ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 13

ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ У НЕРОЗГАЛУЖЕНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

Мета роботи Експериментальне дослідження перехідних процесів у лінійних електричних колах з одним та двома накопичувачами електромагнітної енергії та порівняльний аналіз експериментальних результатів із попередньо розрахованими параметрами.

13.1. Теоретичні відомості і розрахункові формули

13.1.1. Перехідні процеси у лінійних колах

Будь-яку зміну режиму роботи кола прийнято називати *комутацією*, яка викликана або зміною параметрів елементів електричного кола, або зміною топології його схеми. Наприклад, комутація може бути викликана відключенням від кола або підключенням до нього як пасивних елементів, так і джерела живлення, або може бути викликана стрибкоподібною зміною в аварійному режимі роботи кола (короткому замиканні, обриві дроту, пробої ізоляції, тощо). При такій зміні (комутації) між двома усталеними режимами роботи в колах, які містять накопичувачі електромагнітної енергії (індуктивність і ємність), як правило, має місце *перехідний процес*, у якому струми та напруги мають складову, що експоненційно змінюється у часі.

Причиною перехідного процесу є різниця між енергіями, які накопичені в індуктивностях і ємностях для двох режимів роботи кола в момент комутації. Чим більшою є така різниця між енергіями, тим інтенсивнішим буде перехідний процес.

Для аналізу та розрахунку перехідного процесу в електричному колі напруги і струми представляють у вигляді суми двох складових: вимушеної та вільної, тобто

$$u = u_{вим} + u_{в} \text{ та } i = i_{вим} + i_{в} .$$

Вимушена складова ($u_{вим}$, $i_{вим}$) обумовлена існуванням в колі після комутації джерел енергії. Вона виникає відразу після комутації і залишається в колі після закінчення перехідного процесу. Форма запису вимушеної складової в рівняннях залежить від типу джерела. Наприклад, якщо в колі діє постійна ЕРС, то вимушені складові напруг та струмів – постійні, а за синусоїдальної ЕРС вимушені складові – синусоїдальні. Якщо ж у колі після комутації відсутнє жодне джерело, вимушена складова дорівнює нулю.

На відміну від вимушеної складової вільна складова напруг та струмів ($u_{в}$, $i_{в}$) існує лише під час перехідного процесу і з часом експоненційно згасає у всіх реальних колах, тобто, в колах, які мають опір. Вільна складова виникає через різницю між значенням енергії електромагнітного

поля накопичувачів у останній момент перед комутацією та значенням енергії, яка обумовлена вимушеною складовою в перший момент після комутації.

13.1.2. Перехідні процеси у лінійних колах першого порядку

На рис. 13.1 та рис. 13.2 зображені схеми *RL*- та *RC*-кіл, входи яких підключаються до джерел постійної напруги *U*. У лінійних колах першого порядку перехідні процеси описуються експоненційними рівняннями.

Для *RL*-ланцюга (рис. 13.1 а) струм і напруга на індуктивній котушці:

$$i_L(t) = I_0(1-e^{-\delta t}) = I_0(1- e^{-t/\tau});$$
$$u_L(t) = L[di_L(t)/dt] = Ue^{-\delta t} = U\,e^{-t/\tau},$$

де $I_0 = U/R$ – усталений струм; $\tau = L/R$ – *стала часу* перехідного процесу в секундах; $\delta = 1/\tau$ – *коефіцієнт згасання* перехідного процесу (1/с).

Графіки струму $i_L(t)$ та напруги $u_L(t)$ представлені на рис. 13.1, *б* та *в*, де час $t = 0-$ означає останню мить до комутації.

