

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»
кафедра вищої математики
олімпіада з вищої математики 2013 року для студентів 2-го курсу

21 лютого 2013 р.

(ПІБ, факультет, група)

1. (15б.) Обчислити інтеграл $\int_0^{\frac{1}{2}} \sin(\arccos x) dx$.
2. (20б.) Довести, що границя $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x+y}{x-y}$ не існує. У яких випадках границя дорівнює 2? Дорівнює 1?
3. (30б.) Знайти розв'язок диференціального рівняння $y'(x) = y(x) + y(1)$, що задовольняє умові $y(0) = 2$.
4. (30б.) Обчислити $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(2n)!}$. (Вказівка: розгляньте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n)!}$).
5. (5б.) Знайти множину точок на площині комплексного змінного z , що визначається умовами
$$\begin{cases} |\arg z| = \frac{\pi}{4}, \\ |z + 3i| = 3. \end{cases}$$