МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Кафедра Вищої математики
(назва кафедри, яка забезпечує викладання дисципліни)

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вища математика ч. 1
(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти Перший (бакалаврський)
перший (бакалаврський) / другий (магістерський)

галузь знань 16 Хімічна та біоінженерія
(шифр і назва)

спеціальність 161 Хімічні технології та інженерія
(шифр і назва)

освітня програма Технічна електрохімія та хімічні технології рідкісних розсіяних елементів
(назви освітніх програм спеціальностей)

вид дисципліни загальна підготовка
(загальна підготовка / професійна підготовка; обов'язкова/вибіркова)

форма навчання денна
(денна / заочна/дистанційна)

Харків – 2022 рік

ЛИСТ ЗАТВЕРДЖЕННЯ

Робоча програма з навчальної дисципліни ____Вища_математика_____
(назва дисципліни)

Розробники:

Завідувач кафедри, д.ф.-м.н., доцентка _____ Юлія ПЕРШИНА
(посада, науковий ступінь та вчене звання) (підпис) (ініціали та прізвище)

_____ ____ _____ _____
(посада, науковий ступінь та вчене звання) (підпис) (ініціали та прізвище)

Робоча програма розглянута та затверджена на засіданні кафедри
_____вищої_математики_____
(назва кафедри, яка забезпечує викладання дисципліни)

Протокол від «28» червня_2022 року № _7_

Завідувач кафедри _вищої математики _____ ___Юлія ПЕРШИНА____
(назва кафедри) (підпис) (ініціали та прізвище)

ЛИСТ ПОГОДЖЕННЯ

Шифр та назва освітньої програми Технічна електрохімія та хімічні технології рідкісних розсіяних елементів

Кафедра Технічна електрохімія

Гарант ОП Сергій ЛЕЩЕНКО_____

(ПІБ) (Підпис, дата)

Завідувач кафедри ТЕ Геннадій ТУЛЬСЬКИЙ____

(ПІБ) (Підпис, дата)

ЛИСТ ПЕРЕЗАТВЕРДЖЕННЯ РОБОЧОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ПРОГРАМИ

№ зп	Дата засідання кафедри-розробника РПНД	Номер протоколу	Підпис завідувача кафедри (яка викладає)	Підпис завідувача кафедри (на якій викладається)	Підпис гаранта освітньої програми
1					
2					
3					
4					
5					

МЕТА, КОМПЕТЕНТНОСТІ, РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ ТА СТРУКТУРНО-ЛОГІЧНА СХЕМА ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Мета: теоретично і практично підготувати студентів щодо засвоєння сучасних математичних методів, які надають можливість розв'язувати практичні задачі, пов'язані з вирішенням складних спеціалізованих задач та практичних проблем хімічних технологій та інженерії.

Компетентності:
К01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

К02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях

К03. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

Результати навчання:

ПР01. Знати математику, фізику і хімію на рівні, необхідному для досягнення результатів освітньої програми.

Структурно-логічна схема вивчення навчальної дисципліни

Вивчення цієї дисципліни безпосередньо спирається на:	На результати вивчення цієї дисципліни безпосередньо спираються:
Алгебра (шкільний курс) Геометрія (шкільний курс)	Фізика, ч.1 Фізика, ч.2 Процеси та апарати хімічних виробництв, ч.1 Процеси та апарати хімічних виробництв, ч.2 Математичне моделювання та оптимізація об'єктів хімічної технології

ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

(розподіл навчального часу за семестрами та видами навчальних занять)

Семестр	Загальний обсяг			За видами аудиторних занять (годин)			Індивідуальні завдання студентів (КП, КР, РГ, Р, РЕ)	Поточний контроль	Семестровий контроль	
	Всього (годин) / кредитів ECTS	З них								
		Аудиторні заняття (годин)	Самостійна робота (годин)	Лекції	Лабораторні заняття	Практичні заняття, семінари		Контрольні роботи (кількість робіт)	Залік	Екзамен
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	**120/4**	**64**	**56**	**32**	**–**	**32**	**Р**	**4**	**–**	**+**

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до загального обсягу складає __53__ (%):

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

№ з/п.	Види навчальних занять (Л, ЛЗ, ПЗ, СР)	Кількість годин	Номер семестру (якщо дисципліна викладається у декількох семестрах). Назви змістових модулів. Найменування тем та питань кожного заняття. Завдання на самостійну роботу	Рекомендована література (базова, допоміжна)
1	2	3	4	5
			Змістовний модуль 1 – Лінійна алгебра **Тема № 1 – Елементи лінійної алгебри**	
1	**ЛЗ**	**2**	Матриці. Дії над матрицями. Визначники 2-го і 3-го порядків, їх обчислення. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) за методом Крамера. Мінори і алгебраїчні доповнення. Основні властивості визначників. Для чого це потрібно?	1, 4, 6
2	**ПЗ**	**2**	Дії над матрицями. Обчислювання визначників другого та третього порядків. Розв'язання СЛАР за методом Крамера.	1, 4, 6, 8, 10
3	**ЛЗ**	**2**	Обернена матриця. Розв'язання СЛАР за допомогою оберненої матриці. Базисний мінор та ранг матриці. Елементарні перетворення матриці. Обчислення рангу матриці.	1, 4, 6
4	**ПЗ**	**2**	Обчислення оберненої матриці. Розв'язання СЛАР за допомогою оберненої матриці. Обчислення рангу матриці.	1, 4, 6, 8, 10
5	**ЛЗ**	**2**	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Теорема Кронекера-Капеллі. Метод Гауса розв'язку СЛАР.	1, 4, 6
6	**ПЗ**	**2**	Дослідження СЛАР на сумісність. Метод Гауса розв'язку СЛАР. **Контрольна робота.**	1, 4, 6, 8, 10
			Змістовний модуль 2 – Векторна алгебра. Аналітична геометрія **Тема № 2 – Елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії**	
7	**ЛЗ**	**2**	Декартова система координат. Координати вектора. Дії над векторами, що задані в координатах. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів.	1, 4
8	**ПЗ**	**2**	Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів.	1, 4, 7, 8
9	**ЛЗ**	**2**	Мішаний добуток векторів. Площина. Пряма у просторі.	1,4
10	**ПЗ**	**2**	Мішаний добуток векторів. Площина. Пряма у просторі.	1, 4, 7, 8
11	**ЛЗ**	**2**	Пряма на площині. Канонічні рівняння кривих другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола.	1, 4
12	**ПЗ**	**2**	Пряма на площині. Криві другого порядку: встановлення виду кривої та її побудова (коло, еліпс, гіпербола, парабола).	1, 4, 7, 8
1	2	3	4	5

