

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до виконання розрахунково-графічної роботи
за темою «Розрахунок перехідних процесів в лінійних електричних колах»**

з дисциплін «Теоретичні основи електротехніки»,
«Теорія електричних та магнітних кіл»,
«Теорія електромагнітних кіл»,
«Теорія електричних кіл та сигналів»,
«Теорія електромагнітних кіл»

для студентів спеціальностей

141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»,
151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»,
152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка»,
171 «Електроніка», 172 «Телекомунікації та радіотехніка»

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол №1 від 22.02.2021р.

Харків
НТУ «ХП»
2021

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи за темою «Розрахунок перехідних процесів в лінійних електричних колах» з дисциплін з дисциплін «Теоретичні основи електротехніки» «Теорія електричних та магнітних кіл», «Теорія електромагнітних кіл», «Теорія електричних кіл та сигналів», «Теорія електромагнітних кіл» для студентів спеціальностей 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка», 171 «Електроніка», 172 «Телекомунікації та радіотехніка» / уклад.: М. М. Резинкіна, Б. І. Кубрик, А. В. Гетьман, С. А. Литвиненко – Харків : НТУ «ХП», 2021. – 56 с.

Укладачі: М. М. Резинкіна, Б. І. Кубрик, А. В. Гетьман, С. А. Литвиненко.

Рецензент: Грищук Ю. С.

Кафедра теоретичних основ електротехніки

ВСТУП

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи за темою: «Розрахунок перехідних процесів в лінійних електричних колах» містять основні теоретичні положення, приклади розрахунків та варіанти індивідуальних завдань. Ця розрахунково-графічна робота є базовою для одержання студентами практичних навичок використання теоретичних знань при розрахунках перехідних процесів в лінійних електричних колах.

Потреба у вивченні та розрахунках перехідних процесів зумовлена тим, що дає змогу передчасно виявити можливі різні збільшення напруги та струму, які можуть призвести до небажаних наслідків, а також деформації за формою та амплітудою сигналів під час їх проходження через імпульсні електронні та радіотехнічні пристрої.

Методичні вказівки призначені для студентів електротехнічного та комп'ютерно-інформаційного профілю.

1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ

1.1. Визначення перехідних процесів

В електричних колах постійного і змінного струму режими роботи підрозділяються на усталені та перехідні.

Усталеними називають режими, при яких в колах постійного струму напруги та струми незмінні в часі, а в колах змінного струму напруги і струми є періодичними функціями часу.

Перехідними процесами (режимами) називають електромагнітні процеси під час переходу від одного усталеного процесу (режиму) до іншого. Такі процеси зумовлюються певними змінами стану електричного кола: вмикання або вимикання кола, при коротких замиканнях та обривах, при зміні параметрів кола та ін.

Зміни в стані електричного кола, які викликають перехідні процеси, називають **комутаціями**. На схемах комутацію умовно позначають за допомогою ключів (рис. 1.1, *a* – замикання, *б* – розмикання).

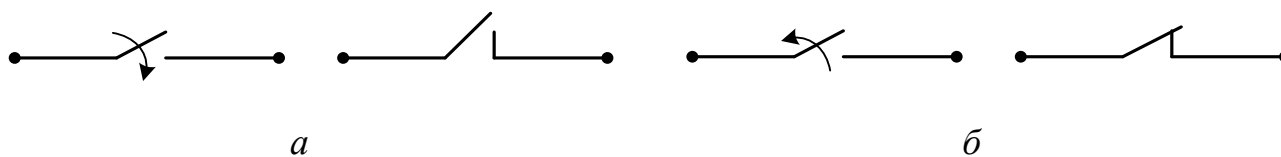


Рисунок 1.1 – Умовне позначення комутації

З точки зору фізики, перехідні процеси представляють собою процес переходу електричного кола від одного енергетичного стану (до комутації) до другого енергетичного стану (після комутації) і обумовлені невідповідністю запасу енергії у магнітному та електричному полях кола до комутації до його значення для нового сталого режиму. Ці процеси не можуть проходити миттєво, так як неможлива миттєва зміна енергії у електромагнітному колі реактивних елементів – ємності та індуктивності. По відношенню до цих двох накопичувачів

енергії сформульовані два закони комутації, які лежать в основі методів розрахунку перехідних процесів в електричних колах.

1.2. Закони комутації

Припустимо, що комутація трапляється в момент часу $t = 0$ і протікає стрибком, миттєво. Момент часу безпосередньо перед комутацією позначимо $t(0-)$, а момент часу безпосередньо після комутації – $t(0+)$.

Енергія магнітного поля, яка була накопичена в індуктивності до комутації

$$W_M(0-) = \frac{Li_L^2(0-)}{2}$$

не може змінюватися миттєво і тому

$$W_M(0-) = W_M(0+) = \frac{Li_L^2(0+)}{2}.$$

Звідси витікає **перший закон комутації**: струм у котушці індуктивності не може змінюватися миттєво, стрибкоподібно, в першу мить після комутації він зберігає те значення, яке мав в останню мить до комутації:

$$i_L(0-) = i_L(0+).$$

Але стрибкоподібна зміна напруги на індуктивній котушці можлива.

Енергія електричного поля в конденсаторі до комутації

$$W_E(0-) = \frac{Cu_C^2(0-)}{2}$$

також не може змінитися миттєво в момент комутації і тому

$$W_E(0-) = W_E(0+) = \frac{Cu_C^2(0+)}{2}.$$

З цього співвідношення можна сформулювати **другий закон комутації**: напруга на ємності стрибком, миттєво змінитися не може $u_C(0-) = u_C(0+)$.

Але струм в ємності i_C може змінюватись стрибком, миттєво.

Більш загальне формулювання законів комутації наведено в рекомендованій літературі [1, 2].

1.3. Початкові умови

Під початковими умовами розуміють значення струмів у гілках та напруги на елементах в момент комутації при $t=0$, тобто в момент початку перехідного процесу. При цьому розрізняють докомутаційні та післякомутаційні, незалежні та залежні, нульові та ненульові початкові умови.

Докомутаційні початкові умови – це значення струмів та напруг у колі до комутації за $t=(0-)$, тобто це $u_k(0-)$, $i_k(0-)$. Для їх визначення необхідно розрахувати сталий режим кола до комутації.

Післякомутаційні початкові умови – це значення струмів та напруг у колі після комутації при $t=(0+)$, тобто це $u_k(0+)$, $i_k(0+)$.

Не всі докомутаційні початкові умови залишаються рівними післякомутаційним, а тільки $i_L(0-) = i_L(0+) = i_L(0)$, $u_C(0-) = u_C(0+) = u_C(0)$, що витікає із законів комутації.

Значення $i_{Lk}(0)$, $u_{Ck}(0)$ називаються *незалежними початковими умовами*. Початкові умови для всіх інших струмів та напруг у післякомутаційному колі визначаються за незалежними початковими умовами і називаються *залежними початковими умовами*.

Якщо в електричному колі мають місце нульові початкові умови, тобто $i_{Lk}(0-) = 0$, $u_{Ck}(0-) = 0$, то при $t = (0+)$ індуктивність буде мати нескінченний опір, що еквівалентно розриву цієї ділянки кола, а ємність навпаки буде мати нульовий опір, що еквівалентно короткому замиканню.

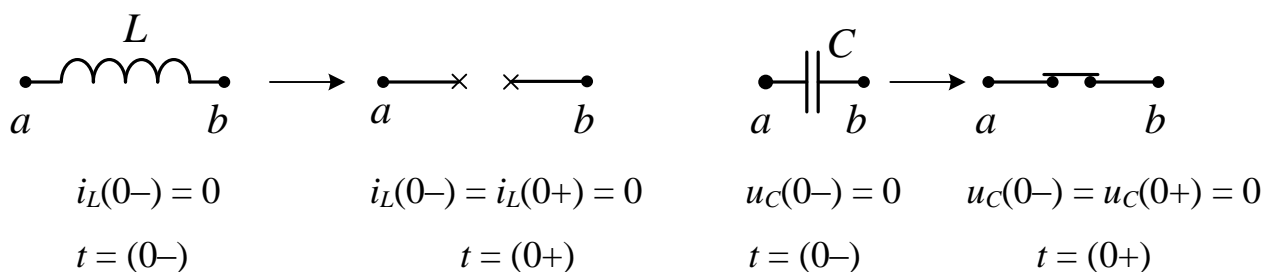


Рисунок 1.3

При ненульових початкових умовах індуктивність при $t=(0+)$ еквівалентна джерелу струму $J = i_L(0-)$, а ємність еквівалентна джерелу напруги, електрорушійна сила якого $E = |u_C(0-)|$.

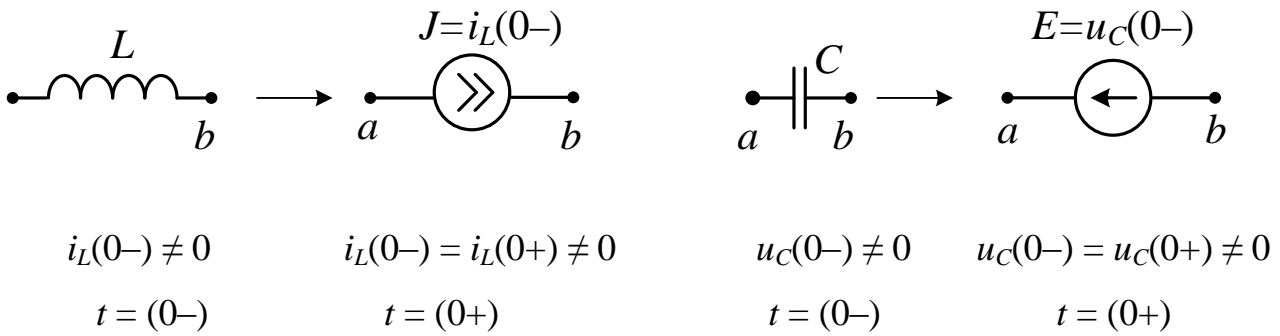


Рисунок 1.4

Всі ці наведені властивості накопичувальних елементів використовуються, як і закони Кірхгофа, для визначення залежних початкових умов. Для цього складається еквівалентна схема заміщення вихідного кола для $t = (0+)$ і по ній розраховуються ці величини. Приклади складання таких схем наведені на рисунках 1.5 а, б.

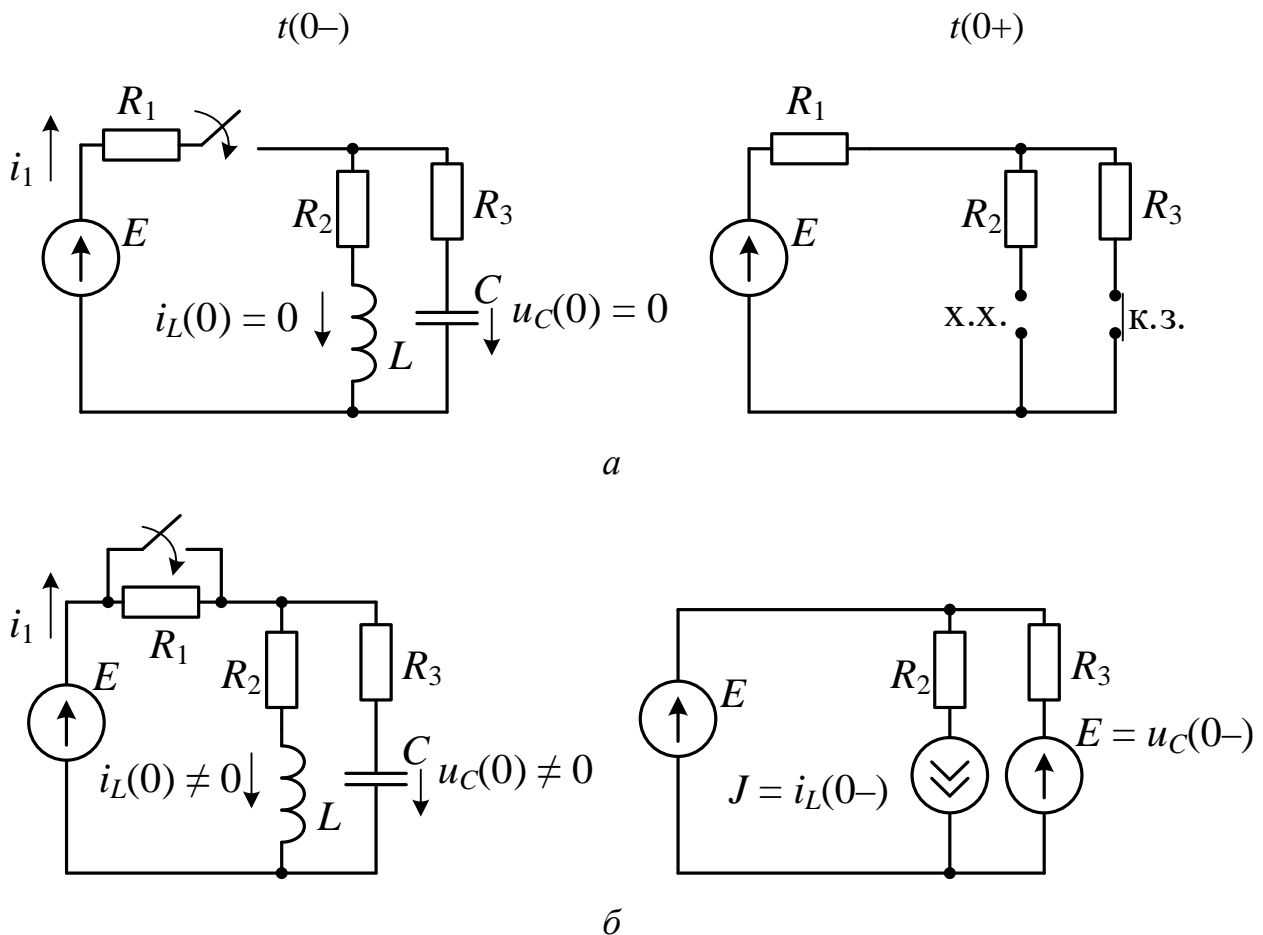


Рисунок 1.5

1.4. Класичний метод розрахунку перехідних процесів

Для розрахунку перехідних процесів в електричних колах існує декілька методів: класичний, оперторний, інтеграл Дюамеля, числовий та ін [3–5].

В даних методичних вказівках використовується класичний метод, який є найбільш наочним та достатньо простим з точки зору математичного апарату.

Суть цього методу полягає у формуванні математичної моделі схеми після комутації у вигляді диференціального рівняння, яке розв'язується методами теорії диференціальних рівнянь. Змінними у такій математичній моделі є миттєві значення струмів та напруг. Стан електричного кола після комутації з одним накопичувачем енергії описується диференціальним рівнянням першого порядку. Розв'язання такого рівняння для деякої функції $x(t)$ складається з суми двох складових:

$$x(t) = x_{\text{уст}} + x_{\text{вільн}},$$

де $x_{\text{уст}}$ – вимушена складова, що є частинним розв'язанням неоднорідного диференціального рівняння, яка залежить від характеру напруги джерела енергії і фізично являє собою значення $x(t)$ в усталеному режимі кола після завершення перехідного процесу;

$x_{\text{вільн}}$ – вільна складова, що визначається загальним розв'язанням однорідного рівняння і не залежить від напруги джерела. Математичний вираз вільної складової залежить від коренів характеристичного рівняння. При наявності одного накопичувача енергії $x_{\text{вільн}}$ має вигляд:

$$x_{\text{вільн}} = Ae^{pt} = Ae^{-t/\tau},$$

де: p – корінь характеристичного рівняння;

A – постійна інтегрування, яка обчислюється по початковим умовам при $t=(0+)$ і законам комутації;

τ – стала часу кола, має розмірність часу та визначається як

$$\tau = \left| \frac{1}{p} \right|.$$

Стала часу – це інтервал часу, за який вільні складові зменшуються в e разів ($e \approx 2,72$). Сталу часу можна визначити графічно, як довжину довільної піддотичної до експоненти.