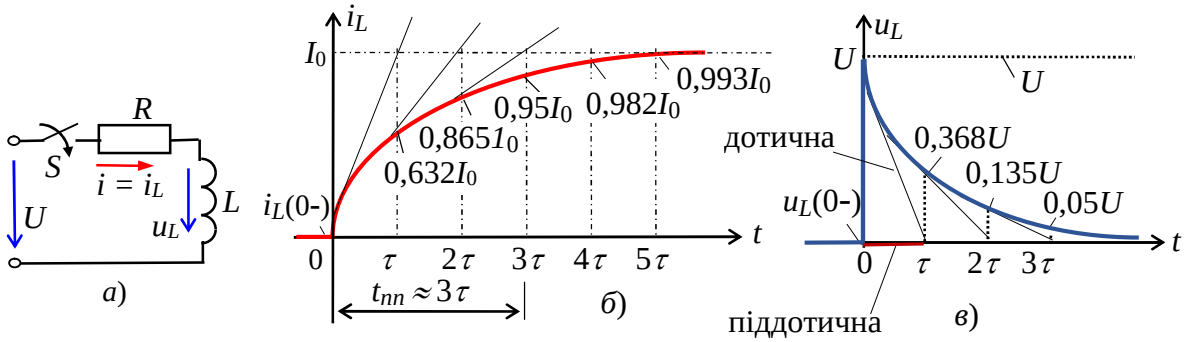


Рисунок 13.1 – Підключення *RL*-кола до джерела постійної напруги

Аналіз графіків показує, що струм у *RL*-колі поступово наростає до свого усталеного значення I_0. Це зростання відбувається тим повільніше, чим більшою є *стала часу* τ – час, протягом якого вільна складова зменшується в ***e*** разів, у нашому випадку перехідна величина струм змінюється на $(1-(1/e))I_0 = 0{,}632I_0$ від початку перехідного процесу.

Якщо зняти осцилограму перехідного струму, значення τ можна визначити за довжиною піддотичної (див. 13.1, *в*).

В інженерних розрахунках час перехідного процесу приймають рівним $t_{пп} \approx 3\tau$; при цьому вільна складова складає лише 5% своєї амплітуди, а сама перехідна величина майже досягає свого усталеного значення. При більш точних розрахунках приймають $t_{пп} \approx 5\tau$, у якому перехідна величина, у нашому випадку струм, $i_L(5\tau) \approx 0{,}993I_0$.

На графіку $u_L(t)$ (рис. 13.1, *в*) довжина піддотичної відповідає сталій часу τ кола, за час $t = \tau$ значення напруги $u_L(0+) = U$ зменшується в $e \approx 2{,}72$ разів. Чим більше τ, тим повільніше зменшується напруга u_L.

При підключенні *RC*-кола (рис. 13.2 *а*) до джерела постійної напруги U напруга і струм конденсатора дорівнюють:

$$u_C(t) = U(1 - e^{-t/\tau});$$

$$i_C(t) = C[du_C(t)/dt] = I_0 e^{-\delta t} = I_0 e^{-t/\tau},$$

де $I_0 = U/R$ – струм в момент $t = 0+$; $\tau = RC$ – *стала часу* перехідного процесу; $\delta = 1/\tau$ – *коефіцієнт згасання* перехідного процесу; $t = 0+$ – перша мить після комутації.

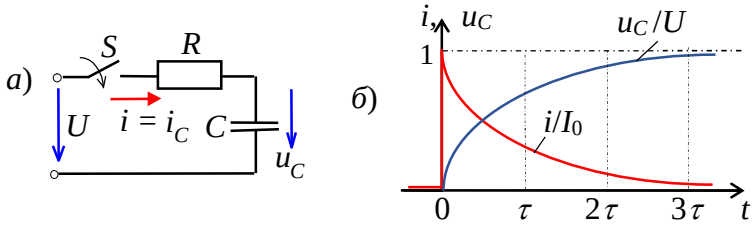


Рисунок 13.2 – Підключення *RC*-кола до джерела постійної напруги

Нормовані графіки $u_C(t)/U$ та $i_C(t)/U$ представлені на рис. 13.2, *б*.

Якщо порівняти графіки перехідного струму i_L та напруги u_L у *RL*-колі (рис. 13.1, *б*) зі струмом i_C та напругою u_C у *RC*-колі (рис. 13.2, *б*), то можна помітити, що графіки i_L та u_C, u_L та i_C ідентичні, оскільки закони зміни перехідних величин однакові.

13.1.3. Перехідні процеси у лінійних колах другого порядку

У колі другого порядку характер зміни струму та напруги на індуктивній котушці та конденсаторі залежить від співвідношення параметрів елементів *R*, *L* і *C* послідовного *RLC*-кола (рис. 13.3, *а*):

а) якщо $R > R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$ (у випадку $\delta > \omega_0$ та нерівних дійсних від'ємних коренів p_1 і p_2 характеристичного рівняння $p^2 + 2\delta p + \omega_0^2 = 0$ кола, де $\delta = R/2L$; $\omega_0^2 = 1/LC$) перехідний процес носить аперіодичний характер (рис. 13.3, *б*):

$$i(t) = \frac{U}{L(p_2 - p_1)}\left(e^{-p_1 t} - e^{-p_2 t}\right);$$

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = \frac{U}{p_2 - p_1}\left(p_2 e^{-p_2 t} - p_1 e^{-p_1 t}\right)$$

$$u_C(t) = U\left(1 + \frac{1}{p_2 - p_1}\left(p_2 e^{-p_1 t} - p_1 e^{-p 2t}\right)\right)$$

