ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №9

РЕЗОНАНС У КОЛАХ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

Мета роботи: дослідження явища резонансу в послідовному та паралельному коливальних контурах та визначення параметрів коливальних контурів.

9.1. Теоретичні відомості і розрахункові формули

9.1.1. Загальні положення

Під **резонансом** розуміють такий режим роботи електричної кола, у якому його вхідний опір має суто резистивний характері і, отже, зсув фаз між напругою *u* та струмом *i* на його вході дорівнює нулю ($\varphi = 0$).

Кола, в яких виникають резонансні явища, називають резонансними колами або коливальними контурами. Найпростіший коливальний контур містить один індуктивний *L* і один ємнісний *C* елементи, з'єднані між собою та з джерелом синусоїдальної напруги послідовно (послідовний коливальний контур) або паралельно (паралельний коливальний контур).

Розрізняють два основні різновиди резонансних режимів: резонанс напруг та резонанс струмів.

9.1.2. Резонанс напруг

Резонанс напруг (РН) виникає у послідовному коливальному контурі (рис. 9.1). В схему заміщення кола, крім індуктивного *L* і ємнісного *C* елементів, включений також елемент *R*, що враховує всі види активних втрат в контурі (в котушці, в конденсаторі, у внутрішньому опорі джерела живлення, в з'єднувальних дротах).

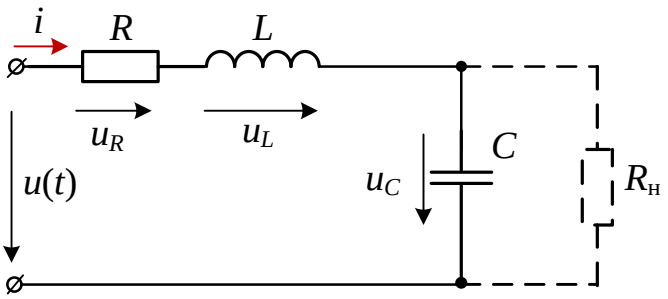


Рисунок. 9.1 – Схема послідовного коливального контуру

Умовою появи РН в колі (рис. 9.1) є рівність нулю реактивного опору на вході кола:

$$X_{РН} = X_{L(РН)} - X_{C(РН)} = 0,$$

або

$$\omega_{РН} L = 1/(\omega_{РН} C),$$

звідки кутова (в рад/с) та звичайна (в Гц) резонансні частоти контуру:

$$\omega_{\text{РН}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ та } f_{\text{РН}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Характеристичний (хвильовий) опір ρ (в Ом) послідовного коливального контуру дорівнює його індуктивному або ємнісному опору в резонансі:

$$\rho = X_{L(\text{РН})} = \omega_{\text{РН}} L = \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Добротністю Q контуру називають відношення характеристичного опору ρ контуру до активного опору *R* у резонансі:

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{X_{L(\text{РН})}}{R} = \frac{X_{C(\text{РН})}}{R}.$$

Чим більше ρ і менше *R*, тим більшою є добротність контуру, тим вужчими будуть частотні характеристики струму і напруг на елементах контуру. У радіотехнічних контурах добротність $Q = 100…1000$; в електричних колах добротність зазвичай не перевищує 3…5.

Добротність показує, у скільки разів напруга на затискачах конденсатора U_C або індуктивна напруга U_L котушки в резонансі більша за напругу живлення контуру *U*:

$$Q = \frac{(U_C)_{\text{РН}}}{U} = \frac{(U_L)_{\text{РН}}}{U} = \frac{\rho}{R}$$

Струм *I* у РН має максимальне значення, тобто

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_{L(PH)} - X_{C(PH)})^2}} = \frac{U}{R} = I_{max}.$$

Нормована амплітудно-частотна характеристика струму $K_i(f) = I(f)/I_{max}$ та фазочастотна характеристика φ(*f*) на вході контуру для $Q > 1$ представлені на рис. 9.2.