Теоретично перехідний процес триває нескінченно довго, а практично $t_{\text{пр}} \approx (3-5)\tau$. В інженерній практиці прийнято, що тривалість перехідного процесу $t_{\text{пр}} = 4,6\tau$. За цей проміжок часу вільна складова зменшується до 1% від свого початкового значення, а новий усталений режим досягає 99% від необхідного.

Для розгалуженого кола R, L постійна часу може бути визначена у вигляді

$$\tau = \frac{L}{R_e},$$

а для розгалуженого кола R, C

$$\tau_{RC} = R_e C.$$

Еквівалентний опір R_e визначається відносно затискачів підключення індуктивності або ємності у колі після комутації за умови, що джерела напруги закорочені, а джерела струму розімкнені.

Константу інтегрування A визначають на підставі незалежних початкових умов і законів комутації.

2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Завдання 1

Визначити струми у всіх гілках і напруги на котушці індуктивності та конденсаторі в перший момент часу після комутації і в усталеному режимі після закінчення перехідного процесу (рис. 1.1).

Обчислити запаси енергії електричного і магнітного полів до комутації та після закінчення перехідного процесу.

Дано:

$$E = 120 \text{ В};$$

$$R_1 = R_4 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_2 = R_3 = 20 \text{ Ом};$$

$$L = 0,5 \text{ Гн};$$

$$C = 100 \text{ мкФ}.$$

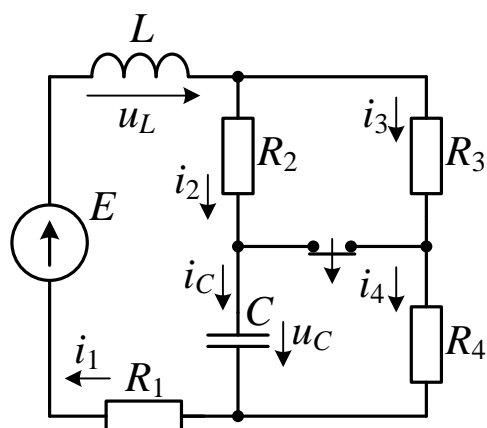


Рисунок 1.1

Розв'язання.

Розглянемо усталений режим, що існував в колі до комутації при $(t < 0)$.

Під дією постійної ЕРС джерела в гілках кола протікали постійні струми, напруги на всіх ділянках не залежали від часу. При цьому котушка індуктивності не чинила опору струму і напруга на ній була відсутня:

$$u_L = L \frac{di_1}{dt} = 0,$$

а конденсатор не пропускав струм:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = 0.$$

Ці умови відображені на рис. 1.2.

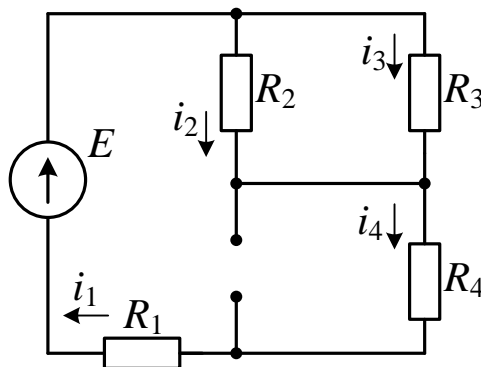


Рисунок 1.2

Таким чином, до розмикання контакту струми визначались виразами:

$$i_1 = i_4 = \frac{E}{R_{\text{заг}}} = \frac{E}{R_1 + R_4 + R_2 R_3 / (R_2 + R_3)} = \frac{120}{30} = 4 \text{ А};$$

$$i_2 = i_1 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 4 \cdot \frac{10}{10 + 10} = 2 \text{ А};$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = 4 - 2 = 2 \text{ А}.$$

Конденсатор був заряджений до величини напруги на резисторі R_4 :

$$u_C = i_4 \cdot R_4 = 4 \cdot 10 = 40 \text{ В}.$$

Такі значення струмів і напруг на ділянках кола зберігалися до останнього моменту перед комутацією, зокрема:

$$i_1(0-) = 4 \text{ А};$$

$$u_C(0-) = 40 \text{ В}.$$

При цьому в магнітному полі котушки індуктивності була накопичена енергія

$$W_M|_{t \leq 0} = \frac{Li_1^2(0)}{2} = \frac{0,5 \cdot 4^2}{2} = 4 \text{ Дж},$$

а в електричному полі конденсатора – енергія

$$W_E|_{t \leq 0} = \frac{Cu_C^2(0)}{2} = \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 40^2}{2} = 0,08 \text{ Дж.}$$

Переходимо до розгляду режиму після комутації ($t > 0$).

Після розмикання контакту схема набуває вигляду, зображеного на рис. 1.3, причому струми i_2 та i_C тепер протікають в одній гілці, так само, як струми i_3 та i_4 , отже:

$$i_2 = i_C, \quad i_3 = i_4.$$

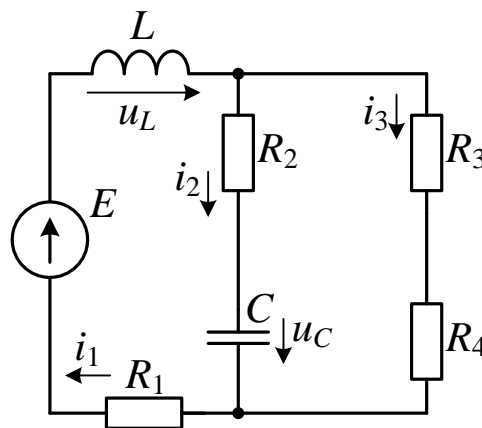


Рисунок 1.3 – Схема в режимі після комутації

Напишемо систему рівнянь за законами Кірхгофа для миттєвих значень струмів і напруг кола, зображеного на рис. 1.3. Ці рівняння справедливі для будь-якого моменту часу після комутації.

$$\begin{cases} -i_1 + i_2 + i_3 = 0 & (1.1) \\ R_1 i_1 + u_L + (R_3 + R_4) \cdot i_3 = E & (1.2) \\ (R_3 + R_4) \cdot i_3 - u_C - R_2 i_2 = 0 & (1.3) \end{cases}$$

У перший момент часу після комутації ($t = 0+$) значення струму в котушці індуктивності $i_L = i_1$ і значення напруги на ємності u_C зберігаються такими самими, якими вони були в останній момент перед комутацією, оскільки запаси енергії не можуть змінюватися стрибком:

$$i_1(0+) = i_1(0-) = 4 \text{ А}; \quad (1.4)$$

$$u_C(0+) = u_C(0-) = 40 \text{ В.} \quad (1.5)$$

Ці положення відомі під назвою I та II законів комутації. Знаючи ці величини, можна розв'язати рівняння (1.1) – (1.3) для моменту $t = 0+$ відносно величини

i_2 , i_3 і u_L , які можуть змінюватися стрибком.

Із рівняння (1.1) маємо:

$$i_3(0+) = i_1(0+) - i_2(0+) = 4 - i_2(0+) \quad (1.6)$$

Підставимо (1.5) і (1.6) у рівняння (1.3):

$$(R_3 + R_4)(4 - i_2(0+)) - 40 - R_2 i_2(0+) = 0,$$

звідки:

$$i_2(0+) = \frac{4(R_3 + R_4) - 40}{R_3 + R_4 + R_2} = \frac{4 \cdot 30 - 40}{50} = 1,6 \text{ А;} \quad (1.7)$$

$$i_3(0+) = 4 - 1,6 = 2,4 \text{ А.}$$

Підставляючи (1.4) і (1.7) в рівняння (1.2), знаходимо:

$$u_L(0+) = 120 - 10 \cdot 4 - 30 \cdot 2,4 = 8 \text{ В.}$$

Інакше можна визначити струми і напруги в першу мить після комутації застосувавши еквівалентну схему.

В цій схемі конденсатор замінюється в залежності від значення напруги на ньому в останню мить перед комутацією або перемичкою (в разі $u_C(0-) = 0$), або джерелом ЕРС, яке дорівнює ненульовому значенню $u_C(0-)$.

Котушка індуктивності в еквівалентній схемі замінюється в залежності від значення струму в ній в останню мить перед комутацією або розривом (в разі $i_L(0-) = 0$), або джерелом струму, струм якого дорівнює ненульовому значенню $i_L(0-)$.

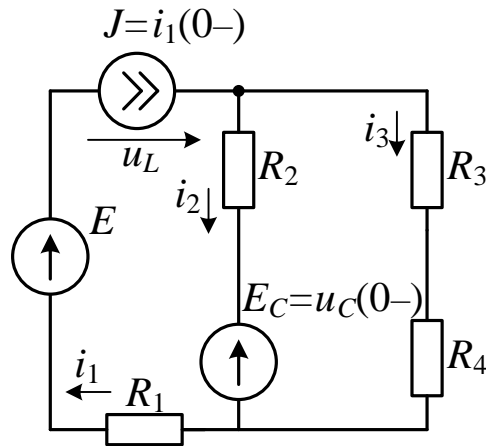


Рисунок 1.4 – Еквівалентна схема кола в першу мить після комутації
Розрахунки струмів і напруг виконуються будь-яким зручним методом, наприклад, методом накладання.

$$i_3(0+) = i_3^J(0+) + i_3^{EC}(0+) = i_1(0-) \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4} + \frac{u_c(0-)}{R_2 + R_3 + R_4} = 1,6 + 0,8 = 2,4 \text{ A};$$

$$u_L(0+) = u_L^E(0+) + u_L^J(0+) + u_L^{EC}(0+) = E - i_1(0-) \left(R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4} \right) + \left(\frac{u_c(0-)}{R_2 + R_3 + R_4} R_2 - u_c(0-) \right) = 120 - 88 - 24 = 8 \text{ В};$$

$$i_2(0+) = i_3^J(0+) + i_3^{EC}(0+) = i_1(0-) \frac{R_3 + R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + \frac{-u_c(0-)}{R_2 + R_3 + R_4} = 2,4 - 0,8 = 1,6 \text{ A}.$$

Після закінчення перехідного процесу, при $t \rightarrow \infty$, в гілках кола знову будуть протікати постійні струми; напруга на котушці індуктивності і струм через конденсатор знову стануть рівними нулю.

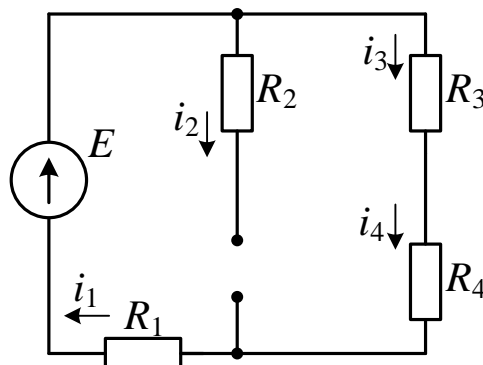


Рисунок 1.5 – Схема кола після закінчення перехідного процесу ($t \rightarrow \infty$)

$$u_L|_{t \rightarrow \infty} = 0; i_C|_{t \rightarrow \infty} = i_2|_{t \rightarrow \infty} = 0,$$

тоді

$$i_1|_{t \rightarrow \infty} = i_3|_{t \rightarrow \infty} = \frac{E}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{120}{40} = 3 \text{ А.}$$

Конденсатор зарядиться до величини падіння напруги на резисторах R_3 та R_4 . За другим законом Кірхгофа:

$$u_C|_{t \rightarrow \infty} = i_3|_{t \rightarrow \infty} \cdot (R_3 + R_4) = 3 \cdot 30 = 90 \text{ В.}$$

За час перехідного процесу зміняться запаси енергій електричного і магнітного полів; вони матимуть такі значення:

$$W_E|_{t \rightarrow \infty} = \frac{Cu_C^2(\infty)}{2} = \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 90^2}{2} = 0,405 \text{ Дж,}$$

$$W_M|_{t \rightarrow \infty} = \frac{L(i_1|_{t \rightarrow \infty})^2}{2} = \frac{0,5 \cdot 3^2}{2} = 2,25 \text{ Дж.}$$

Результати розрахунків зведені в таблицю 1.1.

Таблиця 1.1

	$i_1, \text{ А}$	$i_C, \text{ А}$	$i_3, \text{ А}$	$u_C, \text{ В}$	$u_L, \text{ В}$	$W_M, \text{ Дж}$	$W_E, \text{ Дж}$
$t = 0 -$	4	0	2	40	0	4	0,08
$t = 0 +$	4	1,6	2,4	40	8	4	0,08
$t \rightarrow \infty$	3	0	3	90	0	2,25	0,405

Завдання 2

Знайти закон зміни зазначених у схемі (рис. 2.1) струмів і напруг. Побудувати часові характеристики.

Дано: $E = 100 \text{ В}$, $L = 200 \text{ мГн}$, $C = 500 \text{ мкФ}$, $\tau_C = 20 \text{ мс}$.

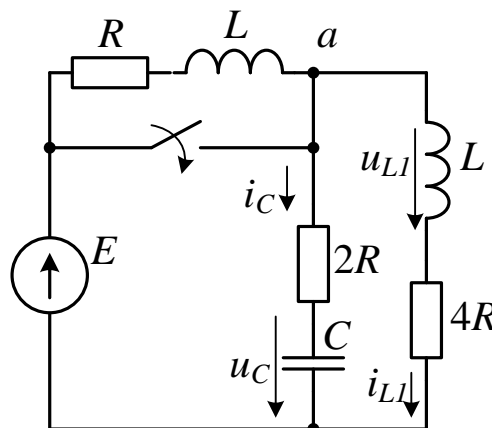


Рисунок 2.1

Розв'язання

Спочатку обчислимо активний опір R , виходячи із заданої величини постійної часу перехідного процесу в конденсаторі τ_C . Для цього розглянемо схему (див. рис. 2.1) після комутації. Оскільки внутрішній опір джерела ЕРС і опір з'єднувальних проводів та замкнутого контакту дорівнює нулю, то ця схема може бути розглянута як сукупність трьох незалежних контурів, які не мають спільних опорів (рис. 2.2).

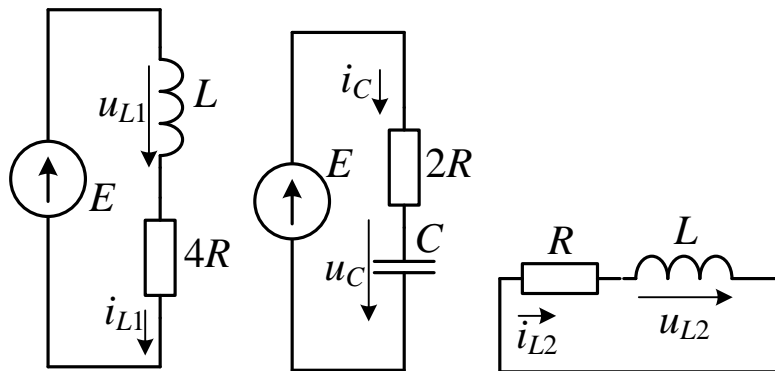


Рисунок 2.2

Кожен з цих контурів містить по одному накопичувачу енергії, причому під час перехідного процесу обмін енергією між різними накопичувачами відбуватися не буде. Тривалість перехідного процесу в кожному контурі залежить від параметрів тільки цього контуру, а зокрема $\tau_C = 2RC$, звідки

$$R = \frac{\tau_C}{C} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = 20 \text{ Ом.}$$

Розглянемо режим, що існував в колі до комутації при $t < 0$ (рис. 2.3).

