізованого атома літію  $U_{i\text{Li}}$ .

**6.2.11.** Визначити перший потенціал збудження атома водню  $U_{1\text{H}}$  та двократно іонізованого атома літію  $U_{1\text{Li}}$ .

**6.2.12.** Яку найменшу енергію  $W_{\text{min}}$  повинні мати електрони, щоб при збудженні атомів водню ударами цих електронів з'явилися усі лінії всіх серій спектра водню?

**6.2.13.** На скільки зміниться кінетична енергія  $W_k$  електрона в атомі водню, якщо випромінюється фотон з довжиною хвилі  $\lambda = 486$  нм?

**6.2.14.** Знайти радіус першої борівської орбіти  $r_1$  електрона однократно іонізованого атома гелію й швидкість  $v_1$  електрона на цій орбіті.

**6.2.15.** У яких межах повинні бути довжини хвиль  $\lambda$  монохроматичного світла, щоб при збудженні атомів водню спостерігалися три спектральні лінії?

**6.2.16.** Знайти період обертання  $T$  електрона на першій борівській орбіті атома водню й кутову швидкість  $\omega$  електрона.

**6.2.17.** Знайти довжину хвилі  $\lambda$  фотона, що відповідає переходу електрона з другої борівської орбіти на першу в однократно іонізованому атомі гелію.

**6.2.18.** Знайти найбільшу довжину хвилі  $\lambda_{\text{max}}$  в ультрафіолетовій області спектра водню. Яку найменшу швидкість  $v_{\text{min}}$  повинні мати електрони, щоб при збудженні атомів водню ударами електронів з'явилась ця лінія?

**6.2.19.** Обчислити колову частоту обертання  $\omega$  електрона на другій борівській орбіті однократно іонізованого атома гелію.

**6.2.20.** Якому елементу належить спектр, довжини хвиль якого в чотири рази менші за довжини хвиль атомарного водню? Атоми елемента вважати воднеподібними.

**6.2.21.** Визначити енергію фотона  $W$ , що відповідає другій лінії серії Пашена у спектрі атома водню.

**6.2.22.** Фотон з енергією  $W_1 = 16,5$  еВ вибиває електрон із незбудженого атома водню. Яку швидкість  $v$  буде мати електрон у далині від ядра?

**6.2.23.** Знайти найменшу  $\lambda_{\min}$  і найбільшу  $\lambda_{\max}$  довжини хвиль спектра водню в серії Пашена.

**6.2.24.** Обчислити найбільше  $W_{\max}$  та найменше  $W_{\min}$  значення енергії фотона в ультрафіолетовій серії спектра водню (серії Лаймана).

**6.2.25.** Визначити частоту  $\nu$  світла, що випромінюється атомом водню при переході електрона на рівень з головним квантовим числом  $n = 2$ , якщо радіус орбіти електрона змінився в 9 разів.

**6.2.26.** Енергія іонізації атома водню  $W_i = 13,6$  еВ. Знайти перший потенціал збудження  $U_1$  цього атома.

**6.2.27.** Перший потенціал збудження атома водню  $U_{1H} = 10,2$  еВ. Визначити в електрон-вольтах енергію  $W$  фотона, що відповідає другій лінії серії Бальмера.

**6.2.28.** На дифракційні ґрати падає нормально пучок світла від розрядної трубки, що наповнена атомарним воднем. Стала ґрат  $d = 5 \cdot 10^{-4}$  см. Якому переходу електрона відповідає спектральна лінія, що спостерігається за допомогою цих ґрат у спектрі  $p$ 'ятого порядку під кутом  $41^\circ$ .

**6.2.29.** У спектрі однократно іонізованого гелію знайти лінію з максимальною й такою ж самою довжиною хвилі  $\lambda$ , що й у спектрі водню. Чому дорівнює довжина хвилі  $\lambda$ ?

**6.2.30.\*** Як зміниться різниця енергій  $\Delta W_{n, n+1} = \Delta W_{n+1} - \Delta W_n$  сусідніх станів атома водню та водневоподібного іона зі зростанням головного квантового числа  $n$ ?

**6.2.31.\*** Частинка масою  $m$  рухається по коловій орбіті у центрально-симетричному полі  $U(r) = \frac{kr^2}{2}$  ( $k$  – коефіцієнт пружності, жорсткість;  $r$  –

радіус орбіти). Знайти за допомогою борівської умови квантування можливі радіуси орбіт  $r_n$  та рівні енергії  $W_n$  цієї частинки.

**6.2.32.\*** В якого воднеподібного іона різниця хвиль головних ліній серій Бальмера та Лаймана дорівнює 59,3 нм?

**6.2.33.\*** Обчислити сталу Рідберга, якщо для іонів  $\text{He}^+$  різниця довжин хвиль між головними лініями серій Бальмера і Лаймана  $\Delta\lambda = 133,7$  нм.

**6.2.34.\*** Частинка масою  $m$  рухається по коловій орбіті у центральномі симетричному силовому полі  $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -k\mathbf{r}$  ( $k$  – позитивна стала). Вважаючи, що момент імпульсу частинки може мати лише значення, кратні  $\hbar$  (як і у теорії Бора), знайти: а) можливі значення радіуса  $r_n$  колових орбіт частинки; б) можливі значення  $W_n$  повної енергії частинки. Виразити  $W_n$  через частоту  $\omega$ , з якою коливається частинка під дією сили  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ .

### 6.3. Квантова механіка та корпускулярно-хвильовий дуалізм матерії

Припущення Луї де Бройля про корпускулярно-хвильову (дуальну) природу всіх мікрочастинок є принципово новим підходом до опису мікрочастинок, але призводить до фундаментального протиріччя (співвідношення невизначеностей Гейзенберга).

Довжина хвилі де Бройля  $\lambda$  частинки

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{mv}, \quad (6.3.1)$$

де  $\hbar$  – стала Планка;  $m$ ,  $v$  і  $p$  – відповідно маса, швидкість і імпульс частинки.

У релятивістському випадку необхідно врахувати залежність маси частинки від її швидкості і використовувати для довжини хвилі де Бройля формулу

$$\lambda = \frac{h\sqrt{1-v^2/c^2}}{m_0v}, \quad (6.3.2)$$

де  $m_0$  – маса спокою частинки,  $c$  – швидкість поширення світла у вакуумі.

Співвідношення де Бройля для енергії частинки

$$W = \hbar\omega, \quad (6.3.3)$$

де  $\omega$  – циклічна частота дебройлівської хвилі.

Співвідношення невизначеностей для координат та імпульсів

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad (6.3.4)$$

де  $\Delta x$  – невизначеність координати  $x$ ;  $\Delta p_x$  – невизначеність відповідної їй проекції імпульсу.

Співвідношення невизначеностей для енергії та часу

$$\Delta W \Delta t \geq \hbar, \quad (6.3.5)$$

де  $\Delta W$  – невизначеність енергії квантового стану;  $\Delta t = \tau$  – час життя системи у цьому стані.

### *Задачі до розділу «Квантова механіка та корпускулярно-хвильовий дуалізм матерії»*

**6.3.1.** Яку швидкість  $v$  має електрон, якщо його дебройлівська довжина хвилі: а)  $\lambda = 500$  нм; б)  $\lambda = 0,1$  нм?

**6.3.2.** Знайти довжину хвилі де Бройля  $\lambda$  для електронів, що пройшли різницю потенціалів: а)  $U = 1$  В; б)  $U = 100$  В.

**6.3.3.** Визначити довжину хвилі де Бройля  $\lambda$  для електрона, кінетична енергія якого  $W_K = 10$  кеВ.

**6.3.4.** Яку енергію  $\Delta W$  необхідно додатково передати електрону, щоб його дебройлівська довжина хвилі зменшилась від  $\lambda_1 = 100$  пм до  $\lambda_2 = 50$  пм?

**6.3.5.** Знайти довжину хвилі де Бройля  $\lambda$  молекул водню, що відповідає їхній найімовірнішій швидкості  $v_H$  при температурі  $t = 18^\circ\text{C}$ .

**6.3.6.** Визначити довжину хвилі де Бройля  $\lambda$  для електрона, який рухається по коловій орбіті атома водню, що знаходиться в основному стані.

**6.3.7.** Обчислити довжину хвилі де Бройля  $\lambda$  електрона, який знаходиться на п'ятій борівській орбіті в атомі водню.

**6.3.8.** Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 8$  мТл, описуючи коло радіуса  $r = 0,5$  см. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона.

**6.3.9.** При якому значенні швидкості  $v$  дебройлівська довжина хвилі  $\lambda$  мікрочастинки дорівнює її комптонівській довжині хвилі  $\lambda_C$ ?

**6.3.10.** На щілину завширшки  $b = 1$  мкм направлений паралельний пучок електронів, що мають швидкість  $v = 3,65 \cdot 10^6$  м/с. Враховуючи хви-



льові властивості електронів, визначити відстань  $d$  між двома максимумами інтенсивності першого порядку в дифракційній картині, що отримана на екрані, який знаходиться на відстані  $L = 1$  м від щілини.

**6.3.11.** Паралельний пучок електронів, що рухаються з однаковою швидкістю  $v = 10^6$  м/с, падає нормально на діафрагму із щілиною завширшки  $b = 1$  мкм. Електрони, які проходять через щілину, розсіюються й утворюють дифракційну картину на екрані, що паралельний площині діафрагми та знаходиться на відстані  $L = 50$  см від щілини. Визначити лінійну відстань  $d$  між першими дифракційними мінімумами.

**6.3.12.** Обчислити дебройлівські довжини хвиль протона  $\lambda_H$  і атома урану  $\lambda_U$ , що мають однакову кінетичну енергію  $W_K = 100$  еВ.

**6.3.13.** Порівняти дебройлівські довжини хвиль електрона  $\lambda_e$  і протона  $\lambda_p$ , що пройшли прискорюючу різницю потенціалів  $U = 10^3$  В.

**6.3.14.** Пучок електронів з кінетичною енергією  $W_K = 180$  еВ падає нормально на поверхню монокристала нікелю. У напрямку, що складає кут  $\alpha = 55^\circ$  з нормаллю до поверхні, спостерігається максимум відбиття четвертого порядку. Знайти міжплощинну відстань  $d$ , що відповідає цьому відбиттю.

**6.3.15.** Показати, що для частинки, невизначеність місцеположення якої  $\Delta x = \lambda/2\pi$ , де  $\lambda$  – дебройлівська довжина хвилі частинки, невизначеність швидкості дорівнює (за порядком) самій швидкості.

**6.3.16.** Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну кінетичну енергію  $W_{\min}$  електрона, що рухається в області  $l \approx 0,1$  нм. Вважати, що імпульс електрона приблизно дорівнює його невизначеності ( $p \approx \Delta p$ ) і невизначеність координати  $\Delta x = l/2$ .

**6.3.17.** Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей мінімально можливу кінетичну енергію  $W_{\min}$  електрона в атомі водню. Прийняти: 1) імпульс електрона приблизно дорівнює його невизначеності  $p \approx \Delta p$ ; 2) невизначеність координати  $\Delta x = r$ , де  $r = 52,8$  пм – радіус першої борівської орбіти електрона в атомі водню.

**6.3.18.** Діаметр бульбашки у рідинно-водневій бульбашковій камері складає величину  $d = 0,1$  мкм. Оцінити невизначеність швидкостей електрона  $\Delta v_e$  та  $\alpha$ -частинки  $\Delta v_\alpha$  у такій камері, вважаючи, що невизначеність координати цих частинок  $\Delta x = d$ .

**6.3.19.** Ширина сліду електрона на фотографії, що отримана за допомогою камери Вільсона, складає  $\Delta x = 1$  мм. Знайти невизначеність у визначеності швидкості  $\Delta v$ .

**6.3.20.** Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити невизначеність швидкості  $\Delta v$  електрона в атомі водню, вважаючи розмір атома  $l = 0,1$  нм.

**6.3.21.** Порівняти невизначеності швидкості  $\Delta v$  електрона атома водню з величиною його швидкості  $v$  на першій борівській орбіті.

**6.3.22.** Електронний пучок прискорюється в електронно-променевої трубі різницею потенціалів  $U = 1$  кВ. Відомо, що невизначеність швидкості  $\Delta v$  складає 0,01 % від її числового значення  $v$ . Визначити невизначеність координати  $\Delta x$  електрона.

**6.3.23.** Визначити відношення невизначеностей швидкості електрона  $\Delta v_e$ , якщо його координата встановлена з точністю до  $\Delta x = 10^{-5}$  м, і порошинки  $\Delta v_p$  масою  $m = 10^{-12}$  кг, якщо її координата встановлена з такою ж самою точністю.

**6.3.24.** Оцінити невизначеність швидкості  $\Delta v$  електрона в атомі водню, вважаючи розмір атома  $l = 10^{-10}$  м. Порівняти отриману величину зі швидкістю електрона  $v_1$  на першій Борівській орбіті.

**6.3.25.** Оцінити відносну невизначеність імпульсу  $\Delta p/p$  частинки, невизначеність координати  $\Delta x$  якої в  $2 \cdot 10^3$  разів більше за її дебройлівську довжину хвилі.

**6.3.26.** Кінетична енергія електрона в атомі водню складає величину  $W_k = 10$  еВ. Використовуючи співвідношення невизначеності, оцінити мінімальний розмір  $l$  атома.

**6.3.27.** Використовуючи співвідношення невизначеності, оцінити розширення енергетичного рівня  $\Delta W$  в атомі водню, що знаходиться у збудженому стані. Час життя атома у збудженому стані  $\tau = 10^{-8}$  с.

**6.3.28.** Довжина хвилі фотона, що випромінюється,  $\lambda = 0,6$  мкм. Приймаючи час життя збудженого стану  $\tau = 10^{-8}$  с, визначити відношення природної ширини енергетичного рівня, на який був збуджений електрон, до енергії, що випромінюється атомом.

**6.3.29.** Приймаючи, що електрон знаходиться усередині атома діаметром  $d = 0,3$  нм, визначити (в електрон-вольтах) невизначеність енергії  $\Delta W$  цього електрона.

**6.3.30.** Визначити типовий час  $\tau$  існування атома у збудженому стані, якщо невизначеність енергії фотона, що випускається при переході атома у нормальний стан,  $\Delta W = 6,6 \cdot 10^{-8}$  еВ.

**6.3.31.** Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей Гейзенберга кінетичну енергію  $\Delta W_K$  теплового нейтрона, що локалізований в області  $l = 27$  пм. Маса нейтрона  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг.

**6.3.32.\*** Електрон знаходиться у сферичній частинці металу, об'єм якої  $V = 10^{-6} \text{ м}^3$ , й має кінетичну енергію  $W_K = 20$  еВ. Оцінити, виходячи з співвідношень невизначеності, відносну невизначеність швидкості електрона  $\Delta v/v$ .

**6.3.33.\*** При збільшенні енергії електрона на  $\Delta W = 200$  еВ його дебройлівська довжина хвилі змінюється у 2 рази. Знайти початкове значення довжини хвилі  $\lambda_0$  електрона.

**6.3.34.\*** Отримати вираз для дебройлівської довжини хвилі  $\lambda$  релятивістської частинки, що рухається з кінетичною енергією  $W_K$ . Маса спокою частинки  $m$ .

**6.3.35.\*** Координату  $x$  частинки, яка вільно рухається, можна визначити, якщо поставити на шляху частинки перпендикулярно до її руху вузьку щілину. Довести, що вимірювання координати частинки за допомогою щілини завширшки  $a$  вносить у відносну проекцію імпульсу невизначеність  $|\Delta p_x| > \frac{\hbar}{a}$ .

**6.3.36.\*** Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити мінімальну енергію  $W_{\min}$ , яку може мати частинка масою  $m$ , що знаходиться у нескінченно глибокій одновимірній прямокутній потенціальній ямі завширшки  $a$ .

## 6.4. Основи квантової теорії

Стан мікрочастинки або системи в квантовій механіці задають за допомогою хвильової функції, яка в загальному випадку є комплексною функцією координат та часу. Хвильова функція надає найбільш повний в межах квантової механіки опис стану мікрочастинки або системи. За її допомогою можуть бути обчислені значення фізичних величин (імпульсу, моменту імпульсу та ін.). Хвильова функція може бути отримана як розв'язок рівняння Шредінгера. Рівняння Шредінгера з точки зору математики є граничною задачею, при вирішенні якої отримують можливі значення енергії частинки або системи – енергетичний спектр. Енергетичний спектр може бути дискретним або неперервним в залежності від характеру руху частинки (фінітний чи інфінітний). Мінімуму значенню енергії відповідає основний стан частинки або системи.

Статистичний сенс хвильової функції

$$\frac{dP}{dV} = |\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^*, \quad (6.4.1)$$

де  $\frac{dP}{dV}$  – густина ймовірності знаходження частинки;  $\Psi$  – хвильова функція частинки.

Умова нормування хвильової функції

$$\int_V |\Psi|^2 dV = 1. \quad (6.4.2)$$

Властивості хвильової функції:

- обмеженість;
- однозначність;
- неперервність функції та її похідної.

Ймовірність знаходження частинки  $dP$  в малому об'ємі  $dV$  визначається за формулою:

$$dP = |\Psi|^2 dV. \quad (6.4.3)$$

Принцип суперпозиції

$$\Psi = \sum_{i=1}^n C_i \Psi_i, \quad (6.4.4)$$

де  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots, \Psi_i, \dots, \Psi_n$  – хвильові функції станів, в яких може знаходитись частинка;  $C_1, C_2, C_3, C_i, C_n$  – комплексні сталі;  $|C_i|^2$  – ймовірність знаходження частинки в стані, який описує хвильова функція  $\Psi_i$ .

Часове рівняння Шредингера:

$$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (6.4.5)$$

де  $\hat{H}$  – оператор Гамільтона:  $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(x, y, z)$ ;

$\Delta$  – оператор Лапласа:  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ;

$\hbar = h/2\pi$ ,  $h$  – стала Планка;  $\Psi$  – хвильова функція системи;  $i$  – мнима одиниця,  $i^2 = -1$ .

Рівняння Шредингера для стаціонарних станів:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z) \Psi = W \Psi, \quad (6.4.6)$$

де  $U(x, y, z)$  – потенціальна енергія частинки;  $W$  – повна енергія частинки.

Коефіцієнт прозорості прямокутного потенціального бар'єра  $D$ :

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2m(U - W)}\right), \quad (6.4.7)$$

де  $l$  – ширина бар'єру;  $U$  – потенціальна енергія частинки;  $W$  – повна енергія частинки.

Коефіцієнт прозорості одновимірного потенціального бар'єра довільної форми:

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x) - W)} dx\right), \quad (6.4.8)$$

де  $x_1, x_2$  – класичні точки повороту, тобто точки, в яких  $U = W$ .

Власні значення енергії квантового гармонічного осцилятора

$$W = \hbar\omega(n + \frac{1}{2}), \quad (6.4.9)$$

$n$  – натуральне число, номер енергетичного рівня;  $\omega$  – кутова (циклічна) частота коливань класичного осцилятора.

### *Задачі до розділу «Основи квантової теорії»*

**6.4.1.** Чи може виконуватись нерівність  $|\Psi(\vec{r}, t)|^2 > 1$ ?

**6.4.2.** Чи може виконуватись нерівність  $|\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV > 1$ , де  $dV$  – малий об'єм простору, де знаходиться частинка.

**6.4.3.** Хвильова функція вільної частинки в загальному випадку має вигляд  $\Psi(\vec{r}, t) = Ae^{-i\left(\frac{W}{\hbar}t - \vec{k}\vec{r}\right)}$ , де  $W$  – енергія частинки, а  $\vec{k}$  – хвильовий вектор. Записати хвильову функцію вільної частинки масою  $m$ , що рухається в позитивному напрямку вздовж осі  $x$  і має імпульс  $p$ .

**6.4.4.** Хвильова функція вільної частинки в загальному випадку має вигляд  $\Psi(\vec{r}, t) = Ae^{-i\left(\frac{W}{\hbar}t - \vec{k}\vec{r}\right)}$ , де  $W$  – енергія частинки, а  $\vec{k}$  – хвильовий вектор. Знайти густину імовірності знаходження частинки в довільній точці на осі  $x$ , якщо вільна частинка рухається вздовж цієї осі.

**6.4.5.** Хвильова функція вільної частинки в загальному випадку має вигляд  $\Psi(\vec{r}, t) = Ae^{-i\left(\frac{W}{\hbar}t - \vec{k}\vec{r}\right)}$ , де  $W$  – енергія частинки, а  $\vec{k}$  – хвильовий вектор. Знайти імпульс і довжину хвилі де Бройля цієї частинки.

**6.4.6.** Хвильова функція вільної частинки в загальному випадку має вигляд  $\Psi(\vec{r}, t) = Ae^{-i\left(\frac{W}{\hbar}t - \vec{k}\vec{r}\right)}$ , де  $W$  – енергія частинки, а  $\vec{k}$  – хвильовий вектор. Записати хвильову функцію частини, що рухається в негативному напрямку вздовж осі  $x$  і має довжину хвилі де Бройля  $\lambda$ .

**6.4.7.** Хвильова функція вільної частинки в загальному випадку має вигляд  $\Psi(\vec{r}, t) = Ae^{-i\left(\frac{W}{\hbar}t - \vec{k}\vec{r}\right)}$ , де  $W$  – енергія частинки, а  $\vec{k}$  – хвильовий вектор. Довжина хвилі де Бройля вільного електрона  $\lambda = 4 \cdot 10^{-12}$  м, маса  $9 \cdot 10^{-31}$  кг. Записати хвильову функцію цієї частинки з числовими коефіцієнтами, якщо вона рухається вздовж осі  $x$ .

**6.4.8.** Потік електронів падає на екран з двома отворами 1 та 2 (рис. 26). Детектор, розміщений в точці  $P$ , реєструє 100 електронів в секунду, якщо відкритий лише отвір 1. Відношення амплітуд хвильових функцій електронів  $\Psi_1$  і  $\Psi_2$  (індекси 1 та 2 відповідають випадкам, коли відкритий лише перший або лише другий отвори) дорівнює  $\frac{\Psi_2}{\Psi_1} = 3$ . Скільки електронів бу-

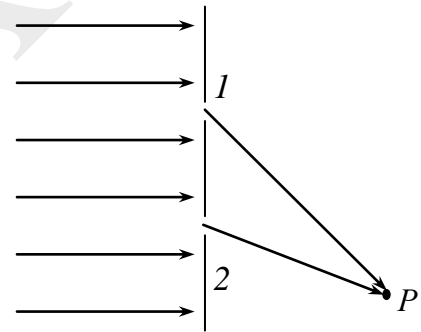


Рисунок 26

де реєструвати детектор, якщо:

- відкритий лише отвір 2;
- відкриті обидва отвори, а в точці  $P$  спостерігається інтерференційний максимум;
- відкриті обидва отвори, а в точці  $P$  спостерігається інтерференційний мінімум.

**6.4.9.** Хвильова функція частинки має вигляд  $\Psi = \psi(r)e^{-i\frac{W}{\hbar}t}$ . Записати ймовірність знаходження частинки в тонкому сферичному шарі завтовшки  $dr$  на відстані  $r_0$  від початку відліку.

**6.4.10.** Хвильова функція частинки може бути записана як  $\psi(x) = C_1 \sin k_1 x$ , якщо  $0 < x < l$ , а якщо  $x > l$ , то  $\psi(x) = C_2 \sin k_2 x$ . Чому дорівнює хвильова функція частинки в точці  $x = l$ ?

**6.4.11.** Хвильова функція частинки, визначена в області  $0 \leq x \leq l$ , має вигляд  $\psi(x) = A \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right)$ . Використовуючи умову нормування, знайти сталу  $A$ .

**6.4.12.** Знайти сталу  $A$  для хвильової функції  $\Psi(x, t) = A \sin \frac{n\pi x}{l} e^{-i \frac{W}{\hbar} t}$ , яка визначена в області  $0 \leq x \leq l$ .

**6.4.13.** Для частинки, хвильова функція якої має вигляд  $\Psi(x, t) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l} \cdot e^{-i \frac{W}{\hbar} t}$ , знайти імовірність знаходження частинки в області  $0 \leq x \leq \frac{l}{4}$ , якщо  $n = 2$ .

**6.4.14.** Перевірити, чи є хвильова функція  $\Psi(x, t) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n x}{l} \cdot e^{-i \frac{W}{\hbar} t}$ , визначена на інтервалі  $[0; l]$ , нормованою.

**6.4.15.** Атом водню знаходиться в основному стані. Власна хвильова функція, яка описує стан електрона в атомі, має вигляд:  $\psi(r) = C e^{-r/a}$ , де  $C$  – якась стала. Знайти з умов нормування сталу  $C$ .

**6.4.16.** Знайти радіальну густину імовірності  $\frac{dP}{dr}$  виявлення електрона на відстані  $r$  від ядра атома водню в основному стані. Хвильова функція електрона має вигляд:  $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a}\right)^{3/2} e^{-\frac{r}{a}}$ .

**6.4.17.** Атом водню знаходиться в основному стані. Визначити відстань від ядра, для якої імовірність знаходження електрона максимальна. Порівняти цю відстань з першим борівським радіусом. Хвильова функція електрона в основному стані має вигляд:

$$\psi = A e^{-r/a},$$

де  $a$  – перший борівський радіус.

**6.4.18.** Для атома водню знайти середню відстань електрона до ядра, якщо нормована хвильова функція має вигляд:

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{a} \right)^{3/2} e^{-\frac{r}{a}},$$

де  $a$  – перший борівський радіус.

**6.4.19.** Користуючись хвильовою функцією, яка описує основний стан атома водню,  $\psi(r) = Ce^{-\frac{r}{a}}$ , визначити імовірність перебування електрона в атомі всередині сфери з радіусом  $r = 0,1a$  ( $a$  – перший борівський радіус).  $C = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{a} \right)^{3/2}$ .

**6.4.20.** Електрон в атомі водню в основному стані описується хвильовою функцією  $\psi(r) = Ce^{-r/a}$ .  $C = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{a} \right)^{3/2}$ . Визначити відношення ймовірностей виявлення електрона в сферичних шарах завтовшки  $\Delta r = 0,01a$  і радіусами  $r_1 = 0,5a$  та  $r_2 = 1,5a$ .

**6.4.21.** Хвильова функція гармонічного осцилятора в стаціонарному стані має вигляд:

$$\psi_n(x) = \left( \frac{\alpha}{\sqrt{\pi} 2^n n!} \right)^{1/2} H_n(\alpha x) e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2}},$$

де  $\alpha^2 = \frac{4\pi^2 m \nu}{h}$ , а  $H_n$  – поліноми Ерміта, для яких справедливе рекурентне співвідношення  $H_{n+1} = 2\alpha x H_n - 2n H_{n-1}$ , а  $H_0 = 1$  і  $H_1 = 2\alpha x$ ,  $m$  – маса,  $\nu$  – частота коливань класичного осцилятора. Записати вирази для перших трьох хвильових функцій гармонічного осцилятора. Побудувати для них графіки залежності  $\psi_n$ ,  $|\psi_n|^2$  від координати  $x$ , якщо  $m = 9 \cdot 10^{-31}$  кг, а  $\nu = 10^{14}$  Гц.

**6.4.22.** Перевірити, чи є хвильова функція  $\psi(x) = \left( \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \right)^{1/2} e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2}}$  нормованою,  $\alpha^2 = \frac{k}{2\hbar\omega}$ .



**6.4.23.** Стан частинки може бути описаний хвильовою функцією

$$\psi(x) = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2}}, \text{ де } \alpha^2 = \frac{k}{2\hbar\omega}.$$

Знайти найбільш імовірне місцезнаходження частинки.

**6.4.24.** У певний момент частинка знаходиться у стані, якому відповідає хвильова функція

$$\psi(x) = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2}}, \text{ де } \alpha^2 = \frac{k}{2\hbar\omega}.$$

Знайти середнє значення координати  $x$  і середню відстань від точки, що відповідає стану рівноваги.

**6.4.25.** Обчислити середні значення кінетичної та потенціальної енергії квантового осцилятора із частотою  $\omega$  в основному стані. Хвильова функція осцилятора в основному стані

$$\psi(x) = A \exp(-\alpha^2 x^2), \text{ де } \alpha^2 = \frac{k}{2\hbar\omega},$$

$$k - \text{постійна у виразі для потенціальної енергії } U = \frac{kx^2}{2}; A = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2}.$$

**6.4.26.** Довести, що хвильова функція  $\Psi(x,t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(p_x x - Wt)}$  є розв'язком рівняння Шредінгера. Чи буде розв'язком функція  $\Psi + \Psi^*$ ?

**6.4.27.** Чи буде розв'язком рівняння Шредінгера функція  $\Psi(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$ ?

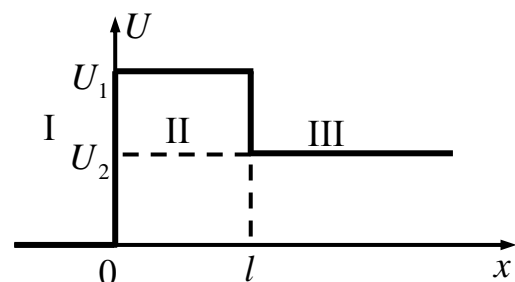
**6.4.28.** Перевірити, чи є хвильові функції  $\Psi_1(x,t) = A e^{-i\omega_1 t} \cos k_1 x$  та  $\Psi_2(x,t) = A e^{-i\omega_2 t} \sin k_2 x$  розв'язками рівняння Шредінгера.

**6.4.29.** Довести, що для вільної частинки функція  $\Psi(x,t) = A \cos\left(kx - \frac{W}{\hbar}t\right) + iA \sin\left(kx - \frac{W}{\hbar}t\right)$ , де  $k = \frac{\sqrt{2mW}}{\hbar}$  є розв'язком рівняння Шредінгера.