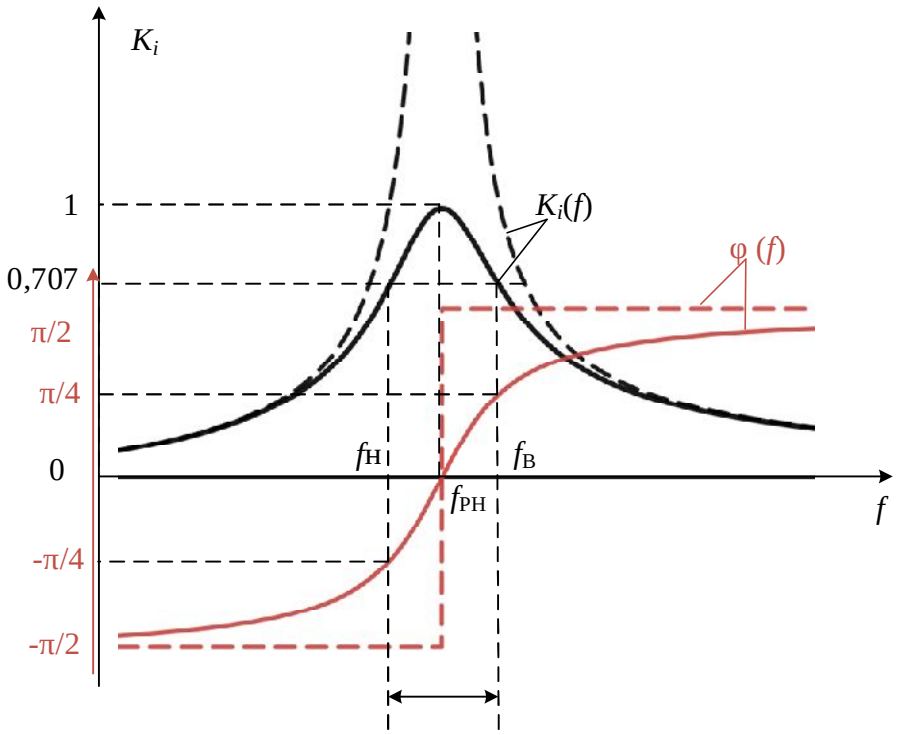
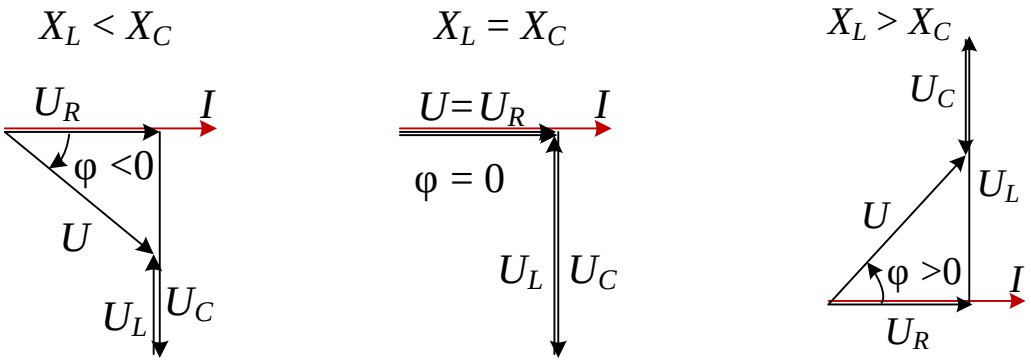


Рисунок 9.2 – Нормована амплітудно-частотна характеристика струму та фазочастотна характеристика (---- – для ідеального контуру, ——— – для реального контуру) за умови $Q > 1$

Характерною особливістю режиму РН є те, що напруги U_L і U_C перевищують вхідну напругу U контуру.

Векторні діаграми напруги на елементах контуру на частоті, меншій за резонансну (*а*), у режимі резонансу (*б*) і на частоті, більшій за резонансну (*в*), наведені на рис. 9.3. Зазначимо, що вектори напруги $\underline{U}_L$ на індуктивному і $\underline{U}_C$ на ємнісному елементах у РН довші за вектор вхідної напруги U в Q разів, а кут зсуву фаз на вході кола $\varphi = 0$ (рис. 9.3, *б*), тобто коло у резонансі має суто активний характер. До резонансу ($f < f_{РН}$, кут $\varphi < 0$) коло має активно-ємнісний характер (рис. 9.3, *а*), а після резонансу ($f > f_{РН}$, кут $\varphi > 0$) активно-індуктивний характер (рис. 9.3, *в*).



а *б* *в*

Рисунок. 9.3 – Векторні діаграми коливального контуру на частотах $f < f_{РН}$, $f_{РН}$, $f > f_{РН}$

Найважливішою характеристикою контуру є його *смуга пропускання* (рис. 9.4):

$$\Delta f = f_в - f_н \text{ , або } \Delta\omega = \omega_в - \omega_н,$$

під якою розуміють діапазон частот, в межах якого значення нормованого струму $K_i(f) = I(f)/I_{max} \geq 1/\sqrt{2} \approx 0{,}707$. На межах смуги пропускання, тобто на частотах $f_в$ та $f_н$ (або $\omega_в$ і $\omega_н$), так званих верхньої і нижньої частотах зрізу, нормований струм $K_i = I_{max}/\sqrt{2}$, та активна потужність $P = 0{,}5P_{max}$, при куті $\varphi = \pm 45°$.

Приблизно смугу пропускання контуру визначають за формулою

$$\Delta f \approx f_{РН}/Q \text{ або } \Delta\omega \approx \omega_{РН}/Q,$$

звідки випливає, що чим більша добротність, тим вужча смуга пропускання контуру (рис. 9.4).