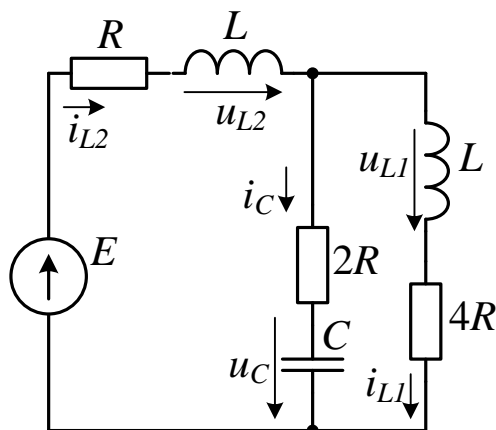


Рисунок 2.3

Під дією постійної ЕРС джерела в сталому режимі струми в гілках і напруги на ділянках не залежали від часу. Тому

$$u_{L1} = u_{L2} = L \frac{di_L}{dt} = 0.$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = 0.$$

В обох котушках індуктивності протікає однаковий струм.

$$i_{L1} = i_{L2} = \frac{E}{R + 4R} = \frac{100}{100} = 1 \text{ А.}$$

Конденсатор був заряджений до напруги на ділянці ab (рис. 2.4), яка дорівнює падінню напруги на резисторі $4R$, виходячи із другого закону Кірхгофа для контуру $L-4R-C-2R$:

$$u_C = i_{L1} \cdot 4R = \frac{E}{5R} \cdot 4R = \frac{4}{5} E = 80 \text{ В.}$$

Таким чином, в останній момент перед комутацією, величини, що визначають запаси енергії в накопичувачах, мали такі значення:

$$i_{L1}(0-) = 1 \text{ А;}$$

$$i_{L2}(0-) = 1 \text{ А;}$$

$$u_C(0-) = 80 \text{ В.}$$

Після комутації при $t > 0$ розглянемо окремо кожен із контурів, показаних на рис. 2.2.

Диференціальне рівняння першого контуру:

$$4Ri_{L1} + L \frac{di_{L1}}{dt} = E. \quad (2.1)$$

Розв'язання цього лінійного диференціального рівняння першого порядку з правою частиною складається з двох доданків:

$$i_{L1} = i_{L1\text{уст}} + i_{L1\text{вільн}},$$

де $i_{L1уст}$ – усталена складова, обумовлена наявністю в правій частині рівняння (2.1) постійної сторонньої ЕРС E , i є струмом, який буде протікати в цій гілці після закінчення перехідного процесу:

$$i_{L1уст} = \frac{E}{4R} = \frac{100}{80} = 1,25 \text{ А};$$

$i_{L1вільн}$ – вільна складова струму, що є результатом розв’язання рівняння (2.1) без правої частини; для лінійного диференціального рівняння першого порядку вільна складова записується у вигляді експоненціальної функції

$$i_{L1вільн} = A_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}},$$

причому величина

$$\tau_1 = \frac{L}{4R} = \frac{200 \cdot 10^{-3}}{80} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$$

є постійною часу перехідного процесу в цьому контурі.

$$\frac{1}{\tau_1} = 400 \text{ с}^{-1}.$$

Таким чином,

$$i_{L1} = 1,25 + A_1 e^{-400t}. \quad (2.2)$$

Постійну інтегрування A_1 можна визначити за допомогою I закону комутації, що застосовується до струму в індуктивному колі:

$$i_{L1}(0+) = i_{L1}(0-), \quad (2.3)$$

де $i_{L1}(0+)$ – величина струму i_{L1} в перший момент після комутації, яку можна визначити, підставивши в (2.2) $t = 0$:

$$i_{L1}(0+) = 1,25 + A_1 e^0 = 1,25 + A_1; \quad (2.4)$$

$i_{L1}(0-)$ – значення цього струму в останній момент перед комутацією, знайдений з розрахунку режиму, що передує комутації:

$$i_{L1}(0-) = 1, \quad (2.5)$$

Отже

$$1,25 + A_1 = 1.$$

Звідси $A_1 = -0,25$ А.

Таким чином, струм в першому контурі після комутації змінюється за законом:

$$i_{L1} = 1,25 - 0,25 \cdot e^{-400t} \text{ А.}$$

Визначимо закон зміни напруги на котушці індуктивності L_1 :

$$u_{L1} = L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = 0,2 \cdot (-0,25)(-400) \cdot e^{-400t} = 20 \cdot e^{-400t} \text{ В,}$$

$$u_{L1} = 20 \cdot e^{-400t} \text{ В.}$$

Другий контур описується рівнянням:

$$2Ri_C + u_C = E. \quad (2.6)$$

Виразимо i_C через u_C , оскільки саме напруга на конденсаторі u_C не змінюється стрибком в момент комутації:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}. \quad (2.7)$$

Підставимо (2.7) в (2.6) і отримаємо диференціальне рівняння першого порядку відносно u_C :

$$2RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E. \quad (2.8)$$

Розв'язання цього рівняння:

$$u_C = u_{\text{Суст}} + u_{\text{Свільн}},$$

причому

$$u_{\text{Суст}} = E = 100 \text{ В},$$

оскільки в усталеному режимі:

$$i_C = 0.$$

Вільна складова напруги

$$u_{\text{Свільн}} = B e^{-\frac{t}{\tau_C}},$$

де τ_C – постійна часу в цьому колі, $\tau_C = 20 \cdot 10^{-3}$ с, отже $\frac{1}{\tau_C} = 50 \text{ с}^{-1}$.

Тоді

$$u_C = 100 + B e^{-50t}.$$

Постійну інтегрування B визначаємо за II законом комутації

$$u_C(0+) = u_C(0-);$$

$$u_C(0+) = 100 + B;$$

$$u_C(0-) = 80;$$

$$100 + B = 80;$$

$$B = -20.$$

Таким чином,

$$u_C = 100 - 20e^{-50t} \text{ В.}$$

Струм, що протікає через конденсатор, згідно (2.7):

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = 500 \cdot 10^{-6} \cdot (-20) \cdot (-50)e^{-50t};$$

$$i_C = 0,5e^{-50t} \text{ А.}$$

Рівнянням третього контуру є:

$$Ri_{L2} + L \frac{di_{L2}}{dt} = 0. \quad (2.9)$$

Формально, за умовою задачі не потрібен розрахунок перехідного процесу в зазначеному контурі, однак для визначення струму i в перемичці необхідно знайти струм i_{L2} .

Рівняння (2.9) не має правої частини через відсутність в схемі джерела, тому відсутня і усталена складова струму:

$$i_{L2} = i_{L2\text{вільн}} = A_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}.$$

Тут постійна часу

$$\tau_2 = \frac{L}{R} = \frac{0,2}{20} = 0,01 \text{ с,}$$

отже, $\frac{1}{\tau_2} = 100 \text{ с}^{-1}$.

Тоді під час перехідного процесу струм в котушці:

$$i_{L2} = A_2 e^{-100t}.$$

Постійну інтегрування A_2 визначаємо за допомогою I закону комутації:

$$i_{L2}(0+) = i_{L2}(0-);$$

$$i_{L2}(0+) = A_2; i_{L2}(0-) = 1; A_2 = 1.$$

Отже,

$$i_{L2} = e^{-100t} \text{ А.}$$

Для отримання виразу для струму i за першим законом Кірхгофа для вузла a (рис. 2.1) можна записати:

$$-i_{L2} - i + i_C + i_{L1} = 0,$$

звідки

$$i = -i_{L1} + i_C + i_{L2};$$

$$i = 1,25 - 0,25e^{-400t} + 0,5e^{-50t} - e^{-100t} \text{ А.}$$

Побудова графіків.

Обираємо масштаби величин струму, часу та напруги:

Розрахунки, необхідні для побудови графіків, зведені в таблиці 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 та 2.5.

Таблиця 2.1

$$i_{L1} = 1,25 - 0,25 \cdot e^{-400t} \text{ А, } \tau_1 = 2,5 \cdot 10^{-3}$$

t (с)	$i_{L1\text{вільн}}$ (А)	i_{L1} (А)
0	-0,25	1
$\tau_1 = 2,5 \cdot 10^{-3}$	-0,092	1,158
$2\tau_1 = 5 \cdot 10^{-3}$	-0,034	1,216
$3\tau_1 = 7,5 \cdot 10^{-3}$	-0,012	1,238
$4,6\tau_1 = 11,5 \cdot 10^{-3}$	-0,002	1,248

При $t < 0$ $i_{L1} = 1$ А.

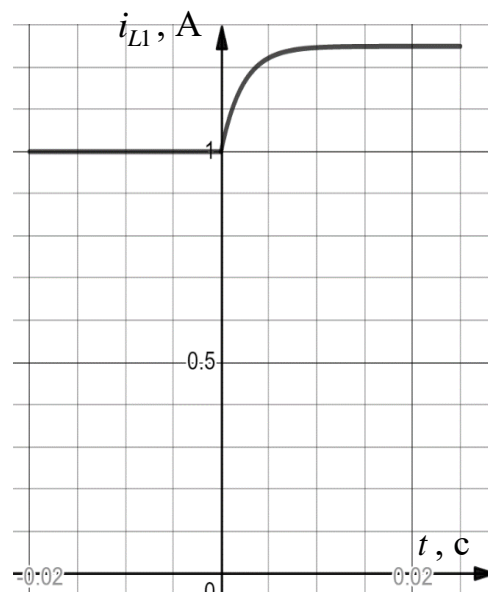


Рисунок 2.4 – графік струму i_{L1}

Таблиця 2.2

$$i_C = 0,5e^{-50t}, \tau_C = 20 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

t	i_C (А)
0	0,5
$\tau_C = 20 \cdot 10^{-3}$	0,184
$2\tau_C = 40 \cdot 10^{-3}$	0,068
$3\tau_C = 60 \cdot 10^{-3}$	0,025
$4,6\tau_C = 92 \cdot 10^{-3}$	0,005

При $t < 0$ $i_C = 0$.

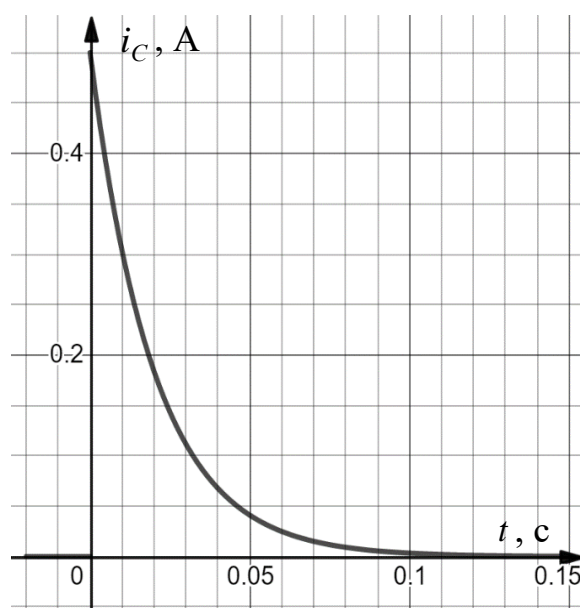


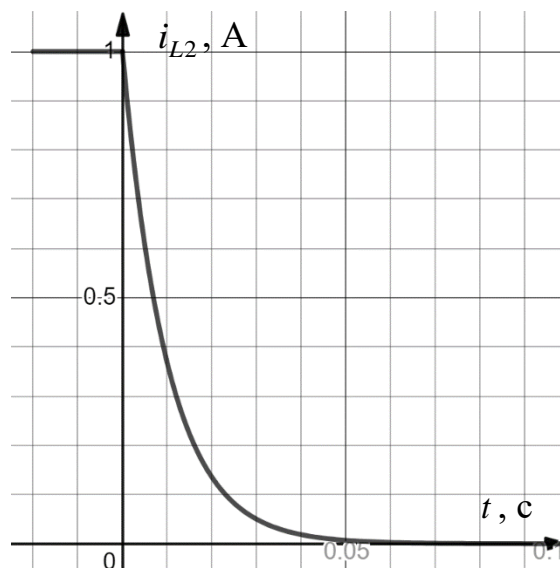
Рисунок 2.5 – графік струму i_C

Таблиця 2.3

$$i_{L2} = e^{-100t}; \tau_2 = 10 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

t (с)	i_{L2} (А)
0	1
$\tau_2 = 10 \cdot 10^{-3}$	0,368
$2\tau_2 = 20 \cdot 10^{-3}$	0,135
$3\tau_2 = 30 \cdot 10^{-3}$	0,05
$4,6\tau_2 = 46 \cdot 10^{-3}$	0,01

При $t < 0$ $i_{L2} = 1$.

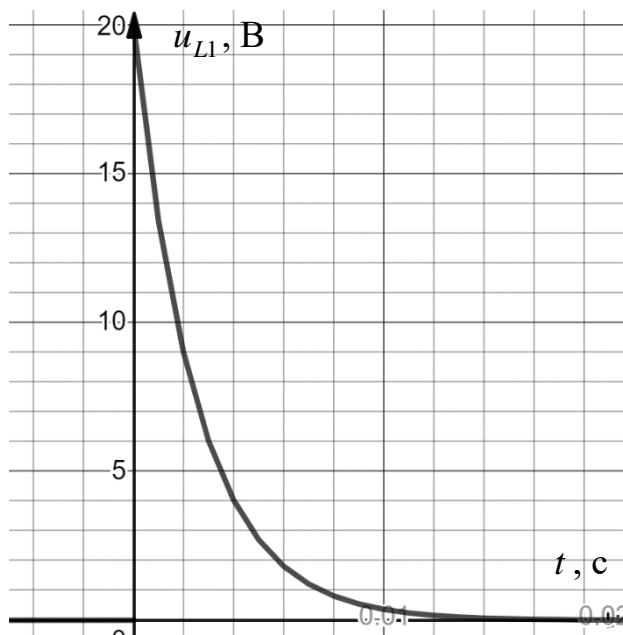
Рисунок 2.6 – графік струму i_{L2}

Таблиця 2.4

$$u_{L1} = 20 \cdot e^{-400t}$$

t (с)	u_{L1} (В)
0	20
$\tau_1 = 2,5 \cdot 10^{-3}$	7,36
$2\tau_1 = 5 \cdot 10^{-3}$	2,7
$3\tau_1 = 7,5 \cdot 10^{-3}$	1
$4,6\tau_1 = 11,5 \cdot 10^{-3}$	0,2

До комутації $u_{L1} = 0$.