	СР	**6**	Індивідуальна робота з повторення шкільного матеріалу з алгебри та геометрії.	
	СР	**4**	Розв'язання однорідних систем лінійних рівнянь.	1, 4
	КР		**Контрольна робота за темами № 1, 2** **Дії над матрицями. Обчислення визначників. Розв'язання СЛАР. Скалярний, векторний, мішаний добутки векторів. Складання рівнянь площин та прямих. Встановлення виду кривої другого порядку та її побудова.**	1, 4, 7, 8
	СР	**3**	Опрацювання лекційного матеріалу.	
	СР	**6**	Підготовка до практичних занять.	
Разом за темами №1, 2		**43**		
			Змістовний модуль 3 – Вступ до математичного аналізу **Тема № 3 – Теорія границь. Неперервність функцій**	
13	**ЛЗ**	**2**	Елементи теорії множин. Числові послідовності. Границя числової послідовності. Основні елементарні функції. Границя функції у точці та на нескінченності.	2, 5, 13
14	**ПЗ**	**2**	Елементарні функції. Область визначення функції. Границя числової послідовності. Границя функції.	2, 5, 13
15	**ЛЗ**	**2**	Нескінченно великі та нескінченно малі величини. Властивості нескінченно малих. Основні теореми о границях функцій. Ознаки існування границь.	2, 5, 13
16	**ПЗ**	**2**	Розкриття невизначеностей $\left\|\frac{\infty}{\infty}\right\|$, $\|\infty-\infty\|$, $\left\|\frac{0}{0}\right\|$, $\|0\cdot\infty\|$.	2, 5, 13
17	**ЛЗ**	**2**	Порівняння нескінченно малих. Властивості еквівалентних нескінченно малих. Перша і друга визначні границі.	2, 5, 13
18	**ПЗ**	**2**	Обчислення границь з використанням першої та другої визначної границі.	2, 5, 13
19	**ЛЗ**	**2**	Неперервність функції. Властивості неперервних функцій. Класифікація точок розриву.	2, 5, 6
20	**ПЗ**	**2**	Розкриття невизначеності $\|1^{\infty}\|$. Дослідження функцій на неперервність.	2, 5, 13
			Тема 4 – Похідна. Техніка диференціювання	
21	**ЛЗ**	**2**	Означення похідної, її механічні і геометричні застосування. Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій. Диференціал функції. Похідні та диференціали вищих порядків.	1, 2
22	**ПЗ**	**2**	Техніка диференціювання. Диференціал функції. Похідні та диференціали вищих порядків.	1,2,9,11,12
	СР	**4**	Наближенні обчислення за допомогою диференціалу.	1,2,9,11,12
	СР	**6**	Виконання індивідуального завдання: Р (частина 1) « Границі. Неперервність функції. Техніка диференціювання. Дослідження функцій за допомогою похідної».	

1	2	3	4	5
	СР	**2,5**	Опрацювання лекційного матеріалу.	
	СР	**5**	Підготовка до практичних занять.	
	КР		**Контрольна робота за темами № 3, 4** **Обчислення границь: розкриття невизначеностей** $\left\|\frac{\infty}{\infty}\right\|, \|\infty-\infty\|, \left\|\frac{0}{0}\right\|, \|0\cdot\infty\|, \|1^{\infty}\|$. **Обчислення границь за допомогою першої та другої визначних границь. Техніка диференціювання.**	1,2,5,9,11, 12, 13
Разом за темами № 3,4		**37,5**		
			Змістовний модуль 4 – Диференціальне числення функції однієї змінної та декількох змінних **Тема № 5 – Застосування похідної функції однієї змінної до дослідження функції і побудови її графіка**	
23	**ЛЗ**	**2**	Основні теореми диференціального числення: теореми Ролля, Коші і Лагранжа. Інтервали монотонності, точки екстремуму функції. Необхідні та достатні умови існування екстремуму.	1,2
24	**ПЗ**	**2**	Дослідження функцій на монотонність. Екстремуми функцій.	1,2,9,11,12
25	**ЛЗ**	**2**	Найбільше та найменше значення функції на відрізку. Опуклість, угнутість графіка функції, точки перегину: необхідні та достатні умови.	1,2
26	**ПЗ**	**2**	Пошук найбільшого і найменшого значення функції на відрізку. Інтервали опуклості, угнутості графіка функції, точки перегину.	1,2,9,11,12
27	**ЛЗ**	**2**	Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка.	1,2
28	**ПЗ**	**2**	Пошук асимптот графіка функції. Дослідження функції за допомогою похідної та побудова її графіка.	1,2,9,11,12
			Тема № 6 – Функції декількох змінних	
29	**ЛЗ**	**2**	Функції двох змінних. Частинні похідні першого порядку. Повний диференціал функції двох змінних. Частинні похідні та диференціали вищих порядків.	1, 3, 14
30	**ПЗ**	**2**	Частинні похідні першого порядку. Частинні похідні другого порядку.	1, 3, 14
31	**ЛЗ**	**2**	Екстремум функції двох змінних. Скалярне поле. Похідна за напрямом. Градієнт.	1, 3, 14
32	**ПЗ**	**2**	Екстремуми функції двох змінних. Похідна за напрямом. Градієнт.	1, 3, 14
	СР	**4**	Найбільше та найбільше значення функції в замкненій області.	1, 3, 14
	СР	**8**	Виконання індивідуального завдання: Р (частина 2) « Границі. Неперервність функції. Техніка диференціювання. Дослідження функцій за допомогою похідної».	

1	2	3	4	5
	КР		**Контрольна робота за темами № 5,6** **Аспекти дослідження функції: ОДЗ, монотонність та екстремуми, опуклість і точки перегину, асимптоти. Частинні похідні. Дослідження на екстремум функції двох змінних. Градієнт скалярного поля.**	1,2, 3 , 9, 11, 12, 14
	СР	**2,5**	Опрацювання лекційного матеріалу.	
	СР	**5**	Підготовка до практичних занять.	
Разом за теми№ 5,6		**39,5**		
Разом за 1 семестр		**120**		

САМОСТІЙНА РОБОТА

№ з/п	Назва видів самостійної роботи	Кількість годин
1	Опрацьовування лекційного матеріалу	8
2	Підготовка до практичних занять	16
3	Самостійне вивчення тем та питань, які не викладаються на лекційних заняттях	18
4	Виконання індивідуального завдання	14
	Разом	56

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Розрахункові роботи
(вид індивідуального завдання)

№ з/п	Назва індивідуального завдання та (або) його розділів	Терміни виконання (на якому тижні)
1	Р (частина 1) « Границі. Неперервність функції. Техніка диференціювання. Дослідження функцій за допомогою похідної» **Завдання 1.** Обчислити границю: 1. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x(x+5)(x-9)}{(x^2+2)^2-2x^4}$ 2. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x^2+3)^2-(x^2-3)^2}{(2x+4)(x-3)}$ 3. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-(2x^2+2)^2}{(2x+3)^3-5x^3}$ 4. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(3x+2)^2-(x-1)^2}{(2x+3)(7x-1)}$ 5. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x+3)^3(x+1)-3x^4}{(3x+2)^2(x-4)}$ 6. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2(2x+1)^2-x^4}{(2x+3)^3+3x^3}$	12

7. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+5)^3+(x+3)^3}{(2x-3)(4x+5)-9x^2}$

8. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(2-x)^3-x^3-6x^2}{(2x+5)(3x-1)}$

9. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+5)^3+x^3}{9x^2+5x-4}$

10. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(3x+1)^3-(2x+1)^3}{x+100x^2}$

11. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x-2)^2+(x+3)^2}{x^2+7x-4}$

12. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(2x+1)^3-(x+1)^3}{5-x^3}$

13. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+1)^3+(x-1)^3}{(9x+1)(x+3)}$

14. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x-4}{(2x+1)^2+4(x+2)^2}$

15. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+2)^2-(3x+4)^2}{(4x+5)(x-2)}$

16. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(5x-4)(2x+3)}{5x^2-x+7}$

17. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x+4}{(2x+1)^2+4(x+3)^2}$

18. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+1)^2+(2x-3)^2}{9x^2+4x+1}$

19. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+2)^3-(2x-1)^3}{3+2x^3}$

20. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+2)^3+x^3}{7x^2-5x+4}$

21. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+5)^3-(2x+3)^3}{x(x+5)^2}$

22. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(2+x)^2+(x+3)^2}{(x^2+1)^2+2x^4}$

23. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x^2+3)^2+2x^4}{(2x+3)(x+7)}$

24. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(4x+5)(x^3-4)}{(x^2+1)^2+7}$

25. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(3x+1)^2+(x+1)^2}{x^5+3}$

26. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+1)^2+(4x+3)^2}{(2-x)^3+(x+1)^3}$

27. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(3x+1)^2-(2x^2+1)^2}{x^4+5}$

28. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3x+4}{(2x+1)^2-(x+3)^2}$

29. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x+3)^2+(x-2)^2}{(x+3)(2x-3)}$

30. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4+(x^2+2)^2}{(2x+3)^3+8x^3}$

Завдання 2. Обчислити границю

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-5x+2}{x^3-8}$

2. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{2x^2+3x+1}$

3. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^4-81}{x^2-5x+6}$

4. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{3x^2-2x-16}$

5. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{4x^2-8x+3}{2x-1}$

6. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{3}}\dfrac{6x^2+x-1}{3x^2+17x-6}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-5x-2}{x^3-x-6}$

8. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+3x}{x^3-5x+12}$

9. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{6x^2-5x+1}{4x^2-1}$

16. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$

17. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$

18. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^4+x^3}{x^4-2x^3}$

19. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}$

20. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x^2-2x-3}$

21. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-6x+8}{x^2-8x+12}$

22. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x}$

23. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-6}$

24. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^4+x}{2x^4-x^2-1}$

10. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+5x+6}{x^3-2x+4}$

11. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{2x^2-3x-5}$

12. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-x-6}{3x^2-5x-12}$

13. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{x^2-4x-12}$

14. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-2x-8}{x^2+5x-14}$

15. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-x-2}{x^3-1}$

25. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{3x^2-x-2}$

26. $\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}}\dfrac{9x^2-3x-2}{3x^2-2x}$

27. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-2x-8}{x^2+5x-14}$

28. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{x^2-4x-12}$

29. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{4x^2-8x+3}{2x-1}$

30. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{3x^2+x-2}$

Завдання 3. Обчислити границю.

1. $\lim\limits_{x\to 10}\dfrac{\sqrt{x-1}-3}{x-10}$

2. $\lim\limits_{x\to -7}\dfrac{\sqrt{2-x}-3}{x^2-49}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{9+x^2}-3}{5x^2}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{x+4}-2}$

5. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{3x+1}-4}{x^2-25}$

6. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x^2}{1-\sqrt{x}}$

7. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x-3}-1}{16-x^2}$

8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{2-\sqrt{x+2}}$

9. $\lim_{x\to -1} \frac{x+1}{\sqrt{6x^2+3}+3x}$

10. $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\sqrt{7x+2}-2x}$

11. $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{9+x}-\sqrt{9-x}}{x}$

12. $\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$

13. $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-3x+2}$

14. $\lim_{x\to -3} \frac{x^2+3x}{\sqrt{12+x}-3}$

15. $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{5x+11}-4}{x^2-1}$.

16. $\lim_{x\to 10} \frac{\sqrt{x-1}-3}{x-10}$

17. $\lim_{x\to -7} \frac{\sqrt{2-x}-3}{x^2-49}$

18. $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{9+x^2}-3}{5x^2}$

19. $\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sqrt{x+4}-2}$

20. $\lim_{x\to 5} \frac{\sqrt{3x+1}-4}{x^2-25}$

21. $\lim_{x\to 1} \frac{1-x^2}{1-\sqrt{x}}$

22. $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x-3}-1}{16-x^2}$

23. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{2-\sqrt{x+2}}$

24. $\lim_{x\to -1} \frac{x+1}{\sqrt{6x^2+3}+3x}$

25. $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\sqrt{7x+2}-2x}$

26. $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{9+x}-\sqrt{9-x}}{x}$

27. $\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$

28. $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-3x+2}$

29. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+3x}{\sqrt{12+x}-3}$

30. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x^2}{1-\sqrt{x}}$

<u>Завдання 4</u>. Обчислити границю.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot tg3x}{\cos x-\cos 3x}$

2. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\arcsin(x^3+1)}{x^2+3x+2}$

3. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sin(x-5)}{tg(x^2-25)}$

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(x^2-1)}{tg(x^2-3x+2)}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x+\sin 3x}{x\cdot tg2x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\left(x^2+7x\right)\cdot\dfrac{1}{tg4x}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(x^2-2x-3)}{1-\cos(x-1)}$

8. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sin(x^2-3x)}{tg(x-3)}$

9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x-\sin 4x}{arctg(x^2+x)}$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 5x-\cos 3x}{1-\cos 4x}$

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{1-\cos 7x}$

16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot\left(tg\sqrt{7x}\right)^2}{1-\cos 2x}$

17. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x\cdot\left(tg\sqrt{x-2}\right)^2}{1-\cos(x-2)}$

18. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot\sin 3x}{1-\left(\cos 4x\right)^2}$

19. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot\left(tg\sqrt{5x}\right)^2}{1-\left(\cos 3x\right)^2}$

20. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+x}{tg3x}$

21. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{tg4x}$

22. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x\sin x}-1}{x^2}$

23. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4+xtgx}-2}{x^2-x}$

24. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4arctg(x-2)}{\sin x-\sin 2x}$

25. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x-\sin 8x}{arctg(4x^2+x)}$

26. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+9x}{tg(5x)}$

12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos x}{1-\cos\left(\dfrac{x}{3}\right)}$

13. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{1-\cos(x-3)}{tg(x^2-3x)}$

14. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{1-\cos(x+3)}{x^2+4x+3}$

15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg(3x^2-6x)}{\sin(x^2-4x)}$

27. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{arc\sin(2x^2-x-3)}{tg(x^2+x)}$

28. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{1-\cos 4x}}{x\cdot\sin 5x}$

29. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{4+\cos 9x}}{\left(tg\sqrt{7x}\right)^2}$

30. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{5\arcsin(x-3)}{\sin x-\sin 3x}$

<u>Завдання 5</u>. Обчислити границю:

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+3}{x^2-4}\right)^{x^2+1}$

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-2}{3x+4}\right)^{5+x}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-1}{5x+3}\right)^{2x-1}$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2-3x}{1-3x}\right)^{x^2+1}$

5. $\lim\limits_{x\to 5}\left(\dfrac{2x-7}{x-2}\right)^{\frac{2}{x-5}}$

6. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2+x}$

16. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{5x-4}{x}\right)^{\frac{x}{x-1}}$

17. $\lim\limits_{x\to -1}\left(\dfrac{2x+3}{x+2}\right)^{\frac{-x}{x+1}}$

18. $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{x}{2x-3}\right)^{\frac{1}{x-3}}$

19. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+4x-3}{x^2-5x+9}\right)^{2x}$

20. $\lim\limits_{x\to 1}\left(x\right)^{\frac{4}{x-1}}$

21. $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+3x^4\right)^{\frac{5}{7x^2}}$

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+5}\right)^{\frac{x}{3}+1}$

8. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{2x-1}{3x-2}\right)^{\frac{5}{x^2-1}}$

9. $\lim\limits_{x\to2}\left(\dfrac{x+1}{2x-1}\right)^{\frac{x}{x-2}}$

10. $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{3x+x^2}{3-x^2}\right)^{\frac{1}{x}}$

11. $\lim\limits_{x\to3}\left(\dfrac{2x-5}{x-2}\right)^{\frac{x+1}{x-3}}$

12. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{2x+1}{x+2}\right)^{\frac{2x-1}{x-1}}$

13. $\lim\limits_{x\to3}\left(\dfrac{x}{3}\right)^{\frac{5}{x-3}}$

14. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{2x+1}{5x-2}\right)^{\frac{3}{x-1}}$

15. $\lim\limits_{x\to-3}\left(\dfrac{2-x}{2x+11}\right)^{\frac{3x+2}{x+3}}$

22. $\lim\limits_{x\to3}\left(2x-5\right)^{\frac{4}{x^2-9}}$

23. $\lim\limits_{x\to3}\left(x-2\right)^{\frac{5}{x^2-5x+6}}$

24. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{2x-1}{3x-2}\right)^{\frac{4}{x-1}}$

25. $\lim\limits_{x\to0}\left(1+7x^2\right)^{\frac{4}{5x}}$

26. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+3}{x^2-1}\right)^{7x-4}$

27. $\lim\limits_{x\to-1}\left(\dfrac{2x+3}{x+2}\right)^{\frac{4}{x+1}}$

28. $\lim\limits_{x\to-3}\left(\dfrac{3-x}{4x+18}\right)^{\frac{x+4}{x+3}}$

29. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{3x-1}{x+1}\right)^{\frac{3x+4}{x^2-x}}$

30.