**6.4.30.** Хвильові функції частинки  $\Psi_1$  та  $\Psi_2$  є розв'язками рівняння Шредінгера. Довести, що функція  $\Psi = C_1 \Psi_1 + C_2 \Psi_2$  є розв'язком рівняння Шредінгера.  $C_1$ , та  $C_2$  – сталі.

**6.4.31.** Залежність потенціальної енергії частинки від координати  $x$  має вигляд, поданий на рис. 27.

Записати рівняння Шредінгера для областей: а) I:  $x < 0$ ; б) II:  $0 \leq x \leq l$ ; в) III:  $x > l$ .



**6.4.32.** Залежність потенціальної енергії частинки від координати  $x$  має вигляд, представлений на рис. 28.

Записати рівняння Шредінгера для областей: а) I:  $x < 0$ ; б) II:  $0 \leq x \leq l$ ; в) III:  $x > l$ .

**6.4.33.** Записати рівняння Шредінгера для гармонічного осцилятора.

**6.4.34.** Записати рівняння Шредінгера для математичного маятника.

**6.4.35.** Частинка масою  $m$  обертається по колу радіусом  $R$  у вертикальній площині у полі тяжіння Землі. Записати рівняння Шредінгера для такої частини.

**6.4.36.** Електрон з енергією 5 еВ рухається вільно. Записати рівняння Шредінгера для електрона. Знайти хвильові функції, що є його розв'язками.

**6.4.37.** Записати рівняння Шредінгера для частинки, яка рухається під дією квазіпружної сили.

**6.4.38.** Показати, що хвильова функція  $\psi(x) = A \cdot x \cdot \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{mk}}{2\hbar}\right)x^2\right)$

може бути розв'язком рівняння Шредінгера для гармонічного осцилятора, маса якого  $m$  і постійна квазіпружної сили  $k$ .

**6.4.39.** Електрон рухається в електричному полі, створеному позитивно зарядженим іоном, заряд якого становить  $2e$ , а маса –  $3,2 \cdot 10^{-27}$  кг. Записати рівняння Шредінгера для електрона.

**6.4.40.** Електрон знаходиться в електричному полі з періодичним синусоїдальним потенціалом  $\varphi = \varphi_0 \sin(kx)$ . Записати рівняння Шредінгера для електрона.

**6.4.41.** Електрон знаходиться в одновірній прямокутній потенціальній ямі з непроникними стінками. Ширина ями 0,2 нм; енергія електрона в ямі 37,8 еВ. Визначити номер енергетичного рівня і значення хвильового вектора.

**6.4.42.** Частинка в одновірній прямокутній нескінченно глибокій потенціальній ямі знаходиться в основному стані. Яка імовірність знайти частинку: 1) в середній третині ями; 2) в крайній третині ями?

**6.4.43.** Електрон знаходиться в нескінченно глибокій одновірній потенціальній ямі завширшки  $l = 1$  нм у збудженому стані. Визначити міні-

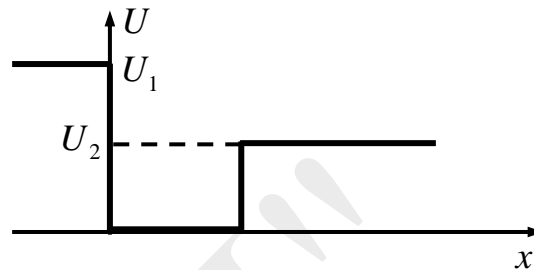


Рисунок 28

мальне значення енергії електрона та імовірність знаходження електрона в інтервалі  $0 < x < \frac{l}{3}$  другого енергетичного рівня.

**6.4.44.** Електрон знаходиться в одновимірній нескінченно глибокій прямокутній потенціальній ямі завширшки  $l$ . Визначити найменшу різницю між двома сусідніми енергетичними рівнями (в електрон-вольтах) електрона у двох випадках: 1)  $l = 10$  см; 2)  $l = 10$  Å.

**6.4.45.** Зробити оцінку різниці між двома сусідніми рівнями енергії з  $n \gg 1$  для електрона, який локалізовано в мікроскопічній ділянці з лінійними розмірами порядку  $l \sim 10^{-10}$  м (атом). Чи істотно квантування енергії електрона в потенціальній ямі атомних розмірів?

**6.4.46.** Визначити різницю між енергетичними рівнями з  $n \gg 1$  для молекули газу, що знаходиться у посудині, якщо прийняти за масу молекули  $10^{-26}$  кг, а лінійний розмір посудини – 10 см. Порівняти одержану оцінку із середньою кінетичною енергією молекули при кімнатній температурі. Чи істотно квантування енергії молекул газу?

**6.4.47.** Електрон знаходиться в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками. Ширина ями така, що енергетичні рівні розташовані вельми густо. Знайти густину рівней  $dN/dW$ , тобто їх число на одиничний інтервал енергії, залежно від  $W$ . Обчислити  $dN/dW$  для енергії електрона  $W = 1$  еВ, якщо  $l = 1$  см.

**6.4.48.** Відома хвильова функція, яка описує стан електрона в потенціальній ямі завширшки  $l$ :  $\psi(x) = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx$ . Використовуючи граничні умови  $\psi(0) = 0$  та  $\psi(l) = 0$ , визначити коефіцієнт  $C_2$  та можливі значення хвильового вектора, для якого існують нетривіальні розв'язки.

**6.4.49.** Частинка знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі. Знайти співвідношення різниці сусідніх енергетичних рівнів до енергії частинки  $\frac{\Delta W}{W_n}$  у трьох випадках: 1)  $n = 3$ ; 2)  $n = 10$ ; 3)  $n \rightarrow \infty$ .

Пояснити одержані результати.

**6.4.50.** Електрон знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі завширшки 5 Å. Визначити найменшу різницю енергетичних рівнів електрона.

**6.4.51.** В одновимірній потенціальній ямі завширшки  $l$  знаходиться електрон. Обчислити імовірність знаходження електрона на першому енергетичному рівні в інтервалі  $l/4$ , який рівновіддалений від стінок ями.

**6.4.52.** Частинка в одновірній прямокутній потенціальній ямі завширшки  $l$  знаходиться в збудженому стані ( $n = 2$ ). Визначити, в яких точках інтервалу ( $0 < x < l$ ) густина імовірності знаходження частинки має максимальне та мінімальне значення.

**6.4.53.** Електрон знаходиться в одновірній прямокутній потенціальній ямі завширшки  $l$ . В яких точках в інтервалі ( $0 < x < l$ ) густина імовірності знаходження електрона на першому та другому енергетичних рівнях однакова? Обчислити значення густини імовірності для цих точок.

**6.4.54.** Частинка в потенціальній ямі завширшки  $l$  знаходиться в щонайнижчому збудженому стані. Визначити імовірність знаходження частинки в інтервалі  $l/4$ , рівновіддаленому від стінок ями.

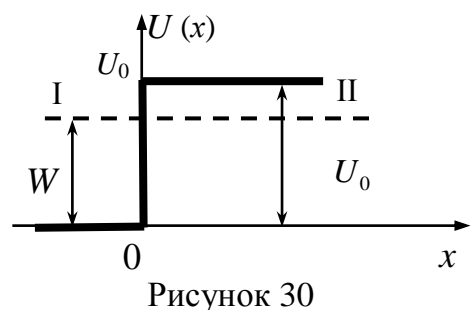
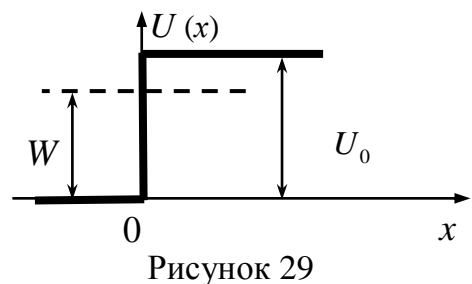
**6.4.55.** Електрон знаходиться в одновірній нескінченно глибокій прямокутній потенціальній ямі шириною  $2 \text{ \AA}$ . Знайти: а) мінімально можливу енергію електрона; б) різницю між мінімально можливим значенням енергії і наступним за величиною можливим значенням енергії; в) довжину хвилі фотона, що відповідає переходу між двома енергетичними рівнями.

**6.4.56.** Частинка масою  $1,0 \cdot 10^{-7} \text{ г}$  знаходиться в потенціальній ямі завширшки  $2 \text{ \AA}$ . Знайти: а) мінімально можливу енергію електрона; б) різницю між мінімально можливим значенням енергії і наступним за величиною можливим значенням енергії; в) довжину хвилі фотона, що відповідає переходу між двома енергетичними рівнями.

**6.4.57.** Електрон з енергією  $6 \text{ eV}$  знаходиться в одновірній нескінченно глибокій прямокутній потенціальній ямі завширшки  $5 \text{ \AA}$ . Знайти найбільш ймовірне положення електрона в ямі та імовірність того, що він знаходиться в середній третині ями.

**6.4.58.** Електрон знаходиться в одновірній нескінченно глибокій прямокутній потенціальній ямі завширшки  $2 \text{ \AA}$ . Знайти: а) мінімальне можливе значення імпульсу електрона; б) невизначеність імпульсу електрона, що знаходиться в середині ями.

**6.4.59.** Знайти значення номера енергетичного рівня  $n$  а) для електрона, який знаходиться в потенціальній ямі завширшки  $5 \text{ \AA}$  і рухається зі швидкістю  $7,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ ; б) для частинки масою  $1 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$ , яка знаходиться в потенціальній



ямі завширшки 1 мм і рухається зі швидкістю 1 мм/с.

**6.4.60.** Математичний маятник здійснює малі коливання. Довжина маятника 10 м, він знаходиться в гравітаційному полі Землі. Знайти енергію нульових коливань.

**6.4.61.** Чому дорівнює частота коливань електрона, якщо енергія нульових коливань становить 15 еВ? Яке наступне припустиме значення енергії для цього електрона?

**6.4.62.** Частинка з енергією  $W$  падає на потенційний бар'єр (див. рис. 29) у вигляді сходинок з енергією  $U_0 > W$ . Скласти рівняння Шредінгера для областей I і II та знайти вираз для хвильової функції в кожній із них.

**6.4.63.** При якій ширині прямокутного потенціального бар'єра коефіцієнт прозорості  $D$  для електронів дорівнює 0,01, коли  $U_0 - W = 10$  еВ?

**6.4.64.** Моноенергетичний потік електронів ( $W = 100$  еВ) падає на низький прямокутний потенціальний бар'єр нескінченної ширини (рис. 30). Визначити висоту потенціального бар'єру  $U_0$ , коли відомо, що 4% падаючих на бар'єр електронів відбивається.

**6.4.65.** Електрон з енергією  $W = 4,9$  еВ рухається в позитивному напрямку осі  $x$  (рис. 31). Висота бар'єра дорівнює 5 еВ. При якій ширині потенціального бар'єра  $l$  імовірність  $D$  проходження електрона крізь нього буде дорівнювати 0,2?

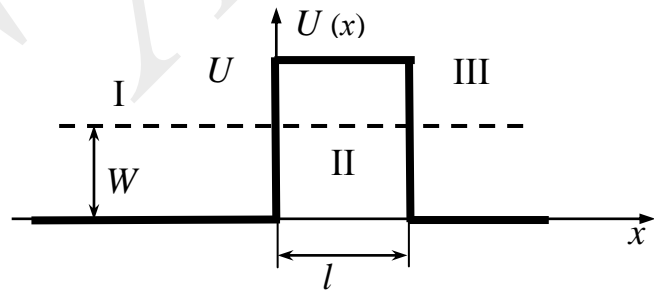


Рисунок 31

**6.4.66.** При якому відношенні висоти потенціального бар'єра  $U$  до енергії  $W$  електрона, який падає на бар'єр, коефіцієнт відбиття  $R = 0,5$ ?

**6.4.67.** Обчислити коефіцієнт проходження  $D$  електрона з енергією  $W = 190$  еВ крізь прямокутний потенціальний бар'єр висотою  $U = 99,75$  еВ.

**6.4.68.** Показати на частковому прикладі низького потенціального бар'єра збереження повного числа частинок, або що густина потоку  $N$  електронів, падаючих на бар'єр, дорівнює сумі густини потоку  $N_R$  електронів, які відбиті від бар'єра та густині потоку  $N_D$  електронів, які пройшли крізь бар'єр.

**6.4.69.** Знайти імовірність проходження електрона крізь прямокутний потенціальний бар'єр при різниці енергій  $U - W = 1$  еВ, якщо ширина бар'єру: 1)  $l = 0,1$  нм, 2)  $l = 0,5$  нм.

**6.4.70.** Ширина  $l$  прямокутного потенціального бар'єра дорівнює  $0,2$  нм. Різниця енергій  $U - W = 1$  еВ. В скільки разів змінюється імовірність проходження електрона крізь бар'єр, коли різниця енергій збільшується в  $n = 10$  разів?

**6.4.71.** Частинка масою  $m$  падає на прямокутний потенціальний бар'єр, причому її енергія  $W < U_0$ , де  $U_0$  — висота потенціального бар'єра. Знайти імовірність проходження електрона та протона з  $W = 0,5$  еВ крізь цей бар'єр, якщо  $U_0 = 10$  еВ та ширина бар'єра  $l = 0,1$  нм.

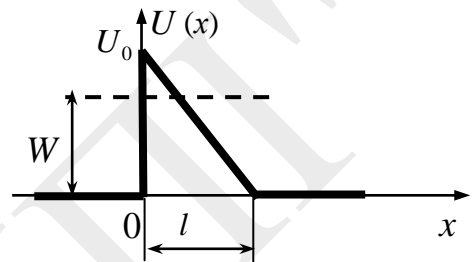


Рисунок 32

**6.4.72.** Знайти імовірність проходження частинкою маси  $m$  з енергією  $W$  крізь потенціальний бар'єр, який показаний на рис. 32.

**6.4.73.** Електрони захоплені поверхнею металевої пластини на глибину  $3 \text{ \AA}$ . Яка імовірність виходу електронів із пластини, якщо потенціальний бар'єр дорівнює  $8$  еВ, а енергія електрона дорівнює: а)  $1$  еВ; б)  $4$  еВ; в)  $7$  еВ?

**6.4.74.**  $\alpha$ -частинка захоплена ядром, радіус якого  $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-15}$  м. Яка імовірність виходу  $\alpha$ -частинки із ядра, якщо її енергія дорівнює: а)  $2$  МеВ; б)  $1$  МеВ. Потенціальний бар'єр на поверхні ядра дорівнює  $4$  МеВ.

**Відповіді на задачі до розділу «Основні уявлення квантової фізики»**

**Відповіді на задачі до розділу «Елементи квантової оптики»**

**6.1.1.**  $W = \sigma T^4 S t = 340 \text{ Дж.}$       **6.1.2.**  $T = \sqrt[4]{\frac{\Phi_e}{S\sigma}} = 815 \text{ К.}$

**6.1.3.**  $\frac{\Phi_{e2}}{\Phi_{e1}} = \left(\frac{\lambda_{1max\phi}}{\lambda_{2max\phi}}\right)^4 = 16.$       **6.1.4.**  $T_2 = T_1 \sqrt[4]{\frac{\Phi_{e2}}{\Phi_{e1}}} = 748 \text{ К.}$

**6.1.5.**  $T = \sqrt[4]{\frac{\Phi_e}{4\pi R^2 \alpha \sigma}} = 1224 \text{ К.}$       **6.1.6.**  $\alpha = \frac{W}{S\sigma T^4 t} = 1,23 \cdot 10^{-3}.$

**6.1.7.**  $M_e^0 = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^4 = 64,16 \text{ МВт/м}^2. \Phi_c = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^4 \cdot 4\pi R^2 = 3,4 \cdot 10^{20} \text{ МВт.}$

$m = \frac{\sigma \cdot b^4 4\pi R^2 t}{c^2 \lambda_m^4} = 1,18 \cdot 10^{17} \text{ кг. } I = \frac{P}{S} = \frac{\Phi_e}{4\pi R^2} = 1,22 \text{ кВт/м}^2.$

**6.1.8.**  $M_e^0 = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^4 = 35,44 \text{ МВт/м}^2.$       **6.1.9.**  $Q = \alpha \sigma T^4 S \Delta\tau = 474 \text{ кДж.}$

**6.1.10.**  $T = \frac{b}{\lambda_{max}} = 6444 \text{ К. } M_e = \sigma T^4 = 97,8 \text{ МВт/м}^2.$

**6.1.11.**  $\Delta\lambda_m = \lambda_{m2} - \lambda_{m1} = b(1/T_2 - 1/T_1) = 0,51 \text{ мкм.}$

**6.1.12.**  $\lambda_{max} = b/T = 0,8 \text{ мкм. } (M_{e\lambda})_{max} = cT^5 = 786 \cdot 10^{10} \text{ Вт/м}^3.$

**6.1.13.**  $T = T_p / \sqrt[4]{\alpha} = 3250 \text{ К.}$       **6.1.14.**  $\alpha = \left(\frac{T_p}{T}\right)^4 = 0,037.$

**6.1.15.**  $v_{max} = \sqrt{\frac{2\left(h\frac{c}{\lambda} - A_g\right)}{m}} = 0,5 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$       **6.1.16.**  $\lambda_{max} = \frac{hc}{A_g + W_k} = 0,26 \text{ мкм.}$

**6.1.17.**  $A_g = h\frac{c}{\lambda} - W_k = 4,2 \text{ еВ. } \lambda_y = \frac{hc}{A_g} = 0,295 \text{ мкм.}$

**6.1.18\*.** 1)  $\mathcal{G}_{max} = \sqrt{\frac{(W_1 - A) \cdot 2}{m_0}} = 1,08 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$

2)  $\mathcal{G}_{max} = c \frac{\sqrt{(2W_0 + W_{2\phi}) W_{2\phi}}}{W_0 + W_{2\phi}} = 2,85 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$       **6.1.19.**

$\frac{A}{W_\phi} = \frac{h\frac{c}{\lambda_0}}{h\frac{c}{\lambda_0} + W_{kmax}} = 0,82.$

$$6.1.20^* \cdot \lambda_{\max} = \frac{hc}{A + e\varphi} = 1,5 \text{ нм}. \quad 6.1.21. h = \frac{e\Delta U_e \lambda_1 \lambda_2}{c(\lambda_2 - \lambda_1)} = 6,61 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

$$6.1.22. A_g = \frac{hc}{\lambda} - eU_e = 2eB. \quad 6.1.23. W_{k \max} = \frac{hc}{\lambda} - A_g = 2,2eB.$$

$$g_{\max} = \sqrt{\frac{2W_k}{m}} = 2,78 \cdot 10^7 \text{ м/с}. \quad 6.1.24. W_\phi = hc/\lambda = 4,4eB. p = h/\lambda = 2,3 \cdot 10^{-27}$$

кг·м/с.

$$6.1.25. \lambda_\phi = h/m_e v_e = 73 \cdot 10^{-12} \text{ м}. \quad 6.1.26. T = \frac{2hc}{\lambda ik} = 9800 \text{ К}.$$

$$6.1.27. \lambda_\phi = \frac{hN_A \sqrt{\pi}}{\sqrt{8RTM}} = 114 \text{ пм}.$$

$$6.1.28. W = \frac{W' m_0 c^2}{m_0 c^2 - 2W' \sin^2 \frac{\theta}{2}} = 1,85 \text{ MeB}. \quad 6.1.29. \lambda = \lambda' - h/m_0 c = 23 \text{ пм}.$$

$$6.1.30. v' = \frac{c}{\lambda + \lambda_c (1 - \cos \theta)} = 2,4 \cdot 10^{19} \text{ Гц}; W_{ke} = h(v - v') = 24,8 \text{ кеВ}.$$

$$6.1.31. \Delta \lambda_{e \max} = \frac{2h}{m_e c} = 4,85 \text{ пм}; \Delta \lambda_{p \max} = \frac{2h}{m_p c} = 2,64 \cdot 10^{-15} \text{ м}.$$

$$6.1.32. W = \frac{hc}{\frac{hc}{W'_\phi} - \lambda_c (1 - \cos \theta)} = 0,46 \text{ MeB}.$$

$$6.1.33. W' = \frac{hc}{\frac{hc}{W} + \lambda_c (1 - \cos \theta)} = 0,22 \text{ MeB}.$$

$$6.1.34. \frac{\Delta \lambda_e}{\Delta \lambda_p} = \frac{m_p}{m_e} = 1836. \quad 6.1.35. W_{ke} = \frac{hc \Delta \lambda}{(\lambda + \Delta \lambda) \lambda} = 0,3 \text{ MeB}.$$

$$6.1.36. W_e = W_\phi - W'_\phi = 0,1 \text{ MeB}. \quad 6.1.37. \frac{W_{ke}}{W_\phi} = \frac{\lambda_c (1 - \cos \theta)}{\lambda + \lambda_c (1 - \cos \theta)} = 0,7.$$

$$6.1.38. W'_\phi = \frac{hc}{\frac{hc}{W_\phi} + \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)} = 0,4 m_0 c^2; W_{ke} = W_\phi - W'_\phi = 0,6 m_0 c^2.$$

$$6.1.39. N = \frac{pSt\lambda}{h(1 + \rho)} = 49 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}; n = \frac{N}{Stc} = 1,63 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$$



- 6.1.40.  $p = \frac{I}{c}(1 + \rho) = 7,5 \text{ мкПа}$ .      6.1.41.  $F = \frac{\Phi_e}{c}(1 + \rho) = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Н}$ ;  
 $n = \frac{\Phi_e \lambda}{hc} = 2 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}$ .      6.1.42.  $p = \frac{hN}{St\lambda}(1 + \rho) = 9,9 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$ .
- 6.1.43.  $\lambda = \frac{hN(1 + \rho)}{pSt} = 662 \text{ нм}$ .
- 6.1.44.  $n = N/St = \lambda p/h(1 + \rho) = 68 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ .
- 6.1.45\*.  $p = \frac{\sigma}{c} \left( \frac{b}{\lambda_m} \right)^4 \left( \frac{R_c}{r} \right)^2 = 4 \text{ мкПа}$ .      6.1.46.  $\frac{W}{t} = \frac{pc4\pi\ell^2}{1 + \rho} = 38 \text{ Вт}$ .
- 6.1.47.  $p = \frac{I}{c}(1 + \rho) = 6 \text{ мкПа}$ .
- 6.1.48.  $p = \frac{I}{c}(1 + \rho - \alpha) = \frac{W}{4\pi R^2 tc}(1 + \rho - \alpha) = 10,4 \text{ мкПа}$ .
- 6.1.49.  $F = \frac{\Phi_e}{c}(1 + \rho) = \frac{\Phi' S_3}{4\pi r^2 c}(1 + \rho) = 10^{-10} \text{ Н}$ .
- 6.1.50.  $I = pc/(1 + \rho) = 600 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ .      6.1.51.  $\rho = \frac{pc}{I} - 1 = 0,25$ .
- 6.2.1.  $v = e^2/2n\epsilon_0 h = 0,73 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ .      6.2.2.  $r_1 = 52,8 \text{ пм}$ ;  $v = 2,19 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ .
- 6.2.3.  $r_2 = nh/2\pi m_e v = 2,12 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ .      6.2.4.  $W_K = 13,6 \text{ эВ}$ ;  $W_{II} = -27,2 \text{ эВ}$ ;  
 $W = -13,6 \text{ эВ}$ .      6.2.5.  $\omega_1 = 4,12 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega_2 = 0,52 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ ;  
 $\nu = 2,47 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$ . 6.2.6. а)  $\lambda = (91 \div 122) \text{ нм}$ ; б)  $\lambda = (365 \div 657) \text{ нм}$ .      6.2.7.  
Лінія належить до серії Брекета;  $\lambda = 2784 \text{ нм}$ .      6.2.8. Серія Лаймана:  
 $\lambda_1 = 121,6 \text{ нм}$ ;  $\lambda_2 = 102,6 \text{ нм}$ ;  $\lambda_3 = 97,3 \text{ нм}$ ; серія Бальмера:  $\lambda_4 = 657 \text{ нм}$ ;  
 $\lambda_5 = 486 \text{ нм}$ ; серія Пашена:  $\lambda_6 = 1875 \text{ нм}$ .      6.2.9.  $U_i = 13,6 \text{ В}$ .      6.2.10.  
 $U_{i\text{He}} = 54,6 \text{ В}$ ;  $U_{i\text{Li}} = 122,8 \text{ В}$ .      6.2.11.  $U_{3\text{BH}} = 10,2 \text{ В}$ ;  $U_{3\text{BLi}} = 91,39 \text{ В}$ . 6.2.12.  
 $W_{\text{min}} = 13,6 \text{ эВ}$ .
- 6.2.13.  $\Delta W_K = 2,56 \text{ эВ}$ .      6.2.14.  $r_1 = 26,5 \text{ пм}$ ;  $v_1 = 4,37 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ .
- 6.2.15.  $97,2 \text{ нм} \leq \lambda \leq 102,6 \text{ нм}$ .      6.2.16.  $T = 1,53 \cdot 10^{-16} \text{ с}$ ;  $\omega = 4 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ .
- 6.2.17.  $\lambda = 30,4 \text{ нм}$ .      6.2.18.  $\lambda_{\text{max}} = 121 \text{ нм}$ ;  $v_{\text{min}} = 1,9 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ .
- 6.2.19.  $\omega = 2,08 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ .      6.2.20. Гелій.      6.2.21.  $W = 0,97 \text{ эВ}$ .
- 6.2.22.  $v = 10^6 \text{ м/с}$ .      6.2.23.  $\lambda_{\text{min}} = 820 \text{ нм}$ ;  $\lambda_{\text{max}} = 1875 \text{ нм}$ .
- 6.2.24.  $W_{\text{max}} = 13,6 \text{ эВ}$ ;  $W_{\text{min}} = 10,2 \text{ эВ}$ . 6.2.25.  $\nu = 0,73 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$ .
- 6.2.26.  $U_1 = 10,2 \text{ эВ}$ .      6.2.27.  $W = 2,55 \text{ эВ}$ . 6.2.28. Переходу з  $n = 3$  на  
 $m = 2$ .      6.2.29. У спектрі водню переходу з  $n = 2$  на  $m = 1$ ; у спектрі ге-

лію переходу з  $n = 4$  на  $m = 2$ ;  $\lambda = 121,5$  нм. **6.2.30.**

$$\Delta W_{n,n+1} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} W_1.$$

**6.2.31.**  $r_n = \sqrt{n\hbar / m\omega}$ ;  $W_n = n\hbar\omega$ , де  $n = 1, 2, \dots$ ;  $\omega = \sqrt{k/m}$ .

**6.2.32.**  $Z = \sqrt{(176/15)\pi c / R \Delta\lambda} = 3$ ;  $\text{Li}^{++}$ . **6.2.33.**

$R' = \frac{88}{15 Z^2 \Delta\lambda} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ . **6.2.34.**  $r_n = \sqrt{n\hbar / m\omega}$ ;  $W_n = n\hbar\omega$ , де  $n = 1, 2, 3,$

$\dots$  **6.3.1.** а)  $v = 1,46 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ ; б)  $v = 7,28 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ . **6.3.2.** а)  $\lambda = 1,23 \text{ нм}$ ;  
б)  $\lambda = 123 \text{ пм}$ .

**6.3.3.**  $\lambda = 12,2 \text{ пм}$ . **6.3.4.**  $\Delta W = 0,45 \text{ кеВ}$ . **6.3.5**  $\lambda = 128 \text{ пм}$ .

**6.3.6.**  $\lambda = 0,33 \text{ нм}$ . **6.3.7.**  $\lambda = 16,7 \text{ пм}$ . **6.3.8**  $\lambda = 0,1 \text{ нм}$ .

**6.3.9.**  $v = 2,1 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ . **6.3.10.**  $d = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ . **6.3.11.**  $d = 0,73 \text{ мм}$ .

**6.3.12.**  $\lambda_H = 2,86 \text{ пм}$ ; б)  $\lambda_U = 0,186 \text{ пм}$ . **6.3.13.**  $\lambda_e / \lambda_{\pi} = 43$ .

**6.3.14.**  $d = 22 \text{ нм}$ . **6.3.16.**  $W_{\min} = 15 \text{ еВ}$ . **6.3.17.**  $W_{\min} = 13,6 \text{ еВ}$ .

**6.3.18.**  $\Delta v_e \geq 1,16 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ ;  $\Delta v_{\alpha} \geq 0,16 \text{ м/с}$ . **6.3.19.**  $\Delta v = 0,116 \text{ м/с}$ .

**6.3.20.**  $\Delta v \geq 10^6 \text{ м/с}$ . **6.3.21.**  $\Delta v / v = 50 \%$ . **6.3.22.**  $\Delta x = 61 \text{ нм}$ .

**6.3.23.**  $\Delta v_e / \Delta v_{\pi} = 1,1 \cdot 10^{18}$ . **6.3.24.**  $v \geq 10^6 \text{ м/с}$ ;  $v_1 = 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ .

**6.3.25.**  $\Delta p / p \geq 8 \cdot 10^{-5}$ . **6.3.26.**  $l \approx 60 \text{ пм}$ . **6.3.27.**  $\Delta W = 66 \text{ неВ}$ .

**6.3.28.**  $\Delta W / W = 3,2 \cdot 10^{-8}$ . **6.3.29.**  $\Delta W = \hbar^2 / (2md^2) = 0,42 \text{ еВ}$ . **6.3.30.**

$\tau = 10 \text{ нс}$ .

**6.3.31.**  $\Delta W_K = 0,028 \text{ еВ}$ . **6.3.32.**  $\Delta v / v = 2 \cdot 10^{-8}$ .

**6.3.33.**  $\lambda_0 = \frac{h}{\sqrt{2m\Delta W / 3}} = 150 \text{ пм}$ . **6.3.34.**  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 W_K [1 + W_K / (2m_0 c^2)]}}$ .