б) якщо $R < 2\sqrt{L/C}$ (при $\delta < \omega_0$, корені характеристичного рівняння $p^2 + 2\delta p + \omega_0^2 = 0$ комплексно-спряжені: $p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_в$, де $\delta = R/2L$ – *коефіцієнт згасання* перехідного процесу; $\omega_в = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ – кутова частота вільних (*власних*) коливань реального контуру; $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – власна частота ідеального контуру, де $R = 0$)). Перехідний струм

$$i(t) = \frac{U}{\omega_в L} e^{-\delta t} \sin \omega_в t .$$

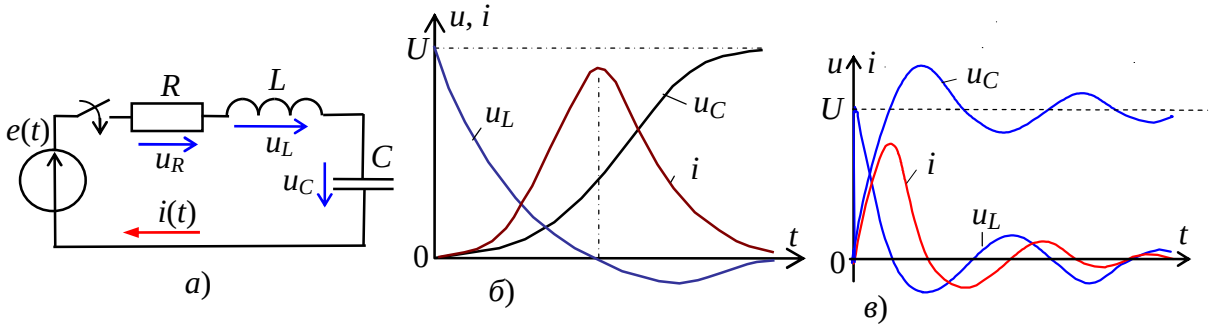


Рисунок 13.3 – Підключення *RLC*-кола до джерела постійної напруги

Визначивши сталу часу кола $\tau = 1/\delta$ та період власних коливань струму $T_в = 2\pi/\omega_в$, побудуємо графік струму $i(t)$ (рис. 13.4).

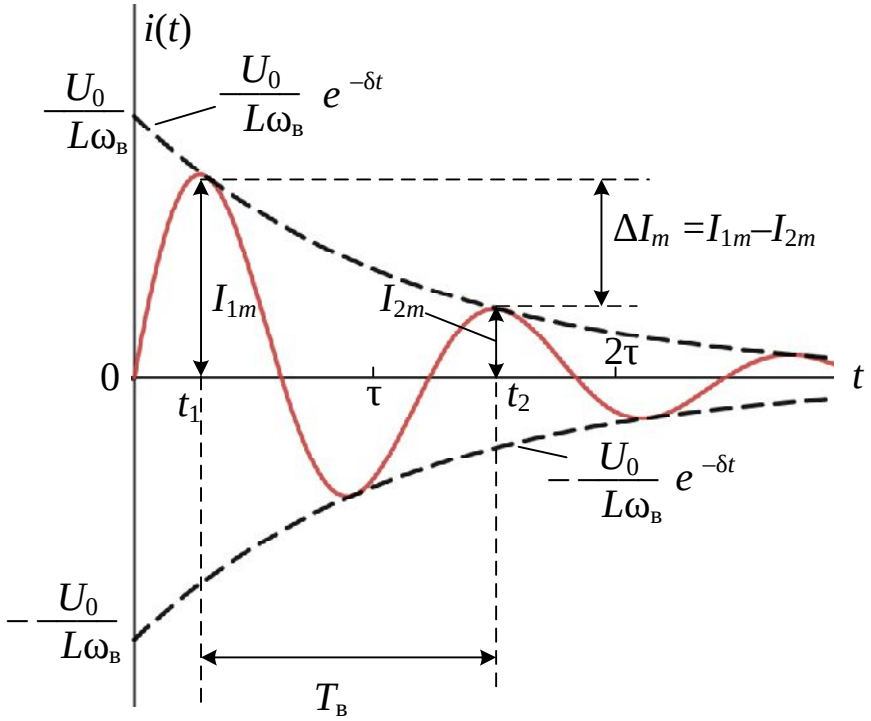


Рисунок 13.4 – Графік струму $i(t)$ за наявності власних коливань

З отриманого аналітичного виразу струму, а також з графіка на рис. 13.4 видно, що перехідний процес у цьому випадку є коливальним внаслідок періодичного перерозподілу запасів енергії в магнітному та електричному полях елементів L та C кола.

