

**Контрольні завдання на I семестр для студентів
заочного навчання факультету КИТ, інституту Е, інституту ХТ**

Номер варіанта – остання цифра в номері залікової книжки. Якщо цей номер закінчується цифрою 0, то – десятий варіант.

ВАРІАНТ 1

1. Знайти $\alpha A + \beta B$ і AB^T де

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 2, \quad \beta = -3.$$

2. Знайти обернену матрицю A^{-1} , якщо $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

3. Знайти ранг матриці $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -2 \\ 3 & -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$ за правилом Крамера.

5. Розв'язати систему $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = -3 \end{cases}$ за методом Гауса.

6. Задано точки $A(1, -2, 3)$, $B(10, -4, 2)$, $C(3, -4, 5)$, $D(-1, 2, 1)$. Знайти:

- а) косинус кута між векторами \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;
- б) проекцію вектора \overrightarrow{AB} на вісь вектора \overrightarrow{AC} ;
- в) площу паралелограма, що побудований на векторах \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;
- г) об'єм піраміди з вершинами в точках A , B , C , D .

7. Установити, яка лінія визначається рівнянням $4x^2 - 9y^2 + 8x + 36y - 68 = 0$.
Побудувати цю лінію.

8. Задано точки $A(3, 4, 6)$, $B(3, -2, -3)$, $C(6, 3, 2)$, $D(5, 2, 2)$. Скласти:

- а) канонічні і параметричні рівняння прямої, що проходить через точки A і B ;
- б) рівняння площини, що проходить через точки A , B , C (площина ABC);
- в) рівняння прямої, що проходить через точку D перпендикулярно до площини ABC .

9. Обчислити границі: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^5 + x}}{x^2 - 2x + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^5 + x}}{x^2 - 2x + 1}$.
10. Знайти похідні: а) $y = \ln(3x^2 + x) \cdot \sin^5 3x$; б) $y = \frac{\cos \sqrt{x}}{2^{\operatorname{tg} 3x}}$.
11. Провести повне дослідження функції $y = \frac{1}{x} + \frac{x^3}{3}$ і побудувати її графік.

ВАРІАНТ 2

1. Знайти $\alpha A + \beta B$ і AB^T де

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = -1, \quad \beta = 2.$$

2. Знайти обернену матрицю A^{-1} , якщо $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Знайти ранг матриці $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 5, \\ 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$ за правилом Крамера.

5. Розв'язати систему $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_4 = 1 \end{cases}$ за методом Гауса.

6. Задано точки $A(0, -3, 6)$, $B(-12, -3, 3)$, $C(-9, -3, 6)$, $D(0, 1, 1)$. Знайти:

- а) косинус кута між векторами \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;
- б) проекцію вектора \overrightarrow{AB} на вісь вектора \overrightarrow{AC} ;
- в) площу паралелограма, що побудований на векторах \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;
- г) об'єм піраміди з вершинами в точках A, B, C, D .

7. Установити, яка лінія визначається рівнянням $4x^2 + y^2 + 2x - 14y + 14 = 0$. Побудувати цю лінію.

8. Задано точки $A(2, 3, 0)$, $B(1, 2, 2)$, $C(-1, 0, -3)$, $D(-6, 1, 3)$. Скласти:

- а) канонічні і параметричні рівняння прямої, що проходить через точки A і B ;
- б) рівняння площини, що проходить через точки A, B, C (площина ABC);

в) рівняння прямої, що проходить через точку D перпендикулярно до площини ABC .

9. Обчислити границі: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - \sqrt[5]{x^{15} + 2}}{4x^3 + 3x^2 - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 7x + 10}$.

10. Знайти похідні: а) $y = \operatorname{ctg}^2 x \cdot e^{\cos 5x}$; б) $y = \frac{5^{x^2}}{\sqrt{\arcsin 4x}}$;

11. Провести повне дослідження функції $y = \frac{5}{x^2 - 4}$ і побудувати її графік.

ВАРІАНТ 3

1. Знайти $\alpha A + \beta B$ і AB^T де

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 2, \quad \beta = 2.$$

2. Знайти обернену матрицю A^{-1} , якщо $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Знайти ранг матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 2 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$ за правилом Крамера.

5. Розв'язати систему $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 - 5x_2 - x_3 + 3x_4 = -2 \end{cases}$ за методом Гауса.

6. Задано точки $A(3,3,-1)$, $B(5,-5,-2)$, $C(4,1,1)$, $D(-1,3,-2)$. Знайти:

а) косинус кута між векторами \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;

б) проекцію вектора \overrightarrow{AB} на вісь вектора \overrightarrow{AC} ;

в) площу паралелограма, що побудований на векторах \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;

г) об'єм піраміди з вершинами в точках A, B, C, D .