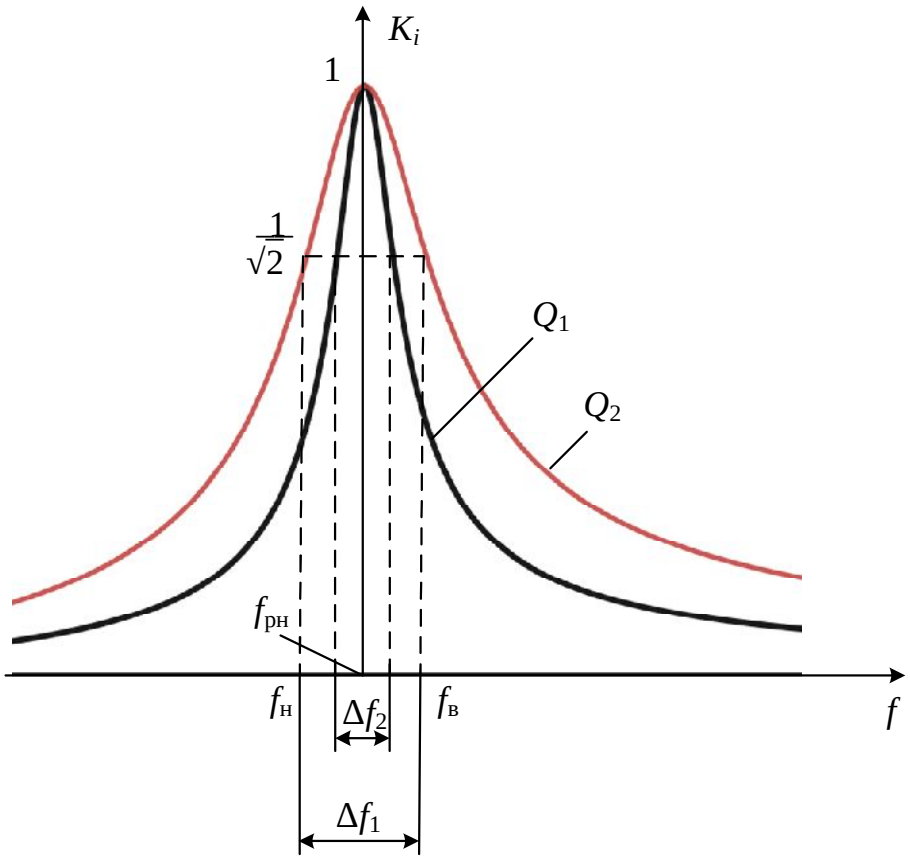


Рисунок 9.4 – Нормована АЧХ струму в послідовному коливальному контурі для двох значень добротності ($Q_1 > Q_2$).

На практиці паралельно конденсатору підключають приймач (рис. 9.1), опір якого має порядок $R_н$ = 10…100 кОм. При невеликих значеннях $R_н$ смуга пропускання Δf збільшується, а добротність контуру знижується і дорівнює $Q_н = \dfrac{\rho}{R + \rho^2 / R_н}$.

9.1.3. Резонанс струмів

Резонанс струмів (РС) виникає у паралельному коливальному контурі (рис. 9.5), умовою якого є рівність нулю вхідної реактивної провідності $b_{РС} = b_{L(РС)} - b_{C(РС)} = 0$ або

$$b_{L(РС)} = \frac{\omega_{РС} L}{R_1^2 + (\omega_{РС} L)^2} = b_{C(РС)} = \frac{1/(\omega_{РС} C)}{R_2^2 + 1/(\omega_{РС} C)^2},$$

звідки резонансна кутова частота:

$$\omega_{РС} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{L/C - R_1^2}{L/C - R_2^2}} = \omega_0 \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}},$$

де $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – резонансна частота контуру без втрат ($R_1 = R_2 = 0$);

$\rho = \sqrt{L/C}$ – характеристичний опір контуру.

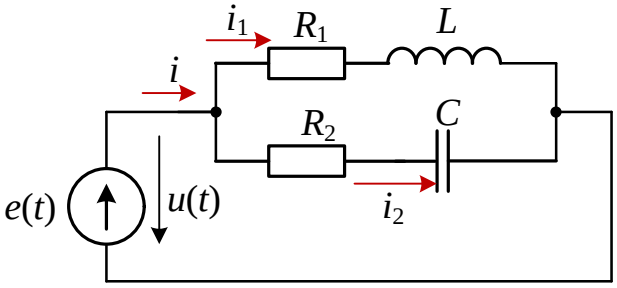
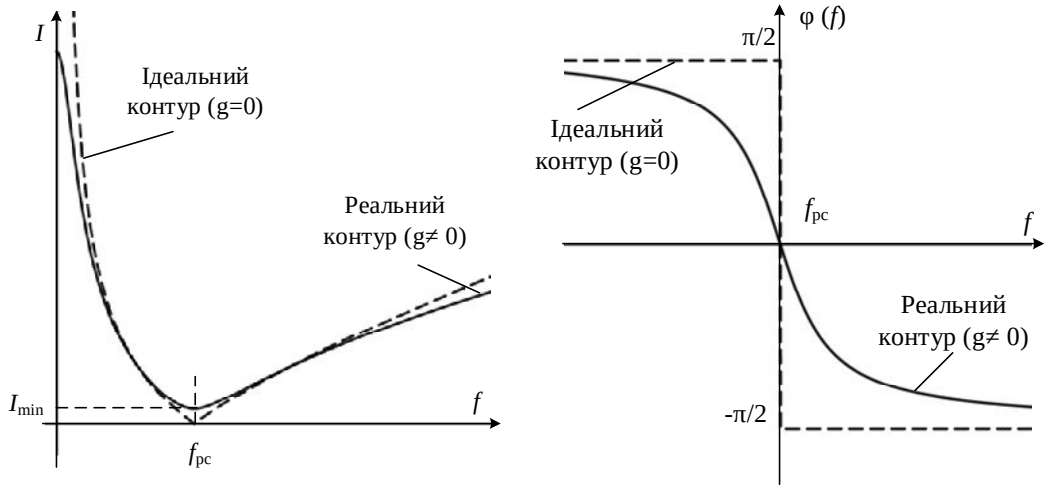