**6.3.36.**  $W_{\min} \sim \hbar^2 / (ma^2)$ . **6.4.1.** Так. **6.4.2.** Ні.

**6.4.3.**  $\Psi(x,t) = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{p^2}{2m}t - px)}$  **6.4.4.**  $\frac{dP}{dx} = |A|^2$ . **6.4.5.**  $p = \hbar k$ ;  $\lambda = 2\pi/k$ .

**6.4.6.**  $\Psi(x,t) = Ae^{-i(\frac{\pi\hbar}{m\lambda^2}t - \frac{2\pi}{\lambda}x)}$ . **6.4.7.**  $\Psi(x,t) = Ae^{-i(1,25 \cdot 10^{20}t - 1,57 \cdot 10^{12}x)}$

**6.4.8.** а) 900; б) 1600; в) 400. **6.4.9.**  $dP = 4\pi r_0^2 |\psi(r_0)|^2 dr$ .

**6.4.10.**  $\psi(l) = C_1 \sin k_1 l = C_2 \sin k_2 l$ . **6.4.11.**  $\sqrt{\frac{2}{l}}$  **6.4.12.**  $\sqrt{\frac{2}{l}}$ .

**6.4.13.**  $p = 0,33$ . **6.4.14.** Так. **6.4.15.**  $C = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a}\right)^{3/2}$ .

$$6.4.16. \frac{dP}{dr} = \frac{4r^2}{a^3} e^{-\frac{2r}{a}}. \quad 6.4.17. r_{0\max} = a. \quad 6.4.18. \langle r \rangle = \frac{3a}{2}.$$

$$6.4.19. p = 1,13 \cdot 10^{-3}. \quad 6.4.20. p_1/p_2 = 0,825. \quad 6.4.22. \text{Так.} \quad 6.4.23. x_{iM} = 0.$$

$$6.4.24. \langle x \rangle = 0; \langle |x| \rangle = \sqrt{\frac{2\hbar}{\pi(k\omega)^{1/2}}}. \quad 6.4.25. \langle W_k \rangle = \frac{\hbar\omega}{2}; \langle W_{\text{пор}} \rangle = \frac{\hbar\omega}{4} \quad 6.4.26.$$

$$\text{Hi. } 6.4.27. \text{Hi. } 6.4.28. \text{Так, так. } 6.4.31. \text{I. } -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = W\psi; \text{II.}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + U_1\psi = W\psi;$$

$$\text{III. } -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + U_2\psi = W\psi. \quad 6.4.32. \text{I. } -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + U_1\psi = W\psi;$$

$$\text{II. } -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = W\psi; \text{III. } -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + U_2\psi = W\psi.$$

$$6.4.33. -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{kx^2}{2}\psi = W\psi. \quad 6.4.34. -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{d\varphi^2} + mgl \sin \varphi \psi = W\psi.$$

$$6.4.35. -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{d\varphi^2} + mgR \sin \varphi \psi = W\psi.$$

$$6.4.36. \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + 131,2 \cdot 10^{18} \psi = 0; \psi(x,t) = A \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \cdot (8 \cdot 10^{-19} t - 12 \cdot 10^{-25} x)\right)$$

$$6.4.37. -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{kx^2}{2}\psi = W\psi. \quad 6.4.39. -\frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta\psi + \frac{Ae}{A\pi\epsilon_0 r} \psi = W\psi.$$

$$6.4.40. -\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{d^2\psi}{dx^2} + e\varphi_0 \sin kx \psi = W\psi. \quad 6.4.41. n = 2; k = 3,14 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}.$$

$$6.4.42. 1) 0,609; 2) 0,195. \quad 6.4.43. W_{\min} = 0,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; p_2 = 0,4.$$

$$6.4.44. \Delta W_1 = 1,1 \cdot 10^{-16} \text{ eВ}; \Delta W_2 = 1,1 \text{ eВ.} \quad 6.4.45. \Delta W_n \approx 10^2 n \text{ eВ}; \text{так.}$$

$$6.4.46. \Delta W_n \approx 10^{-20} n \text{ eВ}, \Delta W_n \ll kT; \text{ні.}$$

$$6.4.47. \frac{dN}{dW} = \left(\frac{l}{\pi\hbar}\right) \sqrt{m/2W}; \quad \frac{dN}{dW} = 0,8 \cdot 10^7 \text{ рівней/eВ}. \quad 6.4.48. C_2 = 0;$$

$$k = \frac{l}{n\hbar}. \quad 6.4.49. 1) 0,78; 2) 0,21; 3) 0 \text{ (при великих значеннях } n \text{ енергетичний}$$

$$\text{спектр стає квазінеперервним). } 6.4.50. 4,48 \text{ eВ. } 6.4.51. 0,475. \quad 6.4.52.$$

$$\text{max - при } x_1 = l/4 \text{ і } x_3 = 3l/4; \text{min - при } x_2 = l/2. \quad 6.4.53.$$

$$x_1 = \frac{l}{3}, \quad x_2 = \frac{2l}{3}, \quad |\psi(x)|^2 = \frac{3}{2l}. \quad \mathbf{6.4.54.} \ 0,091. \quad \mathbf{6.4.55.} \ 0,939 \text{ MeB}; 2,82 \text{ MeB};$$

$$4,4 \cdot 10^{-3} \text{ \AA}.$$

$$\mathbf{6.4.56.} \ 3,42 \cdot 10^{-29} \text{ eB}; 10,3 \text{ eB}. \quad \mathbf{6.4.57.} \ x_{i_{m_1}} = 1,25 \text{ \AA}, \ x_{i_{m_2}} = 3,75 \text{ \AA}; P = 0,195.$$

$$\mathbf{6.4.58.} \ P_{\min} = 33,12 \cdot 10^{-24} \frac{\text{кг} \cdot \text{М}}{\text{с}}; \Delta P = 0,53 \cdot 10^{-24} \frac{\text{кг} \cdot \text{М}}{\text{с}}. \quad \mathbf{6.4.59.} \ \text{a) } n = 5;$$

$$\text{б) } n = 15 \cdot 10^5. \quad \mathbf{6.4.60.} \ W_0 = 1,03 \cdot 10^{-15} \text{ eB}. \quad \mathbf{6.4.61.} \ \omega_0 = 45,54 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}.$$

$$\mathbf{6.4.62.} \ 1) \ \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar} W \psi_1 = 0; \ \psi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}; \ k_1 = \frac{\sqrt{2mW}}{\hbar},$$

$$2) \ \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar} (W - U_0) \psi_2 = 0; \ \psi_2(x) = A_2 e^{ik_2 x}; \ k_2 = \frac{\sqrt{2m(W - U_0)}}{\hbar}.$$

$$\mathbf{6.4.63.} \ l = 1,43 \cdot 10^{-10} \text{ м}. \quad \mathbf{6.4.64.} \ U = \left[ 1 - \left( \frac{1 - \sqrt{R}}{1 + \sqrt{R}} \right)^2 \right] W = 55,6 \text{ eB}, \text{ де } R -$$

$$\text{коефіцієнт відбиття.} \quad \mathbf{6.4.65.} \ l = \frac{\hbar \ln 1/D}{2\sqrt{2m(U - W)}} = 0,495 \text{ нм}.$$

$$\mathbf{6.4.66.} \ \frac{U}{W} = 1 - \left[ \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \right]^2 = 0,971. \quad \mathbf{6.4.67.} \ D = 0,2. \quad \mathbf{6.4.68.} \ N = N_R + N_D.$$

$$\mathbf{6.4.69.} \ D_1 = 0,356, \quad D_2 = 5,9 \cdot 10^{-3}. \quad \mathbf{6.4.70.} \ \text{Зменшується в 85 разів.}$$

$$\mathbf{6.4.71.} \ \text{Для електронів } D = 0,042, \text{ для протонів } D \approx 10^{-51}.$$

$$\mathbf{6.4.72.} \ D = \exp \left[ - \left( 4l \sqrt{2m} / 3\hbar U_0 \right) \cdot (U_0 - W)^{3/2} \right].$$

$$\mathbf{6.4.73.} \ \text{a) } P = 2,96 \cdot 10^{-4}; \ \text{б) } P = 2,16 \cdot 10^{-3}; \ \text{в) } P = 4,6 \cdot 10^{-2}.$$

$$\mathbf{6.4.74.} \ \text{a) } P = 1,76 \cdot 10^{-1}; \ \text{б) } P = 1,19 \cdot 10^{-1}.$$

## РОЗДІЛ VII. ФІЗИКА АТОМІВ І МОЛЕКУЛ

### 7.1 Атом

Потенціальна енергія взаємодії електрона з ядром у воднеподібному атомі

$$U(r) = -\frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (7.1.1.)$$

де  $r$  – відстань між електроном і ядром;  $\epsilon_0$  – електрична стала;  $Z$  - порядковий номер елемента;  $e$  – заряд електрона.

Власне значення енергії  $W_n$  електрона у воднеподібному атомі

$$W_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Zme^4}{8h^2\epsilon_0^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (7.1.2.)$$

де  $m$  – маса електрона;  $h$  – стала Планка. Енергія іонізації атома водню

$$W_i = \frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2}. \quad (7.1.3.)$$

Нормована хвильова функція, що відповідає основному стану електрона в атомі водню:

$$\Psi_1(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}, \quad (7.1.4.)$$

де  $a = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/(me^2)$  - величина, що збігається з першим борівським радіусом.

Імовірність виявлення електрона в атомі водню, що знаходиться в основному стані, в інтервалі від  $r$  до  $r + dr$

$$dP = |\Psi_1|^2 4\pi r^2 dr. \quad (7.1.5.)$$

Середня відстань електрона від ядра

$$\langle r \rangle = \int_0^{\infty} r dP. \quad (7.1.6.)$$

Момент імпульсу (механічний орбітальний момент) електрона

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (7.1.7.)$$

де  $l$  - орбітальне квантове число,  $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$ .

Проекція моменту імпульсу на напрямок  $z$  зовнішнього магнітного поля

$$L_{lz} = \hbar m_l, \quad (7.1.8.)$$

де  $m_l$  - магнітне квантове число,  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ .

Спін (власний механічний момент імпульсу) електрона

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (7.1.9.)$$

де  $s$  - спінове квантове число,  $s = \frac{1}{2}$ .

Проекція спіну на напрямок  $z$  зовнішнього магнітного поля

$$L_{sz} = \hbar m_s, \quad (7.1.10.)$$

де  $m_s$  - магнітне спінове квантове число,  $m_s = \pm \frac{1}{2}$ .

Повний момент імпульсу електрона

$$L_j = \hbar \sqrt{j(j+1)}, \quad (7.1.11.)$$

де  $j$  - внутрішнє квантове число,  $j = l + s, l + s - 1, \dots, |l - s|$ .

Орбітальний магнітний момент електрона

$$p_m = -\mu_B \sqrt{l(l+1)}, \quad (7.1.12.)$$

де  $\mu_B$  - магнетон Бора,  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 0,927 \cdot 10^{-23}$  Дж/Тл.

Проекція орбітального магнітного моменту електрона на напрямок  $z$  зовнішнього магнітного поля

$$p_{mz} = -\mu_B m_l, \quad (7.1.13.)$$

Спіновий магнітний момент електрона

$$p_s = -2\mu_B \sqrt{s(s+1)}. \quad (7.1.14.)$$

Проекція спінового магнітного моменту електрона на напрямок  $z$  зовнішнього магнітного поля

$$p_{sz} = \pm \mu_B. \quad (7.1.15.)$$

Орбітальний механічний момент атома

$$M_L = \hbar \sqrt{L(L+1)}, \quad (7.1.16.)$$

де  $L$  – повне орбітальне квантове число атома. Для атома, що складається з двох електронів,  $L = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2|$ .

Спіновий механічний момент атома

$$M_S = \hbar \sqrt{S(S+1)}, \quad (7.1.17.)$$

де  $S$  - повне спінове квантове число атома. При парному числі  $N$  електронів  $S$  приймає всі значення від  $N\frac{1}{2}$  до 0. При непарному числі електронів  $S$  приймає всі півцілі значення від  $N\frac{1}{2}$  до  $\frac{1}{2}$ . Повний механічний момент атома

$$M_J = \hbar \sqrt{J(J+1)}, \quad (7.1.18.)$$

де  $J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|$  - повне внутрішнє квантове число атома.

Магнітний момент атома

$$\mu_J = -g\mu_B \sqrt{J(J+1)}, \quad (7.1.19.)$$

де  $g$  - множник (фактор) Ланде для атома,

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (7.1.20.)$$

Спектральні позначення термів:  $^{2S+1}(L)_J, 2S + 1$  - мультиплетність;  $(L)$  позначається залежно від квантового числа  $L$ :

$L$	1	2	3	4	5
$(L)$	$S$	$P$	$D$	$F$	$G$

### Задачі до розділу «Атом»

**7.1.1.** Якими квантовими числами визначається стан електрона у центральному полі атома? Який фізичний сенс цих чисел і які значення вони можуть приймати?

**7.1.2.** Скільки електронів в атомі можуть мати однакові квантові числа: а)  $n, l, m, m_s$ ; б)  $n, l, m$ ; в)  $n, l$ ; г)  $n$ .

**7.1.3.** Записати квантові числа, що визначають зовнішній (валентний) електрон в основному стані атома натрію.

**7.1.4.** Використовуючи принцип Паулі, визначити, яка максимальна кількість  $s$ -,  $p$ -, і  $d$ -електронів може знаходитися в електронних оболонках атома: 1)  $K$ ; 2)  $L$ ; 3)  $M$ .

**7.1.5.** Використовуючи періодичну систему елементів Д.І. Менделєєва, записати символічно електронну конфігурацію атомів: 1) вуглецю; 2) кремнію.

**7.1.6.** У заповненій оболонці, що характеризується квантовим числом  $n = 3$ , указати кількість електронів, які мають такі однакові квантові числа: 1)  $m_s = +\frac{1}{2}$ ; 2)  $m = -2$ ; 3)  $m_s = -\frac{1}{2}$  і  $m = 0$ ; 4)  $m_s = +\frac{1}{2}$  і  $l = 2$ .

**7.1.7.** Визначити елемент періодичної системи Д. І. Менделєєва, якщо в його атомі в основному стані заповнені  $K$ -,  $L$ -,  $M$ - оболонки та  $4s$ -,  $4p$ -,  $4d$ -підоболонки.

**7.1.8.** Знайти радіальну густину імовірності  $dP(r)/dr$  виявлення електрона на відстані  $r$  від ядра атома водню в основному стані.

**7.1.9.** Електрон в атомі водню описується в основному стані хвильовою функцією  $\psi(r) = Ce^{-r/a}$ . Визначити відношення ймовірностей  $\Delta P_1/\Delta P_2$  перебування електрона у сферичних шарах завтовшки  $\Delta r = 0,01a$  та радіусами  $r_1 = 0,5a$  і  $r_2 = 1,5a$

**7.1.10.** Визначити можливі значення орбітального моменту імпульсу  $L$  електрона у збудженому атомі водню, якщо енергія збудження  $W = 12,09$  еВ.

**7.1.11.** Визначити можливі значення проекції моменту імпульсу  $L_z$  орбітального руху електрона в атомі на напрямок  $z$  зовнішнього магнітного поля, якщо електрон знаходиться в  $d$  стані.

**7.1.12.** Атом водню, що поглинув квант світла з енергією  $W = 10,2$  еВ, з основного стану перейшов до збудженого  $p$ -стану. Визначити зміну моменту імпульсу  $\Delta L$  орбітального руху електрона.

**7.1.13.** Електрон у збудженому атомі водню знаходиться у  $3p$ -стані. Визначити зміну магнітного моменту електрона  $\Delta p_m$ , що обумовлений орбітальним рухом електрона, при переході атома в основний стан.

**7.1.14.** Використовуючи векторну модель атома, обчислити найменший кут  $\alpha_{\min}$ , який може створювати вектор  $L$  орбітального моменту ім-



пульсу електрона в атомі з напрямком зовнішнього магнітного поля. Електрон в атомі знаходиться в  $d$ -стані.

**7.1.15.** Обчислити повну енергію  $W$ , орбітальний момент імпульсу  $L$  і магнітний момент  $p_m$  електрона атома водню, що знаходиться у  $2p$ -стані.

**7.1.16.** Електрон в атомі знаходиться у  $f$ -стані. Знайти (в одиницях  $\hbar$ ) орбітальний момент імпульсу  $L$  електрона і максимальне значення проекції цього моменту  $L_{z \max}$  на напрямок зовнішнього магнітного поля.

**7.1.17.** Момент імпульсу електрона в атомі водню  $L_2 = 1,83 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. Визначити магнітний момент  $p_m$  що обумовлений орбітальним рухом електрона.

**7.1.18.** Електрон в атомі водню знаходиться у  $p$ -стані. Визначити можливі значення квантового числа  $j$  й можливі значення (в одиницях  $\hbar$ ) повного моменту імпульсу  $L_j$  електрона.

**7.1.19.** У збудженому стані атома гелію один із електронів знаходиться у  $p$ -стані, другий - у  $d$ -стані. Знайти можливі значення (в одиницях  $\hbar$ ) повного квантового числа  $L$  й відповідного йому моменту імпульсу  $M_L$ .

**7.1.20.** Атом знаходиться у стані, мультиплетність якого дорівнює трьом, а повний механічний момент  $M_j = \sqrt{20}\hbar$ . Яким може бути відповідне квантове число  $L$ ?

**7.1.21.** Знайти максимально можливе значення повного механічного моменту  $M_j$  (в одиницях  $\hbar$ ) і відповідне спектральне позначення терма атома натрію, валентний електрон якого має головне квантове число  $n = 4$ .

**7.1.22.** Які квантові числа  $J$  може мати атом у стані з квантовими числами  $S$  і  $L$ , що дорівнюють відповідно: 1) 2 і 3; 2) 3 і 3; 3)  $2\frac{1}{2}$  і 2?

**7.1.23.** Записати символ терма, що відповідає стану, в якому повний механічний момент атома  $M_j = \sqrt{2}\hbar$ ; магнітний момент  $p_j = 0$ ; а спінове квантове число  $S = 2$ .

**7.1.24.** Відомо, що у  $F$ -стані атома число можливих значень квантового числа  $J$  дорівнює 5. Визначити спіновий механічний момент  $M_s$  атома у цьому стані.

**7.1.25.** У збудженому атомі водню електрон перебуває у стані, орбітальне квантове число якого  $l = 1$ . Указати можливі стани цього атома водню в позначеннях спектральних термів та встановити для цього атома можливі значення внутрішнього квантового числа  $j$ .

**7.1.26.** Обчислити у магнетонах Бора магнітний момент  $p_J$  атома у станах 1)  $^1F$ ; 2)  $^2D_{3/2}$ ; 3) у стані з квантовими числами  $S = 1$ ,  $L = 2$  і фактором Ланде  $g = 4/3$ .

## 7.2 Молекула

Механічний момент імпульсу двоатомної молекули

$$M = \hbar \sqrt{j(j+1)}, \quad (7.2.1.)$$

де  $j$  - оберतालне квантове число молекули,  $j = 0, 1, 2, \dots$

Обертальна енергія двоатомної молекули

$$W_r = \frac{\hbar^2}{2I} j(j+1), \quad (7.2.2.)$$

де  $I$  - момент інерції молекули відносно осі, що проходить через її центр інерції.

Момент інерції двоатомної молекули

$$I = \mu r_0^2, \quad (7.2.3.)$$

де  $r_0$  - середня відстань між ядрами молекули;  $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  - зведена маса молекули ( $m_1$  і  $m_2$  - маси атомів).

Коливальна енергія двоатомної молекули

$$W_v = (v + \frac{1}{2}) \hbar \omega_0, \quad (7.2.4.)$$

де  $v$  - коливальне квантове число молекули,  $v = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\omega_0$  - власна частота малих коливань атомів у молекулі,  $\omega_0 = \sqrt{k/\mu}$ ,  $k$  - коефіцієнт пружності (жорсткість) молекули,  $\mu$  - її зведена маса.

### Задачі до розділу «Молекула»

**7.2.1.** Відстань між ядрами у молекулі  $\text{HCl}$   $r_0 = 129$  пм. Визначити момент інерції  $I$  молекули і кутову швидкість обертання  $\omega$  молекули, що знаходиться на першому збудженому обертовому рівні.

**7.2.2.** Момент інерції двоатомної молекули  $I$ . Визначити кутову швидкість обертання  $\omega$  молекули у стані з обертовим квантовим числом  $j$ .

**7.2.3.** Оцінити момент інерції молекулі  $\text{HC1}$ , якщо спектральні лінії її обертальної смуги описуються формулою  $\omega = \omega_1 (j + 1)$ , де  $j = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\omega_1 = 3,9 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ .

**7.2.4.** Показати, що інтервали частот  $\Delta\omega$  між сусідніми спектральними лініями чисто обертального спектра двоатомної молекули мають однакову величину.

**7.2.5.** Обчислити момент імпульсу  $M$  молекули  $\text{HC1}$  та її обертальну енергію  $W_r$  для обертального квантового числа  $j = 3$ , якщо момент інерції молекули  $I = 2,7 \cdot 10^{-47} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

**7.2.6.** Визначити для молекули  $\text{HC1}$  обертальні квантові числа двох сусідніх рівнів, різниця енергій яких  $\Delta W = 7,86 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$ . Відстань між ядрами атомів  $r_0 = 127,5 \text{ пм}$ .

**7.2.7.** В основному електронному стані молекули  $\text{CO}$  власна частота коливань  $\omega_0 = 4,09 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$ , а перший потенціал збудження її електронної оболонки  $U_1 = 6,0 \text{ В}$ . Знайти кількість коливальних рівнів  $N$ , що містяться між основним і першим збудженим електронними рівнями.

**7.2.8.** Визначити температуру  $T$ , за якої середня кінетична енергія  $\langle W_k \rangle$  поступового руху молекул дорівнює енергії  $W_k$ , що необхідна для збудження молекул  $\text{Cl}_2$  із основного стану на перший коливальний рівень ( $\nu = 1$ ). Частота коливань молекул  $\text{Cl}_2$   $\omega = 1,06 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$ .

**7.2.9.** Розріджені пари ртуті, атоми якої практично всі знаходяться в основному стані, освітили резонансною лінією ртутної лампи з довжиною хвилі  $\lambda = 253,65 \text{ нм}$ . Потужність випромінювання цієї лінії парами ртуті  $P = 35 \text{ мВт}$ . Знайти кількість атомів  $N$  у стані резонансного збудження, середній час життя якого  $\tau = 0,15 \text{ мкс}$ .

**7.2.10.\*** Використовуючи хвильову функцію, що описує основний стан атома водню, визначити імовірність  $P$  перебування електрона в атомі у середині сфери радіуса  $r = 0,1a$  ( $a$  – радіус першої борівської орбіти).

**7.2.11.\*** Використовуючи нормовану власну хвильову функцію, що описує основний стан електрона в атомі водню, знайти середню відстань  $\langle r \rangle$  електрона від ядра.

**7.2.12.\*** Атом водню знаходиться в основному стані. Власна хвильова функція, що описує стан електрона в атомі, має вигляд  $\Psi(r) = C e^{-r/a}$ , де  $C$  – деяка стала. Знайти із умови нормування сталу  $C$ .

**7.2.13.\*** Оцінити, скільки ліній вмістить чисто обертальний спектр молекул  $\text{Br}_2$ , власна частота коливань якого  $\omega = 6,08 \cdot 10^{13} \text{ c}^{-1}$ , а момент інерції  $I = 3,46 \cdot 10^{-45} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

ННТУ "ХІІІ"

**Відповіді на задачі до розділу «Фізика атомів і молекул»**

**7.1.2** а) один електрон; б) два електрони; в)  $2(2l + 1)$ ; г)  $\sum_{l=0}^{m-1} 2(2l + 1) = 2n^2$ .

**7.1.3.**  $n = 3$ ;  $l = 0, 1, 2$ ;  $m = 0, \pm 1, \pm 2$ ;  $m_s = \pm 1/2$ . **7.1.4.** 1) 2  $s$ -електрони; 2) 2  $s$ - і 6  $p$ - електронів; 3) 2  $s$ -; 6  $p$ - і 10  $d$ - електронів. **7.1.5.** 1)  $1s^2 2s^2 2p^2$ ; 2)  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$ . **7.1.6.:** 1) 9; 2) 2; 3) 3; 4) 5. **7.1.7.** Паладій.

**7.1.8.**  $dP(r)/dr = \frac{4}{a^3} r^2 \exp\left(-\frac{2r}{a}\right)$ . **7.1.9.**  $\Delta P_1/\Delta P_2 = 0,82$ . **7.1.10.**  $L_1 = 0$ ;

$L_2 = 1,49 \cdot 10^{-34}$  Дж·с;  $L_3 = 2,58 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. **7.1.11.**  $L_{z1} = 0$ ;

$L_{z2} = +1,055 \cdot 10^{-34}$  Дж·с;  $L_{z3} = -1,055 \cdot 10^{-34}$  Дж·с;  $L_{z4} = +2,11 \cdot 10^{-34}$  Дж·с;

$L_{z5} = -2,11 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. **7.1.12.**  $\Delta L = 1,49 \cdot 10^{-34}$  Дж·с.

**7.1.13**  $\Delta p_m = -1,31 \cdot 10^{-23}$  Дж/Тл. **7.1.14.**  $\alpha_{\min} = 35^\circ 45'$ .

**7.1.15.**  $W = -3,4$  еВ;  $L = 1,49 \cdot 10^{-34}$  Дж·с;  $p_m = -1,31 \cdot 10^{-23}$  Дж/Тл.

**7.1.16.**  $L = 3,46 \hbar$ ,  $L_{z \max} = 3 \hbar$ . **7.1.17.**  $p_m = -1,61 \cdot 10^{-23}$  Дж/Тл.

**7.1.18.**  $j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ ;  $M_J = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar, \frac{\sqrt{15}}{2} \hbar$ . **7.1.19.**  $L = 1, 2, 3$ ;

$M_L = \sqrt{2} \hbar, \sqrt{6} \hbar, \sqrt{12} \hbar$ . **7.1.20.**  $L = 3, 4, 5$ . **7.1.21.**  $M_J = \frac{\sqrt{63}}{2} \hbar; {}^2F_{1/2}$ .

**7.1.22.** 1)  $J = 1, 2, 3, 4, 5$ ; 2)  $J = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ; 3)  $J = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2, 9/2$ .

**7.1.23.**  ${}^5F_1$ . **7.1.24.**  $M_S = \sqrt{6} \hbar$ . **7.1.25.**  ${}^2P_{1/2}$  і  ${}^2P_{3/2}$ ;  $j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ .

**7.1.26.** 1)  $p_J = -\sqrt{12} \mu_B$ ; 2)  $p_J = -\frac{2}{5}\sqrt{15} \mu_B$ ; 3)  $p_J = -\frac{4}{3}\sqrt{12} \mu_B$ .

**7.2.1.**  $I = 2,7 \cdot 10^{-47}$  кг·м<sup>2</sup>;  $\omega = 5,7 \cdot 10^{12}$  с<sup>-1</sup>. **7.2.2.**  $\omega = \frac{\hbar}{I} \sqrt{j(j+1)}$ .

**7.2.3.**  $I \sim 10^{-47}$  кг·м<sup>2</sup>. **7.2.4.**  $\Delta\omega = \frac{\hbar}{I}(j+1)$ , де  $I$  - момент інерції молекули,

$j = 0, 1, 2, \dots$  - обертальне квантове число. **7.2.5.**  $M = 3,64 \cdot 10^{-34}$  Дж·с;

$W_r = 15,3$  меВ. **7.2.6.**  $j_1 = 2, j_2 = 3$ . **7.2.7.**  $N = 22$ . **7.2.8.**  $T = 537$  К.

**7.2.9.**  $N = \lambda \pi P / 2 \pi c \hbar = 7 \cdot 10^9$ . **7.2.10.\***  $P = \frac{4}{a^3} \int_0^{0,1a} e^{-2r/a} r^2 dr = 1,13 \cdot 10^{-3}$ .

**7.2.11.\***  $\langle r \rangle = 3a/2$ , де  $a$  - радіус першої борівської орбіти.

**7.2.12.\***  $C = 1/\sqrt{\pi a^3}$ . **7.2.13.\*:**  $N = \sqrt{2I\omega/\hbar} = 63$ .

## РОЗДІЛ VIII. ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ КОНДЕНСОВАНИХ СТАНІВ

### 8.1. Кристали

По мірі накопичення результатів експериментальних досліджень властивостей кристалів постала необхідність розробки теоретичних засад у цій галузі на підґрунті квантової теорії. Ідея квантування у фізиці твердого тіла була застосована А. Ейнштейном для пояснення температурної залежності теплоємності кристалів. В подальшому П.Д. Дебай розробив більш досконалу модель зв'язаних гармонічних осциляторів, яка давала теоретичні результати, узгоджені з експериментальними результатами у всьому температурному діапазоні.

Згідно до уявлень про корпускулярно-хвильовий дуалізм матерії звукової (тепловій) хвилі, яка може поширюватись у кристалі, відповідає квазічастинка – фонон.

Енергія  $\varepsilon$  фонона:

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega = \hbar v / \lambda, \quad (8.1.1)$$

де  $\nu$  – частота пружних коливань атомів у кристалічній решітці;  $\omega$  – циклічна частота пружних коливань атомів у кристалічній решітці;  $v$  – швидкість поширення фонона;  $\lambda$  – довжина хвилі;  $h$  – стала Планка;  $\hbar$  – стала Дірака (приведена стала Планка).

Квазіімпульс  $p$  фонона:

$$p = \hbar k = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \frac{h}{\lambda}, \quad (8.1.2)$$

де  $k$  – хвильове число;  $\lambda$  – довжина хвилі;  $h$  – стала Планка;  $\hbar$  – стала Дірака.