Швидкість згасання коливань струму в перехідному процесі залежить від сталої часу кола і визначається *декрементом згасання* $\Delta = I_{1m}/I_{2m} = e^{\delta T_в}$ або $\Delta = U_{C1m}/U_{C2m} = e^{\delta T_в}$. Логарифм натуральний від Δ називають *логарифмічним декрементом згасання*:

$$\Theta = \ln\Delta = \delta T_в = 2\pi\delta/\omega_в .$$

Звідки коефіцієнт згасання

$$\delta = \ln(I_{1m}/I_{2m})/T_в \quad \text{або} \quad \delta = \ln(U_{1m}/U_{2m})/T_в.$$

Як видно з виразу декременту Θ, за період $T_в$ струм i загасає в $e^{\delta T_в}$ разів.

Графіки напруг (при $\delta < \omega_в$) $u_L(t) = Ue^{-\delta t}\left[\cos\omega_в t - (\delta/\omega_в)\sin\omega_в t\right]$, $u_C(t) \approx U\left[1 - e^{-\delta t}\sin\omega_в t\right]$ та струму $i(t)$ зображені на рис. 13.3, *в*. Напруги та струм періодично змінюють знак. Амплітуда коливань змінюється за експоненційним законом; отже, в колі відбувається згасання коливань струму і напруги з періодом $T_в = 2\pi/\omega_в$.

У ідеальному випадку $\delta = 0$ ($R = 0$), $\omega_в = \omega_0$ коливання з періодом $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ будуть без згасання, характер цих кривих відповідає усталеному процесу у випадку резонансу напруги;

в) в граничному випадку, коли опір кола дорівнює *критичному* $R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$ ($\delta = \omega_0$ та корені $p_1 = p_2 = -\delta = -R/2L$ рівняння дійсні і дорівнюють один одному), отримаємо $\omega_в = 0$ та $T_в = \infty$. При цьому періодичні коливання зі згасанням переходять в аперіодичний процес. Цей випадок називають критичним (гранично аперіодичним), а струм i, напруги на котушці u_L та на конденсаторі u_C в перехідному процесі визначають за формулами:

$$i(t) = (U/L)\,te^{-\delta t};\quad u_L(t) = (1-\delta t)Ue^{-\delta t};\quad u_C(t) = U\left(1-(1+\delta t)e^{-\delta t}\right).$$

13.2. Навчальні завдання та методичні вказівки до виконання

13.2.1. Для кожного з варіантів *N*: **розрахувати** перехідний процес у *RL*–колі (рис. 14.1, *а*) для U = 4 В; $R = R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$, Ом; C = 10+*N*, мкФ; L = 10+*N*, мГн, де *N* – номер запису прізвища студента у навчальному журналі групи. **Побудувати** на одному малюнку графіки функцій $i(t)$ та $u_L(t)$. **Визначити** сталу часу τ *RL*-кола і знайти значення напруги $u_L(0+)$, $u_L(\tau)$, $u_L(2\tau)$ та $u_L(3\tau)$, записавши їх у звіт в табл. 13.1.1 в рядок для заповнення розрахунковими даними.

13.2.2. **Розрахувати** коефіцієнт згасання δ , частоту вільних коливань $\omega_в$ та період вільних коливань $T_в$ перехідного струму в *RLC*-колі (рис. 13.3, *а*) за його підключення до джерела постійної напруги U, якщо напруга U = 4 В; індуктивність котушки L = 10+*N*, мГн; ємність конденса-

тора $C = 10+N$, мкФ; опір резистора $R = 0{,}1R_{кр}$, де $R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$. **Побудувати** графік $i(t)$ (див. рис. 13.4).

13.2.3. Запустити Multisim та на набірному полі зібрати схему (рис. 13.5) кола для дослідження перехідних процесів у нерозгалужених колах першого та другого порядків. З цією метою:

– підключити виходи функціонального генератора **XFG1** та входи осцилографа **XSC1** до вказаних на схемі (рис. 13.5) вузлів. Кероване струмом джерело напруги **INUT** (кнопка **Sources\CONTROLLED_VOLTAGE\ CURRENT_CONTROLLED_VOLTAGE_SOURCE**) включене в схему для зняття кривої напруги, ідентичної за формою кривої струму $i(t)$;

– **встановити** в моделі кола параметри реактивних елементів L і C схеми, розраховані у п.п.13.2.1, та опір потенціометра $R = 2R_{кр}$, його рівень **Setting** = 50%, крок зміни **Inckrement** = 1% та керуючу клавішу **Key** = **A** клавіатури. Для збільшення опору R потенціометра на 1% необхідно спочатку виділити його (клацнувши мишею на зображенні елемента R), а потім натиснути клавішу **A**; для зменшення опору на 1% необхідно одночасно натиснути клавіші **Shift** та **A**;