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x^2+5x}{3x^2-7x}\right)^{x^2+x-1}$

Завдання 6. Дослідити функції на неперервність та класифікувати точки розриву.

1.	a) $f(x)=\frac{x+3}{x+5}$	b) $f(x)=2^{\frac{x}{1-x}}$	**16.**	a) $f(x)=\frac{3x}{x+1}$	b) $f(x)=5^{\frac{x}{x+2}}$	
2.	a) $f(x)=\frac{x}{x+2}$	b) $f(x)=3^{\frac{1-x}{x}}$	**17.**	a) $f(x)=\frac{x-4}{x+1}$	b) $f(x)=e^{\frac{1}{x+2}}$	
3.	a) $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$	b) $f(x)=4^{\frac{x}{2+x}}$	**18.**	a) $f(x)=\frac{2}{x-3}$	b) $f(x)=8^{\frac{x}{3x-6}}$	
4.	a) $f(x)=\frac{x+3}{3-x}$	b) $f(x)=5^{\frac{2+x}{2-x}}$	**19.**	a) $f(x)=\frac{x}{x-3}$	b) $f(x)=7^{\frac{4}{2x-1}}$	
5.	a) $f(x)=\frac{x-1}{x+2}$	b) $f(x)=e^{\frac{1}{2x-1}}$	**20.**	a) $f(x)=\frac{x-5}{x-2}$	b) $f(x)=e^{\frac{3x}{2-x}}$.	
6.	a) $f(x)=\frac{2}{3-x}$	b) $f(x)=6^{\frac{x}{x+1}}$	21.	a) $f(x)=\frac{x-5}{x+1}$	b) $f(x)=9^{\frac{1}{2-x}}$.	
7.	a) $f(x)=\frac{3}{x+2}$	b) $f(x)=7^{\frac{x}{2x+4}}$	22.	a) $f(x)=\frac{6}{x+3}$	b) $f(x)=12^{\frac{3}{x-1}}$	
8.	a) $f(x)=\frac{2x}{x+4}$	b) $f(x)=8^{\frac{x}{3x-3}}$	23.	a) $f(x)=\frac{3x}{x+1}$	b) $f(x)=8^{\frac{x}{5-x}}$	
9.	a) $f(x)=\frac{x-1}{x}$	b) $f(x)=9^{\frac{x}{2x-2}}$	24.	a) $f(x)=\frac{2x}{x+1}$	b) $f(x)=14^{\frac{1}{16-x}}$	
10.	a) $f(x)=\frac{2x-1}{x^2}$	b) $f(x)=10^{\frac{1}{2+x}}$	25.	a) $f(x)=\frac{12}{x+5}$	b) $f(x)=4^{\frac{x}{3-x}}$	

11.	a) $f(x)=\frac{3x}{x+2}$	b) $f(x)=11^{\frac{3}{x-3}}$	26.	a) $f(x)=\frac{4}{2-x}$	b) $f(x)=3^{\frac{2x}{4-x}}$.
12.	a) $f(x)=\frac{2x}{x+3}$	b) $f(x)=12^{\frac{2}{1+x}}$	27.	a) $f(x)=\frac{x+3}{x-4}$	b) $f(x)=10^{\frac{2}{7-x}}$
13.	a) $f(x)=\frac{x+1}{x}$	b) $f(x)=2^{\frac{2x}{1-x}}$	28.	a) $f(x)=\frac{3x}{x+4}$	b) $f(x)=11^{\frac{2x}{1+x}}$
14.	a) $f(x)=\frac{x^2-1}{x+2}$	b) $f(x)=3^{\frac{1-x}{2x}}$	29.	a) $f(x)=\frac{2x}{3-x}$	b) $f(x)=e^{\frac{x}{2x+2}}$
15.	a) $f(x)=\frac{x^2}{x-3}$	b) $f(x)=4^{\frac{x}{x-2}}$	30.	a) $f(x)=\frac{2x}{x+1}$	b) $f(x)=3^{\frac{2x}{4-x}}$

<u>Завдання 7.</u> Знайти похідні

1. $\begin{cases} а)\ y=\dfrac{\arcsin 2x}{\ln(4-3x)}; \\ б)\ y=\left(3\sin^2 x+5^{\cos x}\right)^3; \\ в)\ y=\ln\sin^3 x\left(e^{3x+1}\right); \end{cases}$ 2. $\begin{cases} а)\ y=\dfrac{1}{3}e^{2x}arctgx; \\ б)\ y=\left(2^{x^2}-\sin 4x\right)^2; \\ в)\ y=\arcsin^2\left(\ln\left(x^3+4\right)\right); \end{cases}$ 3.

$\begin{cases} а)\ y=\dfrac{\ln(5x-1)}{\cos(2x+3)}; \\ б)\ y=\left(e^{\sin 3x}+3x\right)^7; \\ в)\ y=\sin^4 arctg\dfrac{2}{x-3}; \end{cases}$

4. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=\sqrt{x^2+3}\sin 3x; \\ б)\ y=\left(2^{tgx}+\arcsin 3x\right)^2; \\ в)\ y=\log_2^5 arctg\sqrt{x^2-1}; \end{array}\right.$

5. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=\dfrac{\arcsin 7x}{\sqrt{x^3-1}}; \\ б)\ y=\left(5^{ctgx}-e^x\right)^{\frac{1}{3}}; \\ в)\ y=\sqrt{\sin\left(\arccos\dfrac{1}{x^2}\right)}; \end{array}\right.$

6. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=\cos 3x\ln\left(\dfrac{x}{3}-1\right); \\ б)\ y=\left(\arccos\dfrac{1}{x}+\sqrt[3]{x^2}\right)^4; \\ в)\ y=tg^2\left(ctg\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right); \end{array}\right.$

7. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=\dfrac{\cos(1-5x)}{\sqrt{x-1}}; \\ б)\ y=\left(7^{\sin x}+tg7x\right)^3; \\ в)\ y=\sqrt[4]{\log_3^3(\ln\sin x)}; \end{array}\right.$

8. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=2^x\sin 2x; \\ б)\ y=\left(\cos 3x+9^{\cos^2 x}\right)^5; \\ в)\ y=\sqrt[3]{tg^2 x\left(e^{\frac{x+x^2}{\sin x}}\right)}; \end{array}\right.$

9. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=\sqrt{x}arctg3x; \\ б)\ y=\left(2^{x^2}-\cos 6x\right)^4; \\ в)\ y=\dfrac{1}{\arccos^2\left(\ln\dfrac{1}{x}\right)}; \end{array}\right.$

10. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=\dfrac{\cos 5x}{\ln(2x-1)}; \\ б)\ y=\left(2^{\sin 2x}+arctgx\right)^2; \\ в)\ y=\ln\sqrt[4]{\arcsin\sqrt{x^2+3x}}; \end{array}\right.$

11. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=\sqrt{x^3}\ln(2x-1); \\ б)\ y=\left(2^{x\sin x}+\cos 4x\right)^3; \\ в)\ y=\sqrt[3]{\dfrac{1}{\cos^2\sqrt{x+\sqrt{x}}}}; \end{array}\right.$

12. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{1-x}; \\ б)\ y=\left(3^{\cos x}+2\sin^2 x\right)^5; \\ в)\ y=\ln^3 arctg(x+\ln 3); \end{array}\right.$

13. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=-\frac{1}{2}e^{-x}\left(x^4+2x^2+2\right); \\ б)\ y=\left(4^{tg^2x}+3\cos x\right)^3; \\ в)\ y=\frac{1}{3}\ln\cos\arcsin\frac{e^{2x}}{3}; \end{array}\right.$ 14. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=\sqrt[4]{x}\cos 2x; \\ б)\ y=\left(5^{\sin\sqrt{3x}}\right)^2; \\ в)\ y=\frac{1}{2}arctg^3\left(\frac{e^{-2x}}{2}\right); \end{array}\right.$ 15.

