

**Контрольні завдання на II семестр для студентів
заочного навчання факультету КИТ, інституту Е, інституту ХТ**

Номер варіанта – остання цифра в номері залікової книжки. Якщо цей номер закінчується цифрою 0, то – десятий варіант.

ВАРІАНТ 1

1. Знайти

$$\text{а) } \int \frac{\sqrt{\ln x + 4}}{x} dx; \quad \text{б) } \int (2x - 3) \cos 4x dx; \quad \text{в) } \int \frac{x + 5}{(x^2 - 1)(x + 2)} dx.$$

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = 2 - x^2$, $y = x^2$.

3. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, якщо $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$.

4. Розв'язати рівняння $y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$.

5. Розв'язати задачу Коши $y'' + y = 2x^3 - x + 2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.

ВАРІАНТ 2

1. Знайти

$$\text{а) } \int \frac{(2 \ln x + 4)^3}{x} dx; \quad \text{б) } \int (5x - 2)e^{3x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{x^2 + 3x + 1}{x(x^2 + 1)} dx.$$

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = x^3$, $y = 8$, $x = 0$.

3. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, якщо $z = x^2 + y^2 - xy + 3x - 2y + 1$.

4. Розв'язати рівняння $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x$.

5. Розв'язати задачу Коши $y'' - y' = 3x^2 + 2x - 1$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

ВАРІАНТ 3

1. Знайти

$$\text{а) } \int \frac{x^3}{\sqrt[3]{x^4+8}} dx; \quad \text{б) } \int \sin^2 x \cos x dx; \quad \text{в) } \int \frac{2x^2 - x - 5}{(x+2)^3} dx.$$

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = 2x - x^2$, $y = -x$.

3. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, якщо $z = 2x^2 + 3y^2 + 4xy + 4x + 7y + 5$.

4. Розв'язати рівняння $y' + \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3}$.

5. Розв'язати задачу Коши $y'' + 6y' + 9y = 3x - 7$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

ВАРІАНТ 4

1. Знайти

$$\text{а) } \int \frac{4 + (\arcsin x)^7}{\sqrt{1-x^2}} dx; \quad \text{б) } \int x 4^{5x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{x^2 + 3x + 6}{x^3 + 3x^2 + 2x} dx.$$

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = 4x - x^2$, $y = 0$.

3. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, якщо $z = x^3 - 6y^2 - 15x + 3xy^2 - 4$.

4. Розв'язати рівняння $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin x$.

5. Розв'язати задачу Коши $y'' + 4y = \sin x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

ВАРІАНТ 5

1. Знайти

$$\text{а) } \int \frac{(18x - 7 \operatorname{arctg} 5x)}{1 + 25x^2} dx; \quad \text{б) } \int (3x - 5)e^{-2x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{3x^2 + 7}{(x^2 + 4)(x + 1)} dx.$$

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2$, $y = 4$.

3. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, якщо $z = 3x^2 - 5y^2 + 6x - 10y - 15$.

4. Розв'язати рівняння $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x$.

5. Розв'язати задачу Коши $y'' - 3y' + 2y = x^2 - 1$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$.

ВАРІАНТ 6

1. Знайти

а) $\int \frac{2 \operatorname{arctg} 3x - x}{1 + 9x^2} dx$; б) $\int (x+5) \sin 4x dx$; в) $\int \frac{2x^2 - 2x + 8}{x^2(x+4)} dx$.

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2 + 1$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$.

3. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, якщо $z = 3xy - 2x^2 - \frac{9}{4}y + 3x + 27$.

4. Розв'язати рівняння $xy' - 2y = 2x^4$.

5. Розв'язати задачу Коши $y'' - 2y' = 2e^x$, $y(1) = -1$, $y'(1) = 0$.

ВАРІАНТ 7

1. Знайти

а) $\int \frac{\cos x}{4 \sin x + 9} dx$; б) $\int x e^{-7x} dx$; в) $\int \frac{x-2}{(x^2+1)(x+1)} dx$.

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $xy = 6$, $x + y = 7$.

3. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, якщо $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$.

4. Розв'язати рівняння $x^2 y' + xy + 1 = 0$.

5. Розв'язати задачу Коши $y'' + y = 4e^x$, $y(0) = 4$, $y'(0) = -3$.

ВАРІАНТ 8

1. Знайти

а) $\int \frac{\cos x}{5 \sin x + 3} dx$; б) $\int (x^2 + 4)^{\frac{5}{2}} x dx$; в) $\int \frac{2x-5}{x^2(x-4)} dx$.

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = 3 + 2x - x^2$, $y = 0$.

3. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, якщо $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$.

4. Розв'язати рівняння $y' \sin x - y \cos x = 1$.

5. Розв'язати задачу Коши $y'' + 4y = e^{-2x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

ВАРІАНТ 9

1. Знайти

а) $\int \frac{(\arcsin x)^6}{\sqrt{1-x^2}} dx$; б) $\int (5x+4) \cos 3x dx$; в) $\int \frac{x+2}{x(x^2+1)} dx$.

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = 2 - x^2$, $y = 5 - 4x^2$.

3. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, якщо $z = x^2 + y^2 - 2x - 4\sqrt{xy} - 2y + 8$.

4. Розв'язати рівняння $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3$.

5. Розв'язати задачу Коши $4y'' - y = x^3 - 24x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.

ВАРІАНТ 10

1. Знайти

а) $\int \frac{7+5 \ln x}{x} dx$; б) $\int (3x-1) \sin 4x dx$; в) $\int \frac{x+3}{x^2(x+2)} dx$.

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = 3 - x^2$, $y = 5 - 3x^2$.

3. Знайти $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, якщо $z = \frac{1}{6}(y-2x)^3 - x^2 + \frac{1}{2}y^2 + xy - 3y$.

4. Розв'язати рівняння $y' - \frac{2}{x}y = 3x^2 - 2x^4$.

5. Розв'язати задачу Коши $y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3, 2$.