7. Установити, яка лінія визначається рівнянням $8x^2 + 24x + 12y + 11 = 0$.

Побудувати цю лінію.

8. Задано точки $A(3,4,2)$, $B(4,5,2)$, $C(7,3,-2)$, $D(6,1,2)$. Скласти:

- а) канонічні і параметричні рівняння прямої, що проходить через точки A і B ;
 б) рівняння площини, що проходить через точки A, B, C (площина ABC);
 в) рівняння прямої, що проходить через точку D перпендикулярно до площини ABC .

9. Обчислити границі: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^7 - 7x^5} + 3x - 2}{4 + x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 16}$.

10. Знайти похідні: а) $y = (1 + \operatorname{tg}^3 2x) \cdot \sqrt{x}$; б) $y = \frac{\ln^2 x}{e^{\sin 4x}}$.

11. Провести повне дослідження функції $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ і побудувати її графік.

ВАРІАНТ 4

1. Знайти $\alpha A + \beta B$ і AB^T де

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 4, \quad \beta = 3.$$

2. Знайти обернену матрицю A^{-1} , якщо $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 3 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Знайти ранг матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -3 \\ 4 & 2 & 6 & -6 \\ -6 & -3 & -9 & 9 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 4x_1 - 3x_2 = 7 \end{cases}$ за правилом Крамера.

5. Розв'язати систему $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 4 \end{cases}$ за методом Гауса.

6. Задано точки $A(-1, 2, -3)$, $B(3, 4, -6)$, $C(1, 1, -1)$, $D(0, 1, 2)$. Знайти:

- а) косинус кута між векторами \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;
 б) проекцію вектора \overrightarrow{AB} на вісь вектора \overrightarrow{AC} ;
 в) площу паралелограма, що побудований на векторах \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;
 г) об'єм піраміди з вершинами в точках A, B, C, D .

7. Установити, яка лінія визначається рівнянням $9x^2 - 16y^2 - 18x + 32y + 137 = 0$.

Побудувати цю лінію.

8. Задано точки $A(5,4,3)$, $B(8,1,1)$, $C(4,0,5)$, $D(7,4,5)$. Скласти:
- а) канонічні і параметричні рівняння прямої, що проходить через точки A і B ;
 - б) рівняння площини, що проходить через точки A , B , C (площина ABC);
 - в) рівняння прямої, що проходить через точку D перпендикулярно до площини ABC .
9. Обчислити границі: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-3)\sqrt[3]{x^3-x-2x^2}}{\sqrt[5]{x^{10}+1+x}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-5x-6}{x^2-3x-18}$.
10. Знайти похідні: а) $y = \arccos \sqrt{x} \cdot \sin x^3$; б) $y = \frac{e^{\sin 2x}}{\ln(x^2+1)}$.
11. Провести повне дослідження функції $y = x - 1 + \frac{1}{x+1}$ і побудувати її графік.

ВАРІАНТ 5

1. Знайти $\alpha A + \beta B$ і AB^T де

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = -1, \quad \beta = -2.$$

2. Знайти обернену матрицю A^{-1} , якщо $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Знайти ранг матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 7 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = -6, \\ x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$ за правилом Крамера.

5. Розв'язати систему $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 2 \end{cases}$ за методом Гауса.

6. Задано точки $A(-4,-2,0)$, $B(-1,-4,2)$, $C(3,-2,1)$, $D(1,4,1)$. Знайти:

- а) косинус кута між векторами \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;
- б) проекцію вектора \overrightarrow{AB} на вісь вектора \overrightarrow{AC} ;
- в) площу паралелограма, що побудований на векторах \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;

- г) об'єм піраміди з вершинами в точках A, B, C, D .
7. Установити, яка лінія визначається рівнянням $y^2 + 2x - 10y + 31 = 0$.
Побудувати цю лінію.
8. Задано точки $A(-4, 3, -1), B(3, 2, 2), C(7, -1, 1), D(2, 0, 2)$. Скласти:
а) канонічні і параметричні рівняння прямої, що проходить через точки A і B ;
б) рівняння площини, що проходить через точки A, B, C (площина ABC);
в) рівняння прямої, що проходить через точку D перпендикулярно до площини ABC .
9. Обчислити границі: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1} - \sqrt[3]{8x^3 + 2}}{x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x - 6}$.
10. Знайти похідні: а) $y = \ln(\operatorname{tg} 2x) \cdot 4^{x^3}$; б) $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \cos^2 x}$.
11. Провести повне дослідження функції $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ і побудувати її графік.