$\left|\begin{array}{l} а)\ y=3x\sqrt{\frac{2+x}{2-x}}; \\ б)\ y=\left(5^{ctgx}+\cos^3 x\right)^5; \\ в)\ y=\ln\sqrt[4]{\arcsin^3\frac{1}{x^3}}; \end{array}\right.$

16. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=5x^2+\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}; \\ б)\ y=\left(3^{\sin x}+arctg4x\right)^4; \\ в)\ y=\sqrt[3]{\cos^2\left(\ln\sin 3x\right)}; \end{array}\right.$ 17. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=x^2arctg\left(2x+1\right); \\ б)\ y=\left(\arccos 2x-2^{x^2}\right)^5; \\ в)\ y=\ln\sin\sqrt{1-3^{x^2}}; \end{array}\right.$ 18.

$\left|\begin{array}{l} а)\ y=\frac{1+\sqrt{x}}{2-\sqrt{2x}}; \\ б)\ y=\left(5^{\sqrt{x}}+tg\left(2x+4\right)\right)^3; \\ в)\ y=\sqrt[4]{arctg^5x\left(\sin\frac{\pi}{x}\right)}; \end{array}\right.$

19. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=\sqrt{x}\arccos\left(x+2\right); \\ б)\ y=\left(2^{x\cos x}-\sqrt[5]{x^2}\right)^4; \\ в)\ y=\arcsin\sqrt[4]{\sin^3\frac{1-2x}{3}}; \end{array}\right.$ 20. $\left|\begin{array}{l} а)\ y=\frac{1}{\sin 2}\left(\frac{3}{x^2+4x+4}\right); \\ б)\ y=\left(\sqrt[7]{x^6}+e^{\sin 3x}\right)^3; \\ в)\ y=\ln\sqrt{x+\sqrt{\frac{e^x+2^x}{\ln 3}}}; \end{array}\right.$ 21.

$\left|\begin{array}{l} а)\ y=x\ln\left(2x+\frac{1}{2}\right); \\ б)\ y=\left(\arcsin\frac{1}{x}+\sqrt[4]{x^3}\right)^9; \\ в)\ y=\sqrt[4]{\cos^3\sqrt{4+5^{2x}}}; \end{array}\right.$

22.

$$\begin{cases} а)\ y=\dfrac{\arccos x}{x^2+4}; \\ б)\ y=\left(9^{x^2}-tge^{3x}\right)^2; \\ в)\ y=\ln^4\arcsin\ln\dfrac{7}{x}; \end{cases}$$

23.

$$\begin{cases} а)\ y=e^{2x+1}\arccos 3x; \\ б)\ y=\left(7^{\cos x}+tg4x\right)^3; \\ в)\ y=\dfrac{1}{\sin\alpha}arctg\cos\sqrt[4]{\cos 2x}; \end{cases}$$

24.

$$\begin{cases} а)\ y=x^2e^{\frac{1}{x}}; \\ б)\ y=\left(\arcsin\sqrt{x}+2^{x^2}\right)^7; \\ в)\ y=\dfrac{7^{arctg\sqrt{x^2-1}}}{9+\ln^2 3}; \end{cases}$$

25.

$$\begin{cases} а)\ y=\dfrac{arctgx}{2^x+x^2}; \\ б)\ y=\left(2^{\sqrt{x}}+\sin 4x\right)^5; \\ в)\ y=\ln\sqrt{arctg\sqrt{x+\sqrt{x}}}; \end{cases}$$

26.

$$\begin{cases} а)\ y=\cos^2\dfrac{x}{2}+e^{2x-3}; \\ б)\ y=\left(5^{ctgx}+\sqrt[7]{x^3}\right)^4; \\ в)\ y=\dfrac{1}{\sqrt{4\pi}}\arcsin 3\sqrt{\dfrac{1}{e^x+5^x}}; \end{cases}$$

27.

$$\begin{cases} а)\ y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{e^{3x}}; \\ б)\ y=\left(5^{tgx}+arctg4x\right)^3; \\ в)\ y=\sqrt{\ln\arccos\sqrt{\dfrac{1}{x-1}}}; \end{cases}$$

28.

$$\begin{cases} а)\ y=\dfrac{1}{3}x^3\arcsin\sqrt{x}; \\ б)\ y=\dfrac{1}{6}\left(\sqrt[3]{x^2}+\sin^3 2x\right)^6; \\ в)\ y=\sqrt[4]{\arccos^3\left(5^{\frac{2x-1}{\sqrt{3}}}\right)}; \end{cases}$$

29.

$$\begin{cases} а)\ y=\dfrac{1}{2}\sqrt{x}arctg2x; \\ б)\ y=\dfrac{1}{4}\left(7^{\sin x}+tg3x\right)^4; \\ в)\ y=\log_{x^2}4+tg^2\left(ctg\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right) \end{cases}$$

30.

$$\begin{cases} а)\ y=\dfrac{2}{\arccos 3x}; \\ б)\ y=\left(2^{3x}+\cos\dfrac{1}{x}\right)^3; \\ в)\ y=\sqrt[3]{\sin\left(\cos\dfrac{1}{x^2}\right)}; \end{cases}$$

2	Р (частина 2) « Границі. Неперервність функції. Техніка диференціювання. Дослідження функцій за допомогою похідної»	15

Завдання 1. Записати рівняння дотичної та нормалі до кривої $y = f(x)$ в точці з абсцисою $x = x_0$.

1. $y = \dfrac{x^2+1}{x^3-1}, \quad x_0 = -1$

2. $y = \dfrac{3x^2+1}{x^2+3}, \quad x_0 = 1$

3. $y = x\ln(1+x^2), \quad x_0 = 0$

4. $y = \sin(x) + \cos(x), \quad x_0 = \dfrac{\pi}{4}$

5. $y = x^3 + \sqrt[3]{x}, \quad x_0 = -1$

6. $y = \dfrac{x^3-2}{x^2-4}, \quad x_0 = 3$

7. $y = \sqrt[3]{x^2-1}, \quad x_0 = 1$

8. $y = \dfrac{x^3+1}{x^2+4}, \quad x_0 = -1$

9. $y = e^{1-x^2}, \quad x_0 = 1$

10. $y = e^{\cos(x)}, \quad x_0 = \dfrac{\pi}{2}$

11. $y = 1 - \dfrac{1}{x^2}, \quad x_0 = 2$

12. $y = (\sqrt{x}+1)^3, \; x_0 = 1$

13. $y = (2x-1)e^{3x}, \; x_0 = 0$

14. $y = e^{2x}(3x-1), \; x_0 = 1$

15. $y = \dfrac{1+3x^2}{3+x^2}, \; x_0 = -1$

16. $y = \dfrac{3x-2x^3}{3}, \; x_0 = -1$

17. $y = \dfrac{x^2-2x-3}{4}, \; x_0 = 5$

18. $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, \; x_0 = 4$

19. $y = \dfrac{x}{3x-2}, \; x_0 = -1$

20. $y = e^{-x}(1-2x), \; x_0 = 0$

21. $y = \dfrac{x-3x^2}{1+x}, \; x_0 = 0$

22. $y = 3x\sqrt{x}, \quad x_0 = 2$

23. $y = xe^{x+1}, \; x_0 = -1$

24. $y = x\ln(2x), \quad x_0 = 0.5$

25. $y = x - \dfrac{1}{x^3}, \quad x_0 = -1$

26. $y = \sqrt{2x-1}(x+1), \quad x_0 = 2$

27. $y = 3x^3 + 8x - \sqrt{x},\ x_0 = 4$ 28. $y = \frac{3x+1}{x^2},\ x_0 = -1$

29. $y = (x+1)e^x,\ x_0 = 0$ 30. $y = (5x-1)^4,\ x_0 = -1$

Завдання 2. Дослідити функцію та побудувати її графік.

