

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»
кафедра вищої математики
олімпіада з вищої математики 2013 року для студентів 1-го курсу

21 лютого 2013 р.

(ІІБ, факультет, група)

- (10б.) Чому дорівнює ранг матриці $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ \lambda & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ в залежності від значень λ ?
- (15б.) Довести, що вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, які задовольняють умові $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a} = \vec{0}$, є компланарними.
- (20б.) Скласти рівняння площини, що проходить через дві паралельні прямі $l_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ і $l_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-2}$.
- (15б.) Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin x}}$.
- (20б.) Дослідити неперервність і побудувати графік функції $f(x) = x - [x]$, де $[x]$ - найбільше ціле число, що не перевершує x .
- (20б.) Довести, що функція $y(x)$, яка задана параметричними рівняннями $x(t) = e^t \sin t$, $y(t) = e^t \cos t$, задовольняє рівнянню $y''(x+y)^2 = 2(xy' - y)$, де $y' = \frac{dy}{dx}$, $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$.