

Національний технічний університет  
«Харківський політехнічний інститут»

Кафедра вищої математики

X Регіональна олімпіада з вищої математики, 2-4 курс

16.03.2017

1. (20 б.) Знайдіть загальний розв'язок диференціального рівняння

$$y'' - y' \cos x + y \sin x = 0.$$

2. (20 б.) Перевірте збіжність ряду  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2017+n}$ ; доведіть, що  $\sum_{n=0}^{2015} \frac{1}{2017+n} > \frac{1}{2}$ .

3. (20 б.) Знайдіть усі розв'язки системи рівнянь, вважаючи  $z$  комплексним числом, а число  $i$  – уявною одиницею:

$$\begin{cases} |z^2 - 2i| = 4, \\ \left| \frac{z+1+i}{z-1-i} \right| = 1. \end{cases}$$

4. (20 б.) Знайдіть найкоротшу відстань між поверхнею  $4z = x^2 + y^2$  та площиною  $2x - y + 2z + 3 = 0$ ;

5. (20 б.) Знайдіть значення інтеграла  $\int_1^{n+1} \ln[x] dx$ , де  $[x]$  – ціла частина числа  $x$ .
-