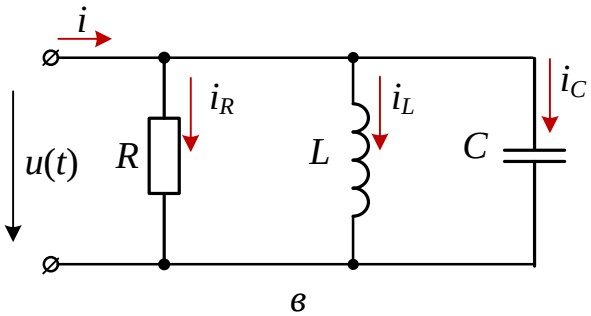
Рисунок 9.5 – Схема паралельного коливального контуру першого виду

Резонансні властивості кола з двома гілками R_1L і R_2C (див. рис. 9.5) зручно вивчати за його еквівалентною схемою заміщення з трьома паралельно з'єднаними гілками з параметрами g, b_L и b_C (рис. 9.6, *а*), які дорівнюють:

$$g = g_1 + g_2 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} + \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2};\ b_L = \frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2};\ b_C = \frac{1/(\omega C)}{R_2^2 + 1/(\omega C)^2}.$$



а *б*



в

Рисунок 9.6 – Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) струму *I*(*f*) (*а*), фазочастотна характеристика (ФЧХ) φ(*f*) (*б*) реального та ідеального контурів, еквівалентна схема паралельного коливального контуру (*в*)

Тоді *добротність паралельного* коливального контуру:

$$Q = \frac{b_{C(\text{РС})}}{g_{\text{РС}}} = \frac{b_{L(\text{РС})}}{g_{\text{РС}}}.$$

Добротність Q дорівнює також відношенню струму I_C у гілці з конденсатором (якщо $R_2 = 0$, см. рис. 9.5) у режимі РС до загального струму I_{PC} на затискачах контуру, тобто

$$Q = \frac{I_{C(\text{РС})}}{I_{\text{РС}}}.$$

Струм I у РС має ***мінімальне значення***,

$$I_{\text{РС}} = \frac{U}{Z_{\text{РС}}} = UY_{\text{РС}} = U\sqrt{g_{\text{РС}}{}^2 + \left(b_{L(\text{РС})} - b_{C(\text{РС})}\right)^2} = Ug_{\text{РС}} = I_{\min},$$

оскільки повна провідність контуру в цьому режимі мінімальна $Y_{\text{РС}} = g_{(\text{РС})} = Y_{\min}$, а опір контуру максимальний $Z_{\text{РС}} = 1/Y_{\text{РС}} = Z_{\max}$.

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) струму $I(f)$ та фазочастотна характеристика (ФЧХ) $\varphi(f)$ реального та ідеального контурів наведені на рис. 9.6 *а, б*.

На рис. 9.7 наведені схеми реального (*а*) та ідеального (*в*) коливальних контурів та векторні діаграми струмів гілок та струму на вході реального (*б*) та ідеального (*г*) коливальних контурів для РС.

Струм I_1 у першій гілці відстає від напруги по фазі на кут φ_1, а струм I_2 у другій гілці випереджає напругу по фазі на кут φ_2 (рис. 9.7, *б*).

У режимі РС струм I на вході контуру, як правило, менший за струми I_1 та I_2 окремих гілок, а для ідеального контуру струм $I_{\text{РС}} = 0$ (рис. 9.7, *г*). З підключенням приймача $R_{\text{н}}$ паралельно конденсатору (коли $R_2 = 0$ див. рис. 9.7 *а*) добротність навантаженого контуру знижується тим сильніше, чим менше $R_{\text{н}}$:

$$Q_{н} = \frac{Q}{1 + R_{\text{РС}} / R_{\text{н}}}, \text{ де } R_{\text{РС}} \approx \frac{\omega_{\text{РС}}^2 L^2}{R_1} = \frac{\rho^2}{R_1} = \rho Q.$$