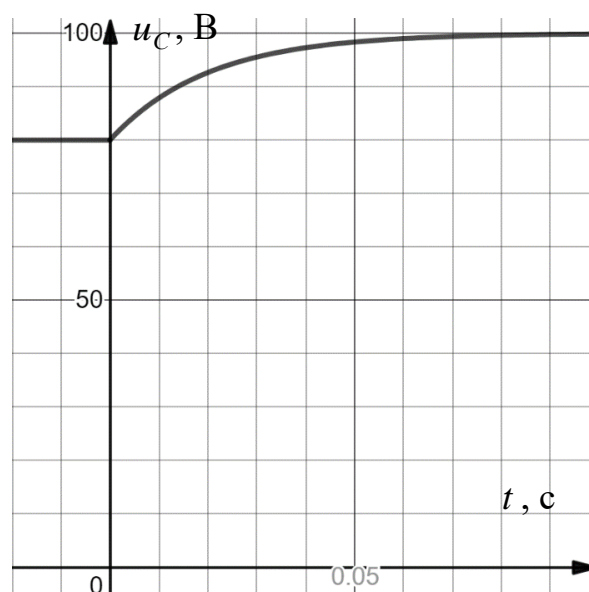
Рисунок 2.7 – графік напруги u_{L1}

Таблиця 2.5

$$u_C = 100 - 20 \cdot e^{-50t}$$

t (с)	$u_{C\text{вільн}}$ (В)	u_C (В)
0	-20	80
$\tau_C = 20 \cdot 10^{-3}$	-7,36	92,64
$2\tau_C = 40 \cdot 10^{-3}$	-2,7	97,3
$3\tau_C = 60 \cdot 10^{-3}$	-1	99
$4,6\tau_C = 92 \cdot 10^{-3}$	-0,2	99,8

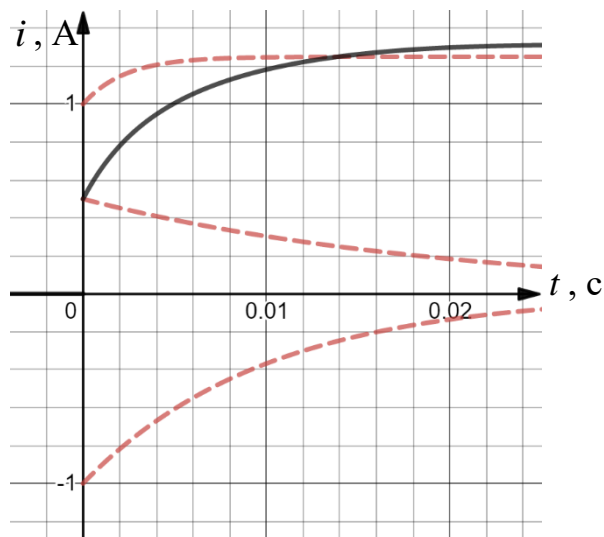
До комутації $u_C = 80$ В.

Рисунок 2.8 – графік напруги u_C

Графік $i(t)$ будемо, додавши всі його складові:

$$i(t) = i_{L1} + i_c + (-i_{L2}).$$

До комутації $i(t) = 0$.

Рисунок 2.9 – графік струму i

Завдання 3

1. Знайти закон зміни зазначених у схемі (рис. 3.1) струмів і напруг.
2. Побудувати графіки зміни миттєвих значень величин у функції часу.

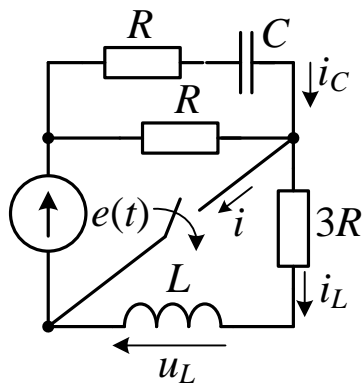


Рисунок 3.1

Дано:

$$E_m = 141 \text{ В}, \quad \omega = 100 \text{ с}^{-1},$$

$$R = 20 \text{ Ом}, \quad L = 0,6 \text{ Гн},$$

$$C = 200 \text{ мкФ}, \quad \Psi_C = 90^\circ.$$

Розв'язання

Розглянемо режим, що існував у колі до комутації. Під дією синусоїдальної ЕРС джерела струми у всіх гілках (рис. 3.2) і напруги на всіх ділянках були також синусоїдальними.

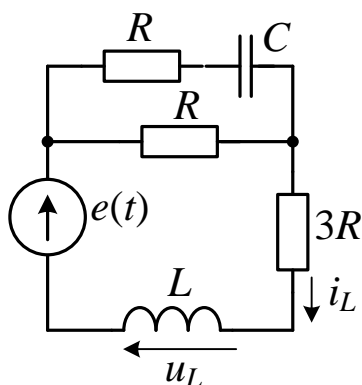


Рисунок 3.2

Розрахунок такого кола виконаємо методом комплексних амплітуд, а потім перейдемо від комплексних амплітуд до миттєвих значень.

Знайдемо опір реактивних елементів і комплекси опорів окремих гілок:

$$\omega L = 100 \cdot 0,6 = 60 \text{ Ом};$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100 \cdot 250 \cdot 10^{-6}} = 40 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_1 = R = 20 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_2 = R - j \frac{1}{\omega C} = 20 - j40 = 44,8e^{-j63^\circ \cdot 25'} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_3 = 3R + j\omega L = 60 + j60 = 84,6e^{j45^\circ} \text{ Ом}.$$

Опір паралельного з'єднання:

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{20 \cdot 44,8e^{-j63^\circ 25'}}{56,4e^{-j45^\circ}} = 15,9e^{-j18^\circ 25'} = (15 - j5) \text{ Ом.}$$

Загальній опір всього кола:

$$\underline{Z}_{\text{заг}} = \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_3 = 15 - j5 + 60 + j60 = 75 + j55 = 93e^{j36^\circ 20'} \text{ Ом.}$$

Визначаємо комплексну амплітуду загального струму, тобто струму в гілці з котушкою індуктивності:

$$\underline{I}_{Lm} = \frac{\underline{E}_m}{\underline{Z}_{\text{заг}}} = \frac{141e^{j90^\circ}}{93e^{j36^\circ 20'}} = 1,52e^{j53^\circ 40'} \text{ А.}$$

Комплексна амплітуда струму в гілці з конденсатором:

$$\underline{I}_{Cm} = \underline{I}_{Lm} \cdot \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 1,52e^{j53^\circ 40'} \cdot \frac{20}{56,4e^{-j45^\circ}} = 0,54e^{j53^\circ 40'} \text{ А.}$$

Визначаємо комплексну амплітуду напруги на котушці індуктивності і конденсаторі:

$$\underline{U}_{Lm} = \underline{I}_{Lm} \cdot \omega L \cdot e^{j90^\circ} = 91,2e^{j143^\circ 40'} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_{Cm} = \underline{I}_{Cm} \cdot \frac{1}{\omega C} \cdot e^{-j90^\circ} = 21,6e^{j8^\circ 40'} \text{ В.}$$

Перейдемо від комплексних амплітуд до миттєвих значень:

$$i_L = 1,52 \sin(100t + 53^\circ 40') \text{ А;}$$

$$u_L = 91,2 \sin(100t + 143^\circ 40') \text{ В;}$$

$$i_C = 0,54 \sin(100t + 98^\circ 40') \text{ A};$$

$$u_C = 21,6 \sin(100t + 8^\circ 40') \text{ В}.$$

Ці вирази описують струми і напруги в будь-який момент часу до комутації. Для того, щоб визначити значення величин в останній момент перед комутацією, потрібно в ці рівняння підставити час $t = 0$:

$$i_L(0-) = 1,52 \sin 53^\circ 40' = 1,22 \text{ A};$$

$$u_L(0-) = 91,2 \sin 143^\circ 40' = 54,1 \text{ В};$$

$$i_C(0-) = 0,54 \sin 98^\circ 40' = 0,53 \text{ A};$$

$$u_C(0-) = 21,6 \sin 8^\circ 40' = 3,3 \text{ В}.$$

Переходимо до розгляду режиму після комутації ($t > 0$).

Спочатку визначимо струми і напруги, які матимуть місце в усталеному режимі після закінчення перехідного процесу. Схема кола зображена на рис. 3.3.

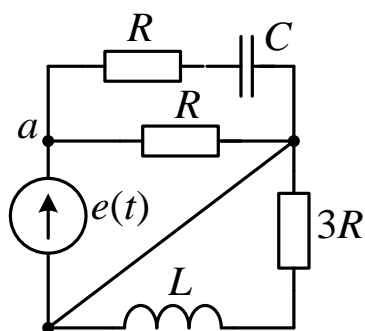


Рисунок 3.3

Очевидно, в усталеному режимі струм в гілці з котушкою індуктивності буде дорівнювати нулю, через приєднану паралельно до неї гілку з нульовим опором:

$$i_{L_{уст}} = 0; u_{L_{уст}} = 0.$$

Знайдемо струми i_C через конденсатор, i через джерело та напругу

на конденсаторі. Для визначення $i_{C_{уст}}$ та $u_{C_{уст}}$ немає потреби в застосуванні комплексних амплітуд:

$$i_{C_{уст}} = I_{Cm} \sin(\omega t + \Psi_{iC}),$$

де амплітуда струму може бути визначена за законом Ома:

$$I_{Cm} = \frac{E_m}{Z_2} = \frac{141}{44,8} = 3,14 \text{ A};$$

$$\Psi_{iC} = \Psi_{u_C} - \varphi_2 = 153^\circ 25';$$

$$i_{C_{\text{уст}}} = 3,14 \sin(100t + 153^\circ 25') \text{ A};$$

$$u_{C_{\text{уст}}} = U_{Cm} \sin(\omega t + \Psi_{u_C}) \text{ В},$$

де

$$U_{Cm} = I_{Cm} \cdot \frac{1}{\omega C} = 125,6 \text{ В};$$

$$\Psi_{u_C} = \Psi_{iC} - 90^\circ = 63^\circ 25';$$

$$u_{C_{\text{уст}}} = 125,6 \sin(100t + 63^\circ 25') \text{ В}.$$

При розрахунку $i_{\text{уст}}$ зручно спочатку скористатися методом комплексних амплітуд:

$$\underline{I}_{\text{уст}} = \frac{\underline{E}_m}{\underline{Z}_{12}} = \frac{141e^{j90^\circ}}{15,9e^{-j18^\circ 25'}} = 8,87e^{j108^\circ 25'} \text{ A};$$

$$I_{\text{уст}} = 8,87 \sin(100t + 108^\circ 25') \text{ A}.$$

Перейдемо до розрахунку перехідного процесу.

Розглянемо контур, що містить індуктивність (рис. 3.4).

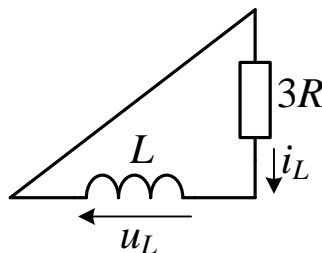


Рисунок 3.4

За відсутності джерела в колі струм не матиме усталеної складової, а матиме лише вільну складову

$$i_L = i_{L\text{вільн}} = A_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}},$$

де постійна часу $\tau_1 = \frac{L}{3R} = \frac{0,6}{60} = 0,01$ с;

$$i_L = A_1 \cdot e^{-100t}. \quad (3.1)$$

Визначимо постійну A_1 використавши I закон комутації:

$$i_L(0+) = i_L(0-),$$

де $i_L(0+)$ – значення струму в перший момент після комутації. Воно може бути отримано, якщо у вираз (3.1) підставити час $t = 0$:

$$i_L(0+) = A_1; i_L(0-) = 1,22 \text{ А.}$$

Отже, $A_1 = 1,22$.

Таким чином, струм в котушці індуктивності:

$$i_L = 1,22e^{-100t} \text{ А.}$$

Знайдемо закон зміни напруги на індуктивності під час перехідного процесу:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = 0,6 \cdot 1,22(-100)e^{-100t} = -73,2e^{-100t};$$

$$u_L = -73,2e^{-100t} \text{ В.}$$

Розглянемо контур, що містить конденсатор (рис. 3.5).

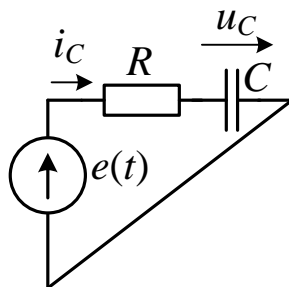


Рисунок 3.5

Під час перехідного процесу напруга визначатиметься, як сума двох складових:

$$u_C = u_{\text{Суст}} + u_{\text{Свільн}},$$

де вільна складова має вигляд

$$u_{\text{Свільн}} = A_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}};$$

постійна часу

$$\tau_2 = RC = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с};$$

$$u_C = 12,5 \sin(100t + 63^\circ 25') + A_2 e^{-200t} \text{ В.} \quad (3.2)$$

Постійну A_2 можна визначити, виходячи з II закону комутації:

$$u_C(0+) = u_C(0-).$$

Щоб виразити $u_C(0+)$, потрібно підставити в (3.2) значення часу $t = 0$:

$$u_C(0+) = 125,6 \sin 63^\circ 25' + A_2 = 112 + A_2;$$

Напруга $u_C(0-)$ визначена при розрахунку кола перед комутацією:

$$u_C(0-) = 3,3.$$

Звідси $3,3 = 112 + A_2$, отже

$$A_2 = -108,7 \text{ В},$$

Остаточно, напруга на конденсаторі під час перехідного процесу:

$$u_C = 125,6 \sin(100t + 63^{\circ}25') - 108,7 e^{-200t} \text{ В.}$$

Визначимо вільну складову струму в ємності:

$$\begin{aligned} i_{\text{Свільн}} &= C \frac{du_{\text{Свільн}}}{dt} = 250 \cdot 10^{-6} (-108,7) \cdot (-200) e^{-200t} = \\ &= 5,44 e^{-200t} \text{ А.} \end{aligned}$$

Під час перехідного процесу струм в конденсаторі:

$$i_C = i_{\text{Суст}} + i_{\text{Свільн}}.$$

Використавши знайдені раніше вирази, отримаємо

$$i_C = 3,12 \sin(100t + 153^{\circ}25') + 5,44 e^{-200t} \text{ А.}$$

У контурі, що містить тільки резистор R (рис. 3.6), перехідний процес не виникає, оскільки в ньому відсутні накопичувачі енергії; усталений синусоїдальний струм, який відразу після комутації отримає нову амплітуду і по фазі буде збігатися з напругою джерела, вже врахований при обчисленні усталеного струму в перемичці $i_{\text{уст}}$.

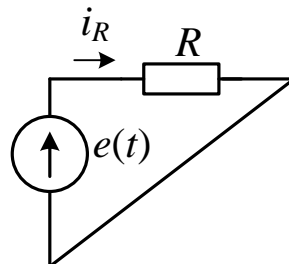


Рисунок 3.6

Вільна складова струму в перемичці може бути знайдена за першим законом Кірхгофа для вузла a (див. рис. 3.3):

$$-i_{C\text{вільн}} - i_{R\text{вільн}} + i_{L\text{вільн}} + i_{\text{вільн}} = 0. \quad (3.3)$$

Оскільки $i_{R\text{вільн}} = 0$ (в цьому контурі немає перехідного процесу), то із (3.3) маємо:

$$i_{\text{вільн}} = i_{C\text{вільн}} - i_{L\text{вільн}}.$$

Тоді

$$i = i_{\text{уст}} + i_{\text{вільн}} = 8,87 \sin(100t + 108^\circ 25') + 5,44e^{-200t} - 1,22e^{-100t} \text{ А.}$$

На підставі отриманих виразів будуюмо графіки. Обираємо масштаби величин.

Період синусоїдальних функцій

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 6,28 \cdot 10^{-2} \text{ с.}$$

Для достатньо точної побудови графіка синусоїдальної функції, наведемо таблицю 3.1.

Для побудови експериментальних залежностей основні значення наведені в таблиці 3.2.

Таблиця 3.1

Ψ	$\sin \Psi$
0	0
30°	0,5
60°	0,866
90°	1

Таблиця 3.2

t/τ	$e^{-t/\tau}$
0	1
1	0,368
1	0,135
3	0,05
4,5	0,01

Побудова графіка i_L .