Температура Дебая  $T_D$ :

$$T_D = h\nu_{\max} / k = \hbar\omega_{\max} / k, \quad (8.1.3)$$

де  $\nu_{\max}$  – максимальна частота пружних коливань атомів у кристалічній решітці;  $\omega_{\max}$  – максимальна циклічна частота пружних коливань атомів у кристалічній решітці;  $h$  – стала Планка;  $\hbar$  – стала Планка;  $k$  – стала Больцмана.

Мінімальна довжина хвилі  $\lambda_{\min}$  пружних коливань атомів кристала:

$$\lambda_{\min} = 2d, \quad (8.1.4)$$

де  $d$  – стала решітки кристала.

Максимальна довжина хвилі  $\lambda_{\max}$  пружних коливань атомів кристала:

$$\lambda_{\max} = 2L, \quad (8.1.5)$$

де  $L$  – характерний лінійний розмір кристала.

Параметр  $a$  кубічної клітинки:

$$a = \sqrt[3]{nM/(r\rho N_A)}, \quad (8.1.6)$$

де  $n$  – число однакових атомів, які приходяться на одну елементарну клітинку;  $M$  – молярна маса речовини;  $r$  – число однакових атомів у хімічній формулі сполуки;  $\rho$  – густина речовини;  $N_A$  – число Авогадро.

Відстань  $d$  між двома атомами (стала решітки) у кубічній решітці:

- гранецентрованої  $d = a/\sqrt{2}$ ;
- об'ємноцентрованої  $d = a\sqrt{3}/2$ .

Модуль Юнга кристала:

$$E = \rho v_{\parallel}^2, \quad (8.1.7)$$

• модуль зсуву:

$$G = \rho v_{\perp}^2, \quad (8.1.8)$$

де  $\rho$  – густина речовини;  $v_{\parallel}$  – швидкість поширення поздовжніх звукових хвиль у кристалі;  $v_{\perp}$  – швидкість поширення поперечних звукових хвиль у кристалі.

*Закон Дюлонга і Пті:* молярна теплоємність  $C_V$  хімічно простих твердих тіл при сталому об'ємі дорівнює:

$$C_V = 3R, \quad (8.1.9)$$

де  $R$  – універсальна газова стала.

*Закон Неймана–Коппа:* молярна теплоємність  $C_V$  хімічно складних (утворених різними атомами) твердих тіл при сталому об'ємі дорівнює:

$$C_V = 3RN, \quad (8.1.10)$$

де  $R$  – універсальна газова стала;  $N$  – загальне число атомів у хімічній формулі сполуки.

Середнє значення енергії  $\langle \varepsilon \rangle$  квантового осцилятора за теорією Планка визначається формулою

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\hbar \omega}{2} + \frac{\hbar \omega}{\exp[\hbar \omega / (kT)] - 1}, \quad (8.1.11)$$

де  $\omega$  – циклічна частота пружних коливань атомів у кристалічній решітці;  $\hbar$  – стала Планка;  $k$  – стала Больцмана;  $T$  – термодинамічна температура.

Для системи осциляторів середнє число  $\langle n \rangle$  осциляторів з циклічною частотою  $\omega$ , які збуджені у кристалічній решітці при температурі  $T$ , визначається за розподілом Планка:

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}, \quad (8.1.12)$$

де  $\hbar$  – стала Планка;  $k$  – стала Больцмана;  $T$  – термодинамічна температура.

Молярна теплоємність кристала за теорією Дебая:

$$C_V = 9R \left( \frac{T}{T_D} \right)^3 \int_0^{x_D} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx, \quad (8.1.13)$$

де  $T_D$  – температура Дебая;  $T$  – термодинамічна температура;  $x = \frac{\hbar \omega}{kT}$ ;

$x_D = \frac{T_D}{T}$ ;  $R$  – універсальна газова стала;  $\hbar$  – стала Планка;  $\omega$  – циклічна частота пружних коливань атомів у кристалічній решітці;  $k$  – стала Больцмана.

*Закон  $T^3$  Дебая:* якщо температура кристала  $T \ll T_D$  ( $T_D$  – температура Дебая), то молярна теплоємність при сталому об'ємі кристала:

$$C_V = \frac{12\pi^4}{5} R \left( \frac{T}{T_D} \right)^3. \quad (8.1.14)$$

Усереднена швидкість поширення звукових хвиль у кристалі визначається із співвідношення



$$\frac{1}{v} = \sqrt{\frac{2}{v_{\perp}^2} + \frac{1}{v_{\parallel}^2}}, \quad (8.1.15)$$

де  $v_{\parallel}$  – швидкість поширення поздовжніх звукових хвиль у кристалі;  
 $v_{\perp}$  – швидкість поширення поперечних звукових хвиль у кристалі.

Коефіцієнт теплопровідності  $\kappa$  кристала:

$$\kappa = c_v \rho v \langle l \rangle / 3, \quad (8.1.16)$$

де  $c_v$  – питома теплоємність кристала при сталому об'ємі;  $v$  – усереднена швидкість поширення фононів;  $\langle l \rangle$  – середня довжина вільного пробігу фононів;  $\rho$  – густина речовини.

### **Задачі до розділу «Кристали»**

**8.1.1.** У чому полягає фізичний сенс температури Дебая?

**8.1.2.** Визначити мінімальну довжину хвилі  $\lambda_{\min}$  пружних коливань кристала свинцю, якщо температура Дебая свинцю  $T_D = 105$  К. Швидкість поширення звуку  $v = 2600$  м/с.

**8.1.3.** Визначити швидкість  $v$  поширення акустичних коливань у кристалі алюмінію, якщо температура Дебая алюмінію  $T_D = 428$  К, а стала його решітки  $d = 0,409$  нм.

**8.1.4.** Оцінити максимальне значення енергії  $\varepsilon_{\max}$  фонона у міді, якщо температура Дебая міді  $T_D = 343$  К.

**8.1.5.** Визначити температуру Дебая  $T_D$  кристала селена, якщо максимальна частота пружних коливань його кристалічної решітки дорівнює  $\nu_{\max} = 1,88 \cdot 10^{12}$  Гц.

**8.1.6.** Для міді модуль Юнга  $E = 123$  ГПа, модуль зсуву  $G = 45,5$  ГПа, густина  $\rho = 8960$  кг/м<sup>3</sup>. Визначити усереднену швидкість  $v$  поширення звукових хвиль.

**8.1.7.** Користуючись класичною теорією теплоємності, визначити питому теплоємність  $c_v$  кристала кам'яної солі NaCl. Відносні атомні маси:  $A_{Na} = 23$ ,  $A_{Cl} = 35,5$ .

**8.1.8.** Визначити величину квазіімпульсу  $p$  фонона, що відповідає частоті  $\nu = 0,5 \nu_{\max}$ , де  $\nu_{\max}$  – максимальна частота пружних коливань ато-

мів кристала. Швидкість звуку в кристалі  $v = 1380$  м/с, температура Дебая  $T_D = 100$  К.

**8.1.9.** Записати вираз для дозволених значень енергії квантового гармонічного осцилятора із власною частотою  $\omega$ . Нарисувати схему рівнів енергії цього осцилятора.

**8.1.10\***. Визначити відношення середньої енергії  $\langle \varepsilon \rangle$  лінійного квантового осцилятора до середньої енергії  $\langle W_0 \rangle$  лінійного класичного осцилятора при температурі Дебая  $T_D$ .

**8.1.11.** При деякій температурі теплоємність одного моля кварцу ( $\text{SiO}_2$ )  $C_V = 44$  Дж/(моль·К), густина  $\rho = 2,65 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, швидкість звуку  $v = 5 \cdot 10^3$  м/с, середня довжина середнього пробігу фононів  $\langle l \rangle = 4$  нм. Обчислити коефіцієнт теплопровідності  $\kappa$  кварцу при цій температурі.

**8.1.12\***. Визначити кількість теплоти  $Q$ , яка необхідна для нагрівання кристала NaCl масою  $m = 20$  г на  $\Delta T = 2$  К, якщо нагрівання відбувається від температури  $T = 2$  К. Температуру Дебая кристала прийняти  $T_D = 320$  К. Відносні атомні маси:  $A_{\text{Na}} = 23$ ,  $A_{\text{Cl}} = 35,5$ .

**8.1.13.** Визначити максимальні значення енергії  $\varepsilon_{\text{max}}$  та квазіімпульсу  $p_{\text{max}}$  фононів у кристалі алюмінію, якщо температура Дебая алюмінію  $T_D = 428$  К. Стала решітки алюмінію  $d = 0,409$  нм.

**8.1.14.** Визначити швидкість  $v$  звуку у кристалі свинцю, якщо його температура Дебая  $T_D = 105$  К, а стала решітки  $d = 0,6$  нм.

**8.1.15\***. Відносна атомна маса кальцію  $A = 40,1$ , густина  $\rho = 1550$  кг/м<sup>3</sup>. Виходячи із цих даних, визначити максимальне значення  $p_{\text{max}}$  квазіімпульсу фонона у кристалі. Решітка кальцію гранецентрована кубічної сингонії.

**8.1.16.** Стала решітки одномірного кристала (кристала, атоми якого утворюють ланцюги, що не взаємодіють один з одним) дорівнює  $d = 0,3$  нм. Визначити максимальну енергію  $\varepsilon_{\text{max}}$  фононів, які поширюються впродовж цього ланцюжка атомів. Усереднена швидкість звуку в кристалі  $v = 5$  км/с.

**8.1.17\***. Визначити відношення середньої довжини  $\langle l \rangle$  вільного пробігу фонона до сталої  $d$  кристалічної решітки при кімнатній температурі в

кристалі NaCl, якщо коефіцієнт теплопровідності при тій же температурі дорівнює  $\kappa = 71 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ . Питому теплоємність кристала визначити в класичному наближенні. Відносні атомні маси:  $A_{\text{Na}} = 23$ ,  $A_{\text{Cl}} = 35,5$ , густина кристалу  $\rho = 2,17 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ , усереднена швидкість звука в кристалі  $v = 5 \text{ км}/\text{с}$ . Решітка кристала NaCl проста кубічної сингонії.

**8.1.18.** Пояснити малу питому теплоємність електронного газу в металах.

**8.1.19.** Оцінити середню довжину  $\langle l \rangle$  вільного пробігу фононів у кристалі срібла при температурі  $T = 1200 \text{ К}$ , якщо його коефіцієнт теплопровідності  $\kappa = 418 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ , а усереднена швидкість поширення звуку при цій температурі  $v = 3,7 \cdot 10^3 \text{ м}/\text{с}$ . Питому теплоємність срібла визначити у класичному наближенні. Відносна атомна маса срібла  $A = 107,9$ . Густина срібла  $\rho = 10,5 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

**8.1.20.** Визначити кількість теплоти  $Q$ , яка необхідна для нагрівання кристала NaCl масою  $m = 20 \text{ г}$  на  $\Delta T = 2 \text{ К}$ , якщо нагрівання має місце від температури  $T = T_D$ , де  $T_D$  – температура Дебая кристала.

**8.1.21\*.** Визначити найбільшу циклічну частоту  $\omega_{\text{max}}$  власних коливань кристалічної решітки заліза, якщо при температурі  $T = 20 \text{ К}$  його питома теплоємність  $c_V = 36 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ . Відносна атомна маса заліза  $A = 55,85$ .

**8.1.22.** Визначити, як зміниться температура Дебая  $T_D$  при збільшенні маси всіх атомів кристала на 10 % (ізотопічний ефект). Пружні сталі решітки вважати незмінними.

**8.1.23.** Показати, що поблизу абсолютного нуля температур коефіцієнт теплопровідності  $\kappa$  ідеального кристалу змінюється пропорційно  $T^3$  ( $T$  – температура).

**8.1.24\*.** Обчислити кількість  $\langle n_{\text{max}} \rangle$  фононів максимальної циклічної частоти  $\omega_{\text{max}}$ , яка збуджується в середньому при температурі  $T = 400 \text{ К}$  в кристалі гадолінію, температура Дебая якого  $T_D = 200 \text{ К}$ .

**8.1.25\*.** Для срібла температура Дебая  $T_D = 225 \text{ К}$ . Визначити середнє число фононів  $\langle n_{\text{max}} \rangle$  з максимальною енергією  $\epsilon_{\text{max}}$  при температурі  $T = 300 \text{ К}$ .

## 8.2. Елементи зонної теорії твердих тіл. Елементи квантової статистики. Електропровідність речовини. Квантова теорія металів. Надпровідність

В квантовій теорії електропровідності металів враховується, що насправді електрони, які утворюють в металах електронний газ, мають властивості, відмінні від властивостей молекул ідеального газу. Електрони мають хвильові властивості і їхній рух описується хвильовим рівнянням Шредінгера. Наслідком цього є факт, що енергія та інші характеристики руху електрона у твердому тілі стають квантованими: вони можуть мати лише строго визначені значення. Кожне таке значення відповідає визначеному квантовому стану електрона у твердому тілі. Тому і закони статистичного розподілу цих частинок виявляються різними: звичайний газ підкоряється статистиці Максвелла–Больцмана, електронний газ – статистиці Фермі–Дірака. Розрахунок електропровідності металів, який базується на квантовій статистиці Фермі–Дірака, був виконаний А. Зоммерфельдом.

У 1911 році Х. Камерлінг-Оннес відкрив явище надпровідності: електричний опір чистих металів, сплавів та деяких хімічних сполук при деякій температурі (температура для кожної речовини має своє значення) стає рівним нулю. Надпровідність може бути зруйнована магнітним полем. Перехід речовини у надпровідний стан є фазовим переходом другого роду, який супроводжується стрибкоподібною зміною теплоємності. Надпровідність є суто квантовим явищем. Теорія надпровідності була розроблена Дж. Бардінім, Л. Купером і Дж. Шриффером.

Якщо розглядати валентний електрон в атомі як частинку у прямокутній ямі, то коефіцієнт  $D$  прозорості для потенціального бар'єра:

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m_e W_i}\right), \quad (8.2.1)$$

де  $D_0 \approx 1$  – коефіцієнт пропорційності;  $\hbar$  – стала Дірака;  $W_i$  – енергія іонізації атома;  $d$  – міжатомна відстань;  $m_e$  – маса електрона.

Ефективна маса частинки (електрона чи дірки)

$$m^* = \frac{1}{\hbar^2 \left(d^2 W / dk^2\right)}, \quad (8.2.2)$$

де  $\hbar$  – стала Дірака;  $W$  – енергія частинки;  $k$  – хвильове число хвилі де Бройля частинки.

Енергія Фермі  $\varepsilon_F$ :

$$\varepsilon_F = \frac{h^2}{8m_e^*} \left( \frac{3n}{\pi} \right)^{2/3}, \quad (8.2.3)$$

де  $h$  – стала Планка;  $n$  – концентрація електронів;  $m_e^*$  – ефективна маса електрона у кристалічній решітці.

Температура Фермі (температура виродження)  $T_F$  електронного газу:

$$T_F = \frac{\varepsilon_F}{k}, \quad (8.2.4)$$

де  $\varepsilon_F$  – енергія Фермі;  $k$  – стала Больцмана.

Імпульс  $p_F$  електрона на рівні Фермі визначається за формулою

$$p_F = \left( \frac{3h^3}{8\pi} \cdot \frac{n}{V} \right)^{1/3}, \quad (8.2.5)$$

де  $h$  – стала Планка;  $n$  – концентрація електронів;  $V$  – об'єм зразка.

Середня кінетична енергія  $\langle W_k \rangle$  вільних електронів у металі

$$\langle W_k \rangle = \frac{\int W_k(p) dn}{\int dn} = \frac{3}{5} \varepsilon_F, \quad (8.2.6)$$

де  $dn$  – кількість електронів, імпульси яких знаходяться в інтервалі  $dp$ ;  $W_k(p)$  – кінетична енергія електрона, імпульс якого дорівнює  $p$ ;  $\varepsilon_F$  – енергія Фермі.

Функція розподілу Фермі–Дірака  $f(\varepsilon)$ , яка визначає ймовірність того, що в стані теплової рівноваги ідеального електронного газу при температурі  $T$  стан із енергією  $\varepsilon$  зайнято електроном, має вигляд:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/kT} + 1}, \quad (8.2.7)$$

де  $\mu$  – хімічний потенціал, який є функцією температури: в кожній конкретній задачі ця величина визначається із умови незмінності повної кількості електронів у системі. При абсолютному нулі температури  $\mu = \varepsilon_F$ , де  $\varepsilon_F$  – енергія Фермі.

Число електронів  $dn(\varepsilon)$  в одиниці об'єму, енергія яких знаходиться в інтервалі  $\varepsilon \div \varepsilon + d\varepsilon$ , визначається співвідношенням

$$dn(\varepsilon) = g(\varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (8.2.8)$$

де  $f(\varepsilon)$  – функція розподілу Фермі–Дірака;  $g(\varepsilon)$  – густина енергетичних станів, яка визначається співвідношенням

$$g(\varepsilon) = \frac{2\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} \sqrt{\varepsilon}, \quad (8.2.9)$$

де  $h$  – стала Планка;  $m_e^*$  – ефективна маса електрона у кристалічній решітці;  $\varepsilon$  – енергія електрона.

Концентрація  $n_a$  атомів у кристалі:

$$n_a = \frac{\rho}{M} N_A, \quad (8.2.10)$$

де  $\rho$  – густина речовини;  $M$  – молярна маса речовини;  $N_A$  – число Авогадро.

Питома електропровідність  $\sigma$  метала в квантовій теорії:

$$\sigma = \frac{e^2 n \langle l \rangle_F}{m_e \langle v \rangle_F}, \quad (8.2.11)$$

де  $e$  – заряд електрона;  $n$  – концентрація електронів;  $m_e$  – маса електрона;  $\langle l \rangle_F$ ,  $\langle v \rangle_F$  – відповідно середня довжина вільного пробігу електронів і середня арифметична швидкість теплового руху електронів, які знаходяться на рівні Фермі.

Критична температура  $T_k$  ізотопу надпровідника пов'язана з його масовим числом  $A$  співвідношенням

$$T_k \sqrt{A} = \text{const}. \quad (8.2.12)$$

*Задачі до розділу «Елементи зонної теорії твердих тіл. Елементи квантової статистики. Електропровідність речовини. Квантова теорія металів. Надпровідність»*

**8.2.1\***. При утворенні кристалічної решітки металу має місце «колективізація електронів». Оцінити час  $\tau$  перебування валентного електрона в

межах певного атома, вважаючи атом за потенційну яму завширшки  $a = 10^{-10}$  м. Швидкість електрона у ямі дорівнює  $v = 10^6$  м/с. Прийняти енергію іонізації атома  $W_i = 10$  еВ, а відстань між сусідніми атомами  $d = 0,1$  нм.

**8.2.2\*.** У скільки разів зміниться ширина  $\Delta W$  енергетичного рівня валентного електрона натрію при наближенні двох атомів від відстані  $d_1 = 0,3$  нм до відстані  $d_2 = 0,1$  нм? Вважати атом за потенційну яму завширшки  $a = 0,1$  нм. Швидкість електрона у ямі дорівнює  $v = 10^6$  м/с, а енергія іонізації –  $W_i = 10$  еВ.

**8.2.3.** Кристалічний зразок має кількість  $\nu = 0,17$  моля деякої хімічно простої речовини. Ширина зони дозволених енергій  $\Delta W = 10$  еВ. Визначити середнє значення інтервалу між сусідніми енергетичними рівнями  $\langle \Delta \varepsilon \rangle$ .

**8.2.4.** Що відбувається з інтервалом  $\langle \Delta \varepsilon \rangle$  між сусідніми рівнями енергії вільних електронів у металі коли об'єм метала зростає в 3 рази?

**8.2.5\*.** Які фактори обумовлюють розщеплення енергетичних рівнів ізольованих атомів під час утворення кристала?

**8.2.6.** Відраховуючи енергію від дна зони провідності визначити максимальну кінетичну енергію  $W_{\max}$  вільних електронів у металі. Концентрація вільних електронів у зразку дорівнює  $n$ .

**8.2.7.** Обчислити енергію  $\varepsilon_F$  Фермі (у еВ) для алюмінію при  $T = 0$  К. Вважати, що на кожний атом алюмінію приходить три електрони. Густина алюмінію  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>. Відносна атомна маса алюмінію  $A = 26,28$ .

**8.2.8.** У скільки разів число  $n'$  вільних електронів, які припадають на один атом при  $T = 0$  К, більше в алюмінії ніж у міді, якщо енергія Фермі для алюмінію  $\varepsilon_{F1} = 11,7$  еВ, а для міді  $\varepsilon_{F2} = 7$  еВ? Відносна атомна маса алюмінію  $A_1 = 26,28$ , відносна атомна маса міді  $A_2 = 63,55$ . Густина алюмінію  $\rho_1 = 2700$  кг/м<sup>3</sup>, густина міді  $\rho_2 = 8900$  кг/м<sup>3</sup>.

**8.2.9.** Обчислити середню кінетичну енергію  $\langle W_k \rangle$  електронів у міді при  $T = 0$  К. Енергія Фермі міді дорівнює  $\varepsilon_F = 7$  еВ.

**8.2.10.** Оцінити температуру виродження  $T_F$  електронного газу для калію. Прийняти, що на кожен атом приходить по одному електрону. Густина калію  $\rho = 860$  кг/м<sup>3</sup>. Відносна атомна маса калію  $A = 39,1$ .

**8.2.11.** Враховуючи, що на кожен атом міді приходится один вільний електрон, визначити температуру  $T$  класичного електронного газу, при якій середня кінетична енергія  $\langle W_k \rangle$  одного електрона дорівнювала б середній енергії  $\langle W'_k \rangle$  вільних електронів у міді при  $T = 0$  К. Густина міді  $\rho = 8900$  кг/м<sup>3</sup>. Відносна атомна маса міді  $A_2 = 63,55$ .

**8.2.12.** Визначити концентрацію  $n$  вільних електронів у металі, при якій температура виродження електронного газу дорівнює  $t = 0$  °С.

**8.2.13.** Визначити максимальну швидкість  $v_{\max}$  вільних електронів у металі при температурі  $T = 0$  К, якщо енергія Фермі для нього  $\varepsilon_F = 5$  еВ.

**8.2.14.** Визначити концентрацію вільних електронів у металі, якщо середня енергія вільних електронів дорівнює  $\langle W_k \rangle = 0,6$  еВ.

**8.2.15.** Визначити відношення концентрацій  $n_1/n_2$  вільних електронів при  $T = 0$  К у літії і цезії, якщо відомо, що енергії Фермі для цих металів відповідно дорівнюють  $\varepsilon_{F1} = 4,72$  еВ і  $\varepsilon_{F1} = 1,53$  еВ.

**8.2.16.** Визначити ймовірність того, що у стані з енергією, яка дорівнює енергії Фермі  $\varepsilon_F$ , буде знаходитись вільний електрон.

**8.2.17.** Яка кількість  $\langle n \rangle$  вільних електронів займає у середньому рівень з енергією, що дорівнює енергії Фермі  $\varepsilon_F$  ?

**8.2.18.** Визначити ймовірність заповнення електронами у металі енергетичного рівня, який розташований на  $\Delta\varepsilon = 0,05$  еВ нижче за рівень Фермі, при температурі  $T = 290$  К.

**8.2.19\*.** На основі зонної теорії твердих тіл поясніть чому берилій відноситься до провідників.

**8.2.20.** Визначити ймовірність заповнення електронами у металі енергетичного рівня, який розташований на  $\Delta\varepsilon = 0,05$  еВ вище за рівень Фермі, при температурі  $T = 58$  К.

**8.2.21.** Літій  ${}^7\text{Li}$  має густину  $\rho = 534$  кг/м<sup>3</sup>. Визначити енергію Фермі (у еВ) для електронів провідності літію.

**8.2.22.\*** Виходячи із співвідношень невизначеностей, оцінити температуру виродження  $T_F$  ідеального фермі-газу, який складається із частинок маси  $m$  з концентрацією  $n$ . Надати чисельну оцінку для газу електронів з концентрацією  $n \approx 10^{18}$  м<sup>3</sup>.

**8.2.23.** Для ізотопу ртуті, відносна атомна маса якого дорівнює  $A_1 = 199,5$ , критична температура надпровідного переходу  $T_{k1} = 4,185$  К.



Визначити критичну температуру  $T_{k2}$  надпровідного переходу для ізотопу ртуті з відносною атомною масою  $A_2 = 203,4$ .

**8.2.24.** Ізотоп цинку  $^{64}\text{Zn}$  переходить у надпровідний стан при температурі  $T_{k1} = 0,880 \text{ K}$ . При якій температурі  $T_{k2}$  відбувається перехід у надпровідний стан ізотопу цинку  $^{63}\text{Zn}$ ?

**8.2.25.** Визначити значення критичного току  $I_k$ , коли зникає явище надпровідності в олов'яному провіднику діаметром  $d = 2 \text{ мм}$  при температурі  $T = 1 \text{ K}$ , якщо критична напруженість магнітного поля дорівнює  $H_k = 2 \cdot 10^4 \text{ А/м}$ .

### 8.3. Електропровідність речовини. Класична теорія електропровідності металів

В класичній електронній теорії металів, яка була розвинена П. Друде, Дж.Дж. Томсоном, К. Лоренцем та іншими вченими, електронний газ, який заповнює решітку металу, розглядається як ідеальний молекулярний газ. Вважається, що вільні електрони підкоряються законам класичної механіки, а їхній розподіл – класичній статистиці Максвелла–Больцмана. При відсутності зовнішнього електричного поля вільні електрони здійснюють невпорядкований тепловий рух, який не утворює напрямленого переносу електричного заряду. Під дією зовнішнього електричного поля виникає електричний струм.

Густина струму  $\vec{j}$  у металі визначається співвідношенням

$$\vec{j} = en\langle\vec{u}\rangle, \quad (8.3.1)$$

де  $e$  – заряд електрона;  $n$  – концентрація електронів;  $\langle\vec{u}\rangle$  – середня швидкість впорядкованого руху електронів (дрейфова швидкість).

Закон Ома у диференційній формі:

$$\vec{j} = \sigma\vec{E} = \frac{\vec{E}}{\rho}, \quad (8.3.2)$$

де  $\vec{j}$  – густина струму;  $\sigma$  – питома електропровідність металу;  $\rho$  – питомий опір металу;  $\vec{E}$  – напруженість електричного поля в провіднику.

Закон Джоуля–Ленца у диференційній формі:

$$Q' = jE^2, \quad (8.3.3)$$

де  $Q'$  – об'ємна густина теплової потужності;  $j$  – густина струму;  $E$  – напруженість електричного поля у провіднику.

Питома електропровідність  $\sigma$  метала в класичній теорії:

$$\sigma = \frac{e^2 n \langle l \rangle}{2 m_e \langle v \rangle}, \quad (8.3.4)$$

де  $e$  – заряд електрона;  $n$  – концентрація електронів;  $\langle l \rangle$  – середня довжина вільного пробігу електронів;  $m_e$  – маса електрона;  $\langle v \rangle$  – середня арифметична швидкість теплового руху електронів.

Закон Відемана–Франца:

$$\frac{\kappa}{\sigma} = CT, \quad (8.3.5)$$

де  $\kappa$  – коефіцієнт теплопровідності метала;  $\sigma$  – питома електропровідність метала;  $C = 2,45 \cdot 10^{-8} \text{ (Вт} \cdot \text{Ом) / K}^2$ ;  $T$  – термодинамічна температура.

Середня кінетична енергія  $\langle \varepsilon \rangle$  теплового руху електрона:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3kT}{2}, \quad (8.3.6)$$

де  $k$  – стала Больцмана;  $T$  – термодинамічна температура.

Середня арифметична швидкість теплового руху електронів:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}}, \quad (8.3.7)$$

де  $k$  – стала Больцмана;  $T$  – термодинамічна температура;  $m_e$  – маса електрона.

Температурний коефіцієнт опору  $\alpha$  метала:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}, \quad (8.3.8)$$

де  $\rho$  – питомий опір провідника;  $T$  – термодинамічна температура.

Залежність питомого опору металевого провідника від температури визначається співвідношенням:

$$\rho = \rho_0 \alpha T, \quad (8.3.9)$$

де  $\rho_0$  – питомий опір провідника при температурі  $T_0 = 273 \text{ K}$ ;  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору;  $T$  – термодинамічна температура.  
Концентрація атомів у кристалі

$$n_a = \frac{\rho}{M} N_A, \quad (8.3.10)$$

де  $\rho$  – густина кристала;  $M$  – молярна маса речовини;  $N_A$  – число Авогадро.

### ***Задачі до розділу «Електропровідність речовини. Класична теорія електропровідності металів»***

**8.3.1.** Визначити об'ємну густина теплової потужності  $Q'$  у металевому провіднику, якщо сила струму  $I = 10 \text{ A}$ , а площа поперечного перетину провідника  $S = 1 \text{ мм}^2$ . Напруженість електричного поля у провіднику дорівнює  $E = 1 \text{ мВ/м}$ .

**8.3.2.\*** Металевий прямий провідник рухається з прискоренням  $a = 100 \text{ м/с}^2$  в напрямку, який співпадає з його довжиною. Використовуючи модель вільних електронів, визначити напруженість  $E$  електричного поля у провіднику.

**8.3.3.** Визначити густина струму  $j$ , якщо в циліндричному провіднику довжиною  $l = 10 \text{ см}$  і радіусом  $r = 2 \text{ мм}$  за час  $t = 1 \text{ хв}$  виділяється кількість теплоти  $Q = 0,5 \text{ Дж}$ . Напруженість електричного поля у провіднику дорівнює  $E = 10 \text{ мВ/м}$ .