1. $y = x^2 + \frac{2}{x}$ 2. $y = \frac{x}{x-1}$ 3. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$

4. $y = \frac{3x^4 - 1}{x^3}$ 5. $y = \frac{x^4 - 3}{x}$ 6. $y = \frac{8}{x^2 - 4}$

7. $y = \frac{x}{5 + x^2}$ 8. $y = \frac{x^3}{9 - x^2}$ 9. $y = \frac{1}{1 - x^2}$

10. $y = \frac{x+2}{x^3}$ 11. $y = \frac{2+x}{(x+1)^2}$ 12. $y = \frac{(x-1)^2}{x};$

13. $y = \frac{4x^3 + 5}{2x};$ 14. $y = \frac{(x-1)^2}{x^2};$ 15. $y = \frac{x}{2 - x^2};$

16. $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2};$ 17 $y = \frac{x^4 - 81}{3x^2};$ 18. $y = \frac{16}{x^2(x-4)};$

19. $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9};$ 20. $y = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 - 1}};$ 21. $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1};$

22. $y = \frac{2}{x^2 + 2x + 3};$ 23. $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1};$ 24. $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2;$

25. $y = \frac{3}{x^2 + 4x + 4};$ 26. $y = \frac{27 + 8x^3}{8x};$ 27. $y = \frac{(x-1)^2}{x^2 + 1};$

28. $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2};$ 29. $y = \sqrt[3]{1 - x^3};$ 30. $y = \frac{x^3}{1 - x^2};$

Завдання 3. Знайти частинні похідні першого порядку $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ та повний диференціал.

1. $z = arctg(x^2 + y^2)$ 2. $z = \arccos(x - y^2)$

3. $z = \ln(3x^2 - y^4)$

4. $z = \sin\sqrt{x - y^3}$

5. $z = \sqrt{3x^2 - 2y^2 + 5}$

6. $z = arctg(x^2) + \sqrt{y}$

7. $z = \ln(\sqrt{xy} - 1)$

8. $z = ctg(3x - 2y)$

9. $z = arctg\dfrac{x^2}{y^3}$

10. $z = tg\dfrac{2x - y^2}{x}$

11. $z = \arcsin(\sqrt{xy})$

12. $z = (3x + 2y)e^{xy} + 2^{\frac{x}{y}}$

13. $z = \ln(y + \sqrt{x^2 + y^2})$

14. $z = \cos(x\sqrt{y}) + e^{2y+3}$

15. $z = ye^{x^2} - 7\cos\left(\dfrac{x}{y}\right)$

16. $z = x^3e^{xy} + 4\cos(3x)$

17. $z = 3x^4 + e^{x+2y}$

18. $y = x \cdot 3^y + \arcsin(x + 3y^2)$

19. $z = \ln(x^2 + 2y)$

20. $z = \arccos(xy^2)$

21. $z = \dfrac{x^2y^2}{x + y}$

22. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

23. $z = arctg(xy^2)$

24. $z = \ln(x + \dfrac{1}{y})$

25. $z = \ln(x^2 - y^3)$

26. $z = \sqrt{2xy + y^2}$

27. $z = arctg(x^2y)$

28. $z = \ln\sin(2x^2 + 3xy - 5y)$

29. $z = \dfrac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

30. $z = \sin^2(xy + 2y^2)$

Завдання 4. Дослідити на екстремум функцію двох змінних

1. $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$

2. $z = \dfrac{3}{2}x^2 + y^2 + 2xy + y + 2x$

3. $z = x^2 + 4y^2 - 2xy + 4$

4. $z = x^2 + \frac{3}{2}y^2 + 2xy - y + 3x$

5. $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$

6. $z = x^2 + \frac{1}{2}y^2 + xy + y + x$

7. $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$

8. $z = \frac{1}{2}x^2 + y^2 + xy - y + 2x$

9. $z = \frac{3}{2}x^2 + y^2 + xy + y + 4x$

10. $z = -x^2 - \frac{1}{2}y^2 + xy - 3y + 3x$

11. $z = -x^2 - \frac{1}{2}y^2 + xy + y$.

12. $z = -x^2 - \frac{1}{2}y^2 + xy - 3y - 3x$

13. $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$

14. $z = -x^2 - \frac{1}{2}y^2 + xy + y$

15. $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$

16. $z = \frac{1}{2}x^2 + y^2 + \frac{1}{2}xy + y + 2x$

17. $z = -4x^2 - 2y^2 + 2xy + 40x + 60y - 700$

18. $z = -\frac{1}{2}x^2 - y^2 + \frac{1}{2}xy - y + 2x$

19. $z = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x$

20. $z = -\frac{3}{2}x^2 - y^2 + 2xy + 2y + 2x$

21. $z = x^3 + y^3 - 15xy$

22. $x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$

23. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$

24. $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$

25. $z = 3x^3 + (-x^2 + y)^2 - 12x$

26. $z = 3x^2 + (-x^2 + y)^2 - 24x$

27. $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$

28. $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$

29. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$

30. $z = x^2 + xy + y^2 + x + y$

Завдання 5. Скласти рівняння дотичної та нормалі до поверхні в заданій точці.

1. $z = x^2 + y^2 - 2x + 3y - 7, \quad M(-1;1;0)$

2. $z^2 = x^2 + y^2, \quad M(2;0;-2)$

3. $3x^2 - y^2 + 2z^2 = 11, \quad M(-2;3;-2)$

4. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z + 10 = 0, \quad M(1;0;-3)$

5. $(z-2)^2 = x^2 - y^2, \quad M(2;2;2)$

6. $z = xy - 3x + y - 1, \quad M(-1;3;2)$

7. $2x^2 + y^2 - z^2 + 4x - 2y - 4z = 0, \quad M(1;1;-5)$

8. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6, \quad M(1;-1;1)$

9. $z^2 = x^2 + 3y^2, \quad M(3;4;5)$

10. $x^2y + z^3 = 12, \quad M(2;1;2)$

11. $x^2 - 4y^2 + 5z - 2y + 2z^2 = 0, \quad M(0;1;-2)$

12. $x^2 + y^2 - z^2 = 0, \quad M(0,-1,3)$

13. $x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0, \quad M(-1,-2,8)$

14. $2x^2 - 4y^2 - z = 0, \; M(2,1,4)$

15. $x^2 - y^2 - 3z = 0, \; M(-1,4,2)$

16. $3x^2y - xy + 6x - 3z = 1, \; M(2,-9,7)$

17. $3z^2 - 7x^3 + 2xyz - 2x = 2, \; M(2,-1,0)$

18. $xy - 2x^2 + y^3z^2 = 0, \; M(-1,-2,7)$

19. $5x-6y+3x2y^3-x=0,\ M(1,-1,-1)$

20. $x^2y^2z+2z+6y=0,\ M(5,-1,-3)$

21. $x-y+xyz^2=0,\ M(0,1,1)$

22. $-xyz+2x^2z=0,\ M(1,-1,1)$

23. $3x^2-2y^3+4z^2=0,\ M(2,-2,3)$

24. $x^2y^3z-2x^2+y=0,\ M(1,1,1)$

25. $5-2x+3y-5z+xyz-y^2=0,\ M(-1,-2,-3)$

26. $3x^2yz^2+2y+3z^2-x=0,\ M(5,-4,1)$

27. $2x^2-4y^2x-zxy=0,\ M(2,1,-1)$

28. $5x-6y+x^2y^2z^2=0,\ M(1,1,-1)$

29. $(z-2)^2=(x+1)^2-y^2,\quad M(0;2;-1)$

30. $2(z-2)^2=x^2-(y+1)^3,\quad M(1;0,2)$

МЕТОДИ НАВЧАННЯ

(надається опис методів навчання)

Методи навчання, з окремої навчальної дисципліни – це методи взаємодії між викладачем та студентами, а саме методи подання інформації студентові в ході його пізнавальної діяльності.