До комутації ($t < 0$)

$$i_L = 1,52 \sin(100t + 53^\circ 40') \text{ А.}$$

Початковій фазі струму відповідає відрізок на осі часу

$$x_1 = \frac{53,7^\circ \cdot 6,28}{360^\circ} = 0,94 \text{ см.}$$

Після комутації ($t > 0$)

$$i_L = 1,22e^{-100t} \text{ А.}$$

При побудові графіка синусоїдного струму, який існував до комутації, слід відкласти відрізок x_1 ліворуч від початку координат. Потім від отриманої точки, в якій синусоїда проходить через нульове значення знизу вгору $\left(\frac{di}{dt} > 0\right)$, в обидва боки відкладаємо відрізки, що відповідають зміні фази на 30° . Значення, необхідні для побудови цієї частини графіка, наведені в таблиці 3.3.

Таблиця 3.3

$$i_L = 1,52 \sin(100t + 53^\circ 40') \text{ А.}$$

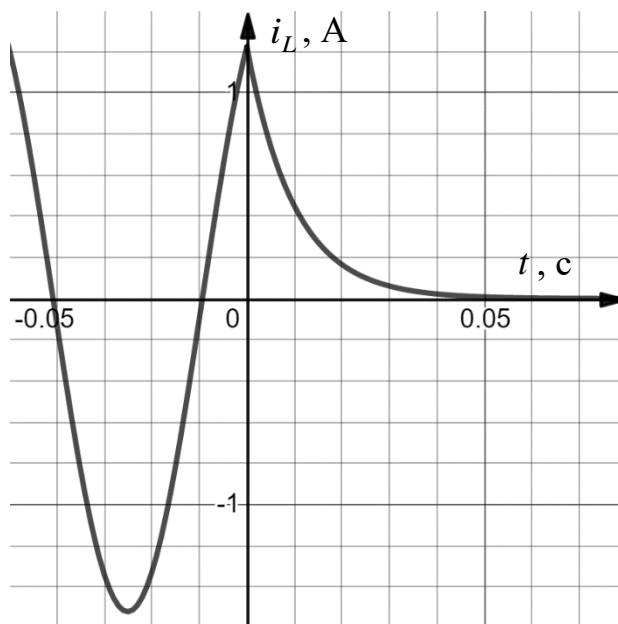
ωt	$\omega t + \Psi_i$	$\sin(\omega t + \Psi_i)$	i_L (А)
0	$53^\circ 40'$	0,805	1,22
$-23^\circ 40'$	30°	0,5	0,76
$-53^\circ 40'$	0	0	0
$-83^\circ 40'$	-30°	-0,5	-0,76
$-113^\circ 40'$	-50°	-0,866	-1,32
$-143^\circ 40'$	-90°	-1	-1,52

Для побудови другої частини графіка складена таблиця 3.4.

Таблиця 3.4

$$i_L = 1,22e^{-100t} \text{ А.}$$

t (с)	i_L (А)
0	1,22
τ_1	0,44
$2\tau_1$	0,16
$3\tau_3$	0,06
$4,6\tau_1$	0,01

Рисунок 3.7 – графік струму i_L

Аналогічним чином складені таблиці 3.5 і 3.6 побудови графіка u_L до і після комутації.

Таблиця 3.5

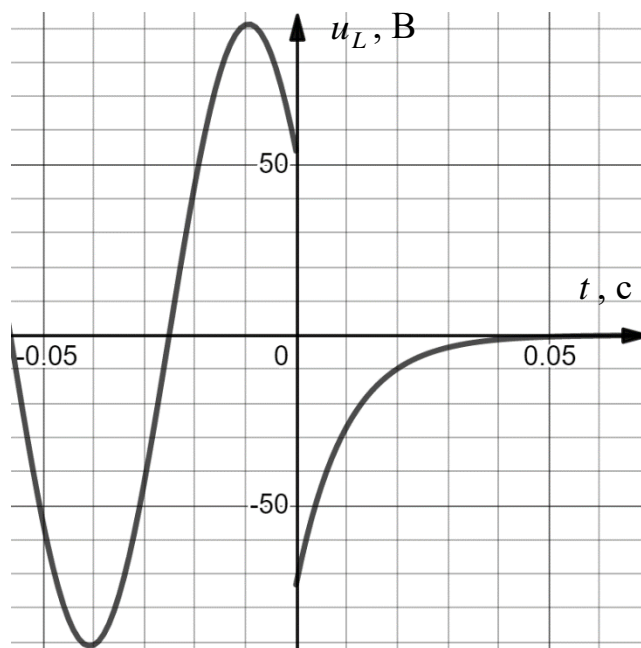
$$u_L = 91,2 \sin(100t + 143^\circ 40') \text{ В.}$$

ωt	$\omega t + \Psi_i$	$\sin(\omega t + \Psi_i)$	u_L (В)
0	$143^\circ 40'$	0,692	54,1
$-23^\circ 40'$	120°	0,866	79,3
$-53^\circ 40'$	90°	1	91,2
$-83^\circ 40'$	60°	0,866	79,3
$-113^\circ 40'$	30°	0,5	45,6
$-143^\circ 40'$	0°	0	0
$-173^\circ 40'$	-30°	-0,5	-45,6
$-203^\circ 40'$	-60°	-0,866	-79,3
$-233^\circ 40'$	-90°	-1	-91,2

Таблиця 3.6

$$u_L = -73,2e^{-100t}$$

t (с)	u_L (В)
0	-73,2
τ_1	-26,9
$2\tau_1$	-9,9
$3\tau_3$	-3,7
$4,6\tau_1$	-0,7

Рисунок 3.8 – графік напруги u_L

Побудова графіка i_C .

До комутації $i_C = 0,54 \sin(100t + 98^\circ 40')$ А.

Значення, за якими побудована ця частина графіка, наведена в табл. 3.7.

Таблиця 3.7

ωt	$\omega t + \Psi_i$	$\sin(\omega t + \Psi_i)$	i_C (А)
0	$98^\circ 40'$	0,99	0,53
$-8^\circ 40'$	90°	1	0,54
$-38^\circ 40'$	60°	0,866	0,47
$-68^\circ 40'$	30°	0,5	0,27
$-98^\circ 40'$	0°	0	0
$-128^\circ 40'$	-30°	-0,5	-0,27
$-158^\circ 40'$	-60°	-0,866	-0,47
$-188^\circ 40'$	-90°	-1	-0,54

Після комутації $i_C = i_{\text{Суст}} + i_{\text{Свільн}}$.

Для отримання цього графіка складені таблиці 3.8 і 3.9.

$$i_{\text{Суст}} = 3,14 \sin(100t + 153^\circ 25') \text{ А.}$$

Таблиця 3.8

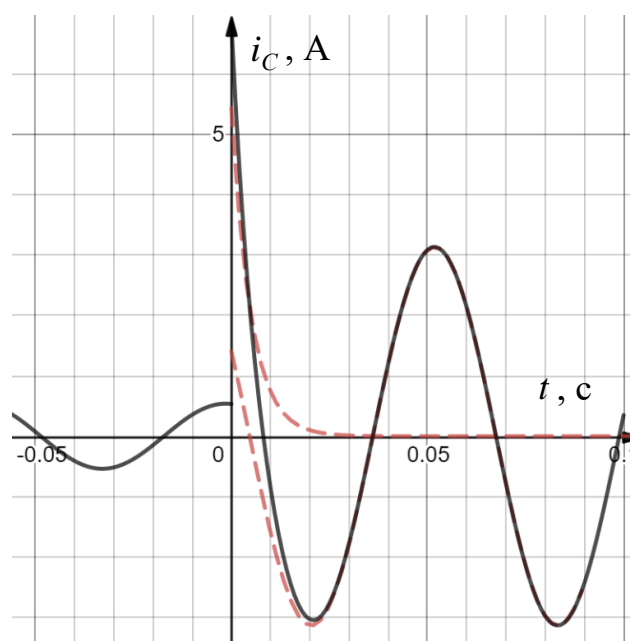
$$i_{\text{Суст}} = 3,14 \sin(100t + 153^\circ 25') \text{ А.}$$

ωt	$\omega t + \Psi_i$	$\sin(\omega t + \Psi_i)$	$i_{\text{Суст}} \text{ (А)}$
$-153^\circ 40'$	0°	0	0
$-123^\circ 40'$	30°	0,5	1,57
$-93^\circ 40'$	60°	0,866	2,72
$-63^\circ 40'$	90°	1	3,14
$-33^\circ 40'$	120°	0,866	2,72
$-3^\circ 40'$	150°	0,5	1,56
0	$153^\circ 40'$	0,448	1,41
$25^\circ 20'$	180°	0	0
$56^\circ 20'$	210°	-0,5	-1,57
$86^\circ 20'$	240°	-0,866	-2,72
$116^\circ 20'$	270°	-1	-3,14
$146^\circ 20'$	300°	-0,866	-2,72
$176^\circ 20'$	330°	-0,5	-1,37
$206^\circ 20'$	360°	0	0

Таблиця 3.9

$$i_{\text{Свільн}} = 5,44e^{-200t} \text{ А.}$$

$t \text{ (с)}$	$i_{\text{Свільн}} \text{ (А)}$
0	5,44
τ_2	2
$2\tau_2$	0,74
$3\tau_2$	0,27
$4,6\tau_2$	0,06

Рисунок 3.9 – графік струму i_C

Побудова графіка i .

$$i = 8,87 \sin(100t + 108^\circ 25') + 5,44e^{-200t} - 1,22e^{-100t} \text{ А.}$$

Значення для побудови графіків $i_{L_{\text{Вільний}}}$ та $-i_{C_{\text{Вільний}}}$ взяті із таблиць 3.4 і 3.9.

До комутації $i = 0$.

Значення струму $i_{\text{уст}}$ дані в таблиці 3.10.

Таблиця 3.10

$$i_{\text{уст}} = 8,87 \sin(100t + 108^\circ 25') \text{ А.}$$

ωt	$\omega t + \Psi_i$	$\sin(\omega t + \Psi_i)$	$i_{\text{уст}} \text{ (А)}$
$-108^\circ 25'$	0°	0	0
$-78^\circ 25'$	30°	0,5	4,44
$-48^\circ 25'$	60°	0,866	7,68
$-18^\circ 25'$	90°	1	8,87
0°	$108^\circ 25'$	0,951	8,45
$11^\circ 35'$	120°	0,866	7,68
$41^\circ 35'$	150°	0,5	4,44
$71^\circ 35'$	180°	0	0
$101^\circ 35'$	210°	-0,5	-4,44
$131^\circ 35'$	240°	-0,866	-7,68
$161^\circ 35'$	270°	-1	-8,87
$191^\circ 35'$	300°	-0,866	-7,68
$221^\circ 35'$	330°	-0,5	-4,44

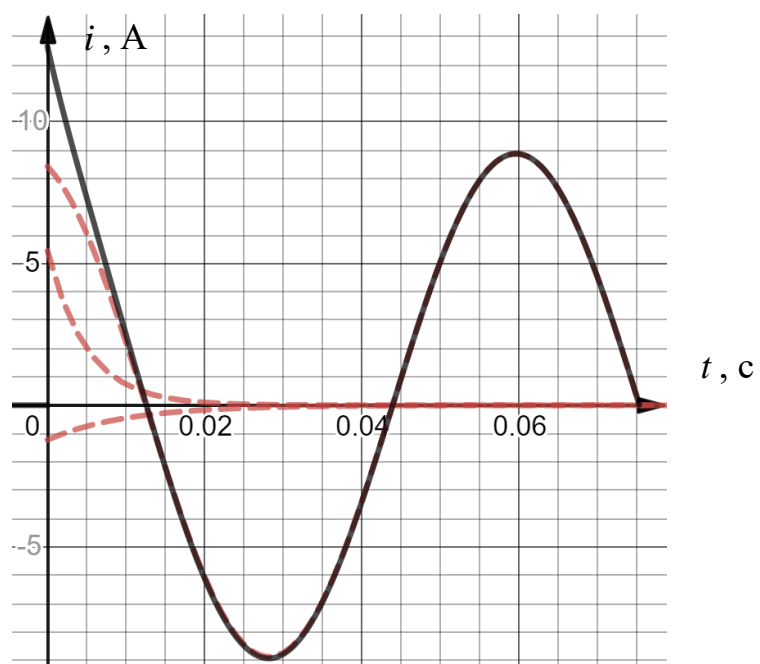


Рисунок 3.10 – графік струму i

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Які причини виникнення перехідних процесів? Дати визначення перехідного процесу.
2. Що таке комутація? Навести приклади комутації.
3. Сформулювати та записати закони комутації.
4. Записати диференційне рівняння для перехідного кола R, L та R, C .
5. Суть класичного методу аналізу перехідних процесів.
6. Як визначається вимушена і вільна складові шуканої величини?
7. Порядок визначення вільної складової. Незалежні та залежні початкові умови для розрахунку константи інтегрування.
8. Стала часу кола та її фізична суть.. Розкрити суть її геометричної інтерпретації.
9. Розрахунок перехідних процесів в розгалужених колах R, L або R, C без попереднього складання диференційного рівняння.
10. Порядок визначення сталої часу в розгалужених колах R, L або R, C .
11. Як визначити вимушену складову R, L або R, C кола при підключенні його під гармонійну напругу.
12. Залежність інтенсивності перехідного процесу від початкової фази джерела гармонійної напруги.
13. Порядок розрахунку перехідних процесів класичним методом.
14. Пояснити, як залежать особливості вільного процесу від кількості та різновиду коренів характеристичного рівняння.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Завдання до задачі 0.

Визначити струми у всіх гілках, напруги на котушках індуктивності і конденсаторах, запас енергії електричного (W_E) та магнітного (W_M) полів:

1. В усталеному режимі до комутації ($t < 0$);
2. В першу мить часу після комутації ($t = 0+$);
3. В усталеному режимі після комутації ($t = \infty$).

Завдання до задачі 1.

1. В колі із джерелом постійної ЕРС визначити в перехідному режимі класичним методом закон зміни струмів у всіх гілках та напруг на котушці індуктивності та на конденсаторі.

2. За отриманими в п. 1 аналітичними виразами побудувати часові характеристики усіх функцій ($i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$, $i_L(t)$, $i_C(t)$, $u_L(t)$, $u_C(t)$).

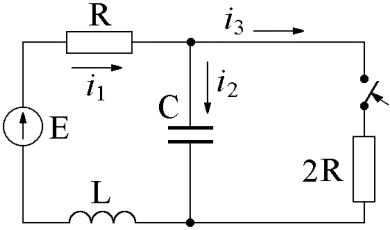
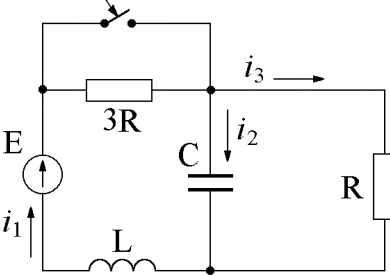
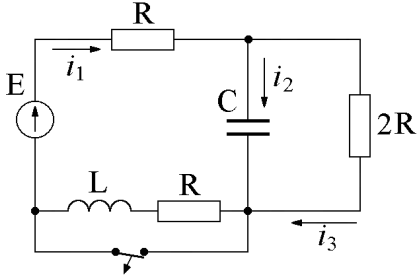
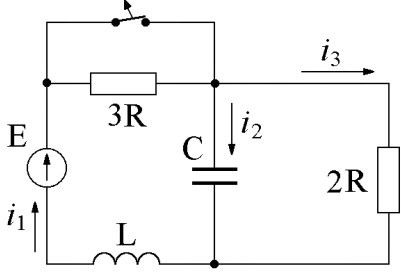
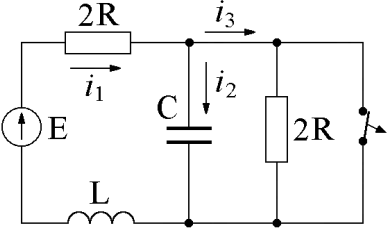
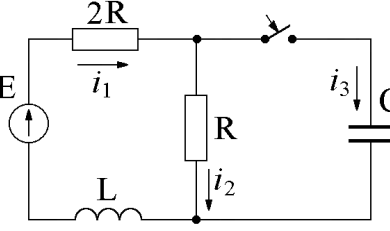
Завдання до задачі 2.