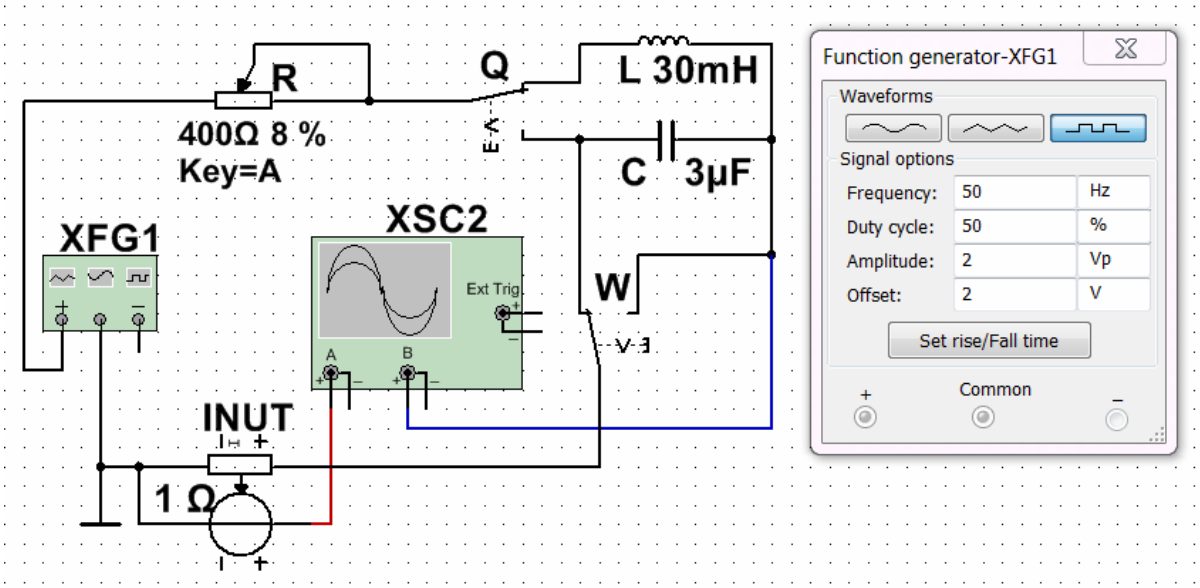


Рисунок 13.5 – Схема кола для дослідження перехідних процесів у нерозгалужених колах першого та другого порядків

– **встановити** параметри функціонального генератора **XFG1** (напругу (**Amplitude**), частоту (**Frequency**), зсув (**Offset**)) (див. рис. 13.5, зліва) та осцилографа, орієнтовні значення яких наведені на рис. 13.6. При цьому тривалість імпульсу генератора $t_u > (5…8)\tau$.