На лекційних та практичних заняттях з метою активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів при вивченні дисципліни «Вища математика» використовуються наступні методи.

Пояснювально-ілюстративний метод або інформаційно-рецептивний. Студенти здобувають знання у «готовому» вигляді, слухаючи лекцію, або з навчальної (або методичної) літератури, або за допомогою Інтернет-посібника. Студенти сприймають і осмислюють факти, оцінки, висновки й залишаються в рамках репродуктивного (відтворюючого) мислення. Такий метод якнайширше застосовують для передавання значного масиву інформації. Його можна використовувати для викладення й засвоєння фактів, підходів, оцінок, висновків.

Репродуктивний метод. Ідеться про застосування вивченого на основі зразка або правила. Діяльність студентів є алгоритмічною, тобто відповідає інструкціям, розпорядженням, правилам – в аналогічній до представленого зразка ситуаціях. Організовується діяльність студентів за кількаразовим відтворенням засвоюваних знань. Для цього використовуються різноманітні вправи, лабораторні, практичні роботи, програмований контроль, різні форми самоконтролю. Цей метод застосовується у взаємозв'язку з інформаційно-рецептивним методом (який передує репродуктивному). Разом вони сприяють формуванню знань, навичок і вмінь в студентів, формують основні розумові операції (аналіз, синтез, узагальнення, перенос, класифікація).

Метод проблемного навчання. Викладач, перш ніж знайомити з матеріалом, ставить проблему, формує пізнавальне завдання, а потім розкриваючи систему доказів, порівнюючи погляди, різні підходи, показує спосіб розв’язання поставленого завдання. Студенти стають свідками й співучасниками наукового пошуку і не тільки сприймають, усвідомлюють та запам'ятовують готову інформацію, але й стежать за логікою доказів, за рухом думки педагога.

Частково-пошуковий, або евристичний метод. Його суть – в організації активного пошуку розв’язання висунутих педагогом пізнавальних завдань або під керівництвом педагога, або на основі евристичних програм і вказівок. Процес мислення поетапно направляється й контролюється педагогом або самими учнями на основі роботи над завданнями і навчальними посібниками.

За джерелами знань використовуються наступні методи: словесні (лекція, дискусія, пояснення), практичні (розрахункові роботи); наочні (ілюстрація, демонстрація).

МЕТОДИ КОНТРОЛЮ

(надається опис методів контролю)

Контроль знань і умінь студентів (поточний і підсумковий) з дисципліни здійснюють згідно з кредитною системою організації навчального процесу. Рейтинг студента із засвоєння дисципліни визначається за 100 бальною шкалою.

Поточний контроль знань здійснюється проведенням підсумкових контрольних робіт у письмовій та усній формі згідно навчальній робочій програмі. У період між проведенням підсумкового контролю знань проводяться контрольні роботи, передбачені навчальною робочою програмою, та декілька тематичних самостійних робіт, результати яких вказують на недоліки, які виникають у студентів при вивченні поточної теми

Контроль складової робочої програми, яка освоюється під час самостійної роботи студента, проводиться:

- з лекційного матеріалу – шляхом перевірки конспектів та контрольних робіт;
- з індивідуальних завдань – за допомогою перевірки виконаних завдань за варіантом, що видається викладачем.

Семестровий контроль проводиться у формі екзамену відповідно до навчального плану в обсязі навчального матеріалу, визначеного навчальною програмою та у терміни, встановлені навчальним планом.

Семестровий контроль проводитися у письмовій формі по екзаменаційних білетах.

Результати поточного контролю (поточна успішність) можуть враховуватись для виставлення оцінки з даної дисципліни.

Студент вважається допущеним до семестрового екзамену з навчальної дисципліни за умови повного відпрацювання усіх практичних занять та індивідуальних завдань, передбачених навчальною програмою з дисципліни.

Підсумкова (загальна оцінка) курсу навчальної дисципліни є сумою рейтингових оцінок (балів), одержаних за окремі оцінювані форми навчальної діяльності: поточне тестування рівня засвоєності теоретичного матеріалу під час аудиторних занять і самостійної роботи, оцінка (бали) за виконання контрольних робіт та оцінка (бали) за іспит.

РОЗПОДІЛ БАЛІВ, ЯКІ ОТРИМУЮТЬ СТУДЕНТИ, ТА ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ ТА УМІНЬ (НАЦІОНАЛЬНА ТА ECTS)

Таблиця 1. Розподіл балів для оцінювання поточної успішності студента

Контрольні роботи	Самостійні роботи	Д/з	Р	Індивідуальні завдання	Іспит	Сума
40	5	8	20	7	20	100

Критерії та система оцінювання знань та вмінь студентів

Згідно основних положень ЄКТС, під **системою оцінювання** слід розуміти сукупність методів (письмові, усні і практичні тести, екзамени, проекти, тощо), що використовуються при оцінюванні досягнень особами, що навчаються, очікуваних результатів навчання.

Успішне оцінювання результатів навчання є передумовою присвоєння кредитів особі, що навчається. Тому твердження про результати вивчення компонентів програм завжди повинні супроводжуватися зрозумілими та відповідними **критеріями оцінювання** для присвоєння кредитів. Це дає можливість стверджувати, чи отримала особа, що навчається, необхідні знання, розуміння, компетенції.

Критерії оцінювання – це описи того, що як очікується, має зробити особа, яка навчається, щоб продемонструвати досягнення результату навчання.

Основними концептуальними положеннями системи оцінювання знань та вмінь студентів є:

1. Підвищення якості підготовки і конкурентоспроможності фахівців за рахунок стимулювання самостійної та систематичної роботи студентів протягом навчального семестру, встановлення постійного зворотного зв'язку викладачів з кожним студентом та своєчасного коригування його навчальної діяльності.
2. Підвищення об'єктивності оцінювання знань студентів відбувається за рахунок контролю протягом семестру із використанням 100 бальної шкали (табл. 2). Оцінки обов'язково переводять у національну шкалу (з виставленням державної семестрової оцінки „відмінно", „добре", „задовільно" чи „незадовільно") та у шкалу ECTS (A, B, C, D, E, FX, F).