1. В колі із джерелом синусоїдальної ЕРС визначити в перехідному режимі класичним методом закон зміни струмів та напруг на котушці індуктивності та на конденсаторі.

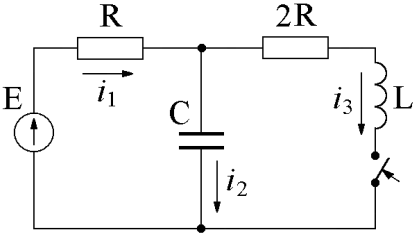
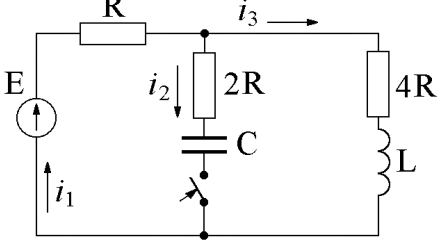
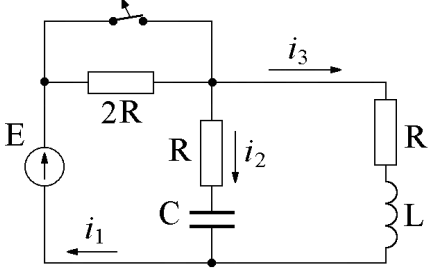
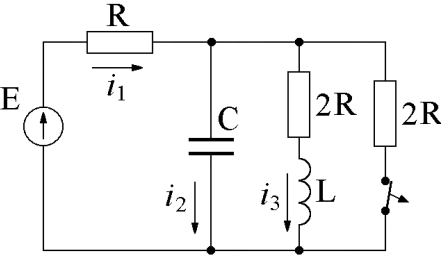
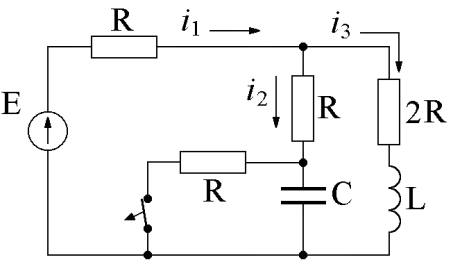
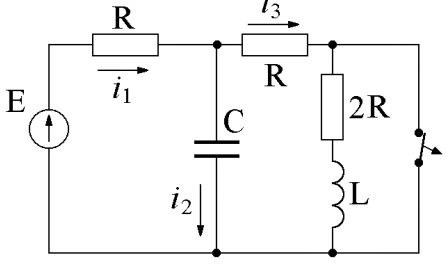
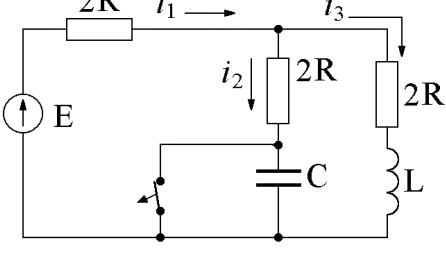
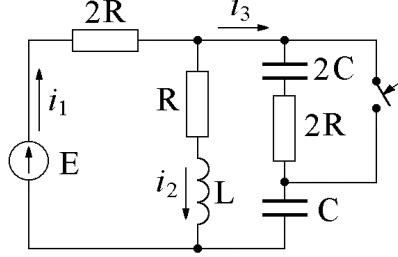
2. За отриманими в п. 1 аналітичними виразами побудувати часові характеристики усіх функцій ($i_L(t)$, $i_C(t)$, $u_L(t)$, $u_C(t)$).

ДОДАТОК Б

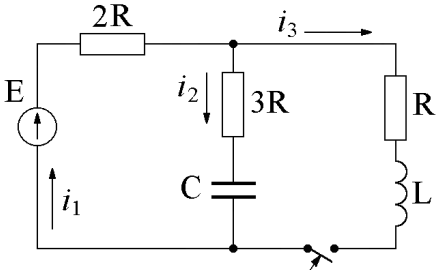
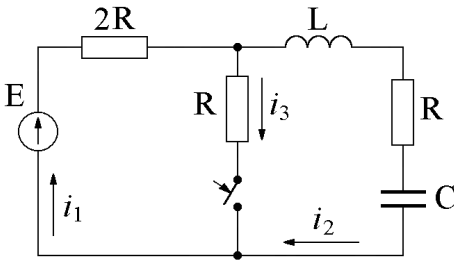
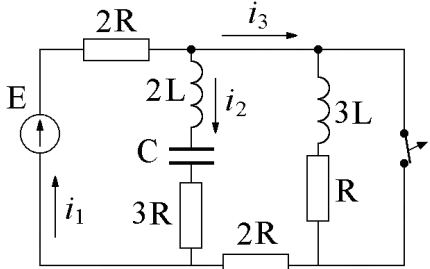
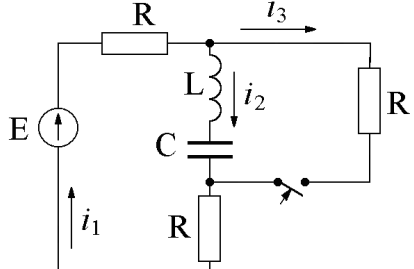
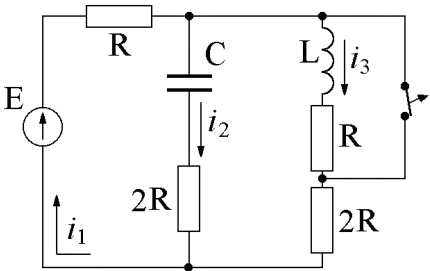
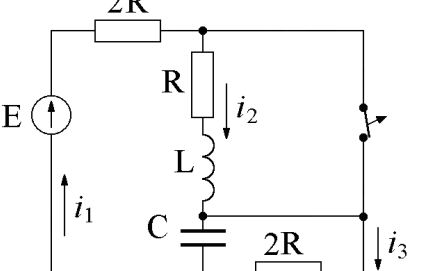
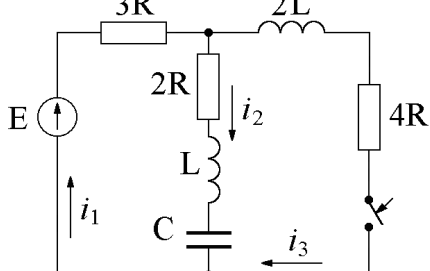
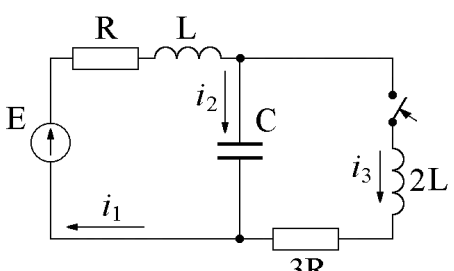
Таблиця Б.1 – Схеми та числові дані для задачі 0

<p>1</p>  <p>$E = 60 \text{ В}; R = 20 \text{ Ом};$ $L = 1 \text{ Гн}; C = 100 \text{ мкФ}$</p>	<p>2</p>  <p>$E = 100 \text{ В}; R = 25 \text{ Ом};$ $L = 0,25 \text{ Гн}; C = 250 \text{ мкФ}$</p>
<p>3</p>  <p>$E = 120 \text{ В}; R = 10 \text{ Ом};$ $L = 0,1 \text{ Гн}; C = 40 \text{ мкФ}$</p>	<p>4</p>  <p>$E = 20 \text{ В}; R = 2 \text{ Ом};$ $L = 0,2 \text{ Гн}; C = 2000 \text{ мкФ}$</p>
<p>5</p>  <p>$E = 40 \text{ В}; R = 10 \text{ Ом};$ $L = 0,25 \text{ Гн}; C = 100 \text{ мкФ}$</p>	<p>6</p>  <p>$E = 600 \text{ В}; R = 100 \text{ Ом};$ $L = 1 \text{ Гн}; C = 100 \text{ мкФ}$</p>

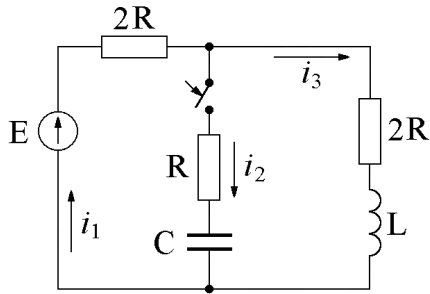
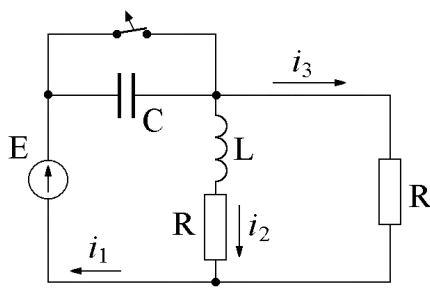
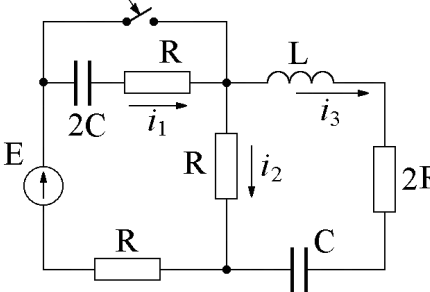
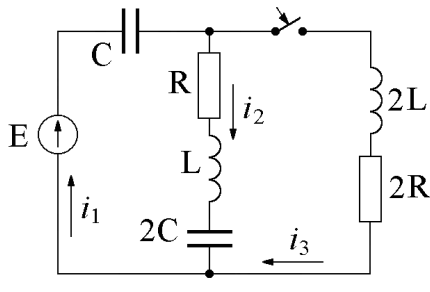
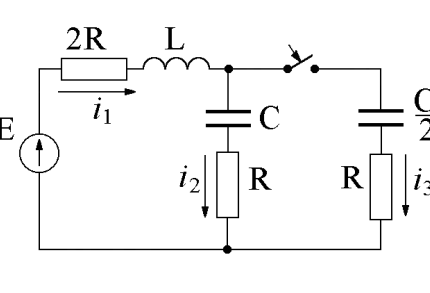
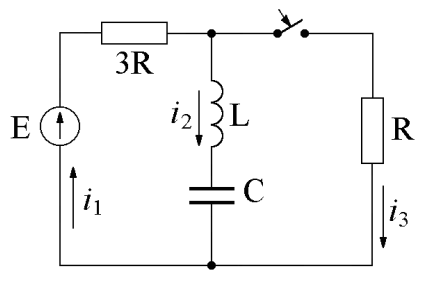
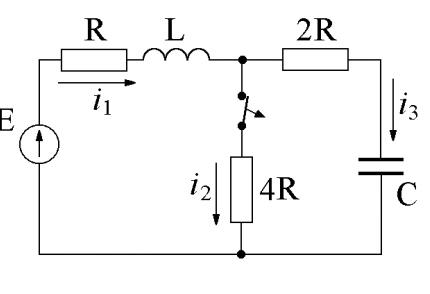
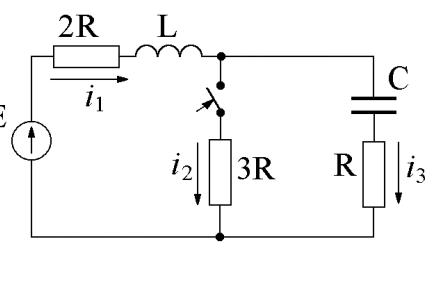
Продовження додатка Б
Продовження таблиці Б.1

<p>7</p>  <p>$E = 120 \text{ В}; R = 20 \text{ Ом};$ $L = 0,02 \text{ Гн}; C = 200 \text{ мкФ}.$</p>	<p>8</p>  <p>$E = 300 \text{ В}; R = 20 \text{ Ом};$ $L = 0,04 \text{ Гн}; C = 25 \text{ мкФ}.$</p>
<p>9</p>  <p>$E = 60 \text{ В}; R = 4 \text{ Ом};$ $L = 0,8 \text{ Гн}; C = 125 \text{ мкФ}.$</p>	<p>10</p>  <p>$E = 24 \text{ В}; R = 4 \text{ Ом};$ $L = 0,1 \text{ Гн}; C = 10 \text{ мкФ}.$</p>
<p>11</p>  <p>$E = 30 \text{ В}; R = 20 \text{ Ом};$ $L = 2 \text{ Гн}; C = 200 \text{ мкФ}.$</p>	<p>12</p>  <p>$E = 80 \text{ В}; R = 10 \text{ Ом};$ $L = 0,5 \text{ Гн}; C = 50 \text{ мкФ}.$</p>
<p>13</p>  <p>$E = 240 \text{ В}; R = 20 \text{ Ом};$ $L = 2 \text{ Гн}; C = 200 \text{ мкФ}.$</p>	<p>14</p>  <p>$E = 90 \text{ В}; R = 10 \text{ Ом};$ $L = 0,2 \text{ Гн}; C = 20 \text{ мкФ}.$</p>

Продовження додатка Б
Продовження таблиці Б.1

<p>15</p>  <p>$E = 60 \text{ В}; R = 10 \text{ Ом};$ $L = 0,3 \text{ Гн}; C = 30 \text{ мкФ}$</p>	<p>16</p>  <p>$E = 60 \text{ В}; R = 4 \text{ Ом};$ $L = 0,4 \text{ Гн}; C = 40 \text{ мкФ}.$</p>
<p>17</p>  <p>$E = 100 \text{ В}; R = 10 \text{ Ом};$ $L = 0,1 \text{ Гн}; C = 40 \text{ мкФ}$</p>	<p>18</p>  <p>$E = 30 \text{ В}; R = 5 \text{ Ом};$ $L = 0,5 \text{ Гн}; C = 50 \text{ мкФ}.$</p>
<p>19</p>  <p>$E = 360 \text{ В}; R = 20 \text{ Ом};$ $L = 0,25 \text{ Гн}; C = 25 \text{ мкФ}$</p>	<p>20</p>  <p>$E = 240 \text{ В}; R = 6 \text{ Ом};$ $L = 0,6 \text{ Гн}; C = 60 \text{ мкФ}$</p>
<p>21</p>  <p>$E = 140 \text{ В}; R = 10 \text{ Ом};$ $L = 0,7 \text{ Гн}; C = 70 \text{ мкФ}$</p>	<p>22</p>  <p>$E = 80 \text{ В}; R = 20 \text{ Ом};$ $L = 0,3 \text{ Гн}; C = 120 \text{ мкФ}$</p>

Продовження додатка Б
Закінчення таблиці Б.1

<p>23</p>  <p>$E = 480 \text{ В}; R = 10 \text{ Ом};$ $L = 0,4 \text{ Гн}; C = 160 \text{ мкФ}$</p>	<p>24</p>  <p>$E = 150 \text{ В}; R = 30 \text{ Ом};$ $L = 0,15 \text{ Гн}; C = 60 \text{ мкФ}.$</p>
<p>25</p>  <p>$E = 40 \text{ В}; R = 5 \text{ Ом};$ $L = 1,2 \text{ Гн}; C = 120 \text{ мкФ}.$</p>	<p>26</p>  <p>$E = 60 \text{ В}; R = 10 \text{ Ом};$ $L = 0,06 \text{ Гн}; C = 24 \text{ мкФ}$</p>
<p>27</p>  <p>$E = 160 \text{ В}; R = 20 \text{ Ом};$ $L = 0,2 \text{ Гн}; C = 180 \text{ мкФ}$</p>	<p>28</p>  <p>$E = 120 \text{ В}; R = 10 \text{ Ом};$ $L = 0,2 \text{ Гн}; C = 5 \text{ мкФ}$</p>
<p>29</p>  <p>$E = 380 \text{ В}; R = 20 \text{ Ом};$ $L = 0,05 \text{ Гн}; C = 20 \text{ мкФ}$</p>	<p>30</p>  <p>$E = 40 \text{ В}; R = 2 \text{ Ом};$ $L = 0,25 \text{ Гн}; C = 25 \text{ мкФ}.$</p>