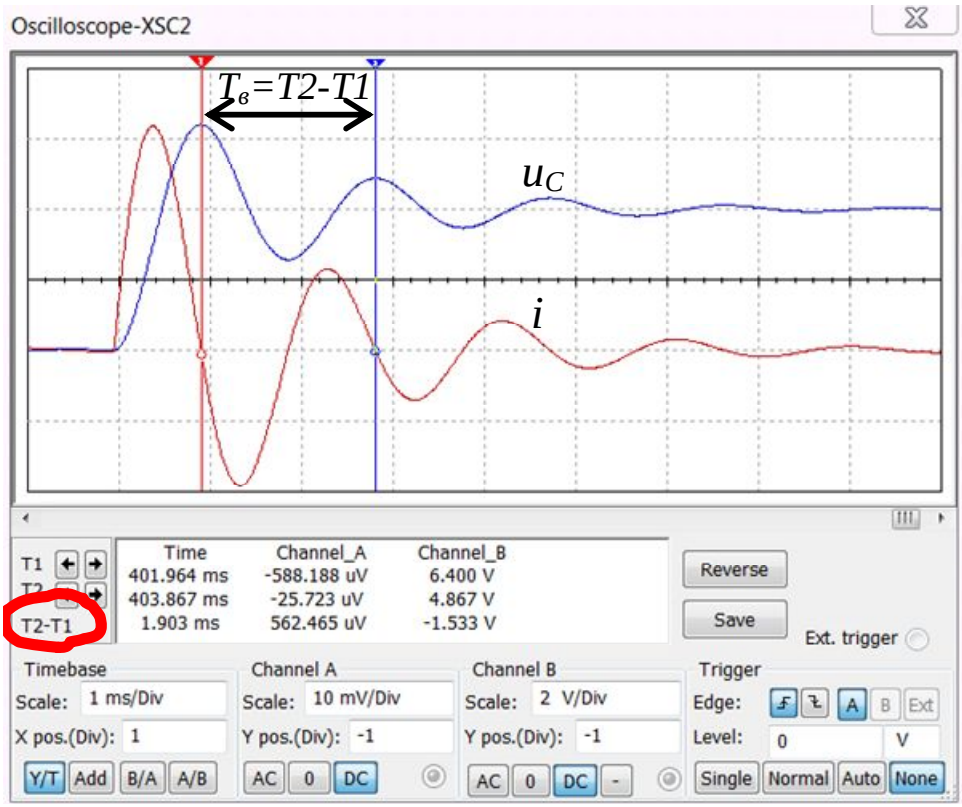


Рисунок 13.6 – Вимірювання періоду вільних коливань

Примітка. Дослідження перехідних процесів в електричних колах проводити при положенні регулятора горизонтальної розгортки променя осцилографа, що забезпечує розгортку досліджуваних функцій на 0,6 ... 0,8 ширини його екрану;

– **встановити** перемикач **Q** у верхнє, а **W** – у праве положення для дослідження перехідних процесів у *RL*-колі; скоригувати розгортку та рівні кривих $i(t)$ та $u_L(t)$ на екрані осцилографа. Скориставшись візирними лініями **1** та **2** та таблицею параметрів, що виводиться внизу екрана осцилографа, визначити постійну часу τ *RL*-кола і виміряти значення перехідних функцій $i(t)$ і $u_L(t)$ при $t = 0$, $t = \tau$, $t = 2\tau$ та $t = 3\tau$; занести їх значення до рядка табл. 13.1.1, складеної під час виконання п.п.13.2.1; **скопіювати** схему та осцилограми функцій $i(t)$ та $u_L(t)$ на сторінку звіту; **порівняти** отримані дані з розрахунковими значеннями величин;

– встановити перемикач **Q** у нижнє, а **W** – у праве положення для дослідження перехідних процесів у *RC*-колі; скоригувати розгортку та рівні кривих $i(t)$ та $u_C(t)$ на екрані осцилографа. Скориставшись візирними лініями **1** та **2** та таблицею параметрів, що виводиться внизу екрана осцилографа, визначити сталу часу τ *RC*-кола та виміряти значення перехідних функцій $i(t)$ та $u_C(t)$ при $t = 0$, $t = \tau$, $t = 2\tau$ и $t = 3\tau$; занести їх значення до рядка табл.13.1.2, складеної під час виконання п.п.13.2.1; **скопіювати** схе-

му та осцилограми функцій $i(t)$ та $u_C(t)$ на сторінку звіту; **порівняти** отримані дані з розрахунковими значеннями величин.

13.2.4. Встановити перемикач **Q** у верхнє, а **W** – у ліве положення для дослідження перехідних процесів у *RLC*-колі (див. рис. 13.5); задати опір потенціометра $R = 0{,}1 \cdot R_{кр}$ (**Setting** = 5%); скоригувати розгортку та рівні кривих $i(t)$ та $u_C(t)$ на екрані осцилографа.

Скориставшись візирними лініями **1** і **2** та таблицею параметрів, що виводиться внизу екрана осцилографа, **виміряти** період $T_в$ вільних коливань струму, амплітуди струму I_{1m} та I_{2m} (див. рис. 13.6), **знайти та порівняти** з результатами розрахунку (див. п.п. 13.2.2) коефіцієнт згасання δ та частоту власних коливань $\omega_в$ струму i та напруги u_C.

Скопіювати осцилограми струму $i(t)$ та напруги $u_C(t)$ при $R < R_{кр}$ на сторінку звіту.

13.2.5. Встановити значення опору $R = 2R_{кр}$ (**Setting** = 100%). Переконатися, що замість коливального перехідний процес стане аперіодичним. **Копіювати** осцилограму напруги на конденсаторі $u_C(t)$ та струму $i(t)$ на сторінку звіту.

Зменшивши опір R вдвічі (задавши **Setting** = 50%), порівняти крутість наростання критичного перехідного струму i та напруги u_C у *RLC*-колі з крутістю наростання струму i та напруги u_C при $R = 2R_{кр}$.

ЗМІСТ ЗВІТУ

1. Найменування та мета роботи.
2. Розрахункові схеми ланцюгів першого та другого порядків із вихідними значеннями параметрів.
3. Розрахункові формули та обчислення. Таблиці із занесеними попередньо обчисленими та виміряними перехідними величинами.
4. Копія змодельованої схеми та копії осцилограм перехідних величин з оцифровкою шкал осей та характерних точок.
5. Порівняльний аналіз розрахункових та експериментальних даних.
6. Висновки щодо роботи.

Контрольні питання

1. Які причини виникнення перехідних процесів? Дати визначення перехідного процесу.