**8.3.4.** Виходячи з класичної теорії електропровідності металів, визначити середню кінетичну енергію  $\langle W_k \rangle$  електрона у металі, якщо відношення коефіцієнта теплопровідності  $\kappa$  до питомої електропровідності  $\sigma$  дорівнює  $\kappa/\sigma = 6,7 \cdot 10^{-6} \text{ В}^2/\text{К}$ .

**8.3.5.\*** Металевий стрижень довжиною  $l = 10 \text{ м}$  рухається у напрямку, що співпадає з його віссю, із швидкістю  $v = 200 \text{ м/с}$ . До кінців стрижня підключений гальванометр. Опір всього кола дорівнює  $R = 10 \text{ мОм}$ . Визначити заряд  $q$ , який пройде через гальванометр при різкому гальмуванні стрижня.

**8.3.6.\*** Мідний диск радіусом  $R = 0,5 \text{ м}$  рівномірно обертається з кутовою швидкістю  $\omega = 10^4 \text{ рад/с}$  відносно осі, яка розташована перпенди-

кулярно до площини диска і проходить через його центр. Визначити різницю потенціалів  $U$  між центром диска і його крайніми точками.

**8.3.7.** Надати оцінку середньої швидкості  $\langle u \rangle$  упорядкованого руху електронів у провіднику з концентрацією електронів  $n = 10^{25} \text{ м}^{-3}$  при густині струму  $j = 100 \text{ А/м}^2$ . Порівняти цю швидкість із середньою швидкістю  $\langle v \rangle$  теплового руху електронів при кімнатній температурі ( $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ), вважаючи, що розподіл електронів за швидкостями є максвелловим.

**8.3.8.\*** По залізному провіднику діаметром 2 мм тече струм силою  $I = 16 \text{ А}$ . Визначити середню швидкість  $\langle u \rangle$  упорядкованого руху електронів, вважаючи, що концентрація  $n$  вільних електронів дорівнює концентрації  $n'$  атомів провідника. Густина заліза  $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Відносна атомна маса заліза  $A = 55,85$ .

**8.3.9.** Густина струму у мідному провіднику дорівнює  $j = 3 \text{ А/мм}^2$ . Визначити напруженість  $E$  електричного поля у провіднику. Питомий електричний опір міді  $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

**8.3.10.** По мідному провіднику довжиною  $l = 2 \text{ м}$  і площею поперечного перетину  $S = 0,4 \text{ мм}^2$  тече постійний струм. В провіднику за час  $t = 1 \text{ с}$  виділяється кількість теплоти  $Q = 0,35 \text{ Дж}$ . Питомий електричний опір міді  $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Скільки електронів  $N$  проходить за 1 с через поперечний перетин провідника?

**8.3.11.\*** Показати, що в однорідному провіднику при протіканні по ньому постійного струму об'ємна густина зарядів дорівнює нулю. Які заряди утворюють поле напруженістю  $\vec{E}$  в середині провідника?

**8.3.12.** На кінцях залізного провідника, довжина якого  $l = 1 \text{ м}$  і діаметр  $d = 1 \text{ мм}$ , підтримується напруга  $U = 12 \text{ В}$ . Визначити густину струму  $j$  та заряд, який проходить через поперечний переріз провідника за час  $t = 1 \text{ с}$ . Питома електропровідність заліза  $\sigma = 10^7 \text{ См/м}$ .

**8.3.13.** Визначити питому теплову потужність  $Q'$  струму, якщо довжина провідника  $l = 0,2 \text{ м}$ , а на його кінцях підтримується різниця потенціалів  $U = 4 \text{ В}$ . Питомий опір провідника  $\rho = 1 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$ .

**8.3.14.** По залізному провіднику завдовжки  $l = 1 \text{ м}$ , площа поперечного перерізу якого  $S = 0,4 \text{ мм}^2$ , протікає постійний струм. При цьому кожну секунду через поперечний переріз проходить заряд  $q = 100 \text{ Кл}$ . Визна-

чити питому теплову потужність  $Q'$  струму. Питомий опір заліза  $\rho = 10^{-7}$  Ом·м

**8.3.15.** Середня швидкість упорядкованого руху електронів у мідній проволочі  $\langle u \rangle = 7,4 \cdot 10^{-5}$  м/с. Площа поперечного перерізу проволочки  $S = 1$  мм<sup>2</sup>. Визначити силу току  $I$  у провіднику, якщо із кожного атома міді вивільняється два електрони. Густина міді  $\rho = 8,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Відносна атомна маса міді  $A = 63,55$ .

**8.3.16.** Визначити густину струму  $j$ , якщо за час  $t = 0,4$  с через поперечний переріз провідника площею  $S = 1,2$  мм<sup>2</sup>, пройшло  $N = 6 \cdot 10^{18}$  електронів.

**8.3.17.\*** Визначити середній сумарний імпульс  $\langle p \rangle$  електронів у прямому проводі довжиною  $l = 500$  м, по якому тече струм силою  $I = 20$  А.

**8.3.18.\*** По алюмінієвому провіднику, площа поперечного перерізу якого  $S = 0,2$  мм<sup>2</sup>, тече струм силою  $I = 0,2$  А. Визначити силу  $F$ , яка діє на окремі вільні електрони з боку електричного поля. Питомий опір алюмінію  $\rho = 26$  нОм·м.

**8.3.19.** Маємо мідний провідник довжиною  $l = 15$  м і площею поперечного перерізу  $S = 1$  мм<sup>2</sup>, який знаходиться під напругою  $U = 7$  В. Вважаючи, що на кожний атом міді припадає два вільних електрона, обчислити, скільки часу  $t$  потребує електрон для переміщення від одного кінця провідника до іншого. Густина міді  $d = 8,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Відносна атомна маса міді  $A = 63,55$ . Питомий опір міді  $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

**8.3.20.** Маємо срібний циліндричний провідник, температура якого  $t = 20$  °С. Обчислити середню довжину  $\langle l \rangle$  вільного пробігу електронів в металі, якщо концентрація вільних електронів в ньому  $n = 10^{23}$  м<sup>-3</sup>. Питомий опір срібла  $\rho = 1,6 \cdot 10^{-8}$  Ом·м. Відносна атомна маса срібла  $A = 107,9$ .

**8.3.21.** Виходячи із моделі вільних електронів, визначити середнє число зіткнень  $\langle z \rangle$ , які має електрон за час  $t = 1$  с, знаходячись у металі, концентрація вільних електронів у якому  $n = 10^{24}$  м<sup>-3</sup>. Питома електропровідність металу  $\sigma = 10$  МСм/м.

**8.3.22.\*** Чим відрізняються механізми виникнення електричного опору в металі у класичній і квантовій теоріях?

**8.3.23.\*** При температурі  $T_1 = 273 \text{ К}$  питомий опір міді  $\rho_1 = 15,6 \text{ нОм} \cdot \text{м}$ . При деякій температурі  $T_2$  питомий опір міді  $\rho_2 = 22,4 \text{ нОм} \cdot \text{м}$ . Концентрація вільних електронів  $n = 10^{29} \text{ м}^{-3}$ . Визначити при температурі  $T_2$  середню довжину  $\langle l_2 \rangle$  вільного пробігу електронів. Температурний коефіцієнт опору  $\alpha$  міді вважати сталим. Відносна атомна маса міді  $A = 63,55$ .

**8.3.24.\*** Виходячи з того, що причиною електричного опору металу в першому наближенні можна вважати взаємодію електронів із фононами, та застосовуючи статистику Бозе–Ейнштейна до фононного газу в металі, довести, що при температурах  $T \gg T_D$  ( $T_D$  – температура Дебая) питомий опір металів  $\rho \sim T$ .

**8.3.25.** Сила струму  $I$  в колі, яке складається із термопари з опором  $R_1 = 3 \text{ Ом}$  та гальванометра з опором  $R_2 = 85 \text{ Ом}$ , дорівнює  $25 \text{ мкА}$ , коли різниця температур  $\Delta t$  спаю  $\Delta t = 40 \text{ }^\circ\text{С}$ . Визначити сталу  $k$  термопари.

#### 8.4. Електропровідність речовини. Електропровідність напівпровідників і діелектриків

Для розв’язання задач даного розділу необхідно попередньо опрацювати тему «Зонна теорія твердих тіл. Напівпровідники, діелектрики та метали у зонній теорії»

Питома електропровідність власного напівпровідника

$$\sigma = en(\mu_+ + \mu_-), \quad (8.4.1)$$

де  $e$  – елементарний заряд;  $n$  – концентрація електронів (дірок);  $\mu_-$  – рухомість електронів;  $\mu_+$  – рухомість дірок.

Питомий опір

$$\rho = \frac{1}{\sigma}. \quad (8.4.2)$$

Електропровідність власного напівпровідника в залежності від температури:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\Delta W}{2kT}} \quad (8.4.3)$$

де  $\sigma_0$  – стала, яка залежить від матеріалу напівпровідника;  $\Delta W$  – ширина забороненої зони напівпровідника;  $k$  – стала Больцмана;  $T$  – термодинамічна температура напівпровідника.

Опір власного напівпровідника залежно від температури:

$$R = R_0 \cdot e^{\frac{\Delta W}{2kT}}, \quad (8.4.4)$$

де  $R_0$  – стала, яка залежить від матеріалу напівпровідника;  $\Delta W$  – ширина забороненої зони напівпровідника;  $k$  – стала Больцмана;  $T$  – термодинамічна температура напівпровідника.

Температурний коефіцієнт опору

$$\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT}, \quad (8.4.5)$$

де  $R$  – опір напівпровідника при температурі  $T$ .

Електропровідність домішкового напівпровідника залежно від температури:

$$\sigma = \sigma_{on} e^{-\frac{\Delta W_d}{2kT}} + \sigma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}, \quad (8.4.6)$$

де  $\sigma_{on}$  – стала, яка залежить від матеріалу напівпровідника;  $\Delta W_d$  – енергія активації домішки, ( $\Delta W_d \ll \Delta W$ ).

Сила струму  $I$  на  $p$ - $n$  переході (діоді):

$$I = I_S \left[ \exp\left(\frac{e \cdot U}{kT}\right) - 1 \right], \quad (8.4.7)$$

де  $I_S$  – сила зворотного струму;  $U$  – напруга на  $p$ - $n$  переході;  $T$  – термодинамічна температура;  $k$  – стала Больцмана;  $e$  – елементарний заряд.

Холлівська різниця потенціалів в пластинці:

$$U_X = R_X \cdot \frac{I \cdot B}{a}, \quad (8.4.8)$$

де  $I$  – сила струму;  $B$  – індукція магнітного поля;  $a$  – товщина пластинки;  $R_X$  – стала Холла.

Стала Холла:

$$R_X = \frac{1}{nq}, \quad (8.4.3.9)$$

де  $n$  – концентрація основних носіїв заряду в напівпровіднику;  $e$  – елементарний заряд.

«Червона межа» внутрішнього фотоефекту для власного напівпровідника:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\Delta W}, \quad (8.4.10)$$

де  $h$  – стала Планка;  $c$  – швидкість світла у вакуумі;  $\Delta W$  – ширина забороненої зони напівпровідника.

Концентрація нерівноважних носіїв заряду при включенні освітлення:

$$n = n_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (8.4.11)$$

де  $\tau$  – середній час життя нерівноважних носіїв;  $n_0$  – максимальна концентрація нерівноважних носіїв в стаціонарному стані опромінювання напівпровідника.

Концентрація нерівноважних носіїв заряду при затемненні напівпровідника:

$$n = n_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (8.4.12)$$

Сила струму у вентильному фотоелементі:

$$I = I_\phi - I_s \left[ \exp \frac{qU}{kT} - 1 \right], \quad (8.4.13)$$

де  $I_\phi$  – сила фотоструму при короткому замиканні фотоелемента;  $U$  – напруга на фотоелементі;  $T$  – термодинамічна температура;  $e$  – елементарний заряд.

### ***Задачі до розділу «Електропровідність речовини. Електропровідність напівпровідників і діелектриків»***

**8.4.1.** Мінімальна енергія, яка необхідна для утворення пари електрон-дірка в бездомішковому телурі при  $T = 0$  К дорівнює  $\Delta W = 0,34$  еВ. У скільки разів  $\eta$  зросте його електропровідність при зростанні температури від  $T_1 = 300$  К до  $T_2 = 400$  К?

**8.4.2.** Обчислити температурний коефіцієнт опору  $\alpha$  германію при  $T = 200$  К. Ширина забороненої зони  $\Delta W = 1,2 \cdot 10^{-19}$  Дж.



**8.4.3.** При кімнатній температурі зразок германію  $n$ -типу має питомий опір  $\rho = 1,7 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . Визначити рухомість  $\mu$  електронів, якщо їхня концентрація  $n = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

**8.4.4.** При кімнатній температурі зразок германію  $n$ -типу має питомий опір  $\rho = 1,7 \text{ Ом}\cdot\text{см}$  і сталу Холла  $R_H = 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{Кл}$ . Визначити концентрацію  $n$  і рухомість  $\mu$  електронів.

**8.4.5.\*** Пластинку із напівпровідника  $n$ -типу, ширина якої  $d = 1,0 \text{ см}$  і довжина  $l = 2,5 \text{ см}$ , розмістили у магнітному полі з індукцією  $B = 0,5 \text{ Тл}$ . До кінців пластинки приклали постійну напругу  $U = 10 \text{ В}$ . Холлівська різниця потенціалів виявилась рівною  $U_H = 0,05 \text{ В}$ , а питомий опір  $\rho = 2,5 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . Визначити концентрацію  $n$  електронів провідності.

**8.4.6.\*** Пластинку із напівпровідника  $p$ -типу, ширина якої  $d = 1,0 \text{ см}$  і довжина  $l = 2,5 \text{ см}$ , розмістили у магнітному полі з індукцією  $B = 0,5 \text{ Тл}$  і приклали до кінців пластинки напругу  $U = 10,0 \text{ В}$ . Холлівська різниця потенціалів, яка виникла, дорівнює  $U_H = 0,05 \text{ В}$ . Обчислити рухомість  $\mu$  дірок.

**8.4.7.** Обчислити «червону межу» внутрішнього фотоефекта, якщо ширина забороненої зони напівпровідника  $\Delta W = 3 \text{ еВ}$ .

**8.4.8.\*** «Червона межа» фотопровідності чистого германію при досить низьких температурах  $\lambda_0 = 1,7 \text{ мкм}$ . При якій температурі  $T$  температурний коефіцієнт опору дорівнюватиме  $\alpha = -0,047 \text{ К}^{-1}$ .

**8.4.9.** Фотопровідність власного напівпровідника зменшилась у два рази за  $t_1 = 0,01 \text{ с}$  після відключення джерела світла. У скільки разів вона зменшиться за час  $t_2 = 0,03 \text{ с}$ .

**8.4.10.\*** Питомий опір чистого германію при кімнатній температурі  $\rho_0 = 0,5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ . Після вмикання джерела світла, наприкінці, він став  $\rho_1 = 0,4 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ . Середній час життя нерівноважних носіїв заряду  $\tau = 0,01 \text{ с}$ . За який час  $t$  після вимикання джерела світла питомий опір дорівнюватиме  $\rho_2 = 0,45 \text{ Ом}\cdot\text{м}$  ?

**8.4.3.11.** Крізь напівпровідниковий діод, який знаходиться під напругою  $1 \text{ В}$  при температурі  $T = 300 \text{ К}$ , протікає струм силою  $I = 75 \text{ мкА}$ . На скільки збільшиться сила струму  $\Delta I$ , якщо збільшити напругу на  $p$ - $n$  переході на  $0,01 \text{ В}$  ?

**8.4.12.\*** При опромінюванні світлом вентильного фотоелемента струм короткого замикання (фотострум)  $I_\phi = 53 \text{ мА}$ . Сила зворотного

струму неосвітленого елемента  $I_c = 1$  мА. Визначити фотоЕРС  $\varepsilon$ . Фотоелемент знаходиться при температурі  $T = 300$  К.

**8.4.13.** При освітленні вентильного фотоелемента виникає фото ЕРС  $\varepsilon = 1,0$  мВ. Сила зворотного струму неосвітленого фотоелемента  $I_S = 1$  мА. Визначити силу струму короткого замикання  $I_0$  (фотострум). Фотоелемент знаходиться при температурі  $T = 300$  К.

**8.4.14.** Через який час  $t$  після вмикання освітлення фоторезистора сила фотоструму дорівнюватиме 63 % від сили стаціонарного фотоструму, якщо середній час життя нерівноважних носіїв заряду  $\tau = 0,01$  с.

**8.4.15.** Зразок із чистого напівпровідника, у якого рухомість електронів і дірок відповідно  $\mu_- = 0,36$  м<sup>2</sup>/В·с,  $\mu_+ = 0,14$  м<sup>2</sup>/В·с, опромінюється світлом. Визначити концентрацію  $n$  нерівноважних носіїв заряду – електронів і дірок, якщо питомий опір  $\rho = 3,1 \cdot 10^{-2}$  Ом·м, а частка електропровідності, яка зумовлена освітленням, дорівнює  $\eta = 50\%$ .

**8.4.16.** На рис. 33. зображені дві вольт-амперні характеристики напівпровідникового терморезистора, отримані в двох термостатах при температурах  $T_1$  і  $T_2$ . Яка з температур вища? Відповідь обґрунтуйте.

**8.4.17.** На вольт-амперній характеристиці напівпровідника (рис. 33) після точки  $A$  сила струму збільшується при зменшенні напруги. Поясніть це явище, використовуючи формулу для опору.

**8.4.18.** На рис. 34 зображена експериментальна залежність  $\ln \sigma$  від  $1/T$  для домішкового напівпровідника. Обґрунтуйте наявність двох прямолінійних ділянок на графіку? Якому типу провідності відповідає ділянка 2?

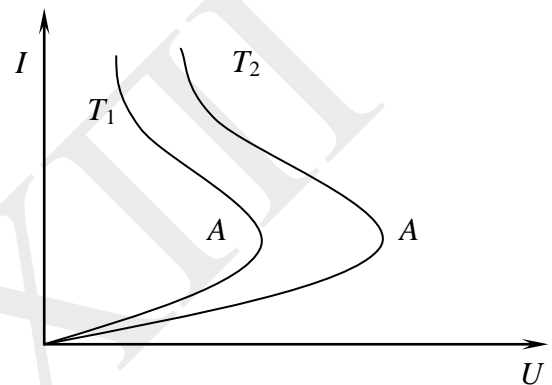


Рисунок 33

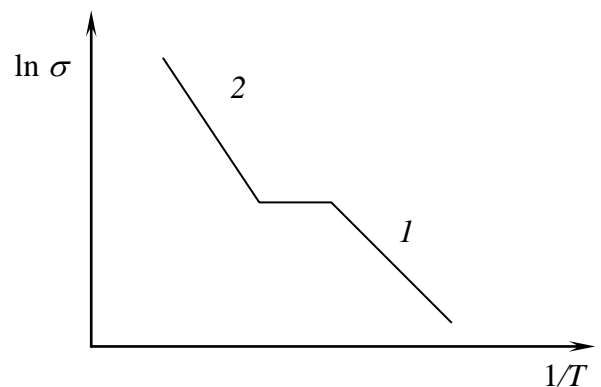


Рисунок 34

**8.4.19.** Чому напівпровідниковій терморезистор завжди підключають в електричний ланцюг послідовно з омичним (баластним) резистором? Дайте відповідь, використовуючи графік на рис. 33.

**8.4.20.** На рис. 35 зображено електричне коло складене з двох напівпровідників  $p$ - та  $n$ -типу, підключених до джерела ЕРС. Струм циркулює за часовою стрілкою. Чи будуть однакові температури  $T_1$  і  $T_2$  на верхньому та нижньому  $p$ - $n$  переходах? Температура повітря –  $T_0$ .

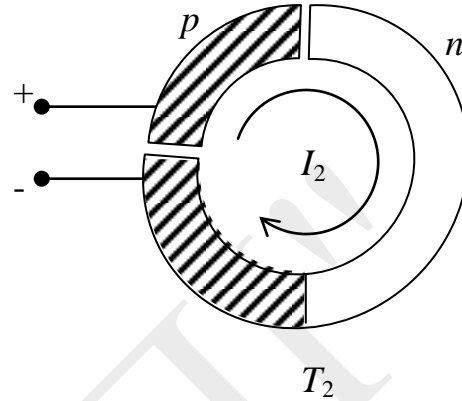


Рисунок 35

**8.4.21.** Пластинку із напівпровідника  $p$ -типу, ширина якої  $d = 1$  см і довжина  $l = 5$  см розмістили у магнітному полі так, що вектор індукції  $\vec{B}$  перпендикулярний площині пластини. До її кінців приклали напругу  $U = 10$  В. Концентрація дірок  $n = 5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$ . Питомий опір  $\rho = 2,5$  Ом·см. Холлівська різниця потенціалів  $U_x = 0,05$  В. Визначити індукцію  $B$  магнітного поля.

**8.4.22.** Крізь напівпровідниковий діод, який знаходиться при температурі  $T = 300$  К під напругою 1 В тече струм силою  $I = 75$   $\mu\text{A}$ . На скільки треба збільшити напругу  $U$  на  $p$ - $n$  переході щоб сила струму дорівнювала 105  $\mu\text{A}$ ?

**8.4.23.** «Червона межа» фотопровідності бездомішкового напівпровідника при досить низьких температурах дорівнює  $\lambda_0 = 0,85$  мкм. Обчислити температурний коефіцієнт опору  $\alpha$  цього напівпровідника при  $T = 300$  К.

**8.4.24\*.** На рис. 36 зображена принципова схема напівпровідникового термореле для приміщення. Доведіть на підставі вольт-амперних характеристик, наведених на рис. 33, що існує критична температура, при якій струм через реле зростає стрибком і вмикається сигналізатор.

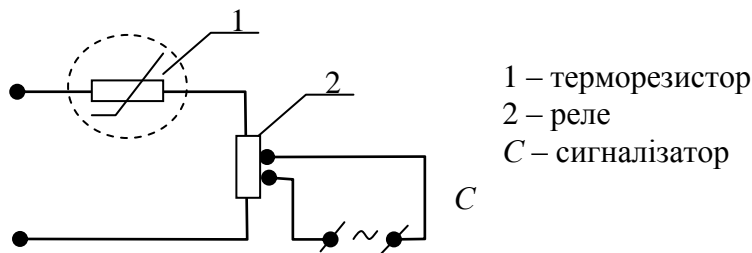


Рисунок 36

**8.4.25.** Питомий опір германію при кімнатній температурі  $\rho = 50 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . Після вмикання джерела світла виявилось що  $\rho_1 = 40 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . Середній час життя нерівноважних носіїв заряду  $\tau = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ . Визначити питомий опір через час  $t = 4 \text{ мс}$  після відключення джерела світла.

### 8.5. Квантова природа магнетизму речовин

Для розв'язання задач даного розділу необхідно попередньо опрацювати тему «Атом».

Намагніченість (вектор намагнічування)  $J$  – величина, що дорівнює магнітному моменту одиниці об'єму магнетика:

$$J = \frac{\sum_{i=1}^N P_i}{\Delta V}, \quad (8.5.1)$$

де  $P_i$  – магнітний момент молекули (атома);  $\Delta V$  – об'єм;  $N$  – кількість молекул (атомів) у об'ємі  $\Delta V$ .

Магнітна сприйнятливість:

$$\chi = \frac{J}{H}, \quad (8.5.2)$$

де  $H$  – напруженість зовнішнього магнітного поля.

Індукція магнітного поля у магнетика:

$$B = \mu_0 (H + J) = \mu_0 (1 + \chi)H = \mu\mu_0 H, \quad (8.5.3)$$

де  $\mu$  – відносна магнітна проникливість;  $\mu_0$  – магнітна стала.

Класифікація магнетиків:

- діамагнетики ( $\mu \leq 1, \chi < 0, |\chi| \ll 1$ )
- парамагнетики ( $\mu \geq 1, \chi > 0$ )
- феромагнетики ( $\mu \gg 1, \mu = f(H)$ )

Питома магнітна сприйнятливість  $\chi_{\text{пит}}$ , яка дає можливість визначити сумарний магнітний момент 1 кг магнетика:

$$\chi_{\text{пит}} = \frac{\chi}{\rho}, \quad (8.5.4)$$

де  $\rho$  – густина речовини.

Мольна магнітна сприйнятливість  $\chi_{\text{моль}}$ , яка дає можливість визначити сумарний магнітний момент 1 моля речовини:

$$\chi_{\text{моль}} = \frac{M}{\rho} \chi, \quad (8.5.5)$$

де  $M$  – молярна маса речовини.

Частота ларморової прецесії  $\omega_L$  (для діамагнітного ефекту):

$$\omega_L = \frac{B \cdot e}{2m_e}, \quad (8.5.6)$$

де  $e$ ,  $m_e$  – відповідно заряд та маса електрона;  $B$  – магнітна індукція.

Магнетон Бора  $\mu_B$ , який приймають за одиницю виміру атомних магнітних моментів:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}, \quad (8.5.7)$$

де  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ,  $h$  – стала Планка.

Гіромагнітне відношення:

$$\gamma = \frac{P_{m,j}}{M_j}, \quad (8.5.8)$$

де  $P_{m,j}$  – магнітний момент атома (або електрона);  $M_j$  – механічний момент атома (або електрона).

Механічний момент атома:

$$M_j = \hbar \sqrt{j(j+1)}, \quad (8.5.9)$$

де  $j$  – квантове число для повного механічного моменту.

В загальному випадку:

$$\gamma = g \frac{e}{2m_e}, \quad (8.5.10)$$

де  $g$  – фактор Ланде:

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2j(j+1)}, \quad (8.5.11)$$

де  $S$  – спінове квантове число атома;  $L$  – азимутальне квантове число.

В окремих випадках:

$$S = 0; j = L; g = 1;$$

$$L = 0; j = S; g = 2.$$

Магнітний момент атома:

$$P_m = \mu_B g \sqrt{j(j+1)}. \quad (8.5.12)$$

Магнітна сприйнятливість парамагнетика при полях, коли потенційна енергія атома  $P_m B \ll kT$ :

$$\chi = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot P_m^2}{3kT}, \quad (8.5.13)$$

де  $n$  – концентрація молекул (атомів);  $k$  – стала Больцмана

Молярна магнітна сприйнятливість:

$$\chi_M = \frac{\mu_0 \cdot N_A \cdot P_m^2}{3kT}, \quad (8.5.14)$$

де  $N_A$  – число Авагадро.

### ***Задачі до розділу «Квантова природа магнетизму речовин»***

**8.5.1.** Визначити ефективний магнітний момент  $P_m$ , та фактор Ланде атома водню в основному стані.

**8.5.2.** Визначити фактор Ланде та ефективний магнітний момент атома гелію в основному стані.

**8.5.3.** Визначити фактор Ланде та ефективний магнітний момент атома літію в основному стані.

**8.5.4.** Магнітна сприйнятливість речовини  $\chi = 1,21 \cdot 10^{-4}$ . Обчислити намагніченість  $J$  речовини у полі з напруженістю  $H = 10^5$  А/м.

**8.5.5.** Магнітна сприйнятливість марганцю  $\chi = 1,21 \cdot 10^{-4}$ , його густина  $\rho = 7,3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Обчислити питому намагніченість  $J_n$  марганцю у полі з напруженістю  $H = 10^5$  А/м.

**8.5.6.** Магнітна сприйнятливість марганцю  $\chi = 1,21 \cdot 10^{-4}$ , його густина  $\rho = 7,3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Обчислити намагніченість  $J_{км}$  1 кмоля речовини у полі з напруженістю  $H = 10^5$  А/м.

**8.5.7.** Визначити намагніченість  $J$  тіла при насиченні, коли магнітний момент кожного атома дорівнює магнетоніві Бора, а концентрація атомів  $n = 6 \cdot 10^{28}$  м<sup>-3</sup>.

**8.5.8.** Питома магнітна сприйнятливість вісмуту  $\chi_{\text{п}} = -1,3 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$ , його густина  $\rho = 9,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Визначити магнітну сприйнятливість  $\chi$ .

**8.5.9.** Питома магнітна сприйнятливість вісмуту  $\chi_{\text{п}} = -1,3 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$ , його густина  $\rho = 9,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Визначити магнітну сприйнятливість  $\chi_{\text{км}}$  1 кмоля речовини.

**8.5.10.** Напруженість магнітного поля у міді  $H = 10^6 \text{ А/м}$ . Визначити намагніченість  $J$  міді та магнітну індукцію  $B$ , якщо відомо, що питома магнітна сприйнятливість  $\chi_{\text{пит}} = -1,1 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$ . Густина міді  $\rho = 8,93 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

**8.5.11.** Обчислити частоту  $\nu$  ларморової прецесії електронної орбіти в атомі, якщо індукція магнітного поля  $B = 1 \text{ Тл}$ .

**8.5.12.** Молекула NO має магнітний момент, який дорівнює  $P_m = 1,8 \mu_{\text{Б}}$ . Визначити питому парамагнітну сприйнятливість  $\chi_n$  газоподібного окису азоту за нормальних умов.

**8.5.13.** Питома парамагнітна сприйнятливість  $\chi_{\text{п}}$  триокису ванадію  $V_2O_3$  при  $t = 17 \text{ }^\circ\text{C}$  дорівнює  $1,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3/\text{кг}$ . Визначити магнітний момент  $P_m$  (в магнетонах Бора), який має одна молекула, якщо густина триокису ванадію  $\rho = 4,87 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

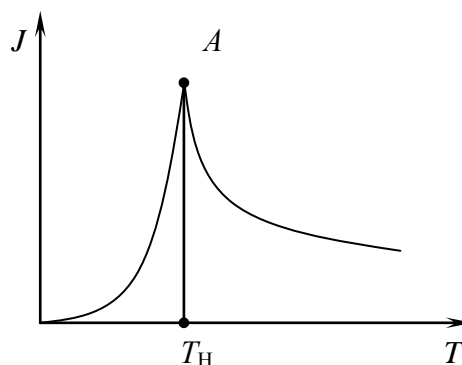
**8.5.14.\*** Молекула кисню має магнітний момент  $P_m = 2,8 \mu_{\text{Б}}$ . Визначити намагніченість кисню за нормальних умов у слабкому полі з індукцією  $B_0 = 10 \text{ Тл}$ .