Продовження додатка Б

Таблиця Б.2 – Відповідні до варіантів завдань номери схем та числових даних для задач 1, 2

Варіант	Індекс групи					
	I	II	III	IV	V	VI
1	(25) 19	(19) 7	(13) 25	(7) 13	(1) 1	(25) 7
2	(2) 26	(8) 8	(14) 8	(20) 14	(26) 26	(2) 14
3	(27) 21	(21) 9	(15) 27	(9) 15	(3) 3	(21) 15
4	(10) 10	(16) 22	(22) 10	(4) 4	(4) 22	(16) 16
5	(23) 5	(17) 11	(5) 23	(11) 17	(5) 5	(17) 23
6	(24) 18	(12) 6	(18) 12	(6) 24	(12) 12	(18) 24
7	(7) 7	(13) 19	(19) 1	(25) 13	(1) 7	(13) 7
8	(26) 14	(20) 8	(14) 2	(8) 26	(2) 20	(14) 20
9	(15) 21	(9) 9	(21) 3	(27) 15	(3) 27	(21) 9
10	(22) 16	(16) 4	(10) 22	(4) 4	(10) 16	(22) 22
11	(17) 17	(5) 11	(23) 23	(17) 5	(11) 11	(5) 17
12	(6) 18	(12) 12	(18) 24	(6) 12	(24) 18	(12) 6
13	(19) 25	(13) 13	(19) 19	(25) 1	(19) 13	(1) 25
14	(2) 14	(8) 20	(14) 26	(20) 2	(26) 8	(14) 14
15	(27) 9	(21) 27	(15) 15	(21) 21	(27) 3	(9) 15
16	(16) 22	(16) 4	(10) 10	(22) 4	(22) 22	(4) 16
17	(11) 5	(23) 17	(5) 5	(17) 11	(23) 23	(5) 11

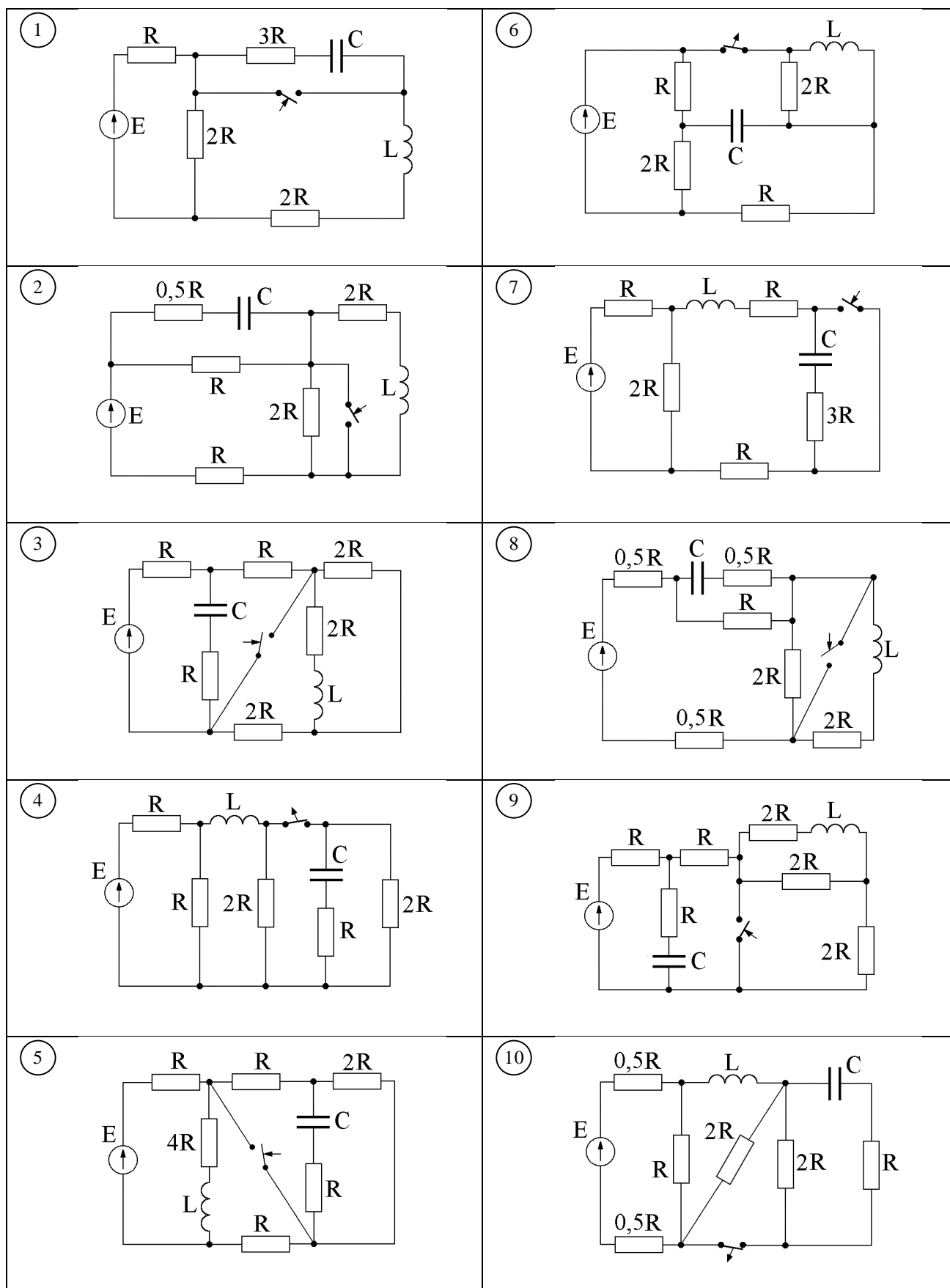
Продовження додатка Б

Продовження табл. Б.2

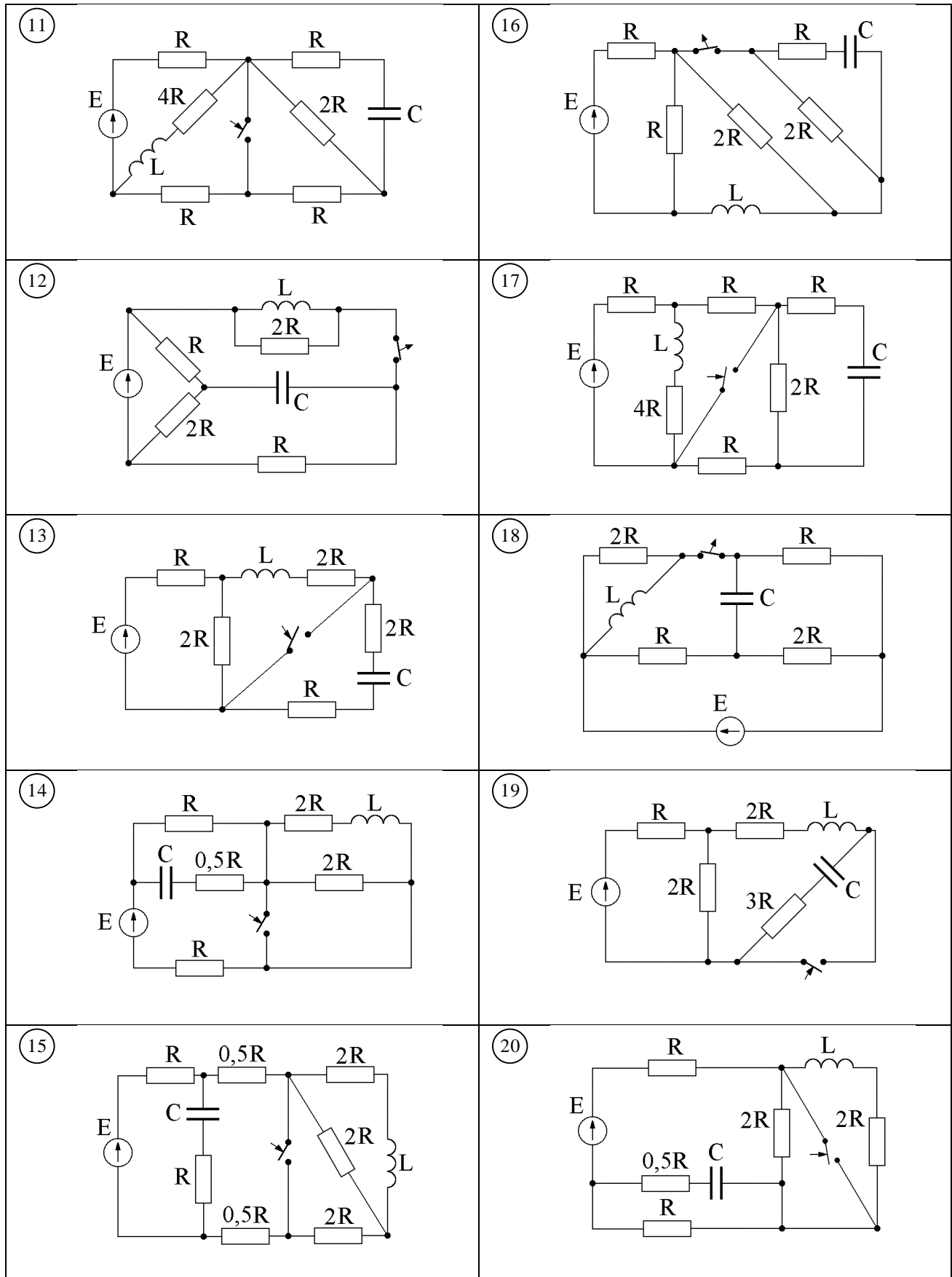
Варіант	Індекс групи											
	I		II		III		IV		V		VI	
18	24	24	12	18	24	12	18	6	24	6	18	24
19	13	1	7	19	1	7	25	25	1	25	19	13
20	26	2	20	20	14	20	8	14	2	8	26	8
21	21	15	15	3	9	21	3	9	27	27	15	21
22	4	22	16	10	10	4	22	22	4	16	10	22
23	11	17	5	23	17	17	11	23	5	11	23	11
24	6	6	12	24	24	6	18	18	12	6	24	12
25	1	13	7	25	13	7	7	1	1	19	25	25
26	2	2	20	26	8	2	14	14	26	20	8	26
27	3	15	9	27	15	9	3	21	9	3	27	3
28	30	29	28	28	29	28	30	30	29	30	28	30
29	28	30	30	28	28	29	29	29	30	29	29	28
30	29	30	28	30	28	28	29	30	30	30	30	29
31	7	1	1	19	1	25	13	7	19	13	25	7
32	8	32	2	2	14	14	26	26	20	32	20	8
33	9	33	21	15	3	9	21	21	21	33	15	3
34	16	22	22	4	16	4	4	16	16	10	22	16