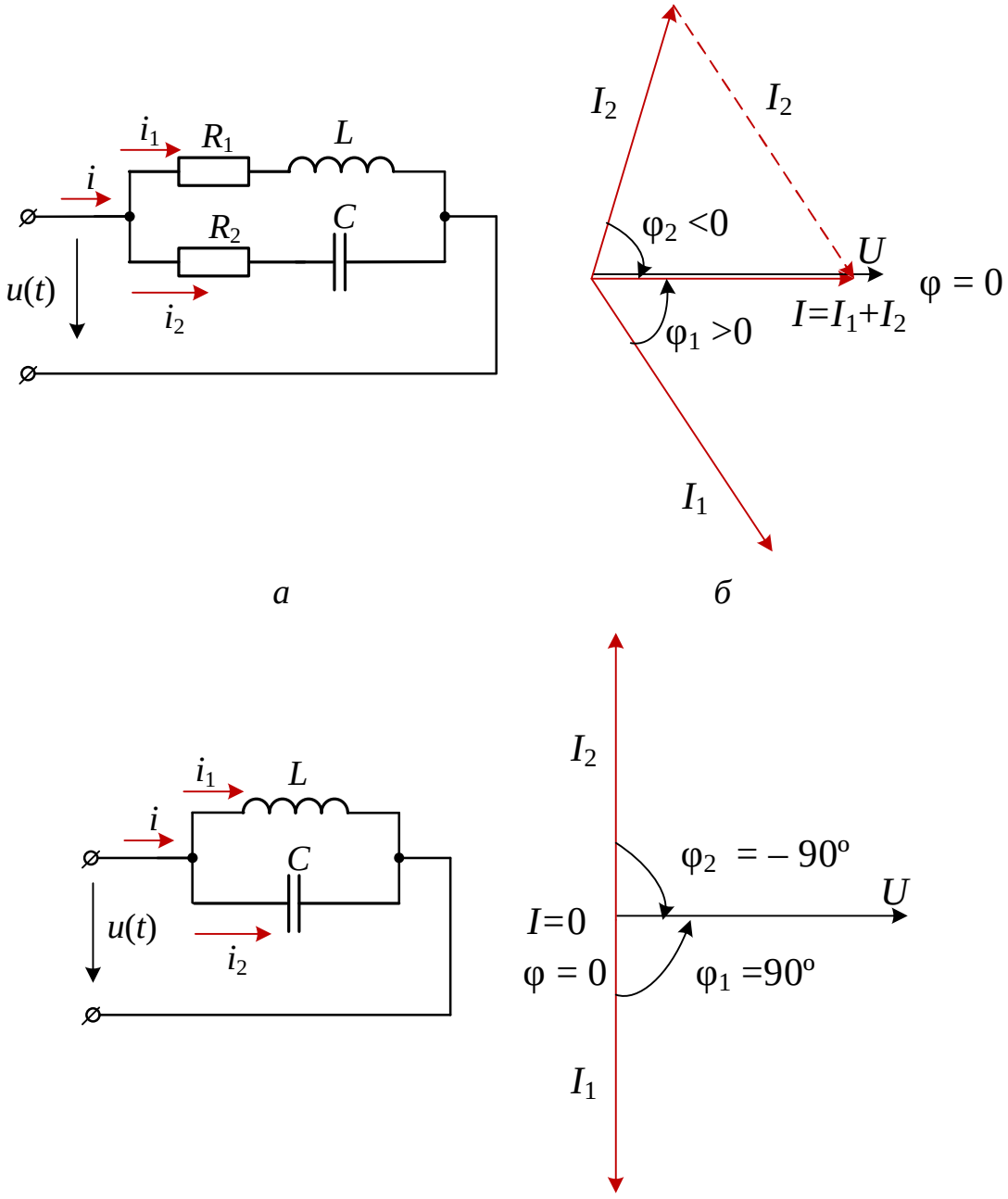


Рисунок 9.7 – Схеми та векторні діаграми
реального (а, б) та ідеального (в, г) паралельних коливальних контурів

Приблизно смугу пропускання контуру визначають за формулою

$$\Delta f \approx \frac{f_{\text{РТ}}}{Q} \text{ або } \Delta\omega \approx \frac{\omega_{\text{РТ}}}{Q}.$$

9.2. Навчальні завдання та методичні вказівки до виконання

9.2.1. Розрахувати параметри елементів схеми контурів (рис. 9.8) за формулами:

$E = 10 + N$, В [$E \in$ (10, …, 30), В)], де N – номер запису прізвища студента у навчальному журналі групи;

$e = \sqrt{2}E\sin(2\pi f t)$; де f = (40, …, 140) Гц;

$R_1 = 2 + N$, Ом; [$R \in 2$, …, 22 Ом]; $R_2 = R_3 = 0{,}2$ Ом;

$L_1 = 30 + N$, мГн; [$L_1 \in$ 20, …, 40 мГн];

$C_1 = C_2 = 100 + 10N$, мкФ [$C \in$ 110, …, 300 мкФ];

$L_2 = 10 + N$, мГн [$L_2 \in$ 10, …, 30 мГн]

і **занести** їх значення до табл. 9.1.

Таблиця 9.1

Варіант N = …	
$R_1L_1C_1$-контур	$R_2L_2R_3C_2$-контур
E = … , В	E = … , В
R_1 = …, Ом	$R_2 = R_3$ =0,2 Ом
L_1 = …, мГн	L_2 = …, мГн
C_1 = …, мкФ	C_2 = … , мкФ

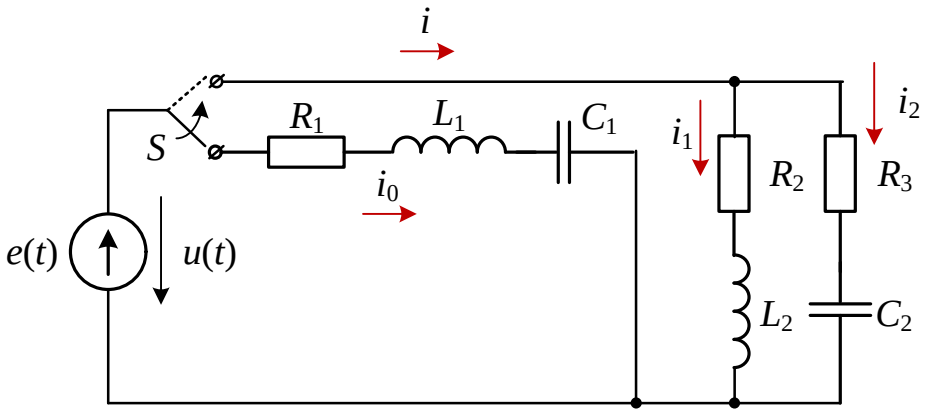


Рисунок 9.8 – Схема кола для дослідження резонансних явищ у коливальних контурах

Розрахувати напруги на елементах кола, струми гілок та кути зсуву фаз φ_k гілок та струми на вході коливальних контурів на резонансних частотах:

$$f_{\text{РН}} = 1/2\pi\sqrt{L_1C_1},\ f_{\text{РС}} = (1/2\pi\sqrt{L_2C_2})\sqrt{(L_2/C_2 - R_2^2)/(L_2/C_2 - R_3^2)}$$

і занести їх значення до табл. 9.2.