Таблиця 2. – Шкала оцінювання знань та умінь: національна та ECTS

Рейтингова Оцінка, бали	Оцінка ECTS та її визначення	Національна оцінка	Критерії оцінювання	
			позитивні	негативні
1	2	3	4	5
90-100	A	Відмінно	- **Глибоке знання** навчального матеріалу модуля, що містяться в **основних і додаткових літературних джерелах;** - **вміння аналізувати** явища, які вивчаються, в їхньому взаємозв'язку і розвитку; - **вміння** проводити **теоретичні розрахунки**; - **відповіді** на запитання **чіткі**, **лаконічні, логічно послідовні;** - **вміння вирішувати складні практичні задачі.**	Відповіді на запитання можуть містити **незначні неточності**
82-89	B	Добре	- **Глибокий рівень знань** в обсязі **обов'язкового матеріалу**, що передбачений модулем; - вміння давати **аргументовані відповіді** на запитання і проводити **теоретичні розрахунки**; - вміння вирішувати **складні практичні задачі.**	Відповіді на запитання містять **певні неточності;**
75-81	C	Добре	- **Міцні знання** матеріалу, що вивчається, та його **практичного застосування;** - вміння давати **аргументовані відповіді** на запитання і проводити **теоретичні розрахунки**; - вміння вирішувати **практичні задачі.**	- невміння використовувати теоретичні знання для вирішення **складних практичних задач.**
64-74	D	Задовільно	- Знання **основних фундаментальних положень** матеріалу, що вивчається, та їх **практичного застосування**; - вміння вирішувати прості **практичні задачі**.	- Невміння давати **аргументовані відповіді** на запитання; - невміння **аналізувати** викладений матеріал і **виконувати розрахунки;** - невміння вирішувати **складні практичні задачі.**

60-63	E	Задовільно	- Знання **основних фундаментальних положень** матеріалу модуля, - вміння вирішувати найпростіші **практичні задачі**.	незнання **окремих (непринципових) питань** з матеріалу модуля; - невміння **послідовно і аргументовано** висловлювати думку; - невміння застосовувати теоретичні положення при розвязанні **практичних задач**
35-59	FX (потрібне додаткове вивчення)	Незадовільно	**Додаткове вивчення** матеріалу модуля може бути виконане **в терміни, що передбачені навчальним планом**.	Незнання **основних фундаментальних положень** навчального матеріалу модуля; - **істотні помилки** у відповідях на запитання; - невміння розв'язувати **прості практичні задачі.**
1-34	F (потрібне повторне вивчення)	Незадовільно	-	- Повна **відсутність знань** значної частини навчального матеріалу модуля; - **істотні помилки** у відповідях на запитання; -незнання основних фундаментальних положень; - невміння орієнтуватися під час розв'язання **простих практичних задач**

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Складовими частинами комплексу навчально-методичного забезпечення навчальної дисципліни є базова література, кейси для поточного та підсумкового контролю знань і вмінь студентів, шкала та критерії оцінювання знань та вмінь студентів, які є в наявності на сайті кафедри

http://web.kpi.kharkov.ua/vm/osvita/

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Базова література

1. Вища математика. Ч.1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї та багатьох змінних / О.В. Барабаш, С.Ю. Дзядик, Ю.Д. Жданова, О.Б. Омецинська, В.В. Онищенко, С.М. Шевченко. – К.: ДУТ, 2015. – 187 с. https://www.dut.edu.ua/uploads/l_1597_33229502.pdf
2. Вища математика: Теорія і практика [Электронный ресурс] : електронний медійний інтерактивний навч. посібник : у 2 ч. / Ю. Л. Геворкян, Н. О. Чікіна, І. В. Антонова ; дар. Н. О. Чікіна ; НТУ “ХПІ”. - Ч. 1 : Теорія границь. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної. - Харків : Друкарня Мадрид, 2016. - 1 эл. опт. диск (DVD-ROM)

   http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/37954
3. Вища математика: Теорія і практика [Электронный ресурс] : електронний медійний інтерактивний навч. посібник : у 2 ч. / Ю. Л. Геворкян, Н. О. Чікіна, І. В. Антонова ; дар. Н. О. Чікіна ; НТУ “ХПІ”. - Ч. 2 : Функції декількох змінних. Диференціальні рівняння. Ряди. Кратні інтеграли. - Харків : Друкарня Мадрид, 2018. - 1 эл. опт. диск (DVD-ROM).

   http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/37953
4. Вища математика у прикладах і задачах [Текст] : навч.-метод. посібник / Т. Л. Корніль, Г. О. Голотайстрова, С. Є. Гардер. Ч. 1 : Елементи лінійної алгебри. Аналітична геометрія на площині / НТУ “ХПІ” ; дар. Г. О. Голотайстрова. - Харків : Друкарня Мадрид, 2020. - 80 с.

   http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/53221
5. Математичний аналіз : навч. посібник : у 9 модулях. Модуль 1. Вступ до математичного аналізу. Елементи теорії множин, послідовності / Н. М. Ясницька [та ін.] ; Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". – Харків : Підручник НТУ "ХПІ", 2014. – 140 с. http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/52293

Допоміжна література

6. Лінійна алгебра [Текст] : навч.-метод. посібник / О. О. Набока ; дар. О. О. Набока ; НТУ “ХПІ”. - Харків : НТУ “ХПІ”, 2020. - 64 с.

http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/49165

7. Векторна алгебра. Методичні вказівки до практичних занять для студентів усіх спеціальностей з дисципліни "Вища математика"/ Укл.: Корнієнко С. П., Мурашковська В. П., Корнієнко І. В. – Чернігів, ЧНТУ, 2020. – 67 с http://ir.stu.cn.ua/handle/123456789/19193
8. Лінійна алгебра та аналітична геометрія : метод. вказівки та завд. до самост. роботи з дисципліни “Вища математика” для студентів інженер. спец. / уклад.: В. П. Мурашковська, Л. А. Руновська. - Чернігів : ЧНТУ, 2019. - 68 с. http://ir.stu.cn.ua/handle/123456789/17859
9. Методичні вказівки до проведення тестового контролю знань з вищої математики за темою "Диференціальне числення функції однієї змінної" : для викл. та студентів усіх спец. ф-тів: МТ, МБ, ЕМБ, Е, АП, КІТ, ТОР, ТНР / уклад. А. М. Гайдаш ; Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". – Харків : НТУ "ХПІ", 2018. – 80 с. http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/43776
10. Методичні рекомендації до проведення тестового контролю знань з вищої математики за темою "Лінійна алгебра" : для викладачів математики та студ. техн. спец. НТУ "ХПІ" / уклад. І. М. Католик ; Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". – Харків : НТУ "ХПІ", 2017. – 52 с. http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/29912
11. Прищенко О.П., Чорна О.С. Похідна та її застосування: методичні вказівки до проведення практичних занять для студентів усіх спеціальностей / уклад.О. П. Пріщенко, О. С. Чорна. – Харків : НТУ «ХПІ», 2018. – 36 с. http://web.kpi.kharkov.ua/vm/wp-content/uploads/sites/22/2022/11/pohidna-metodichka.pdf
12. Методичні вказівки до проведення тестового контролю знань з вищої математики за темою "Диференціальне числення функції однієї змінної" : для викл. та студентів усіх спец. ф-тів: МТ, МБ, ЕМБ, Е, АП, КІТ, ТОР, ТНР / уклад. А. М. Гайдаш ; Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". – Харків : НТУ "ХПІ", 2018. – 80 с. http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/43776
13. Музиченко С. В., Філон Л. Г. Практикум з математичного аналізу. Ч. 1. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функції однієї змінної : навч. посібник [електронне видання]. Чернігів : НУЧК імені Т. Г. Шевченка, 2022. 92 с.

http://erpub.chnpu.edu.ua:8080/jspui/handle/123456789/8080

14. Вища математика: Диференціальне числення функцій багатьох змінних. Навчальний посібник. [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад. : В.А. Пилипенко, Є.В. Массалітіна. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,466 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 62 с https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/46038/1/VM_DIFNP_NP.pdf

ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ В ІНТЕРНЕТІ

http://web.kpi.kharkov.ua/vm/osvita/metodichnij-kabinet/ – методичний кабінет кафедри вищої математики.