

Завдання

для підготовки до олімпіади з вищої математики
для студентів другого курсу

1. Довести, що функція $u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ задовольняє рівнянню Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

2. Довести рівність:

$$\int_0^1 x^m (1-x)^n dx = \int_0^1 x^n (1-x)^m dx.$$

3. Розв'язати диференціальне рівняння:

$$y^2 (y')^2 - 2xyy' + 2y^2 - x^2 = 0.$$

4. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n + n}.$$

Електронний варіант завдань можна отримати в 315 ауд.

Assignments
to prepare for the **Olympiad in Mathematics**
for the **second year** students

1. Prove that the function $u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ solves the Laplace equation:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

2. Prove that the equality holds:

$$\int_0^1 x^m (1-x)^n dx = \int_0^1 x^n (1-x)^m dx.$$

3. Solve the differential equation:

$$y^2 (y')^2 - 2xyy' + 2y^2 - x^2 = 0.$$

4. Determine whether the series converges:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n + n}.$$

Electronic version of the assignments is available in room 315.