9.2.2. За даними табл. 9.2 **побудувати векторні діаграми** напруги та струмів схем заміщення контурів *у режимі резонансу*. Переконатися, що кут φ між вектором напруги $\underline{U} = \underline{E}$ та вектором струму $\underline{I}_0$ в послідовному

коливальному контурі та кут φ між вектором $\underline{U}$ та вектором струму $\underline{I}$ в паралельному коливальному контурі близькі до нуля.

Таблиця 9.2

Положення перемикача S	Струм, напруга, кут φ	Розраховано		Виміряно											
		На частоті		Частота f, Гц											
		$f_{РН}$, Гц	$f_{РС}$, Гц	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	f_p
Нижнє	I_0, А														
	U_R, В														
	U_L, В														
	U_C, В														
Верхнє	I_1, А														
	I_2, А														
	I, А														
	φ_1, град			**Примітка.** $\varphi_1 = \operatorname{arctg}(X_{L2}/R_2)$; $\varphi_2 = -\operatorname{arctg}(X_{C2}/R_3)$.											
	φ_2, град														

9.2.3. **Розрахувати** параметри коливальних контурів:

– добротність $Q_{РН} = U_C/U$ послідовного контуру та добротність $Q_{PC} = I_2 \sin\varphi_2 / I$ паралельного контуру;

– характеристичний опір $\rho = U_C/I_0$ та характеристичну провідність $1/\rho \approx I_C/U = I_2 \sin\varphi_2/U$;

– смугу пропускання $\Delta f_{РН} \approx f_{РН}/Q_{РН}$ послідовного контуру та смугу пропускання $\Delta f_{РС} \approx f_{РС}/Q_{РС}$ паралельного контуру.

9.2.4. Запустити середовище Multisim та зібрати на набірному полі схему (рис. 9.9) для дослідження резонансних явищ у коливальних контурах, та встановити параметри її елементів (див. табл. 9.1), а також опору R_A = 1 мОм амперметрів **A1, A2** та **A3** та R_V = 10 МОм вольтметрів **V, V1** та **V2**, режим **AC** роботи вимірювальних приладів.

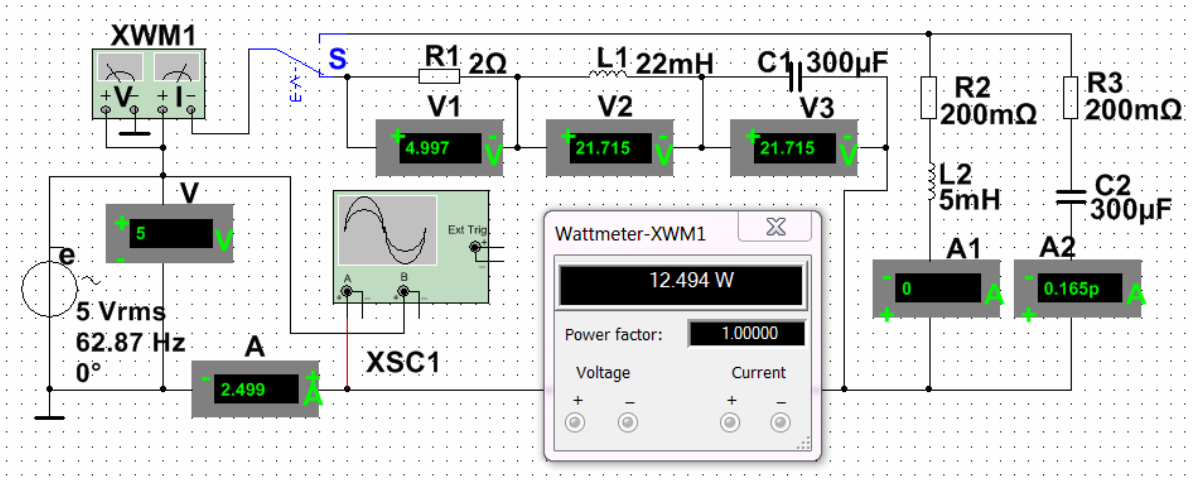


Рисунок 9.9 – Модель в Multisim кола для дослідження резонансних явищ у коливальних контурах

Скопіюйте схему кола на першу сторінку звіту.

У нижньому положенні перемикача **S** формується послідовний коливальний контур, а у верхньому – паралельний. За допомогою ватметра і осцилографа, включених на вході кола, зручно спостерігати за характером зміни активної потужності *P*, що споживається контуром, і кута зсуву фаз φ зі зміною частоти *f* вхідної напруги *u*.

Модуль кута зсуву визначається формулою $|\varphi| = \arccos(P/UI)$, а знак φ можна визначати за відносним розташуванням осцилограм напруги *u* та струму *i* на екрані осцилографа: якщо струм *i* випереджає по фазі напругу *u*, то кут φ береться зі знаком "мінус", а якщо струм *i* відстає по фазі від напруги *u*, то кут φ має знак "плюс".

Змінюючи частоту ЕРС джерела *e* з кроком 10 Гц від 40 Гц до 140 Гц, **зняти показання приладів** для обох положень перемикача **S.**

Результати занести в табл. 9.2.