2. Що таке комутація? Навести приклади комутації. Сформулювати та записати закони комутації.
3. Записати диференціальні рівняння для перехідних процесів у колах *RL* та *RC*.
4. Розкрити зміст класичного методу аналізу перехідних процесів. Порядок розрахунку перехідних процесів класичним методом.
5. Що впливає на вимушену складову, як її визначити?
6. Як визначається вільна складова шуканої величини в колах першого порядку?
7. Стала часу кола та її фізичний зміст. Порядок визначення сталої часу в розгалужених колах *RL* та *RC*.
8. Від чого залежить характер перехідного процесу в колі другого порядку?
9. Як обчислити критичний опір?

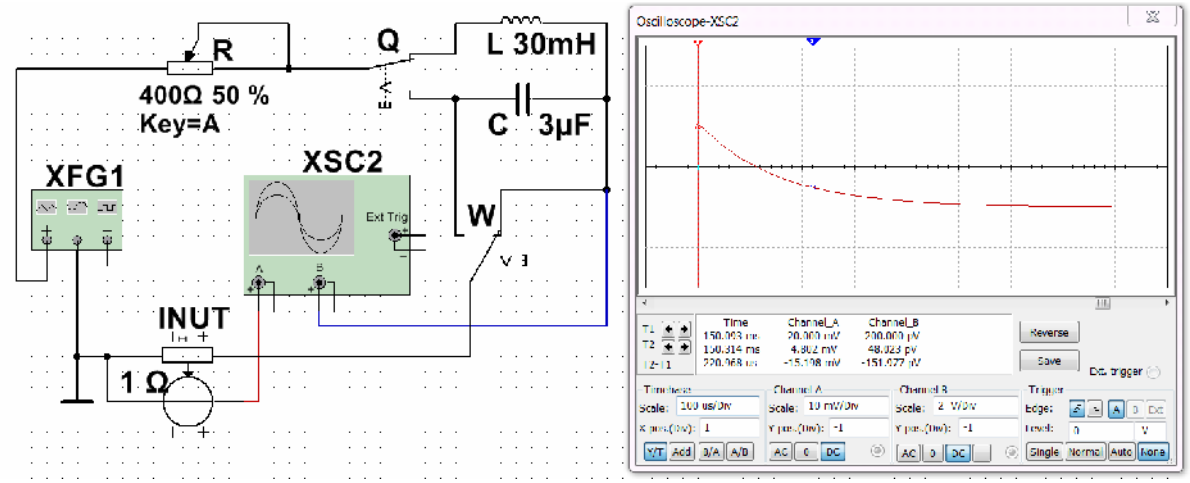
ДОДАТОК 13

Група _____
Студент _____
П.І.пБ.
Викладач_____
П.І.пБ

ПРОТОКОЛ
виконання лабораторної роботи № 13

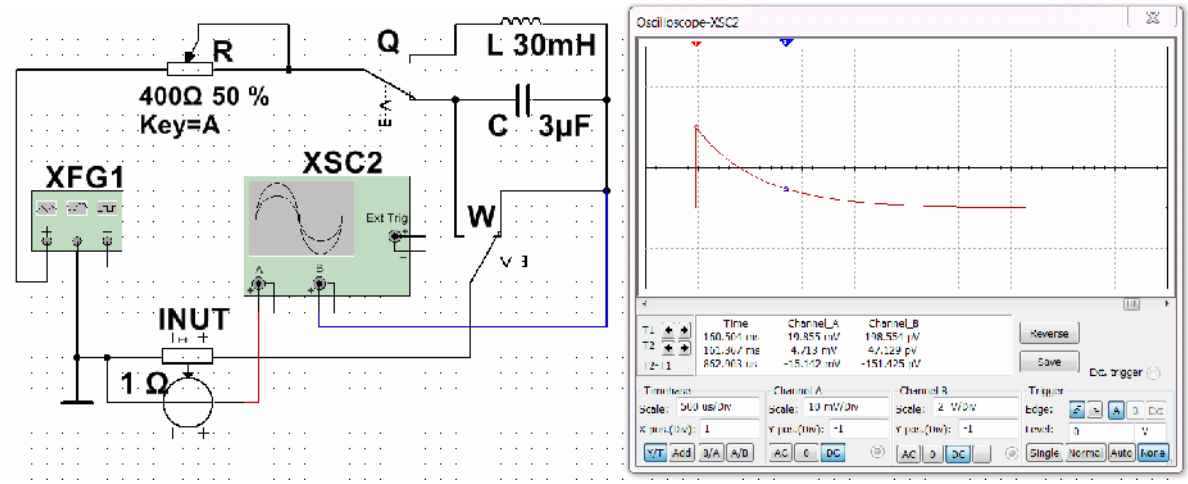
ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ У НЕРОЗГАЛУЖЕНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

Мета роботи Експериментальне дослідження перехідних процесів у лінійних електричних колах з одним або двома накопичувачами електромагнітної енергії та порівняльний аналіз експериментальних результатів із попередньо розрахованими параметрами.