ВАРІАНТ 6

1. Знайти $\alpha A + \beta B$ і AB^T де

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha = -3, \quad \beta = 1.$$

2. Знайти обернену матрицю A^{-1} , якщо $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Знайти ранг матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$ за правилом Крамера.

5. Розв'язати систему $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -2 \end{cases}$ за методом Гауса.

6. Задано точки $A(5, 3, -1), B(5, 2, 0), C(6, 4, -1), D(0, -2, 3)$. Знайти:

- а) косинус кута між векторами \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;
б) проекцію вектора \overrightarrow{AB} на вісь вектора \overrightarrow{AC} ;

- в) площу паралелограма, що побудований на векторах \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;
 г) об'єм піраміди з вершинами в точках A, B, C, D .
7. Установити, яка лінія визначається рівнянням $16x^2 + 4y^2 + 64x + 8y + 4 = 0$.
 Побудувати цю лінію.
8. Задано точки $A(4, 6, 4), B(4, 0, -5), C(7, 5, 0), D(6, 4, 0)$. Скласти:
 а) канонічні і параметричні рівняння прямої, що проходить через точки A і B ;
 б) рівняння площини, що проходить через точки A, B, C (площина ABC);
 в) рівняння прямої, що проходить через точку D перпендикулярно до площини ABC .
9. Обчислити границі: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{\sqrt[3]{x^3+2x} + \sqrt[5]{x^5+2}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2-10x+21}{x^2-4x-21}$.
10. Знайти похідні: а) $y = 2^{\operatorname{tg} 3x} \cdot \ln(\cos 8x)$; б) $y = \frac{\sqrt{x^2+3x}}{\sin^4 2x}$.
11. Провести повне дослідження функції $y = \frac{1}{x} + \frac{x^3}{3}$ і побудувати її графік.

ВАРІАНТ 7

1. Знайти $\alpha A + \beta B$ і AB^T де

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 3, \quad \beta = 2.$$

2. Знайти обернену матрицю A^{-1} , якщо $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Знайти ранг матриці $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & -3 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему $\begin{cases} 2x_1 - x_3 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$ за правилом Крамера.

5. Розв'язати систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = -0 \end{cases}$ за методом Гауса.

6. Задано точки $A(-10, -7, -5)$, $B(0, -1, -2)$, $C(2, 3, 0)$, $D(4, 1, 2)$. Знайти:
- косинус кута між векторами \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;
 - проекцію вектора \overrightarrow{AB} на вісь вектора \overrightarrow{AC} ;
 - площу паралелограма, що побудований на векторах \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;
 - об'єм піраміди з вершинами в точках A, B, C, D .
7. Установити, яка лінія визначається рівнянням $25x^2 + 4y^2 - 50x + 24y + 111 = 0$. Побудувати цю лінію.
8. Задано точки $A(4, -7, 3)$, $B(3, 6, 5)$, $C(1, 4, 0)$, $D(-4, 5, 6)$. Скласти:
- канонічні і параметричні рівняння прямої, що проходить через точки A і B ;
 - рівняння площини, що проходить через точки A, B, C (площина ABC);
 - рівняння прямої, що проходить через точку D перпендикулярно до площини ABC .
9. Обчислити границі: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 + 1} + x^2}{4 + x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x^2 - 7x + 6}$.
10. Знайти похідні: а) $y = 5^{\cos 2x} \cdot (x + \sqrt{x})^6$; б) $y = \frac{\text{ctg}^2 3x}{\ln 5x}$.
11. Провести повне дослідження функції $y = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$ і побудувати її графік.

ВАРІАНТ 8

1. Знайти $\alpha A + \beta B$ і AB^T де

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = -2, \quad \beta = 3.$$

2. Знайти обернену матрицю A^{-1} , якщо $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Знайти ранг матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 3 & -5 & 0 & -6 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 8, \\ x_1 + x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -4 \end{cases}$ за правилом Крамера.

5. Розв'язати систему $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 6 \end{cases}$ за методом Гауса.

6. Задано точки $A(2, -4, 6)$, $B(0, -2, 4)$, $C(4, 0, 1)$, $D(6, -8, 0)$. Знайти:

а) косинус кута між векторами \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;

б) проекцію вектора \overrightarrow{AB} на вісь вектора \overrightarrow{AC} ;

в) площу паралелограма, що побудований на векторах \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;

г) об'єм піраміди з вершинами в точках A , B , C , D .