Використовуючи розраховані значення резонансної частоти повторити експеримент **у режимі резонансу**, зняти показання приладів і занести до табл. 9.2.

9.2.5. Використовуючи дані експерименту, **побудувати графіки** амплітудно-частотних характеристик струмів і напруги: на одному малюнку розмістити графіки $I_0(f)$; $U_R(f)$; $U_L(f)$; $U_C(f)$, а на другому – графіки $I(f)$; $I_1(f)$ та $I_2(f)$.

Відзначити на графіках координати точок напруги та струмів у резонансних режимах. На першому малюнку провести пунктирну горизонтальну лінію, що відповідає масштабу вхідної напруги *U*.

Сформулювати у звіті висновки про вплив частоти вхідної напруги на характер зміни резонансних кривих послідовного і паралельного коливальних контурів.

ЗМІСТ ЗВІТУ

1. Найменування та мета роботи.
2. Копія схеми кола, змодельованого у програмному середовищі Multisim.
3. Розрахункові формули та значення параметрів коливальних контурів, векторні діаграми напруги та струмів, графіки резонансних кривих.
4. Таблиці з розрахунковими та експериментальними даними.
5. Висновки по роботі.

ДОДАТОК 9

Група _____
Студент _____
П.І.пБ.
Викладач_____
П.І.пБ

ПРОТОКОЛ

виконання лабораторної роботи №9

РЕЗОНАНС У КОЛАХ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

Мета роботи: дослідження явища резонансу в послідовному та паралельному коливальних контурах та визначення параметрів коливальних контурів.

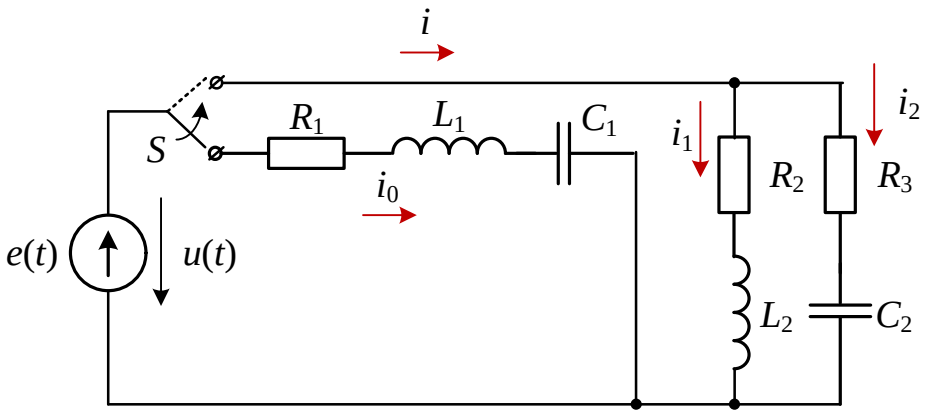
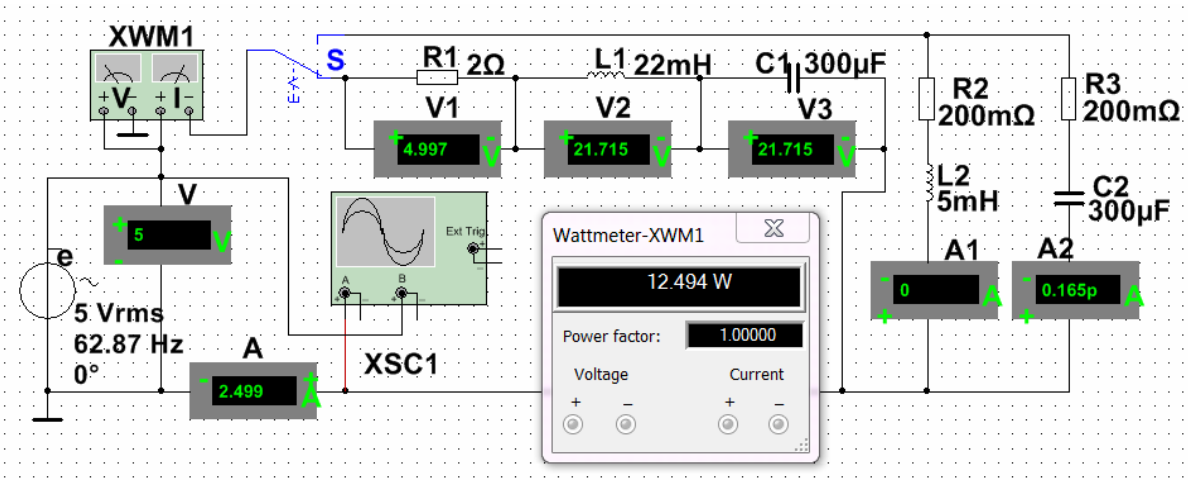


Рисунок 9.8 – Схема кола для дослідження резонансних явищ у коливальних контурах



(приклад)

Рисунок 9.9 – Модель в Multisim кола для дослідження резонансних явищ у коливальних контурах

1. Розрахувати параметри елементів схеми контурів (рис. 9.8) за формулами:

$E = 10 + N$, В [$E \in$ (10, …, 30), В)], де N – номер запису прізвища студента у навчальному журналі групи;

$e = \sqrt{2}E\sin(2\pi f t)$; де f = (40, …, 140) Гц;

$R_1 = 2 + N$, Ом; [$R \in 2$, …, 22 Ом]; $R_2 = R_3 = 0{,}2$ Ом;

$L_1 = 30 + N$, мГн; [$L_1 \in$ 20, …, 40 мГн];

$C_1 = C_2 = 100 + 10N$, мкФ [$C \in$ 110, …, 300 мкФ];

$L_2 = 10 + N$, мГн [$L_2 \in$ 10, …, 30 мГн]

і **занести** їх значення до табл. 9.1.

