

Національний технічний університет  
«Харківський політехнічний інститут»

Кафедра вищої математики

X Регіональна олімпіада з вищої математики, 1 курс

16.03.2017

1. (20 б.) Визначити  $k$ , якщо  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k - (n-1)^k}{n^{1999}} = 2000$ .
  2. (20 б.) Довести, що для будь-якого дійсного  $a$  рівняння  $12x^3 + 12a^2x^2 - 8ax - 3 = 0$  має розв'язок в інтервалі  $(0;1)$ .
  3. (20 б.)  $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$ . Обчислити  $f^{(n)}(0)$ .
  4. (20 б.) Обчислити інтеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3(x+2)^5}}$ .
  5. (20 б.) Обчислити інтеграл  $\int_1^{n+1} \ln[x] dx$ , де  $[x]$  – ціла частина  $x$ .
-