**8.5.15.** Молекула кисню має магнітний момент  $P_m = 2,8 \mu_{\text{Б}}$ . Визначити намагніченість  $J$  кисню за нормальних умов у дуже сильному магнітному полі.

**8.5.16.** При температурі  $T_1 = 300 \text{ К}$  і магнітній індукції  $B_1 = 0,5 \text{ Тл}$  була досягнута певна намагніченість парамагнетика. Визначити магнітну індукцію  $B_2$ , при якій зберігається та ж сама намагніченість, якщо температуру підвищити до  $T_2 = 450 \text{ К}$ .

**8.5.17.\*** Обчислити середнє число  $\eta$  магнетонів Бора, яке приходить-ся на один атом заліза при намагніченості  $J = 1,84 \cdot 10^6 \text{ А/м}$ . Густина заліза  $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Атомна маса заліза  $A = 56$ .

**8.5.18.** На один атом заліза в незаповненій  $3d$ -оболонці приходить-ся чотири незпарених електрона. Визна-



чити теоретичне значення намагніченості заліза при насиченні.

**8.5.19.** На рис. 37 наведена залежність намагніченості  $J$  від температури  $T$  для MnO (антиферомагнетик) в зовнішньому полі, яке напрямлене паралельно магнітним моментам підрешіток. Як пояснити цей графік? До якого класу магнетиків відноситься зразок в точці  $A$ ?

**8.5.20.\*** Визначити у скільки разів число молекул, які мають позитивні проєкції магнітного моменту на напрямок зовнішнього магнітного поля з індукцією  $B = 1$  Тл більше за число молекул, які мають від'ємну проєкцію при  $T = 1$  К. Магнітний момент молекули прийняти рівним магнетону Ві Бора ( $P_T = \mu_B$ ).



**Відповіді на задачі до розділу «Елементи фізики конденсованих станів»**

**8.1.2.**  $\lambda_{\min} = 1,19 \text{ нм}$ .      **8.1.3.**  $v = 7298 \text{ м/с}$ .      **8.1.4.**  $\varepsilon_{\max} = 29,6 \text{ меВ}$ .

**8.1.5.**  $T_D = 90 \text{ К}$ .      **8.1.6.**  $v = 1464 \text{ м/с}$ .      **8.1.7.**  $c_v = 852 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ .

**8.1.8.**  $p = 5 \cdot 10^{-25} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .      **8.1.10.**  $\langle \varepsilon \rangle / \langle W_0 \rangle = 1,08$ .

**8.1.11.**  $\kappa = 13 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ .      **8.1.12.**  $Q = \frac{9\pi^4 mRT^4}{MT_D^3} = 1,28 \text{ мДж}$ .

**8.1.13.**  $\varepsilon_{\max} = 36,9 \text{ меВ}$ ;  $p_{\max} = 8 \cdot 10^{-25} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .      **8.1.14.**  $v = 2627 \text{ м/с}$ .

**8.1.15.**  $p_{\max} = \frac{h}{\sqrt{2} \sqrt[3]{nM/(k\rho N_A)}} = 8,4 \cdot 10^{-25} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .      **8.1.16.**  $\varepsilon_{\max} = 34 \text{ меВ}$ .

**8.1.17.**  $\langle l \rangle / d = \kappa \sqrt[3]{M^2 N_A / (\rho^2)} / (2vR) = 65,7$ .      **8.1.18.** .

**8.1.19.**  $\langle l \rangle = 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .      **8.1.20.**  $Q = 34 \text{ Дж}$ .

**8.1.21.**  $\omega_{\max} k\pi T \sqrt[3]{12\pi R / (5MC_V)} / \hbar = 2,6 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ .      **8.1.22.**  $T_{D2} / T_{D1} = 0,95$ .

**8.1.23.**  $\kappa = \frac{12\pi^2 \rho v \langle l \rangle R}{15M} \left( \frac{T}{T_D} \right)^3$ .      **8.1.24.**  $\langle n_{\max} \rangle = 1,54$ .

**8.1.25.**  $\langle n_{\max} \rangle \approx 1,0$ .      **8.2.1\***  $\tau = \frac{a}{v} \exp\left(\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2mW_i}\right) = 2,6 \cdot 10^{-15} \text{ с}$ .

**8.2.2\***  $\Delta W_2 / \Delta W_1 = \exp\left(\frac{2(d_1 - d_2)}{\hbar} \sqrt{2mW_i}\right) = 18,6$ .      **8.2.3.**  $\langle \Delta \varepsilon \rangle \approx 10^{-22} \text{ еВ}$ .

**8.2.4.**  $\langle \Delta \varepsilon \rangle$  зменшується у 3 рази.      **8.2.6.**  $W_{\max} = \frac{\hbar^2}{8m_e^*} \left( \frac{3n}{\pi} \right)^{2/3}$ .

**8.2.7.**  $\varepsilon_F = 11 \text{ еВ}$ .      **8.2.8.**  $n'_1 / n'_2 = \left( \frac{\varepsilon_{F1}}{\varepsilon_{F2}} \right)^{3/2} \frac{M_1 \rho_2}{M_2 \rho_1} = 2,9$ .

**8.2.9.**  $\langle W_k \rangle = 4,2 \text{ еВ}$ .      **8.2.10.**  $T_F = 2,4 \cdot 10^4 \text{ К}$ .      **8.2.11.**  $T = 3,2 \cdot 10^4 \text{ К}$ .

**8.2.12.**  $n = 1,6 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ .      **8.2.13.**  $v_{\max} = 1,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ .

**8.2.14.**  $n = 4,5 \cdot 10^{27} \text{ м}^{-3}$ .      **8.2.15.**  $n_1 / n_2 = 5,4$ .

**8.2.16.**  $f(\varepsilon_F) = 0,5$ .      **8.2.17.**  $\langle n \rangle = 1$ .      **8.2.18.**  $f(\varepsilon) = 0,881$ .

**8.2.20.**  $f(\varepsilon) = 4,6 \cdot 10^{-5}$ .      **8.2.21.**  $\varepsilon_F = 4,7 \text{ еВ}$ .

**8.2.22\***  $T_F = \hbar^2 n^{2/3} / 2mk$ ,  $T_F \sim 10^{-3} \text{ К}$ .      **8.2.23.**  $T_{k2} = 4,145 \text{ К}$ .

**8.2.24.**  $T_{k2} = 0,887 \text{ K}$ .      **8.2.25.**  $I_k = 125 \text{ A}$ .  
**8.3.1.**  $Q' = 10 \text{ ВТ/М}^3$ .      **8.3.2.**  $E = 569 \text{ ПВ/М}$ .  
**8.3.3.**  $j = 66 \text{ МА/М}^2$ .      **8.3.4.**  $\langle W_k \rangle = \frac{3k\kappa}{2C\sigma} = 35,3 \text{ меВ}$ .  
**8.3.5.**  $q = \frac{m\omega l}{eR} = 1,14 \text{ МККЛ}$ .      **8.3.6.**  $U = \frac{m\omega^2 R^2}{2e} = 71 \text{ МКВ}$ .  
**8.3.7.**  $\langle u \rangle = 62,5 \text{ МКМ/с}$ ;  $\langle v \rangle \approx 10^5 \text{ М/с}$ .  
**8.3.8.**  $\langle u \rangle = \frac{IM}{\text{Sep}N_A} = 3,8 \cdot 10^{-4} \text{ М/с}$ .      **8.3.9.**  $E = 51,6 \text{ МВ/М}$ .  
**8.3.10.**  $N = \frac{\sqrt{QSt/(\rho l)}}{e} = 1,2 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1}$ .  
**8.3.12.**  $j = 0,12 \text{ ГА/М}^2$ ;  $q = 94 \text{ Кл}$ .      **8.3.13.**  $Q' = 8 \cdot 10^9 \text{ ВТ/М}^3$ .  
**8.3.14.**  $Q' = 1,5 \cdot 10^8 \text{ ВТ/М}^3$ .      **8.3.15.**  $I = 2 \text{ А}$ .  
**8.3.16.**  $j = 2 \cdot 10^6 \text{ А/М}^2$ .      **8.3.17.**  $\langle p \rangle = \frac{m_e Il}{e} = 5,69 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{М/с}$ .  
**8.3.18.**  $F = \frac{eI\rho}{S} = 4,16 \cdot 10^{-21} \text{ Н}$ .      **8.3.19.**  $t = \frac{2de\rho N_A l^2}{UM} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ с}$ .  
**8.3.20.**  $\langle l \rangle = 10^{-5} \text{ М}$ .      **8.3.21.**  $\langle z \rangle = \frac{e^2 n}{2m_e \sigma} = 1,4 \cdot 10^{10}$ .  
**8.3.23.**  $\langle l_2 \rangle = \frac{2m_e}{e^2 n} \sqrt{\frac{8RT_1}{\pi M \rho_1 \rho_2}} = 1,15 \cdot 10^{-11} \text{ М}$ .  
**8.3.24.**  $\langle l_2 \rangle = \frac{2m_e}{e^2 n} \sqrt{\frac{8RT_1}{\pi M \rho_1 \rho_2}} = 1,15 \cdot 10^{-11} \text{ М}$ .      **8.3.25.**  $k = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ В/К}$ .  
**8.4.1.**  $\eta = 5,2$       **8.4.2.**  $\alpha = -0,11 \text{ К}^{-1}$  **8.4.3.3.**  $\mu = 3,7 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  **8.4.4.**  
**8.4.4.**  $n = 10^{21} \text{ М}^{-3}$ ;  $\mu = 0,37 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ .      **8.4.5\*.**  $n = \frac{B \cdot U \cdot d}{U_X \cdot \rho \cdot l \cdot e} = 10^{23} \text{ М}^{-3}$ .  
**8.4.6\*.**  $\mu = \frac{U_X \cdot l}{B \cdot U \cdot d} = 50 \frac{\text{М}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ .      **8.4.7.**  $\lambda_0 = 0,41 \text{ МКМ}$ .  
**8.4.8\*.**  $T = \sqrt{\frac{hc}{2k \cdot \lambda_0 \cdot \alpha}} = 300 \text{ К}$ .      **8.4.9.**  $I_0/I_2 = 8$ .

$$8.4.10^* .t = \tau \cdot \ln \frac{(\rho_0 - \rho_1)\rho_2}{(\rho_0 - \rho_2)\rho_1} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ с.} \quad 8.4.11. \Delta I = 23 \text{ мкА.}$$

$$8.4.12. \varepsilon = \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{I_\Phi}{I_c} - 1 \right) = 100 \text{ мВ.} \quad 8.4.13. I_0 = I_S \left( e^{\frac{\varepsilon \cdot e}{kT}} + 1 \right) = 53 \text{ мА.}$$

$$8.4.14. t = 0,01 \text{ с.} \quad 8.4.15. n = 2 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}. \quad 8.4.16. T_1 > T_2.$$

8.4.17. Розігрівом напівпровідника. 8.4.18. Власній провідності.

8.4.19. Щоб запобігти руйнуванню терморезистора при досягненні точки  $A$ .

$$8.4.20. T_2 < T_0 < T_1. \quad 8.4.21. B = \frac{\rho \cdot n \cdot e \cdot l \cdot U_X}{U \cdot d} = 0,5 \text{ Тл.}$$

$$8.4.22. \Delta U = 0,036 \text{ В.} \quad 8.4.23. \alpha = -0,093 \text{ К}^{-1}.$$

$$8.4.25. \rho_2 = \frac{\rho}{\left( \frac{\rho}{\rho_1} - 1 \right) e^{-\frac{t}{\tau}} + 1} = 45 \text{ Ом} \cdot \text{см.}$$

$$8.5.1. P_m = 15,85 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл, } g = 2. \quad 8.5.2. g = 1, P_m = 0.$$

$$8.5.3. g = 2, P_m = 15,85 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл.} \quad 8.5.4. J = 12,1 \text{ А/м.}$$

$$8.5.5. J_n = 1,65 \cdot 10^{-3} \text{ (А} \cdot \text{м}^2\text{)/кг.} \quad 8.5.6. J_{\text{км}} = 0,091 \text{ (А} \cdot \text{м}^2\text{)/кмоль.}$$

$$8.5.7. J = 5,56 \cdot 10^5 \text{ А/м.} \quad 8.5.8. \chi = -1,274 \cdot 10^{-5}.$$

$$8.5.9. \chi_{\text{км}} 2,71 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3\text{/кмоль.} \quad 8.5.10. J = 9,8 \text{ А/м, } B = 1,25 \text{ Тл.}$$

$$8.5.11. \nu = 8,8 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}. \quad 8.5.12. \chi_{\text{II}} = \frac{\mu_0 \cdot P_m^2 \cdot R}{k^2 \cdot T \cdot M} = 17,8 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^3}{\text{кг}}.$$

$$8.5.13. P_m = 2,24 \text{ мБ.} \quad 8.5.14^* .j = \frac{n \cdot P_m^2 \cdot B_0}{3k^2 \cdot T^2} = 15,9 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

$$8.5.15. J = \frac{P_m \cdot P_0}{k \cdot T_0} = 6,9 \cdot 10^2 \frac{\text{А}}{\text{м}}. \quad 8.5.16. B_2 = 0,75 \text{ Тл.}$$

$$8.5.17^* .\eta = \frac{j \cdot A}{\mu_B \cdot \rho \cdot N_A} = 2,36;$$

$$8.5.18. J = \frac{\rho \cdot N_A}{A} \cdot \mu_B \cdot 2 \cdot \sqrt{2(2+1)} = 3,42 \cdot 10^5 \frac{\text{А}}{\text{м}}. \quad 8.5.19. \text{До класу пара-}$$

магнетиків.

$$8.5.20^* \cdot \frac{N_+}{N_-} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \frac{P \cdot B}{kT} \cdot \cos x\right) \cdot \sin x \cdot dx}{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(1 + \frac{P \cdot B}{kT} \cdot \cos x\right) \cdot \sin x \cdot dx} = 1,91.$$

## РОЗДІЛ 9. ЯДЕРНА ФІЗИКА ТА ФІЗИКА ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК

### 9.1. Будова та характеристики атомного ядра

Атомне ядро являє собою квантову систему, що складається з елементарних частинок (нуклонів), які сильно взаємодіють. Кількість нуклонів дорівнює масовому числу  $A$ . Кількість заряджених нуклонів (протонів) дорівнює зарядовому числу  $Z$ . Таким чином,

$$A = Z + N, \quad (9.1.1)$$

де  $N$  – кількість нейтронів у ядрі.

Радіус ядра

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (9.1.2)$$

де  $R_0 = (1,2 - 1,5) \cdot 10^{-15}$  м;  $A$  – масове число.

Магнітний момент ядра пов'язаний із ядерним гіромагнітним співвідношенням та сумарним власним моментом імпульсу ядра, що складається з власних моментів імпульсу нуклонів та їх орбітальних моментів імпульсу:

$$p_m = g_{\text{я}} \sqrt{I(I+1)} \mu_{\text{я}}, \quad (9.1.3)$$

де  $g_{\text{я}}$  – гіромагнітний множник для ядра;  $I$  – квантове число, яке визначає новий момент імпульсу ядра,  $\mu_{\text{я}}$  – ядерний магнетон:

$$\mu_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}; \quad m_p - \text{ маса протона.}$$

Енергія зв'язку ядра будь-якого ізотопу

$$W_{\text{зв}} = c^2 \Delta m = c^2 [Zm_{\text{H}} + (Z - A) m_n - m_A], \quad (9.1.4)$$

де  $c$  – швидкість поширення світла у вакуумі;  $Z$  – зарядове число ізотопу;  $m_{\text{H}}$  – маса ізотопу водню  ${}^1_1\text{H}$ ,  $m_n$  – маса нейтрона;  $m_A$  – маса даного ізотопу;  $\Delta m$  – дефект маси ядра.

Питома енергія зв'язку

$$w_{\text{зв}} = W_{\text{зв}}/A. \quad (9.1.5)$$

**Задачі до розділу «Будова та характеристики атомного ядра»**

**9.1.1.** Природний уран уявляє собою суміш трьох ізотопів:  ${}^{236}_{92}\text{U}$ ,  ${}^{237}_{92}\text{U}$ ,  ${}^{238}_{92}\text{U}$ . Чим відрізняються їхні ядра? Обчислити заряд  $q$  і радіус  $R$  ядра  ${}^{238}_{92}\text{U}$ .

**9.1.2.** Визначити, у скільки разів  $\eta$  густина речовини в ядрі атома заліза більша за густину заліза. Вважати, що ядро атома має об'єм  $V_{\text{я}} \sim A$ , де  $A$  – масове число. Прийняти середній об'єм, що займає один нуклон,  $V_{\text{н}} = 2 \cdot 10^{-45} \text{ м}^3$ .

**9.1.3.** Який склад ядра радіоактивного ізотопу натрію  ${}^{24}_{11}\text{Na}$ ? Скільки атомів  $N$  міститься в 1 мг препарату натрію?

**9.1.4.** Чим відрізняються ядра ізотопів  ${}^{35}_{17}\text{Cl}$  і  ${}^{37}_{17}\text{Cl}$ ? Як зміниться масове  $A$  й зарядове  $Z$  числа елемента за умови викидання із ядра двох протонів? Обчислити радіус ядра  ${}^2_1\text{H}$ .

**9.1.5.** Скільки процентів  $\eta$  від маси нейтрального атома урану  ${}^{235}_{92}\text{U}$  складає маса його електронної оболонки? Відносну масу урану  ${}^{235}_{92}\text{U}$  прийняти рівною його масовому числу.

**9.1.6.** Визначити заряд  $q$  (у кулонах) і масу  $m$  (в а. о. м. та кілограмах) ядра атома бром.

**9.1.7.** Яку найменшу енергію  $W$  необхідно витратити, щоб розділити на окремі нуклони ізобарні ядра  ${}^7_3\text{Li}$  і  ${}^7_4\text{Be}$ . Пояснити, чому для ядра берилію ця енергія  $W_{\text{Be}}$  менша за енергію ядра літію  $W_{\text{Li}}$ ?

**9.1.8.** Знайти дефект маси  $B$  та питому енергію зв'язку  $w_{\text{зв}}$  ядер двох ізотопів магнію: 1)  ${}^{23}_{12}\text{Mg}$  і 2)  ${}^{24}_{12}\text{Mg}$ . Який з цих ізотопів більш стійкий?

**9.1.9.** Визначити мінімальну енергію  $W_{\text{min}}$ , що необхідна для розділу ядра  ${}^{12}_6\text{C}$  на три  $\alpha$ -частинки.

**9.1.10.** Енергія зв'язку ядра, що складається з двох протонів та одного нейтрона,  $W_{\text{зв}} = 7,72 \text{ МеВ}$ . Визначити масу  $m$  нейтрального атома, що має це ядро.

**9.1.11.** Визначити питому енергію зв'язку  $w_{\text{зв}}$  ядер ізотопів: 1) кремнію  ${}^{30}_{14}\text{Si}$  і 2) берилію  ${}^8_4\text{Be}$ . Порівняти стійкість ядер.

**9.1.12.** Обчислити в а. о. м. масу ізотопу  ${}^8_3\text{Li}$ , енергія зв'язку якого  $W_{\text{зв}} = 41,3 \text{ МеВ}$ .

## 9.2. Фізичні основи ядерної енергетики. Ядерні реакції

Стійкість атомного ядра залежить від кількості нуклонів, тобто від масового числа. Ядра легких ( $A \leq 8$ ) та важких ( $A > 200$ ) елементів нестійкі, що призводить до різноманітних ядерних реакцій.

Закон радіоактивного розпаду

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (9.2.1)$$

де  $N$  – кількість ядер нукліда, що не розпалися до моменту часу  $t$ ;  $N_0$  – початкова кількість ядер (у момент часу  $t = 0$ );  $\lambda$  – стала радіоактивного розпаду, що пов'язана з періодом піврозпаду  $T_{1/2}$  співвідношенням

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (9.2.2)$$

Кількість ядер, що розпалися за час  $t$ :

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}). \quad (9.2.3)$$

Активність нукліда:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N. \quad (9.2.4)$$

Активність нукліда вимірюється в бекерелях (Бк);  $1 \text{ Бк} = 1 \text{ с}^{-1}$ . Нарівні з бекерелем як одиницею активності допустимо вважати позасистемну одиницю кюрі (Ки);  $1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$ .

Енергія ядерної реакції

$$Q = \left( \sum_{i=1}^n m_i - \sum_{k=1}^n m_k \right), \quad (9.2.5)$$

де  $m_i$  – маси спокою частинок, які вступили в реакцію;  $m_k$  – маси спокою частинок, які утворилися внаслідок реакції. Якщо  $Q > 0$ , то реакція є екзотермічною; якщо  $Q < 0$  – ендотермічною.

Поріг реакції для нерелятивістських частинок

$$W_{\text{пор}} = |Q| \left( \frac{m_1 + m_2}{m_2} \right), \quad (9.2.6)$$

де  $m_1$  – маса налітаючої частинки;  $m_2$  – маса мішені.

Швидкість наростання ланцюгової реакції

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N(k-1)}{\tau}, \text{ звідки } N = N_0 e^{(k-1)t/\tau}, \quad (9.2.7)$$

де  $N_0$  – кількість нейтронів у початковий момент часу;  $N$  – кількість нейтронів у момент часу  $t$ ;  $\tau$  – середній час життя одного покоління;  $k$  – коефіцієнт розмноження нейтронів.

Енергія, яку втрачає нейтрон при пружному розсіянні на ядрі:

$$\Delta W = \Delta W_{\max} \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{4A}{(1+A)^2} W_0 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (9.2.8)$$

де  $W_0$  – початкова енергія нейтрона;  $A$  – масове число ядра;  $\Delta W_{\max}$  – максимальна енергія, яку втрачає нейтрон;  $\theta$  – кут розсіяння нейтрона на ядрі.

Енергія збудження складеного ядра

$$W_{зб} = W_K + W_{зв}, \quad (9.2.9)$$

де  $W_K$  – кінетична енергія частинки, яка налітає на ядро;  $W_{зв}$  – енергія зв'язку цієї частинки в складеному ядрі.

**Задачі до розділу «Фізичні основи ядерної енергетики. Ядерні реакції»**

**9.2.1.** Який ізотоп утворюється в результаті семи альфа- і чотирьох бета-розпадів ізотопу  ${}^{235}_{92}\text{U}$ ?

**9.2.2.** Визначити зарядове  $Z$  та масове  $A$  числа ізотопу, що виходить із  ${}^{232}_{90}\text{Th}$  після трьох альфа- і двох бета-розпадів. Записати ці реакції.

**9.2.3.** Написати схеми  $\beta^-$ -розпаду радіоактивних ізотопів  ${}^{23}_{12}\text{Mg}$ ,  ${}^{60}_{27}\text{Co}$  і схему  $\beta^+$ -розпаду ізотопу  ${}^{13}_7\text{N}$ .

**9.2.4.** Яке ядро можна отримати, якщо ядро ізотопу  ${}^{238}_{92}\text{U}$  зазнає послідовно вісім альфа- і шість бета-розпадів?

**9.2.5.** Які правила зміщення для бета-розпаду? В ядро якого елемента перетворюється ядро  ${}^{238}_{92}\text{U}$  після двох  $\beta^-$ -розпадів?

**9.2.6.** Радіоактивний натрій  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  розпадається, викидаючи  $\beta^-$ -частинки. Період піврозпаду натрію  $T_{1/2} = 14,8$  год. Обчислити кількість  $N$  атомів, що розпалися через  $t = 10$  год, якщо спочатку у препараті було  $N_0 = 2,5 \cdot 10^{19}$  атомів.



**9.2.7.** Існує певна кількість радіоактивного ізотопу срібла. Маса  $m$  радіоактивного ізотопу срібла зменшується у вісім разів за час  $t = 810$  діб. Визначити період піврозпаду  $T_{1/2}$  радіоактивного срібла.

**9.2.8.** Яка частина  $\eta$  атомів радіоактивної речовини не розпалася після закінчення часу  $t$ , що дорівнює трьом середнім часам життя  $\tau$  атомів.

**9.2.9.** Знайти активність  $A$  одного грама полонію  ${}^{210}_{84}\text{Po}$ , якщо період піврозпаду  $T_{1/2} = 138$  діб.

**9.2.10.** За допомогою лічильника Гейгера досліджується активність  $A$  радіоактивного ізотопу. У початковий момент часу лічильник реєструє  $N_1 = 250$  імпульсів за 1 хв, а через час  $t = 1$  год реєструє  $N_2 = 92$  імпульси за 1 хв. Визначити період піврозпаду  $T_{1/2}$  ізотопу.

**9.2.11.** Визначити сталу розпаду  $\lambda$  та середній час життя  $\tau$  радіоактивного ізотопу  ${}^{55}_{27}\text{Co}$ , якщо його активність  $A$  зменшується на 4 % за годину. Продукт розпаду не є радіоактивним.

**9.2.12.** Записати реакції, що відбуваються у водневій бомбі, і визначити енергію  $Q$ , яка звільнюється при синтезі гелію, маса якого  $m = 1$  кг.

**9.2.13.** Гелій утворюється за умови обстрілу літію  ${}^7_3\text{Li}$  протонами. Написати цю реакцію. Яка кількість енергії  $Q$  звільнюється при цьому? Вважати, що ця енергія розподіляється рівномірно між  $\alpha$ -частинками. Знайти їхню швидкість  $v$ .

**9.2.14.** Написати схему та визначити енергетичний вихід  $Q$  ядерної реакції  ${}^9_4\text{Be} (p, \alpha) {}^6_3\text{Li}$ .

**9.2.15.** При обстрілі ядер фтору  ${}^{19}_9\text{F}$  протонами утворюється кисень  ${}^{16}_8\text{O}$ . Яка кількість енергії  $Q$  звільняється при цій реакції та які ще ядра утворюються?

**9.2.16.** При обстрілі ядер бору  ${}^{11}_5\text{B}$  протонами утворюється берилій  ${}^8_4\text{Be}$ . Які ще ядра утворюються при цій реакції та скільки енергії  $Q$  звільняється?

**9.2.17.** Визначити енергію  $Q$ , що виділяється в акті синтезу дейтерію  $p + n \rightarrow {}^2_1\text{H}$ .

**9.1.18.** Визначити частку  $\eta$  енергії, яку втрачає нейтрон під час пружного розсіяння на кут  $\theta = 180^\circ$  на ядрах дейтерію.

**9.2.19.** Знайти поріг  $W_{\text{пор}}$  ядерної реакції  ${}^{14}_7\text{N} (\alpha, p)$ .

**9.2.20.** Знайти поріг  $W_{\text{пор}}$  ядерної реакції  ${}^7_3\text{Li} (p, n)$ .

**9.2.21.** Записати схему електронного захоплення ( $e$ -захоплення) й пояснити його відзнаку від  $\beta^-$  та  $\beta^+$ -розпадів. Навести приклади електронного захоплення.

**9.2.22.** Визначити, у скільки разів  $n$  збільшиться кількість нейтронів у ланцюговій реакції за час  $t = 1$  с, якщо середній час життя одного покоління  $\tau = 80$  мс, а коефіцієнт розмноження нейтронів  $k = 1,002$ .

**9.2.23.** Ядро урану  ${}^{238}_{92}\text{U}$ , захоплюючи швидкий нейтрон, перетворюється у радіоактивний ізотоп урану, який зазнає  $\beta^-$ -розпад й перетворюється в трансурановий елемент, який, у свою чергу, також зазнає  $\beta^-$ -розпад, в результаті чого утворюється плутоній. Записати всі ці процеси у вигляді ядерної реакції.

**9.2.24.** Під час захоплення теплового нейтрона ядром урану  ${}^{235}_{92}\text{U}$  утворюються два уламки поділу та два нейтрони. Визначити порядковий номер  $Z$  і масове число  $A$  одного з уламків, якщо другим уламком є ядро стронцію  ${}^{95}_{38}\text{Sr}$ .

**9.2.25.** 1 г радію-226, що знаходиться у рівновазі з продуктами розпаду, виділяє за час  $t = 1$  с енергію  $W = 14,2 \cdot 10^{11}$  МеВ. Скільки часу  $t_1$  необхідно, щоб нагріти  $m = 10$  г води від 0 до 100 °С за рахунок енергії радіоактивного розпаду 1 г радію-226?

**9.2.26.** Яка маса  $m$  урану  ${}^{235}_{92}\text{U}$  витрачається за  $t = 1$  добу на атомній електростанції потужністю  $P = 5000$  кВт? Прийняти ККД  $\eta = 17$  %. Вважати, що при кожному акті розпаду виділяється енергія  $Q = 200$  МеВ.

**9.2.27.** Яке добове споживання ядерного пального в реакторі типу ВВЕР-1000 атомної електростанції (електрична потужність  $P = 1$  ГВт) при ККД електростанції  $\eta = 40$  %, якщо під час поділу одного ядра  ${}^{235}_{92}\text{U}$  виділяється енергія  $Q = 200$  МеВ?

**9.2.28.\*** Яка кількість теплоти  $Q$  виділяється при утворенні одного грама  ${}^4_2\text{He}$  із дейтерію  ${}^2_1\text{H}$ ? Яка маса  $m$  кам'яного вугілля з теплотворною здатністю  $\lambda = 30$  кДж/г еквівалентна у тепловому відношенні отриманій величині?

**9.2.29.\*** Визначити імовірність  $P$  розпаду ядер а) за інтервал часу, що дорівнює середньому часу життя  $\tau$  ядра; б) за інтервал часу, що дорівнює періоду піврозпаду  $T_{1/2}$  ядра.