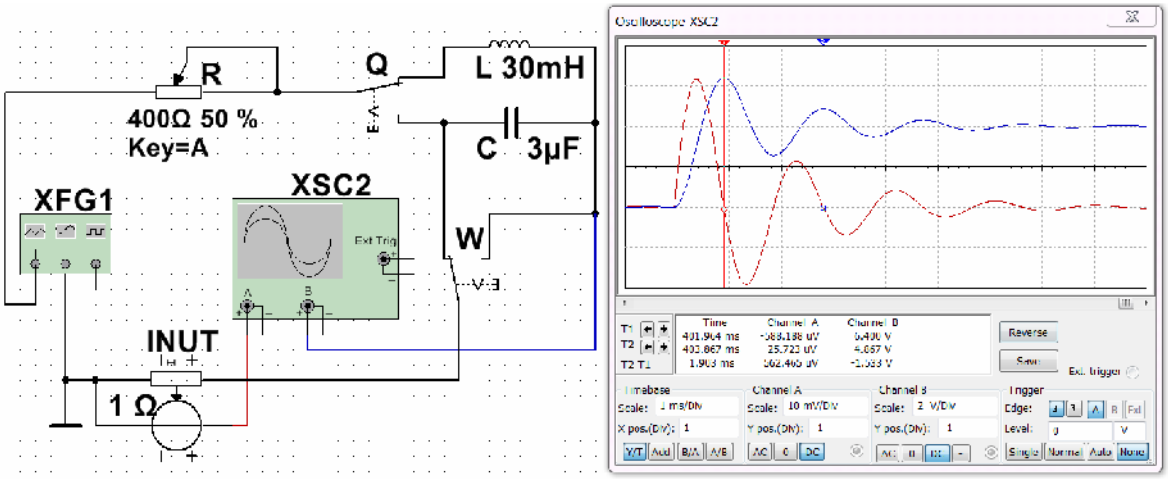
(приклад)

Рисунок 13.5.1 – Модель кола в Multisim для дослідження *RL*-кола



(приклад)

Рисунок 13.5.2 – Модель кола в Multisim для дослідження *RC*-кола



(приклад)

Рисунок 13.5.3 – Модель кола в Multisim для дослідження *RLC*-кола

RL-коло

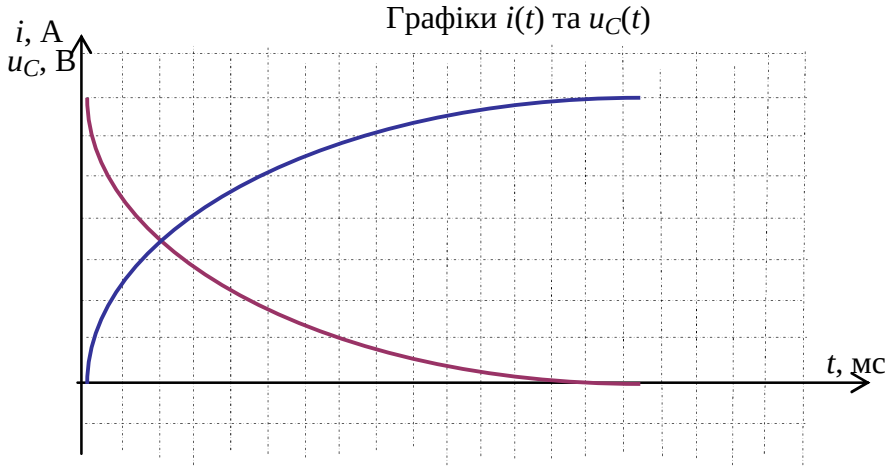
Таблиця 13.1.1

Варіант N=--	τ, мс	$u_L(0+)$, В	$u_L(\tau)$, В	$u_L(2\tau)$, В	$u_L(3\tau)$, В
Розраховано					
Виміряно					

RC-коло

Таблиця 13.1.2

Варіант N=--	τ, мс	$u_C(0+)$, В	$u_C(\tau)$, В	$u_C(2\tau)$, В	$u_C(3\tau)$, В
Розраховано					
Виміряно					



RLC-коло

Таблиця 13.2

*В*аріант *N*=--	δ, 1/с	$T_{св}$, мс	ω_c, рад/с
Розраховано			
Виміряно			