Продовження додатка Б

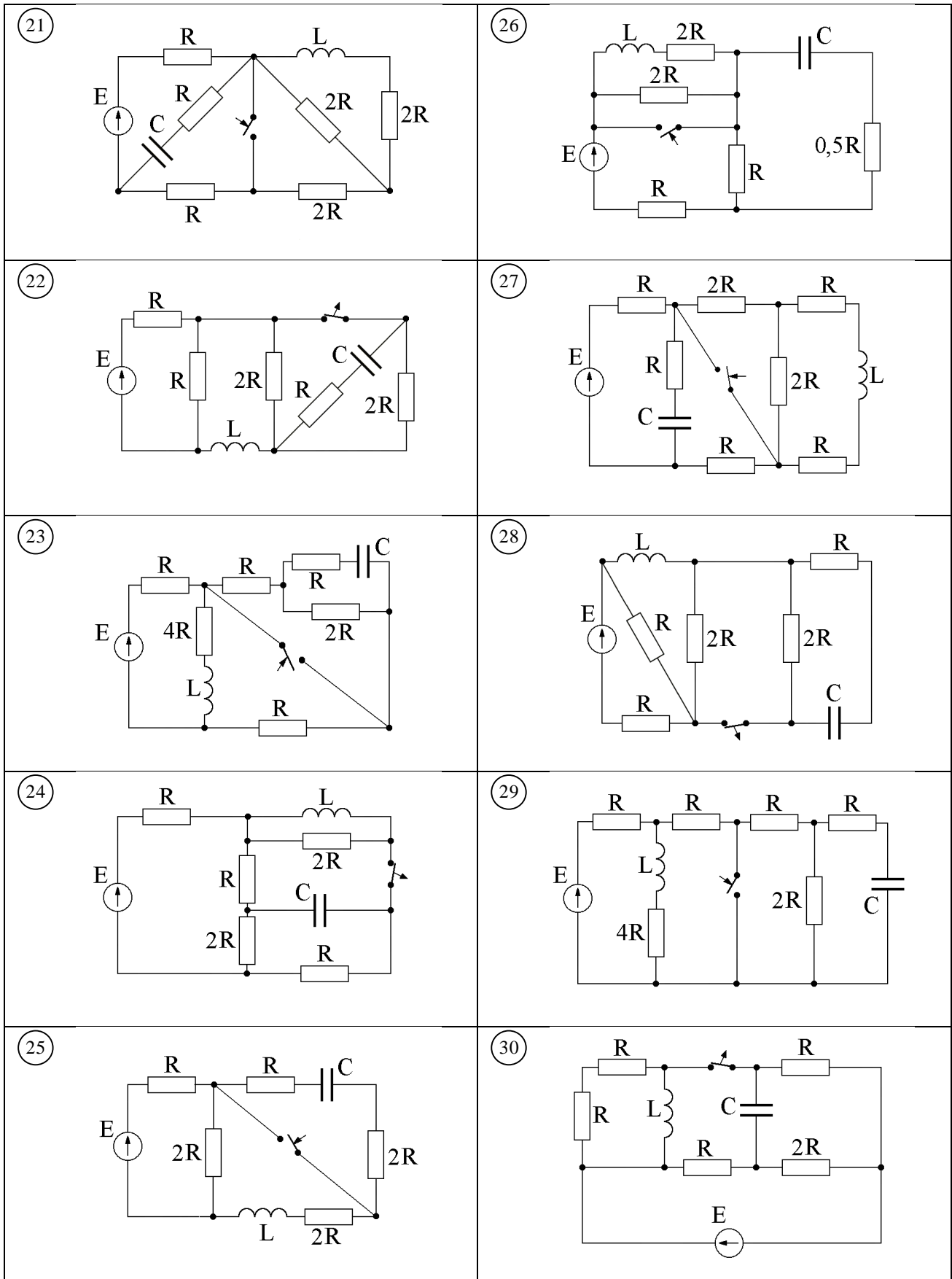
Таблиця Б.3 – Схеми для задачі 1



Продовження додатка Б
Продовження таблиці Б.3



Продовження додатка Б
Продовження таблиці Б.3



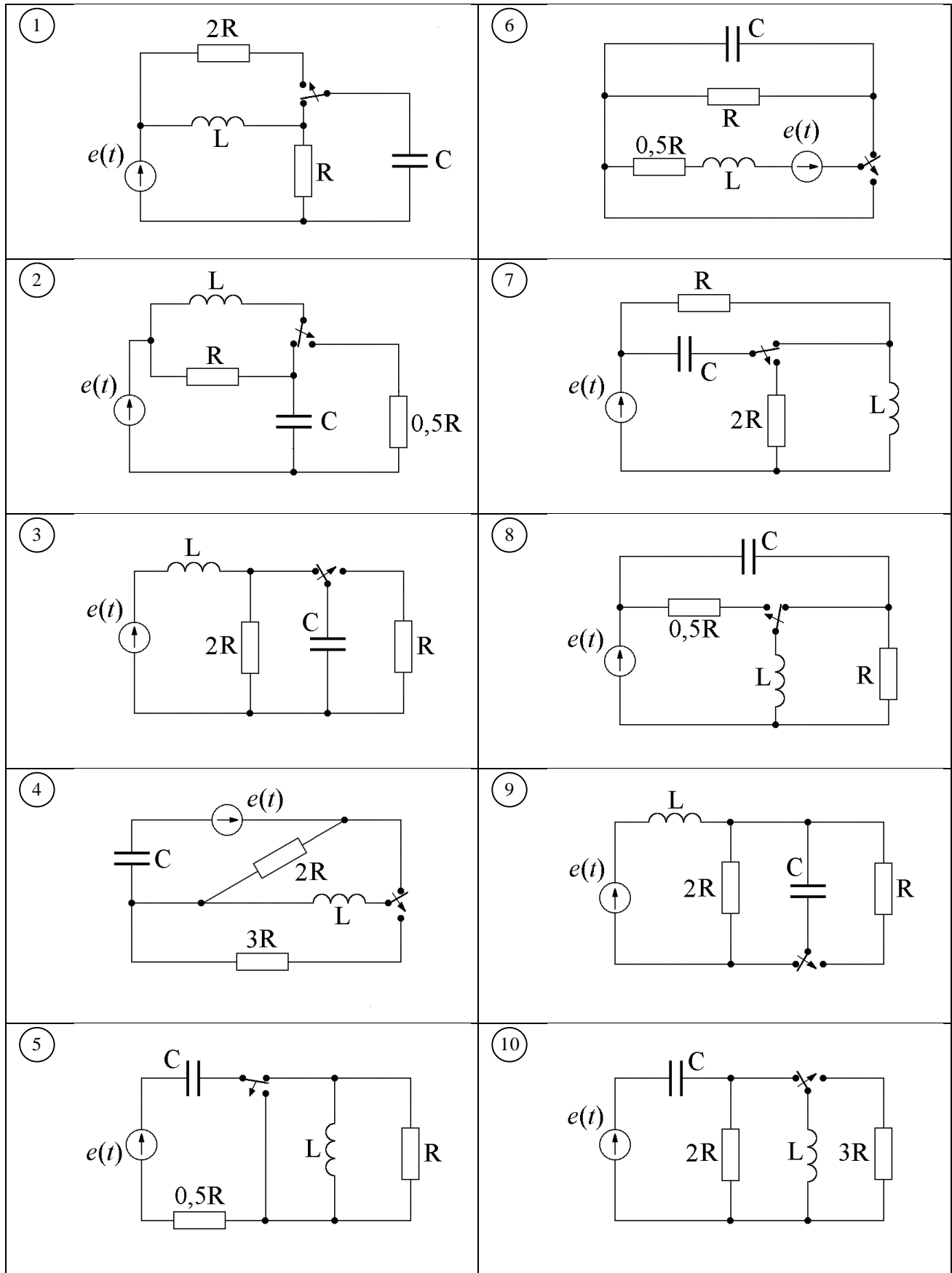
Продовження додатка Б

Таблиця Б.4 – Числові дані для задачі 1

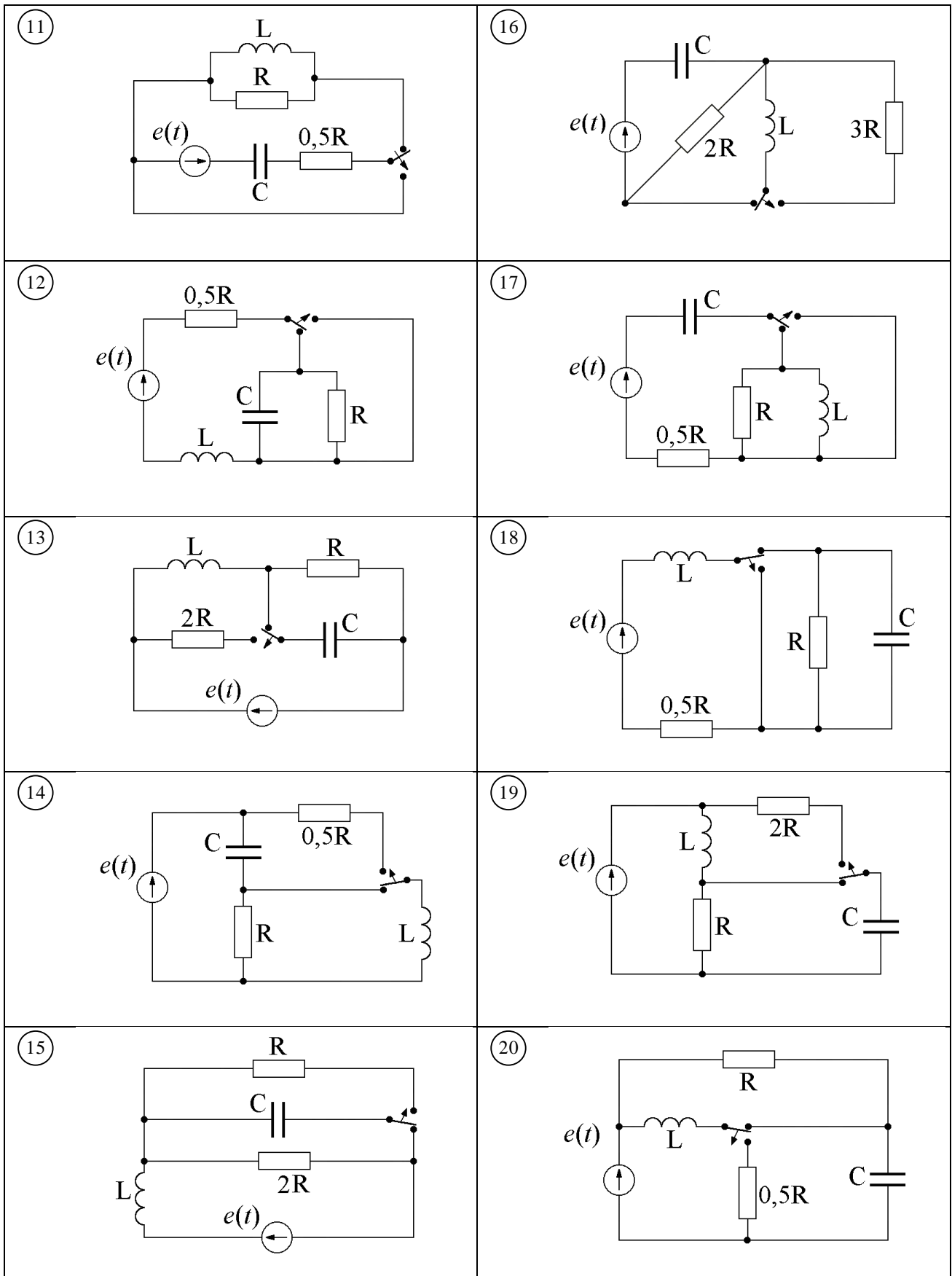
№ Варіанта	E , В	R , Ом	L , мГн	C , мкФ
1	240	20	320	25
2	180	20	120	240
3	120	10	81	100
4	300	40	500	30
5	360	25	250	120
6	60	20	144	36
7	120	20	160	12,5
8	90	20	60	120
9	60	10	40,5	50
10	150	40	250	15
11	180	25	125	60
12	30	20	72	18
13	80	20	106,66	8,33
14	60	20	40	80
15	40	10	27	33,33
16	100	40	166,6	10
17	120	25	83,33	40
18	20	20	48	12
19	60	20	80	6,25
20	45	20	30	60
21	30	10	20,25	25
22	75	40	125	7,5
23	90	25	62,5	30
24	15	20	36	9
25	48	20	64	5
26	36	20	24	48
27	24	10	16,2	20
28	60	40	100	6
29	72	25	50	24
30	12	20	28,8	7,2

Продовження додатка Б

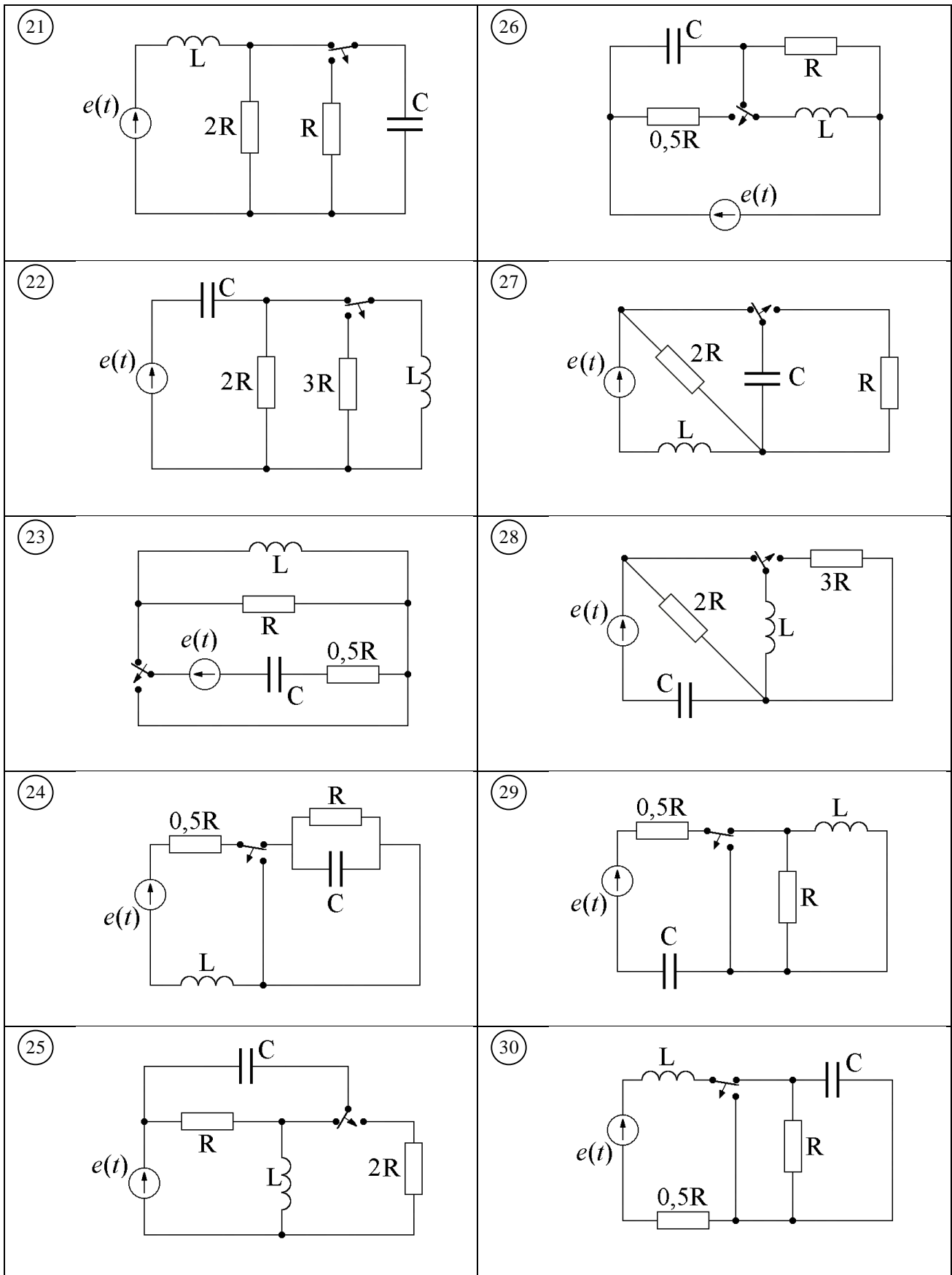
Таблиця Б.5 – Схеми для задачі 2



Продовження додатка Б
Продовження таблиці Б.5



Продовження додатка Б
Закінчення таблиці Б.5



Закінчення додатка Б

Таблиця Б.6 – Числові дані для задачі 2

№ Вар.	E_m В	ψ_E , град.	ω , c^{-1}	R , Ом	L , мГн	C , мкФ	Графіки
1	100	60°	200	100	500	50	$i_L(t)$
2	50	0°	100	50	500	200	$u_C(t)$
3	25	0°	100	25	500	400	$u_C(t), i_L(t)$
4	100	0°	100	25	500	400	$u_C(t), i_L(t)$
5	100	45°	100	100	1000	200	$u_C(t), i_L(t)$
6	250	0°	100	25	250	400	$u_C(t), i_L(t)$
7	50	45°	200	25	125	200	$i_C(t)$
8	100	75°	200	50	250	100	$u_C(t)$
9	200	45°	200	100	1000	50	$u_C(t), i_L(t)$
10	200	90°	200	100	1000	50	$u_C(t), i_L(t)$
11	100	60°	200	50	250	200	$i_C(t), i_L(t)$
12	200	63,5°	500	100	200	20	$u_C(t), i_L(t)$
13	100	90°	400	100	250	25	$u_C(t)$
14	150	90°	400	50	125	50	$i_C(t)$
15	300	60°	400	100	500	25	$u_C(t), i_L(t)$
16	300	135°	400	100	500	25	$u_C(t), i_L(t)$
17	60	90°	400	20	50	250	$u_C(t), i_L(t)$
18	60	90°	400	20	50	125	$u_C(t), i_L(t)$
19	400	-90°	500	100	200	20	$i_C(t)$
20	200	180°	500	50	100	40	$i_L(t)$
21	400	-120°	500	100	400	20	$u_C(t), i_L(t)$
22	80	-45°	500	20	80	100	$i_C(t), i_L(t)$
23	250	-45°	500	50	100	80	$u_C(t), i_L(t)$
24	400	180°	500	100	200	20	$u_C(t), i_L(t)$
25	500	60°	250	100	400	40	$i_C(t)$
26	250	-75°	250	50	200	80	$u_C(t)$
27	25	-135°	100	25	500	400	$u_C(t), i_L(t)$
28	500	-90°	250	100	800	40	$i_C(t), i_L(t)$
29	100	-90°	250	100	400	80	$i_C(t), i_L(t)$
30	200	-90°	400	10	25	50	$u_C(t), i_L(t)$
31	300	45°	200	100	50	50	$u_C(t)$
32	300	90°	100	50	500	200	$i_L(t)$
33	150	0°	100	25	500	400	$u_C(t), i_L(t)$
34	150	0°	100	25	500	400	$u_C(t), i_L(t)$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник / Л. А. Бессонов. – Москва : Гардарики, 2007. – 701 с.

2. Маляр В. С. Теоретичні основи електротехніки. Електричні поля : навч. посібник / В. С. Маляр. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. – 312 с.

3. Мандзій Б. А. Основи теорії сигналів : навч. посібник / Б. А. Мандзій, П. І. Женьяк. – Львів : АДКР «Атлас», 2003. – 152 с.

4. Основи теорії електротехніки: підручник / Ю. Я. Бобало, Б. А. Мандзій, П. Г. Стахів, Л. Д. Писаренко, Ю. І. Якіменко ; за ред. Ю. Я. Бобала. – Львів: Видавництво національного університету «Львівська політехніка», 2008. – 332с.

5. Переходные процессы и четырехполюсники : учебное пособие / Е. Г. Глебова, И. Г. Мякшина, Б. И. Кубрик. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2007. – 192с. – На рус. яз.