**9.2.30.\*** Внаслідок захоплення нерухомим ядром надважкого водню  ${}^3_1\text{H}$  ядра звичайного водню  ${}^1_1\text{H}$  із кінетичною енергією  $W_K = 2$  МеВ виникає збуджене ядро  ${}^4_2\text{He}$ . Визначити енергію збудження  $W^*$  цього ядра.

**9.2.31.\*** Ізотоп  ${}^7_4\text{Be}$  внаслідок  $K$ -захоплення перетворюється в  ${}^7_3\text{Li}$ , що знаходиться в основному стані. Визначити енергію віддачі  $W$  ядра  ${}^7_3\text{Li}$ , якщо енергія реакції  $Q = 0,87$  МеВ. Масу спокою нейтрона вважати рівною нулеві.

**9.2.32.\*** Вважаючи, що під час поділу  ${}^{235}_{92}\text{U}$  виділяється енергія  $W = 200$  МеВ на один акт поділу, визначити добову витрату  $m$  палива в ядерному реакторі, теплова потужність якого  $P = 200$  МВт. В якості палива використовується збагачений уран  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , вміст якого 20 кг на тонну, причому внаслідок захоплення нейтронів поділ зазнають 85 % всіх ядер.

**9.2.33.\*** На ядро літію налітає протон з кінетичною енергією  $W_K$ . В результаті ядерної реакції утворюються дві  $\alpha$ -частинки з однаковими енергіями. Знайти кут розлітання  $\theta$ , вважаючи, що реакція ендотермічна й потребує для свого початку передачі теплоти  $Q$ .

### 9.3. Екологічні проблеми ядерної енергетики

К іонізуючим випромінюванням відносяться  $\gamma$ -випромінювання, потоки  $\alpha$ -частинок, електронів, позитронів, а також потоки нейтронів та протонів.

При опроміненні середовища іонізуючими випромінюваннями в ділянках тканин, що знаходяться на різній глибині, поглинається (ослаблюється) різна величина енергії. Поглинання вузького моноенергетичного пучка  $\gamma$ -квантів відповідає співвідношенню

$$I = I_0 e^{-\mu d}, \quad (9.3.1)$$

де  $I$  – інтенсивність пучка під час проникнення його в середовище на глибину  $d$ ;  $I_0$  – початкова інтенсивність пучка;  $\mu$  – лінійний коефіцієнт поглинання (ослаблення).

Зв'язок лінійного коефіцієнта поглинання із шаром половинного ослаблення

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}. \quad (9.3.2)$$

Дію іонізуючих випромінювань на речовину оцінюють дозою  $D$ . Потужність дози визначається за формулою

$$P = D/\Delta t, \quad (9.3.3)$$

де  $\Delta t$  – час випромінювання.

Поглинута доза йонізуючого випромінювання

$$D = \langle \varepsilon \rangle / m, \quad (9.3.4)$$

де  $\langle \varepsilon \rangle$  – середня енергія йонізуючого випромінювання об'єму речовини;  $m$  – маса цього об'єму.

Поглинута доза вимірюється в греях (Гр); 1 Гр = 1 Дж/кг. Позасистемною одиницею поглинутої дози є рад; 1 рад =  $10^{-2}$  Гр.

Еквівалентна доза йонізуючого випромінювання зв'язана з поглинутою дозою співвідношенням

$$H = K D, \quad (9.3.5)$$

де  $K = \sigma \cdot N$ , тут  $\sigma$  – середній коефіцієнт якості йонізуючого випромінювання в даному елементі об'єму біологічної тканини стандартного складу;  $N$  – добуток інших величин – характеристик біологічної тканини, які є факторами, що модифікують значення еквівалентної дози. Для рентгенівського та гамма-випромінювання  $K = 1$ ; для нейтронів і протонів  $K = 10$ ; для альфа-випромінювання  $K = 20$ . Еквівалентну дозу вимірюють в зивертах (Зв); 1 Зв = 1 Дж/кг. Позасистемною одиницею еквівалентної дози є рем; 1 рем =  $10^{-2}$  Зв.

Експозиційна доза фотонного опромінення

$$X = dQ/dm, \quad (9.3.6)$$

де  $dQ$  – сумарний електричний заряд усіх іонів одного знаку, створених у повітрі, коли всі електрони та позитрони, вивільнені фотонами в елементарному об'ємі повітря масою  $dm$ , цілком зупинились у повітрі.

Експозиційна доза вимірюється в кулонах на кілограм (Кл/кг). Часто на практиці користуються позасистемною одиницею – рентгеном (Р); 1 Р =  $2,58 \cdot 10^{-4}$  Кл/кг.

Для точкових джерел випромінювання потужність експозиційної дози зменшується зі відстанню за законом:

$$P = K_{\gamma} \frac{A}{r^2}, \quad (9.3.7)$$

де  $r$  – відстань від джерела випромінювання;  $K_\gamma$  – гамма-стала, що залежить від природи радіоактивного джерела.

При випаданні радіонуклідів на ґрунт міра небезпеки залежить від природи радіонукліда ( $K_\gamma$ ), його активності  $A$  (9.2.4) та відстані  $r$  від людини до джерела випромінювання. Експозиційну дозу можна оцінити за співвідношенням

$$X = K_\gamma \frac{A}{r^2} \Delta t. \quad (9.3.8)$$

### *Задачі до розділу «Екологічні проблеми ядерної енергетики»*

**9.3.1.** Вузький пучок гамма-випромінювання, енергія якого  $\varepsilon = 6$  МеВ, пронизує бетонну стіну завтовшки  $d_1 = 1$  м. Якою має бути товщина залізної стіни  $d_2$ , щоб спричинити таке саме послаблення цього пучка?

**9.3.2.** Робітник протягом 6 годин повинен знаходитись у 2 м від точкового джерела гамма-випромінювання. Якою повинна бути активність джерела гамма-випромінювання, щоб можна було працювати без захисного екрана? Гамма-стала  $K_\gamma = 1,35 \text{ Р}\cdot\text{м}^2/(\text{год}\cdot\text{Ки})$ . Допустима експозиційна доза  $X = 0,01 \text{ Р}$ .

**9.3.3.** У деякій точці, через яку проходить вузький пучок  $\gamma$ -квантів з енергією 1,00 МеВ, потужність дози випромінювання складає 3,8 мкР/с. Визначити товщину  $d$  свинцевого екрана, при якій потужність дози в цій точці дорівнює гранично допустимій потужності для 36-годинного робочого тижня. Лінійний коефіцієнт ослаблення гамма-випромінювання у свинцю  $\mu = 79,44 \text{ м}^{-1}$ .

**9.3.4.** Робітник працює з  $\gamma$ -радіоактивним препаратом, причому гранична допустима доза опромінення становить  $X_{\text{доп}} = 0,017 \text{ Р/год}$ . Протягом робочого дня, який триває 6 годин, дозиметр фіксує середню потужність дози  $P = 0,5 \text{ мкР/с}$ . Чи одержить робітник під час роботи з препаратом дозу опромінення, більшу за граничну, якщо опроміненням з боку інших джерел знехтувати?

**9.3.5.** Визначити лінійні коефіцієнти поглинання вузького пучка  $\gamma$ -квантів, енергія яких дорівнює 3 МеВ, у воді  $\mu_1$  та свинцю  $\mu_2$ , якщо відстані, на яких потік цих квантів зменшується в 10 разів, дорівнюють відповідно  $d_1 = 0,58 \text{ м}$  та  $d_2 = 4,9 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

**9.3.6.** Монохроматичне гамма-випромінювання з енергією 0,4 МеВ проходить мідну пластинку завтовшки 2 см. При цьому інтенсивність випромінювання зменшується у 5 разів. Визначити лінійний коефіцієнт поглинання  $\mu$  міді.

**9.3.7.** Пластинка з деякою речовиною послаблює  $\gamma$ -випромінювання в  $k = 1000$  разів. Скільки шарів половинного поглинання містить така пластинка?

**9.3.8.** На скільки градусів збільшиться температура у калориметрі теплоємністю 4,2 Дж/К, якщо протягом однієї години в ньому знаходився радіоактивний препарат активністю  $3,7 \cdot 10^9$  Бк. Препарат випромінює альфа-частинки з енергією 5 МеВ.

**9.3.9.\*** В організм людини улучило  $k = 0,1$  % ізоотопу  $^{131}\text{J}$  від його добової дози  $m = 150$  мг. Скільки атомів цього ізоотопу розпадеться в організмі щосекунди протягом першої години (вважати, що в першу годину швидкість розпаду стала).

**9.3.10.\*** Яке добове споживання палива ( $m$ ) на ядерному реакторі при коефіцієнті корисної дії  $\eta = 40$  %, якщо при поділі одного ядра урану  $^{235}_{92}\text{U}$  виділяється енергія  $\varepsilon = 200$  МеВ? Електрична потужність реактора  $P = 10^6$  кВт.

**Відповіді на задачі до розділу «Ядерна фізика та фізика елементарних частинок»**

**9.1.1.**  $q = 1,47 \cdot 10^{-17}$  Кл;  $R = 8,06 \cdot 10^{-15}$  м.      **9.1.2.**  $\eta = 10^{14}$ .

**9.1.3.** 11 протонів і 13 нейтронів;  $N = 2,5 \cdot 10^{19}$ .      **9.1.4.** 1) 17 протонів і 18 нейтронів; 2) 17 протонів і 20 нейтронів;  $R = 1,638 \cdot 10^{-15}$  м.

**9.1.5.**  $\eta = 2,19 \cdot 10^{-2}$  %.      **9.1.6.**  $q = 5,6 \cdot 10^{-18}$  Кл;

$m = 79,8898$  а. о. м. =  $1,327 \cdot 10^{-25}$  кг.      **9.1.7.**  $W_{\text{Li}} = 39,244$  МеВ;

$W_{\text{Be}} = 37,604$  МеВ.      **9.1.8.** 1)  $B = 0,195$  а. о. м.;  $w_{3\text{B}} = 7,90$  МеВ;

2)  $B = 0,2128$  а. о. м.;  $w_{3\text{B}} = 8,260$  МеВ.

**9.1.9.**  $W_{\text{min}} = 931,5 (3m_{\alpha} - m_{\text{C}}) = 7,26$  МеВ.      **9.1.10.**  $m = 3,016$  а. о. м.

**9.1.11.** 1)  $w_{3\text{B}} = 8,52$  МеВ; 2)  $w_{3\text{B}} = 7,06$  МеВ.      **9.1.12.**  $m = 8,0225$  а. о. м.

**9.2.1.**  $^{207}_{82}\text{Pb}$ .      **9.2.2.**  $Z = 84$ ;  $A = 220$  а. о. м.      **9.2.4.**  $^{206}_{82}\text{Pb}$ .

**9.2.5.**  $^{239}_{94}\text{Pu}$ .      **9.2.6.**  $N = 9,3 \cdot 10^{18}$  атомів.      **9.2.7.**  $T_{1/2} = 270$  д.

**9.2.8.**  $\eta = \exp(-3) = 0,050$ .      **9.2.9.**  $A = 1,666 \cdot 10^{14}$  Бк.  
**9.2.10.**  $T_{1/2} = 41,5$  хв.      **9.2.11.**  $\lambda = 1,08 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ ;  $\tau = 2,94 \cdot 10^{-3}$  років.  
**9.2.12.**  $Q = 4,23 \cdot 10^{14}$  Дж.      **9.2.13.**  $Q = 17,35$  МеВ;  $v = 2 \cdot 10^7$  м/с.  
**9.2.14.**  $Q = 1,62$  МеВ.      **9.2.15.**  $Q = 3,42$  МеВ.      **9.2.16.**  $Q = 8,6$  МеВ.  
**9.2.17.**  $Q = 1,71$  МеВ.      **9.1.18.**  $\eta = \frac{\Delta W}{W_0} = \frac{4A \sin^2(\theta/2)}{(A+1)^2} = 0,89$ ,

де  $A$  – масове число ядра.      **9.2.19.**  $W_{\text{пор}} = 1,52$  МеВ.

**9.2.20.**  $W_{\text{пор}} = 1,89$  МеВ.      **9.2.22.**  $\eta = 1,2284$  разів.      **9.2.25.**  $t_1 = 5$  год.  
**9.2.26.**  $m = 31$  г.      **9.2.27.**  $m_{\text{добове}} = 2,63$  кг.  
**9.2.28.**  $Q = 5,74 \cdot 10^8$  кДж;  $m = 2 \cdot 10^4$  кг.  
**9.2.29.** а)  $P = 1 - \exp(-1) = 0,632$ ; б)  $P = 1/2$ .

**9.2.30.**  $W^* = W_{\text{зв}} + \frac{3}{4} W_{\text{К}} = 21,3$  МеВ, де  $W_{\text{зв}}$  – енергія зв'язку ядра.

**9.2.31.**  $W = Q^2/(2mc^2) = 58$  еВ, де  $m$  – маса ізоотопу  ${}^7_3\text{Li}$ , де  $c$  – швидкість поширення світла у вакуумі.

**9.2.32.**  $m = 12,4$  кг.      **9.2.33.**  $\theta = 2 \arccos \sqrt{W_p m_p / [2m_\alpha (W_p + Q)]}$ ,

де  $m_p$  – маса протона.

**9.3.1.**  $d_2 = 0,26$  м.      **9.3.2.**  $A = 0,0049$  Кі.      **9.3.3.**  $d = 2$  см.

**9.3.4.** Так, одержить.      **9.3.5.**  $\mu_1 = 3,97 \text{ м}^{-1}$ ;  $\mu_2 = 46,99 \text{ м}^{-1}$ .

**9.3.6.**  $\mu = 0,8 \text{ см}^{-1}$ .      **9.3.7.**  $\frac{l}{x_{1/2}} = \frac{\ln k}{\ln 2} \approx 10$ .      **9.3.8.**  $2,5$  °С.

**9.3.9.**  $N = \frac{kmN_A}{M} \left[ 1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T_{1/2}}} \right] = 7,58 \cdot 10^{11}$ , де  $M$  – атомна маса йоду;  $N_A$  – число

Авогадро;  $t$  – час розпаду ізоотопу;  $T_{1/2}$  – період піврозпаду  ${}^{131}\text{I}$ .

**9.3.10.**  $m = \frac{MPt}{N_A \varepsilon \eta} = 2,63$  кг, де  $M$  – атомна маса урану;  $N_A$  – число Авогадро;

$t$  – час.

## ДОДАТОК 1

Таблиця Д 1.1 – Рекомендовані позначення та одиниці вимірювання деяких фізичних величин

Фізична величина	Символ	Одиниця вимірювання		
		Назва	Позначення	Розмірність
1	2	3	4	5
Довжина	$l, L$	метр	м	L
Ширина	$a, b$	метр	м	L
Діаметр	$d, D$	метр	м	L
Радіус	$R, r$	метр	м	L
Площа	$S$	квадратний метр	м <sup>2</sup>	L <sup>2</sup>
Об'єм	$V$	кубічний метр	м <sup>3</sup>	L <sup>3</sup>
Шлях, зміщення	$s, S$	метр	м	L
Швидкість	$v, u$	метр за секунду	м/с	LТ <sup>-1</sup>
Прискорення	$a$	метр на секунду в квадраті	м/с <sup>2</sup>	LТ <sup>-2</sup>
Кут повороту твердого тіла	$\varphi$	радіан	рад	–
Кутова швидкість	$\omega$	радіан за секунду	рад/с	Т <sup>-1</sup>
Кутове прискорення	$\varepsilon$	радіан на секунду в квадраті	рад/с <sup>2</sup>	Т <sup>-2</sup>
Маса	$m$	кілограм	кг	М
Сила	$F$	ньютон	Н	LMT <sup>-2</sup>
Коефіцієнт тертя	$\mu, k, f$	–	–	–
Імпульс	$p, P$	кілограм-метр за секунду	Кг·м/с	LMT <sup>-1</sup>
Момент сили	$M$	ньютон-метр	Н·м	LМ <sup>2</sup> Т <sup>-2</sup>
Момент інерції	$I$	кілограм-метр у квадраті	Кг·м <sup>2</sup>	L <sup>2</sup> М
Момент імпульсу	$L$	кілограм-метр у квадраті за секунду	Кг·м <sup>2</sup> /с	L <sup>2</sup> МТ <sup>-1</sup>
Робота	$A$	джоуль	Дж	L <sup>2</sup> МТ <sup>-2</sup>
Потужність	$N, P$	ват	Вт	L <sup>2</sup> МТ <sup>-3</sup>
Енергія	$W, E$	джоуль	Дж	L <sup>2</sup> МТ <sup>-2</sup>
Коефіцієнт корисної дії	$\eta$	–	–	–
Модуль Юнга	$E$	паскаль	Па	L <sup>-1</sup> МТ <sup>-2</sup>
Тиск	$P$	паскаль	Па	L <sup>-1</sup> МТ <sup>-2</sup>



## Продовження таблиці Д 1.1

1	2	3	4	5
Температура Цельсія	$t$	градус Цельсія	$^{\circ}\text{C}$	
Густина	$\rho$	кілограм на метр у кубі	$\text{Кг/м}^3$	$\text{L}^{-3}\text{M}$
Питомий об'єм	$\nu$	метр у кубі на кілограм	$\text{м}^3/\text{кг}$	$\text{L}^3\text{M}^{-1}$
Теплота, кількість теплоти	$Q$	джоуль	Дж	$\text{L}^2\text{MT}^{-2}$
Молярна теплоємність	$C$	джоуль на моль-кельвін	Дж/моль·К	
Питома теплоємність	$c$	джоуль на кілограм-кельвін	Дж/кг·К	$\text{L}^2\text{MT}^{-2}\theta^{-1}$
Коефіцієнт теплопровідності, теплопровідність	$k, \lambda$	ват на метр-кельвін	Вт/м·К	$\text{LMT}^{-3}\theta^{-1}$
Коефіцієнт в'язкості, в'язкість	$\eta$	паскаль-секунда	Па·с	$\text{L}^{-1}\text{MT}^{-1}$
Коефіцієнт дифузії	$D$	метр у квадраті за секунду	$\text{м}^2/\text{с}$	$\text{L}^2\text{T}^{-1}$
Поверхневий натяг	$\sigma$	ньютон на метр	Н/м	$\text{MT}^{-2}$
Ентропія	$s$	джоуль на кельвін	Дж/К	$\text{L}^2\text{MT}^{-2}\theta^{-1}$
Температурний коефіцієнт лінійного розширення	$\alpha$	кельвін у мінус першому степені	$\text{K}^{-1}$	$\theta^{-1}$
Температурний коефіцієнт об'ємного розширення	$\beta$	кельвін у мінус першому степені	$\text{K}^{-1}$	$\theta^{-1}$
Електричний заряд	$Q, q$	кулон	Кл	ТІ
Напруженість електричного поля	$E$	вольт на метр	В/м	$\text{LMT}^{-3}\Gamma^{-1}$
Лінійна густина заряду	$\tau$	кулон на метр	Кл/м	$\text{L}^{-1}\text{ТІ}$
Поверхнева густина заряду	$\sigma$	кулон на квадратний метр	Кл/м <sup>2</sup>	$\text{L}^{-2}\text{ТІ}$
Об'ємна густина заряду	$\rho$	кулон на кубічний метр	Кл/м <sup>3</sup>	$\text{L}^{-3}\text{ТІ}$
Потенціал	$\phi$	вольт	В	$\text{L}^2\text{MT}^{-3}\Gamma^{-1}$
Різниця потенціалів	$\phi_2 - \phi_1, U$	вольт	В	$\text{L}^2\text{MT}^{-3}\Gamma^{-1}$
Електричне зміщення	$D$	кулон на квадратний метр	Кл/м <sup>2</sup>	$\text{L}^{-2}\text{ТІ}$

## Закінчення таблиці Д 1.1

1	2	3	4	5
Потік напруженості електричного поля	$\Phi_E$	вольтметр	В·м	$L^3 M T^{-3} I^{-1}$
Дипольний момент	$p$	кулон-метр	Кл·м	$L T I$
Поляризованість	$P$	кулон на квадратний метр	Кл/м <sup>2</sup>	$L^{-2} T I$
Діелектрична сприйнятливість (відносна)	$\chi$	–	–	$L^0 M^0 T^0 I^0$
Діелектрична проникність (відносна)	$\varepsilon$	–	–	$L^0 M^0 T^0 I^0$
Електрична ємність	$C$	фарад	Ф	$L^{-2} M^{-1} T^4 I^2$
Сила струму	$I$	ампер	А	$I$
Густина струму	$J$	ампер на квадратний метр	А/м <sup>2</sup>	$L^{-2} I$
Електрорушійна сила	$\varepsilon$	вольт	В	$L^2 M T^{-3} I^{-1}$
Електрична напруга	$U$	вольт	В	$L^2 M T^{-3} I^{-1}$
Електричний опір	$R$	ом	Ом	$L^2 M T^{-3} I^{-2}$
Питомий електричний опір	$\rho$	омметр	Ом·м	$L^3 M T^{-3} I^{-2}$
Температурний коефіцієнт опору	$\alpha$	одиниця на Кельвін	К <sup>-1</sup>	$\Theta^{-1}$
Електрична провідність	$G$	сименс	См	$L^{-2} M^{-1} T^3 I^2$
Питома електрична провідність	$\sigma$	сименс на метр	См/м	$L^{-3} M^{-1} T^3 I^2$
Магнітна індукції	$B$	тесла	Тл	$M T^{-2} I^{-1}$
Потік магнітної індукції	$\Phi$	вебер	Вб	$L^2 M T^{-2} I^{-1}$
Напруженість магнітного поля	$H$	ампер на метр	А/м	$L^{-1} I$
Індуктивність	$L$	генрі	Гн	$L^2 M T^{-2} I^{-2}$
Магнітний момент	$P_m$	ампер-квадратний метр	А·м <sup>2</sup>	$L^2 I$
Намагніченість	$I$	ампер на метр	А/м	$L^{-1} I$
Магнітна сприйнятливість (відносна)	$\chi$	–	–	$L^0 M^0 T^0 I^0$
Магнітна проникність (відносна)	$\mu$	–	–	$L^0 M^0 T^0 I^0$

Таблиця Д 1.2 – Похідні одиниці світла та споріднених типів електромагнітного випромінення

Величина			Одиниця	
Назва	Символ	Розмірність	Назва	Українське позначення
1	2	3	4	5
Частота	$f, \nu$	$T^{-1}$	герц	Гц
Кутова частота	$\omega$	$T^{-1}$	секунда в мінус першому степені радіан за секунду	$s^{-1}$ рад/с
Довжина хвилі	$\lambda$	L	метр	м
Хвильове число (кутове)	$k$	$L^{-1}$	радіан на метр метр у мінус першому степені	рад/м $m^{-1}$
Енергія випромінення		$L^2MT^{-2}$	джоуль	Дж
Об'ємна густина енергії випромінення	$w, (u)$	$L^{-1}MT^{-2}$	джоуль на кубічний метр	Дж/м <sup>3</sup>
Спектральна об'ємна густина енергії випромінення (за довжиною хвилі)	$w_\lambda$	$L^{-2}MT^{-2}$	джоуль на метр у четвертому степені	Дж/м <sup>4</sup>
Потужність випромінення, потік енергії випромінення	$P, \Phi, (\Phi_e)$	$L^2MT^{-3}$	ват	Вт
Поверхнева густина енергії випромінення	$\psi$	$MT^{-2}$	джоуль на квадратний метр	Дж/м <sup>2</sup>
Густина потоку енергії випромінення	$\varphi, \psi$	$MT^{-3}$	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>
Енергетична сила світла (випромінення), інтенсивність випромінення	$I$	$L^2MT^{-3}$	ват на стерадіан	Вт/ср
Енергетична яскравість	$L, (L_e)$	$MT^{-3}$	ват на стерадіан-квадратний метр	Вт/(ср·м <sup>2</sup> )
Енергетична світність	$M, (M_e)$	$MT^{-3}$	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>
Енергетична освітленість	$E, (E_e)$	$MT^{-3}$	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>
Світловий потік	$\Phi, (\Phi_v)$	J	люмен	лм
Світлова енергія (кількість світла)	$Q (Q_v)$	TJ	люмен-секунда	лм·с

Закінчення таблиці Д 1.2

1	2	3	4	5
Яскравість	$L, (L_v)$	$L^{-2}J$	кандела на квадратний метр	кд/м <sup>2</sup>
Світність	$M, (M_v)$	$L^{-2}J$	люмен на квадратний метр	лм/м <sup>2</sup>
Спектральний коефіцієнт відбиття, спектральна відбивальна здатність	$\rho(\lambda)$	1	один	1
Натуральний (лінійний) показник ослаблення	$\mu$	$L^{-1}$	метр у мінус першому степені	м <sup>-1</sup>
Показник заломлення	$n$	1	один	1
Фокусна відстань	$f$		метр	м
Оптична сила лінзи	$D$	$L^{-1}$	метр у мінус першому степені	м <sup>-1</sup>
Кут обертання площини поляризації	$\alpha$	1	радіан	рад
Питома (масова) оптична обергальна здатність (розчину)	$am, [a]$	$L^2M^{-1}$	радіан-квадратний метр на кілограм	рад·м <sup>2</sup> /кг

Таблиця Д 1.3. – Похідні одиниці величин іонізуючих випромінень

Величина			Одиниця	
Назва величини	Розмірність	Позначення	Назва	Позначення
Енергія іонізуючого випромінювання	$L^2 MT^{-2}$	$w$	джоуль	Дж
Потік енергії іонізуючого випромінювання	$L^2 MT^{-3}$	$F_w$	ват	Вт
Поглинута доза іонізуючого випромінювання	$L^2 T^{-2}$	$D$	джоуль на кілограм (грей)	Гр

## Закінчення таблиці Д 1.3

Величина			Одиниця	
Назва величини	Розмірність	Позначення	Назва	Позначення
Еквівалентна доза іонізуючого випромінювання	$L^2 T^{-2}$	$H$	зиверт	Зв
Керма	$L^2 T^{-2}$	$K$	джоуль на кілограм (грей)	Гр
Потужність дози випромінювання (потужність поглинутої дози іонізуючого випромінювання)	$L^2 T^{-3}$	$\dot{D}$	ват на кілограм	Вт/кг
Потужність еквівалентної дози іонізуючого випромінювання	$L^2 T^{-3}$	$\dot{H}$	ват на кілограм	Вт/кг
Потужність керми	$L^2 T^{-3}$	$\dot{K}$	ват на кілограм	Вт/кг
Експозиційна доза (фонного опромінення)	$M^{-1} T I$	$X$	кулон на кілограм	Кл/кг
Потужність експозиційної дози (фонного опромінення)	$M^{-1} I$	$\dot{X}$	ампер на кілограм	А/кг
Інтенсивність випромінювання	$M T^{-3}$	$w/m^{-2}$	ват на квадратний метр	Вт/м <sup>2</sup>
Активність радіонукліда в джерелі	$T^{-1}$	$A$	бекерель	Бк
Потік іонізуючих частинок	$T^{-1}$	$F$	секунда в мінус першому степені	$s^{-1}$
Щільність потоку іонізуючих частинок	$L^{-2} T^{-1}$	$\phi$	секунда у мінус першому степені на метр у мінус другому степені	$s^{-1} m^{-2}$

**ДОДАТОК 2**  
**Таблиці фізичних величин**

Таблиця Д 2.1 – Основні фізичні сталі

Величина	Позначення	Значення величини
Швидкість світла у вакуумі	$c$	$2,99793 \cdot 10^8$ м/с
Гравітаційна стала	$G$	$6,67259 \cdot 10^{-11}$ Н·м <sup>2</sup> /кг <sup>2</sup>
Стала Авогадро	$N_A$	$6,022 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Молярна газова стала	$R$	8,31441 Дж/моль·К
Молярний об'єм ідеального газу при нормальних умовах	$V_0$	$22,4138 \cdot 10^{-3}$ м <sup>3</sup> /моль
Стала Больцмана	$k$	$1,38066 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Електрична стала	$\epsilon_0$	$8,854187 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Елементарний заряд (заряд електрона)	$e$	$1,60217 \cdot 10^{-19}$ Кл
Маса спокою електрона	$m_e$	$9,10939 \cdot 10^{-31}$ кг
Питомий заряд електрона	$e/m_e$	$-1,75882 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Маса спокою протона	$m_p$	$1,67264 \cdot 10^{-27}$ кг
Стала Фарадея	$F$	$9,6484 \cdot 10^4$ Кл/моль

Таблиця Д 2.2 – Кратні і частинні одиниці СІ

Множник	Префікс	Позначення	Множник	Префікс	Позначення
$10^{12}$	тера	Т	$10^{-1}$	деці	д
$10^9$	гіга	Г	$10^{-2}$	санті	с
$10^6$	мега	М	$10^{-3}$	мілі	м
$10^3$	кіло	к	$10^{-6}$	мікро	мк
$10^2$	гекто	г	$10^{-9}$	нано	н
10	дека	да	$10^{-12}$	піко	п

Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.3 – Астрономічні величини

1. Деякі космічні тіла

Космічне тіло	Середній радіус, м	Маса, кг	Середня густина, $10^3 \text{ кг/м}^3$	Період обертання навколо осі, в добах
Сонце	$6,95 \cdot 10^8$	$1,99 \cdot 10^{30}$	1,41	25,4
Земля	$6,37 \cdot 10^6$	$5,98 \cdot 10^{24}$	5,52	1,0
Луна	$1,74 \cdot 10^6$	$7,35 \cdot 10^{22}$	3,30	27,3

2. Планети Сонячної системи

Планета	Середня відстань від Сонця, $10^6 \text{ км}$	Період обертання навколо Сонця, роки	Маса по відношенню до маси Землі	Екваторіальний діаметр, км	Прискорення вільного падіння за відношенням до прискорення на поверхні Землі
Меркурій	57,87	0,241	0,056	4840	0,38
Венера	108,14	0,615	0,817	12400	0,85
Земля	149,50	1,000	1,000	12742	1,00
Марс	227,79	1,881	0,108	6780	0,38
Юпітер	777,8	11,862	318,35	139760	2,64
Сатурн	1426,1	29,458	95,22	115100	1,17
Уран	2867,7	84,013	14,58	51000	0,92
Нептун	4494	164,79	17,26	50000	1,14
Плутон	5900	249,7	–	–	–

Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.4 – Густина деяких матеріалів (при 293 К)

1. Тверді речовини

Речовина	Густина, 10 <sup>3</sup> кг/м <sup>3</sup>	Речовина	Густина, 10 <sup>3</sup> кг/м <sup>3</sup>
<i>Елементи</i>		<i>Сплави</i>	
Алюміній	2,70	Бронзи	8,7–8,9
Берилій	1,84	Дюралюміній	2,8
Вольфрам	19,1	Константан	8,8
Германій	5,46	Латунь	8,4–8,7
Залізо	7,87	Сталі	7,5–7,9
Золото	19,3	<i>Інші матеріали</i>	
Кобальт	8,71	Азбест	2,0–2,8
Кремній	2,42	Глина	1,8–2,6
Мідь	8,93	Граніт	2,3–2,8
Нікель	8,9	Дуб	0,6–0,9
Платина	21,37	Крейда	1,9–2,8
Ртуть (рідина)	13,55	Лід	0,91
Свинець	11,34	Плексиглас	1,16–1,20
Срібло	10,5	Пробка	0,22–0,26
Титан	4,5	Резина	1,1
Вуглець (алмаз)	3,52	Скло	2,4–2,8
Вуглець (графіт)	2,25	Сосна	0,37–0,60
Уран	18,7	Фарфор	2,3–2,5
2. Рідини			
Вода	1,00	Ртуть	13,6
Гліцерин	1,26	Спирт (етиловий)	0,79
Касторове масло	0,90	Важка вода	1,1
Керосин	0,80	Ефір	0,72
3. Гази*			
Азот	1,25	Вуглекислий газ	1,98
Аргон	1,78	Гелій	0,18
Водень	0,09	Кисень	1,43
Водяний пар	0,77	Повітря	1,29

\* При нормальних умовах.



Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.5 – Пружні властивості деяких матеріалів

Матеріал	Модуль Юнга $E$ , $10^{10}$ Н/м <sup>2</sup>	Модуль зсуву $G$ , $10^{10}$ Н/м <sup>2</sup>	Коефіцієнт Пуассона $\mu$	Модуль об'ємного стиску $K$ , $10^{10}$ Н/м <sup>2</sup>
Алюміній	7,05	2,62	0,345	7,58
Вісмут	3,19	1,20	0,33	3,13
Залізо	21,2	8,2	0,29	16,9
Золото	7,8	2,7	0,44	21,7
Мідь	12,98	4,83	0,34	13,76
Нікель	20,4	7,9	0,28	16,1
Платина	16,8	6,1	0,38	22,8
Свинець	1,62	0,56	0,44	4,6
Срібло	8,27	3,03	0,37	10,4
Титан	11,6	4,38	0,32	10,7
Цинк	9,0	3,6	0,25	6,0
Сталь	20–21	7,9–8,9	0,25–0,33	16,8
Чавун	19–20	7,7–8,3	0,29	16,9
Бронза (66% Cu)	9,7–10,2	3,3–3,7	0,34–0,40	11,2
Константан	16,3	6,11	0,33	15,7
Скло	5,1–7,1	3,1	0,17–0,32	3,75
Дуб	1,3	–	–	–
Сосна	0,9	–	–	–
Кварцова нитка	7,3	3,1	0,17	3,7
М'яка резина	0,00015– 0,0005	0,00005– 0,00015	0,46–49	–

Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.6 – Властивості деяких твердих речовин

1. Елементи

Речовина	$c$ , $\frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$K$ , $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$\alpha$ , $10^{-6} \text{ К}^{-1}$	$T_{\text{пл}}$ , $\text{К}$	$q$ , $\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$T_{\text{кип}}$ , $\text{К}$	$r$ , $\frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$
Алюміній	0,90	207	22,6	933	10,7	2720	293,7
Вольфрам	0,14	130	4,3	3653	35,2	5803	799
Вуглець (алмаз)	0,51	628	1,2	–	–	–	–
Вуглець (графіт)	0,71	114	–	3773	–	4173	–
Залізо	0,46	75	12,1	1808	15,5	3160	–
Золото	0,13	310	14,0	1336	12,7	2973	234,4
Мідь	0,39	395	16,6	1356	130,1	2868	304
Свинець	0,13	35	28,3	600	4,77	2024	179,5
Срібло	0,23	418	19,0	1234	11,27	2485	254,0

2. Сплави

3. Інші матеріали

Речовина	$c$ , $\frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$K$ , $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$\alpha$ , $10^{-6} \text{ К}^{-1}$	Речо- вина	$c$ , $\frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$K$ , $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$\alpha$ , $10^{-6} \text{ К}^{-1}$
Бронза		200	16–20	Азбест	0,84	0,1	–
Дюра- люміній		186	27	Глина		1,05–1,26	8,1
Конста- нтан	0,41	21–22	15-17	Граніт	0,80–0,84	2,7–3,3	8,3
Латунь	0,37	80–180	17–20	Дуб		0,171	4,92
Манганін		–	16	Лід	2–2,1	–	–
–	–	–	–	Резина	1,13–2,1	0,146	220
–	–	–	–	Скло	0,8–0,5	0,7–1,13	6–8
–	–	–	–	Сосна		0,08–0,11	5,41
–	–	–	–	Цегла		1–1,3	3–9

Примітки. 1. Значення  $c$ ,  $K$ ,  $\alpha$  – при 293 К.

2.  $c$  – питома теплоємність;  $K$  – теплопровідність;  $\alpha$  – температурний коефіцієнт розширення;  $T_{\text{пл}}$  – температура плавлення;  $q$  – молярна теплота плавлення;  $T_{\text{кип}}$  – температура кипіння;  $r$  – молярна теплота пароутворення.

Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.7 – Властивості деяких рідин

Рідина	$c, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$r, \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$	$\sigma, \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$	$\beta, 10^{-5} \text{К}^{-1}$	$\eta, \text{Па} \cdot \text{с}$	$\kappa, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$
Вода	4180	2250	0,073	21	1,002	0,596
Гліцерин	2430		0,064	47	1495,0	0,290
Касторове масло	1800		0,035	–	986	–
Керосин	2140		0,3	100	–	–
Ртуть	136	284	0,487	18	1,55	8,45
Етиловий спирт	2510	853	0,023	108	1,20	0,184

*Примітка:*  $c$  – питома теплоємність при 273 К;  $r$  – питома теплота пароутворення при атмосферному тиску;  $\sigma$  – поверхневий натяг при 293 К;  $\beta$  – коефіцієнт об'ємного розширення при 293 К;  $\eta$  – в'язкість при 293 К;  $\kappa$  – теплопровідність при 273 К.

Таблиця Д 2.8 – Властивості деяких газів

Речовина	$\mu, \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$	$d, \text{нм}$	$C_p, \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$	$\gamma = C_p/C_v$	$K, \frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$\eta, \text{мкПа} \cdot \text{с}$	$D, \text{см}^2/\text{с}$	$t_{\text{пл}}, \text{°C}$	$t_{\text{кип}}, \text{°C}$
Азот	28	0,37	29,1	1,40	24,3	16,7	0,17	–210,0	–195,8
Аргон	40	0,35	20,9	1,67	16,2	22,1	0,16	–189,3	–185,9
Водень	2	0,27	28,8	1,41	168,4	8,4	1,28	–259,2	–252,8
Водяний пар	18	0,30	34,5	1,32	22,5	9,0	0,28	0,0	100
Вуглекислий газ	44	0,40	37,1	1,30	14,5	14,0	0,10	–56,6	–78,5 возг.
Гелій	4	0,20	21,0	1,67	141,5	18,9	1,62	–272,2	–268,9
Кисень	32	0,35	29,1	1,40	24,4	19,2	0,18	–218,8	–183,0
Повітря	29	0,35	29,3	1,40	24,1	17,2	–	–213	–193

*Примітки.* 1. Значення  $\gamma, \eta, d, D$  – при нормальних умовах.

2.  $\mu$  – молярна маса;  $C_p$  – молярна теплоємність;  $d$  – діаметр молекул,  $K$  – теплопровідність;  $\eta$  – в'язкість;  $D$  – коефіцієнт самодифузії;  $t_{\text{пл}}$  – температура плавлення,  $t_{\text{кип}}$  – температура кипіння

Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.9 – Питомий опір і температурний коефіцієнт опору деяких провідників (при 293 К)

Речовина	$\rho$ , $10^{-8}$ Ом·м	$\alpha$ , $10^{-3}$ К <sup>-1</sup>	Речовина	$\rho$ , $10^{-8}$ Ом·м	$\alpha$ , $10^{-3}$ К <sup>-1</sup>
<i>Метали</i>			Свинець	22	3,7
Алюміній	2,65	4,3	Срібло	1,65	4,1
Вольфрам	5,5	4,8	Цинк	5,9	4,2
Залізо	8,7	6,5	<i>Сплави</i>		
Золото	2,2	4,0	Константан	49,0	0,002
Мідь	1,7	4,3	Латунь	7,1	1,0
Молібден	6,0	4,3	Манганін	44,5	0,001
Олово	12,8	4,5	Ніхром	110	0,4
Платина	10,5	3,9	Сталь	10	6,5

Таблиця Д 2.10 – Питомий опір і відносна діелектрична проникність деяких діелектриків (при 293 К)

Речовина	$\rho$ , Ом·м	$\epsilon$	Речовина	$\rho$ , Ом·м	$\epsilon$
<i>Тверді тіла</i>			<i>Рідини</i>		
Бакеліт	$10^{11} - 10^{12}$	4,5	Бензин	$10^{10}$	2
Гетинакс	$10^8 - 10^{11}$	2,4	Вода (дистилі- рована)	$10^3 - 10^4$	81
Кварц	$10^{12} - 10^{13}$	3,5-4,5	Масло касторове	$10^{11}$	4,7
Кераміка (конденсаторна)	$10^9$	10-200	Масло трансфор- маторне	$10^{10} - 10^{13}$	2,2
Папір сухий	$10^{11} - 10^{13}$	2-2,5	Спирт етиловий	$10^4 - 10^5$	27
Парафін	$3 \cdot 10^{16}$	2-2,3			
Плексиглас	$10^{11}$	3,5	<i>Гази</i> (при атмосферному тиску)		
Слюда	$10^{13} - 10^{14}$	5,7-7	Азот	–	1,00054
Скло	$10^{10} - 10^{12}$	4-16	Вуглекислий газ	–	1,0009
Текстоліт	$10^7 - 10^9$	–	Гелій	–	1,00007
Фарфор	$10^{13}$	4,5-7	Кисень	–	1,00055
Ебоніт	$10^{13} - 10^{14}$	2,5-3	Повітря	$10^{14} - 10^{15}$	1,00025

Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.11 – Електричні властивості напівпровідників

$\Delta W$  – ширина забороненої зони;  $\rho$  – власний питомий опір (при 293 К);  $\varepsilon$  – відносна діелектрична проникність

Речовина	$W$ , еВ	$\rho$ , Ом·м	$\varepsilon$	Речовина	$W$ , еВ	$\rho$ , Ом·м	$\varepsilon$
Алмаз	5,4	$10^6-10^{10}$	5,5–16,5	Телур	0,36	0,001	25
Германій	0,68–0,75	0,43	16	Сульфід свинцю	0,35	0,002	–
Кремній	1,15	$2,6 \cdot 10^3$	11,7	Антимонід індію	0,18	$7 \cdot 10^5$	17
Селен	1,7	$10^3-10^{10}$	6	Арсенід галію	1,4	1,5	12,7

Таблиця Д 2.12 – Робота виходу електронів з деяких речовин

Речовина	$A$ , еВ	$W 10^{-19}$ , Дж	Речовина	$A$ , еВ	$W 10^{-19}$ , Дж
Алюміній	3,74	6,0	Натрій	2,27	3,6
Барій	2,29	3,7	Нікель	4,84	7,7
Барій на вольфрамі	1,1	1,8	Оксид барія	1,0	1,6
Вісмут	4,62	7,4	Оксид міді	5,2	8,3
Вольфрам	4,50	7,2	Платина	5,29	8,5
Германій	4,80	7,7	Рубідій	2,2	3,5
Залізо	4,36	7,0	Срібло	4,28	6,8
Золото	4,58	7,3	Титан	3,92	6,3
Калій	2,15	3,4	Торій	3,4	5,4
Кальцій	2,80	4,5	Торій на вольфрамі	2,6	2
Кобальт	4,25	6,8	Цезій	1,89	3
Літій	2,39	3,8	Цезій на вольфрамі	1,4	2,2
Мідь	4,47	7,2	Цезій на платині	1,3	2,1
Молібден	4,27	6,8	Цинк	3,74	6

Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.13 – Діапазон довжини хвиль та енергії квантів електромагнітного випромінювання

Тип хвиль	Діапазон довжини хвиль, $10^{-10}$ м	Діапазон енергії квантів випромінювання, еВ
Радіохвилі		
наддовгі	$10^{14} - 10^{18}$	$1,2 \cdot 10^{-10} - 1,2 \cdot 10^{14}$
довгі	$10^{13} - 10^{14}$	$1,2 \cdot 10^{-9} - 1,2 \cdot 10^{-10}$
середні	$10^{12} - 10^{13}$	$1,2 \cdot 10^{-8} - 1,2 \cdot 10^{-9}$
короткі	$10^{11} - 10^{12}$	$1,2 \cdot 10^{-7} - 1,2 \cdot 10^{-8}$
ультракороткі (УКР.)	$10^6 - 10^{11}$	$0,0124 - 1,2 \cdot 10^{-7}$
Інфрачервоне випромінювання		
	$10^5 - 10^7$	$0,124 - 1,24 \cdot 10^{-3}$
	7500–10 <sup>5</sup>	1,65–0,124
Видиме світло		
червоне	6500–7500	1,91–1,65
оранжеве	5900–6500	2,10–1,91
жовте	5300–5900	2,34–2,10
зелене	4900–5300	2,53–2,34
блакитне	–	–
синє	4200–4900	2,95–2,53
фіолетове	4000–4200	3,10–2,95
Ультрафіолетове випромінювання		
	2000–4000	6,20–3,10
	100–2000	124–6,20
Рентгенівське випромінювання		
	1–20	$1,24 \cdot 10^4 - 620$
	0,06–1	$2,07 \cdot 10^5 - 1,24 \cdot 10^4$
Гамма випромінювання		
	$5 \cdot 10^{-14} - 2$	$2,48 \cdot 10^7 - 6,2 \cdot 10^3$

Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.14 – Показники заломлення води

Довжина хвилі, нм	<i>n</i>	Довжина хвилі, нм	<i>n</i>
1256	1,3210	508,6	1,3360
678	1,3308	486,1	1,3371
656,3	1,3311	480,0	1,3374
643,8	1,3314	434,0	1,3403
589,3	1,3330	303,4	1,3581
541,1	1,3345	214,4	1,4032

Таблиця Д 2.15 – Показники заломлення твердих тіл ( $\lambda = 587,6$  нм)

Речовина	<i>t</i> ° C	<i>n</i>	Речовина	<i>t</i> ° C	<i>n</i>
Алмаз	20	2,4195	Лід	0	1,31
Бromo-йодистий калій	20	2,629	Натрій хлористий	18	1,5443
Кальцій фтористий	15	1,4339	Срібло хлористе	25	~2,06
Кварц плавлений	15	1,4587	Цезій бромистий	24	1,6971

Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.16 – Показники заломлення рідин ( $T = 293\text{K}$ )

Рідина	$n$	$\lambda$ , нм	Рідина	$n$	$\lambda$ , нм
Анілін	1,586	589,3	Метилен (хлористий)	1,424	589,3
Ацетон	1,359	589,3	Нітробензол	1,553	589,3
$\alpha$ - монобромнафталін	1,66	589,3	Нітротолуол (орто)	1,547	589,3
Бензол	1,501	587,6	Олія кедрова	1,516	587,6
Бромформ	1,598	589,3	Сірководень	1,885	587,6
Вуглець чотирьохлористий	1,46	589,3	Сірковуглець	1,63	589,3
Гліцерин	1,47	587,6	Скипидар	1,47	587,6
Етил бромистий	1,424	589,3	Спирт ети- ловий	1,362	589,3
Ефір етиловий	1,354	589,3	Спирт мети- ловий	1,331	589,3
Канадський баль- зам	1,53	589,3	Толуол	1,497	589,3
Ксилол (мета)	1,497	589,3	Фурфурол	1,526	589,3
Ксилол (орто)	1,505	589,3	Хлороформ	1,446	589,3
Ксилол (пара)	1,496	589,3			



Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.17 – Фундаментальні фізичні константи

Величина	Позначення	Значення
Елементарний заряд	$e$	$1,6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Стала Больцмана	$k = \frac{R}{N_A}$	$1,380662 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$
Стала Планка	$h$	$6,626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Стала Дірака	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1,05457266 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{60\pi^3 c^2}$	$5,67032 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$
Стала Віна	$b$	$2,897756 \cdot 10^{-3}$ м·К
Швидкість світла у вакуумі	$c$	$299792458 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
Магнітна стала	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$	$1,256837 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$
Електрична стала	$\epsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1}$	$8,854187817 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$
Універсальна газова стала	$R$	$8,31441 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
Число Авогадро	$N_A$	$6,022045 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Комптонова довжина хвилі електрона	$\lambda = \frac{h}{m_e c}$	$2,4263089 \cdot 10^{-12}$ м
Маса спокою електрона	$m_e$	$9,10939 \cdot 10^{-31}$ кг

## Продовження додатка 2

Таблиця Д 2.18 – Робота виходу електронів

Елемент	A, eВ	Елемент	A, eВ
Барій	2,49	Натрій	2,35
Берилій	3,92	Неодим	3,2
Бор	4,5	Нікель	4,5
Ванадій	4,12	Ніобій	3,99
Вісмут	4,4	Олово	4,38
Вольфрам	4,54	Осмій	24,7
Вуглець	4,7	Паладій	4,8
Гадоліній	3,1	Платина	5,32
Галій	3,96	Празеодим	2,7
Гафній	3,53	Реній	5,0
Германій	4,76	Родій	4,75
Гольмій	3,22	Ртуть	4,52
Диспрозій	3,25	Рубідій	2,16
Ербій	3,25	Рутеній	4,6
Європій	2,5	Самарій	2,7
Залізо	4,31	Свинець	4,0
α	4,7	Селен	4,72
β	4,62	Скандій	3,3
γ	4,68	Срібло	4,3
Індій	38	Стронцій	2,35
Іридій	5,27	Сурма	4,08
Ітрій	3,3	Талій	3,7
Кадмій	4,1	Тантал	4,12
Калій	2,22	Телур	4,73
Кальцій	2,8	Тербій	3,15
Кобальт	4,41	Титан	3,95
Кремній	4,8	Торій	3,3
Лантан	3,3	Тулій	3,1
Літій	2,38	Уран	3,3
Лютецій	3,33	Хром	4,58
Магній	3,64	Цезій	1,81
Марганець	3,83	Церій	2,7
Мідь	4,4	Цинк	4,24
Молібден	4,3	Цирконій	3,9
Миш'як	3,75		

Продовження додатку 2

Таблиця Д.2.19 – Періоди піврозпаду  $T_{1/2}$  деяких радіоактивних нуклідів

Вуглець $^{12}_6\text{C}$	5730 років	Радій $^{226}_{88}\text{Ra}$	1620 років
Йод $^{131}_{53}\text{I}$	8 діб	Радон $^{222}_{86}\text{Rn}$	3,82 доби
Натрій $^{24}_{11}\text{Na}$	14,6 години	Стронцій $^{90}_{38}\text{Sr}$	28 років
Кальцій $^{45}_{20}\text{Ca}$	164 доби	Торій $^{232}_{90}\text{Th}$	$1,41 \cdot 10^{10}$ років
Кобальт $^{58}_{27}\text{Co}$	71 доба	Уран $^{235}_{92}\text{U}$	$7,1 \cdot 10^8$ років
Плутоній $^{239}_{94}\text{Pu}$	24390 років	Уран $^{238}_{92}\text{U}$	$4,5 \cdot 10^9$ років
Полоній $^{210}_{84}\text{Po}$	138 діб		

Таблиця Д.2.20 – Лінійний коефіцієнт поглинання  $\mu$  гамма-випромінювання з енергією  $W = 6 \text{ MeV}$  для деяких речовин,  $\text{m}^{-1}$

Речовина	$\mu$
Залізо	23,99
Свинець	49,36
Бетон (густина $\rho = 2,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ )	6,19

Таблиця Д.2.21 – Атомна маса деяких ізотопів, а. о. м.

Ізотоп	Маса	Ізотоп	Маса	Ізотоп	Маса
${}^1_1\text{H}$	1,00783	${}^{12}_6\text{C}$	12,0	${}^{40}_{20}\text{Ca}$	39,96257
${}^2_1\text{H}$	2,01410	${}^{13}_7\text{N}$	13,00574	${}^{56}_{26}\text{Fe}$	55,93490
${}^3_1\text{H}$	3,01605	${}^{14}_7\text{N}$	14,00307	${}^{56}_{27}\text{Co}$	55,93984
${}^3_2\text{He}$	3,01603	${}^{16}_8\text{O}$	15,99491	${}^{63}_{29}\text{Cu}$	62,92960
${}^4_2\text{He}$	4,00260	${}^{17}_8\text{O}$	16,99913	${}^{112}_{48}\text{Cd}$	111,90276
${}^6_3\text{Li}$	6,01512	${}^{19}_9\text{F}$	18,99840	${}^{200}_{80}\text{Hg}$	199,96832
${}^7_3\text{Li}$	7,01600	${}^{24}_{11}\text{Na}$	23,99097	${}^{207}_{82}\text{Pb}$	206,97590
${}^7_4\text{Be}$	7,01693	${}^{23}_{12}\text{Mg}$	22,99413	${}^{210}_{84}\text{Po}$	209,98276
${}^8_4\text{Be}$	8,00531	${}^{24}_{12}\text{Mg}$	23,98504	${}^{232}_{90}\text{Th}$	232,03811
${}^9_4\text{Be}$	9,01218	${}^{27}_{13}\text{Al}$	26,98154	${}^{235}_{92}\text{U}$	235,04393
${}^{10}_5\text{B}$	10,01294	${}^{30}_{14}\text{Si}$	29,97377	${}^{238}_{92}\text{U}$	238,05353
${}^{11}_5\text{B}$	11,00930	${}^{31}_{15}\text{P}$	30,97376	${}^{239}_{94}\text{Pu}$	239,05204

## Список літератури

1. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1990. – 397 с.
2. Чертов А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев : учеб. пособ. для вузов. – М. : Высш. шк. 1988. – 526 с.
3. Загальна фізика. Лабораторний практикум : навч. посіб. : у 3 ч. Ч. 1 : Класична механіка. Термодинаміка і статистична фізика. Електрика та магнетизм / А. О. Мамалуй, М. В. Лебедева, Т. І. Храмова та ін. ; за заг. ред. А. О. Мамалуй. – Х. : Підручник НТУ «ХП», 2012. – 352 с.
4. Загальна фізика. Лабораторний практикум : навч. посіб. : у 3 ч. – Ч. 2 : Коливання та хвилі. Оптика / А. О. Мамалуй, В. В. Пилипенко, К. Т. Лемешевська та ін. ; за заг. ред. А. О. Мамалуй. – Харків : Підручник НТУ «ХП», 2012. – 216 с.
5. Загальна фізика. Лабораторний практикум : навч. посіб. : у 3 ч. Ч. 3 : Квантова механіка. Фізика атомів і молекул. Фізика твердого тіла. Фізика атомного ядра та елементарних частинок / А. О. Мамалуй, С. Д. Гапochenко, Т. М. Шелест та ін. ; за заг. ред. А. О. Мамалуй. – Харків : Підручник НТУ «ХП», 2013. – 172 с.
6. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред І. П. Гаркуші. – К. : Техніка, 2004. – 560 с.
7. Иродов И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов. – М. : Наука, 1979. – 368 с.
8. Физико-химические свойства элементов : справочник ; под ред. Г. В. Самсонова. – К. : Наукова думка, 1965. – 8 с.
9. Кэй Дж. Таблицы физических и химических постоянных / Дж. Кэй, Т. Лэби. – М. : Физматгиз., 1962. – 247 с.
10. Лабораторные занятия по физике : учеб. пособ. / Л. Л. Гольдин, Ф. Ф. Игошин, С. М. Козел и др. ; под ред. Л. Л. Гольдина. – М. : Наука, 1983. – 704 с.
11. Физические величины: Справочник. / А.А. Бабичев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский и др. Под редакцией И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М. : Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.

12..

## ЗМІСТ

Вступ .....	3
<b>РОЗДІЛ I. КЛАСИЧНА МЕХАНІКА</b> .....	5
1.1. Елементи кінематики .....	5
1.2. Динаміка частинок та поступального руху твердого тіла. Закон збереження імпульсу .....	14
1.3. Динаміка обертального руху твердого тіла .....	22
1.4. Закон збереження енергії .....	29
1.5. Принцип відносності в релятивістській механіці. Елементи релятивістської динаміки .....	38
Відповіді на задачі до розділу .....	43
<b>РОЗДІЛ II. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА</b> .....	46
2.1. Статистичні та термодинамічні методи досліджень Макросистеми .....	46
2.2. Класичні статистичні розподіли .....	48
2.3. Явища переносу в газах .....	52
2.4. Основи термодинаміки .....	56
2.5. Фазові рівноваги і фазові перетворення .....	65
Відповіді на задачі до розділу .....	70
<b>РОЗДІЛ III. ЕЛЕКТРОСТАТИКА. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ</b> .....	73
3.1. Електростатика .....	73
3.2. Постійний струм .....	84
Відповіді на задачі до розділу .....	92
<b>РОЗДІЛ IV. МАГНІТНЕ ПОЛЕ. ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ.     ОСНОВИ ТЕОРІЇ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ     ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ</b> .....	93
4.1. Магнітне поле .....	93
4.2. Магнітне поле у речовині .....	101
4.3. Електромагнітне поле .....	108
4.4. Основи теорії Максвелла для електромагнітного поля .....	113
Відповіді на задачі до розділу .....	118
<b>РОЗДІЛ V. ФІЗИКА КОЛИВАНЬ ТА ХВИЛЬ. ОПТИКА</b> .....	120
5.1. Гармонічний осцилятор. Кінематика вільних гармонічних коливань .....	120
5.2. Динаміка вільних гармонічних коливань .....	125
5.3. Згасаючі та вимушені коливання .....	132
5.4. Хвильові процеси .....	143

5.5. Геометрична оптика .....	152
5.6. Інтерферометрія .....	157
5.7. Дифракція хвиль .....	164
5.8. Електромагнітні хвилі в речовині .....	170
Відповіді на задачі до розділу .....	177
<b>РОЗДІЛ VI. ОСНОВНІ УЯВЛЕННЯ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ .....</b>	<b>187</b>
6.1. Елементи квантової оптики .....	187
6.2. Обґрунтування основних ідей квантової теорії .....	195
6.3. Квантова механіка та корпускулярно-хвильовий дуалізм матерії ....	199
6.4. Основи квантової теорії .....	203
Відповіді на задачі до розділу .....	215
<b>РОЗДІЛ VII. ФІЗИКА АТОМІВ І МОЛЕКУЛ .....</b>	<b>221</b>
7.1. Атом .....	221
7.2. Молекула .....	226
Відповіді на задачі до розділу .....	229
<b>РОЗДІЛ VIII. ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ КОНДЕНСОВАНИХ СТАНІВ</b>	<b>230</b>
8.1. Кристали .....	230
8.2. Елементи зонної теорії твердих тіл.....	236
8.3. Елементи квантової статистики.....	241
8.4. Електропровідність речовини. Квантова теорія металів. Надпровід- ність. Електропровідність речовини. Класична теорія електропровідності металів. Електропровідність речовини. Електропровідність напівпровідників і діелектриків.....	246
8.5. Квантова природа магнетизму речовин.....	252
Відповіді на задачі до розділу.....	257
<b>РОЗДІЛ IX. ЯДЕРНА ФІЗИКА ТА ФІЗИКА ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК.....</b>	<b>261</b>
9.1. Будова та характеристики атомного ядра.....	261
9.2. Фізичні основи ядерної енергетики. Ядерні реакції.....	263
9.3. Екологічні проблеми ядерної енергетики.....	267
Відповіді на задачі до розділу.....	270
 Додаток 1.....	 272
Додаток 2.....	278
 Список літератури .....	 293

Навчальне видання

МАМАЛУЙ Андрій Олександрович  
ЛЕБЕДЄВА Марина Володимирівна  
ПИЛИПЕНКО Валентина Володимирівна  
та інші

**ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА.**  
**Практичні завдання**  
**Навчально-методичний посібник**  
**для студентів вищих навчальних закладів**

Роботу до видання рекомендувала *К.Т. Лемешевська*  
В авторській редакції

План 2012 р., поз 100

Підп. до друку 16.07.2014 р. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний. Riso-друк.  
Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. 17,2. Наклад 1000 прим. 1-й з-д 1-300.  
Зам № 71. Ціна договірна.

---

Видавець і виготовлювач  
ТОВ «Видавництво «Підручник НТУ «ХП»,  
вул. Фрунзе, 21, м. Харків, 61002

---

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3657 від 24.12.2009 р.