Т а б л и ц я 9.1

Вариант N = …	
$R_1L_1C_1$-контур	$R_2L_2R_3C_2$-контур
E = … , В	E = … , В
R_1 = …, Ом	R_2 =R_3 =0,2 Ом
L_1 = …, мГн	L_2 = …, мГн
C_1 = …, мкФ	C_2 = … , мкФ

Розрахувати напруги на елементах схеми, струми гілок та кути зсуву фаз φ_k гілок та струми на вході коливальних контурів при резонансних частотах:

$$f_{\text{РН}} = 1/2\pi\sqrt{L_1C_1},\ f_{\text{РС}} = (1/2\pi\sqrt{L_2C_2})\sqrt{(L_2/C_2 - R_2^2)/(L_2/C_2 - R_3^2)}$$

і занести їх значення до табл. 9.2.

Т а б л и ц я 9.2

Положення перемикача S	Струм, напруга, кут φ	Розраховано		Виміряно											
		На частоті		Частота f, Гц											
		$f_{\text{РН}}$, Гц	$f_{\text{РС}}$, Гц	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	f_p
Нижнє	I_0, А														
	U_R, В														
	U_L, В														
	U_C, В														
Верхнє	I_1, А														
	I_2, А														
	I, А														
	φ_1, град			**Примітка.**											
	φ_2, град			$\varphi_1 = \text{arctg}(X_{L2}/R_2)$; $\varphi_2 = -\text{arctg}(X_{C2}/R_3)$.											

2. За даними табл. 9.2 **побудувати векторні діаграми** напруги та струмів схем заміщення контурів у режимі резонансу. Переконатися, що кут φ між вектором напруги $\underline{U} = \underline{E}$ та вектором струму $\underline{I}_0$ в послідовному коливальному контурі та кут φ між вектором $\underline{U}$ та вектором струму $\underline{I}$ в паралельному коливальному контурі близькі до нуля.

3. **Розрахувати** параметри коливальних контурів:

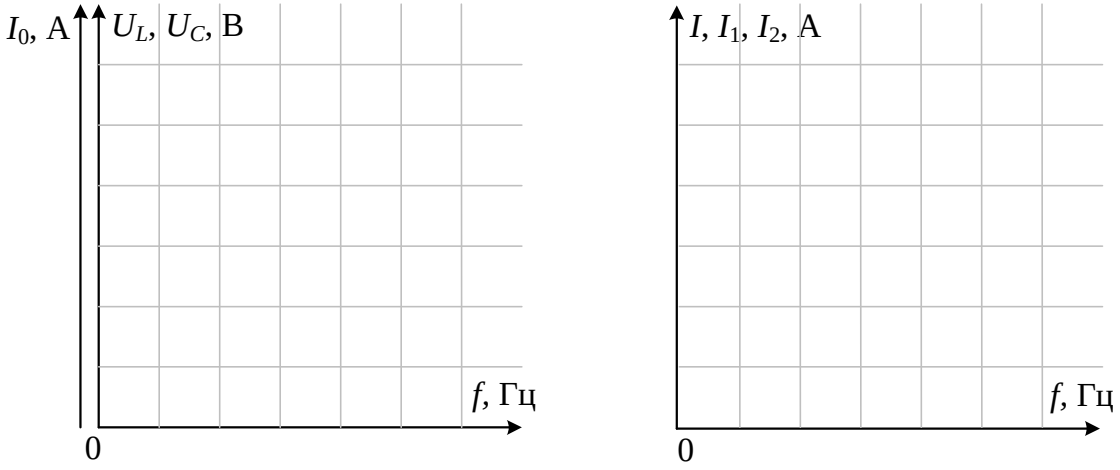
– добротність $Q_{PH} = U_C / U$ послідовного контуру та добротність $Q_{PC} = I_2 \sin\varphi_2 / I$ паралельного контуру;

– характеристичний опір $\rho = U_C / I_0$ та характеристичну провідність $1/\rho \approx I_C / U = I_2 \sin\varphi_2 / U$;

– смугу пропускання $\Delta f_{PH} \approx f_{PH} / Q_{PH}$ послідовного контуру та смугу пропускання $\Delta f_{PC} \approx f_{PC} / Q_{PC}$ паралельного контуру.

4. П**обудувати графіки** амплітудно-частотних характеристик струмів і напруги: на одному малюнку розмістити графіки $I_0(f)$; $U_R(f)$; $U_L(f)$; $U_C(f)$, а на другому – графіки $I(f)$; $I_1(f)$ та $I_2(f)$.

до завдання 4



Відзначити на графіках координати точок напруги та струмів при резонансних режимах. На першому малюнку провести пунктирну горизонтальну лінію, що відповідає масштабу вхідної напруги *U*.

Сформулювати висновки про вплив частоти вхідної напруги на характер зміни резонансних кривих послідовного і паралельного коливальних контурів.

Висновки по роботі.