7. Установити, яка лінія визначається рівнянням $y^2 - 8x + 4y + 12 = 0$.

Побудувати цю лінію.

8. Задано точки $A(5, 5, 2)$, $B(6, 6, 2)$, $C(9, 4, -2)$, $D(8, 2, 2)$. Скласти:

а) канонічні і параметричні рівняння прямої, що проходить через точки A і B ;

б) рівняння площини, що проходить через точки A , B , C (площина ABC);

в) рівняння прямої, що проходить через точку D перпендикулярно до площини ABC .

9. Обчислити границі: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{x^3+1} + \sqrt[5]{x^5+1}}{\sqrt[3]{3x^3+2x}}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 3x + 2}$.

10. Знайти похідні: а) $y = \ln(x^3 + 1) \cdot 3^{\sin 2x}$; б) $y = \frac{3 \arcsin(2 - x^2)}{\operatorname{tg}^3 \sqrt{x}}$.

11. Провести повне дослідження функції $y = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}$ і побудувати її графік.

ВАРІАНТ 9

1. Знайти $\alpha A + \beta B$ і AB^T де

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -5 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = -2, \quad \beta = 4.$$

2. Знайти обернену матрицю A^{-1} , якщо $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Знайти ранг матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ -3 & 2 & -2 & 3 \\ 1 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему $\begin{cases} x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$ за правилом Крамера.

5. Розв'язати систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$ за методом Гауса.

6. Задано точки $A(0,1,-2)$, $B(3,1,2)$, $C(4,1,1)$, $D(-1,2,5)$. Знайти:

а) косинус кута між векторами \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;

б) проекцію вектора \overrightarrow{AB} на вісь вектора \overrightarrow{AC} ;

в) площу паралелограма, що побудований на векторах \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;

г) об'єм піраміди з вершинами в точках A , B , C , D .

7. Установити, яка лінія визначається рівнянням $9x^2 - 4y^2 - 18x - 24y - 63 = 0$.

Побудувати цю лінію.

8. Задано точки $A(-3,6,-2)$, $B(4,5,1)$, $C(8,2,0)$, $D(3,3,1)$. Скласти:

а) канонічні і параметричні рівняння прямої, що проходить через точки A і B ;

б) рівняння площини, що проходить через точки A , B , C (площина ABC);

в) рівняння прямої, що проходить через точку D перпендикулярно до площини ABC .

9. Обчислити границі: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{3x^3 + x^2 + 4x}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - 7x + 12}$.

10. Знайти похідні: а) $y = \arcsin(4^{-x}) \cdot \ln^2 x$; б) $y = \frac{\cos^2 5x}{\sqrt{8-x^3}}$.

11. Провести повне дослідження функції $y = \frac{x}{x^2 - 9}$ і побудувати її графік.

ВАРІАНТ 10

1. Знайти $\alpha A + \beta B$ і AB^T де

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -3 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 2, \quad \beta = -2.$$

2. Знайти обернену матрицю A^{-1} , якщо $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Знайти ранг матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 - 3x_2 = -5, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$ за правилом Крамера.

5. Розв'язати систему $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = -3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 8 \end{cases}$ за методом Гауса.

6. Задано точки $A(3,3,-1)$, $B(1,5,-2)$, $C(4,7,2)$, $D(2,1,6)$. Знайти:

а) косинус кута між векторами \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;

б) проекцію вектора \overrightarrow{AB} на вісь вектора \overrightarrow{AC} ;

в) площу паралелограма, що побудований на векторах \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{AC} ;

г) об'єм піраміди з вершинами в точках A , B , C , D .

7. Установити, яка лінія визначається рівнянням $4x^2 + 9y^2 - 16x + 36y + 16 = 0$.

Побудувати цю лінію.

8. Задано точки $A(5,-3,5)$, $B(8,2,3)$, $C(4,1,7)$, $D(7,5,7)$. Скласти:

а) канонічні і параметричні рівняння прямої, що проходить через точки A і B ;

б) рівняння площини, що проходить через точки A , B , C (площина ABC);

в) рівняння прямої, що проходить через точку D перпендикулярно до площини ABC .

9. Обчислити границі: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x - \sqrt[3]{x^3 + 1}}{x + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 + 10x + 21}{x^2 + 4x - 21}$.

10. Знайти похідні: а) $y = 2^{\text{tg} \sqrt{x}} \cdot \ln(\arcsin x)$; б) $y = \frac{\sin^3 4x}{(2x - 1)^2}$;

11. Провести повне дослідження функції $y = \frac{x^2}{x - 1}$ і побудувати її графік.