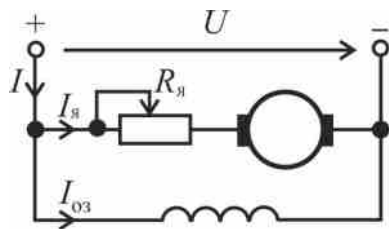
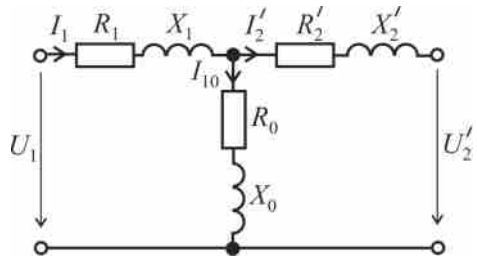


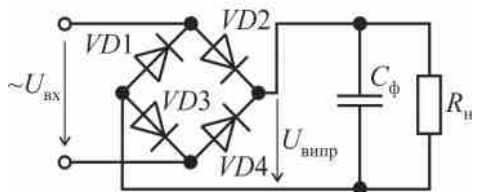
$$I = \frac{E}{R_{\text{екв}}}, R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}, I = \frac{U}{z}, z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}, I_\phi = \frac{U_\phi}{z_\phi}, U_\phi = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}}, P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi$$



$$n = \frac{W_1}{W_2}, \eta_{\text{НОМ}} = \frac{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_{\text{Н}}}{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_{\text{Н}} + P_{10} + \beta^2 P_{\text{К}}}$$

$$P_{\text{НОМ}} = \frac{P_{2\text{НОМ}}}{\eta_{\text{НОМ}}}, M_{2\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{2\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}}, n = \frac{U_{\text{Я}} - R_{\text{Я}} I_{\text{Я}}}{C_E \Phi}$$



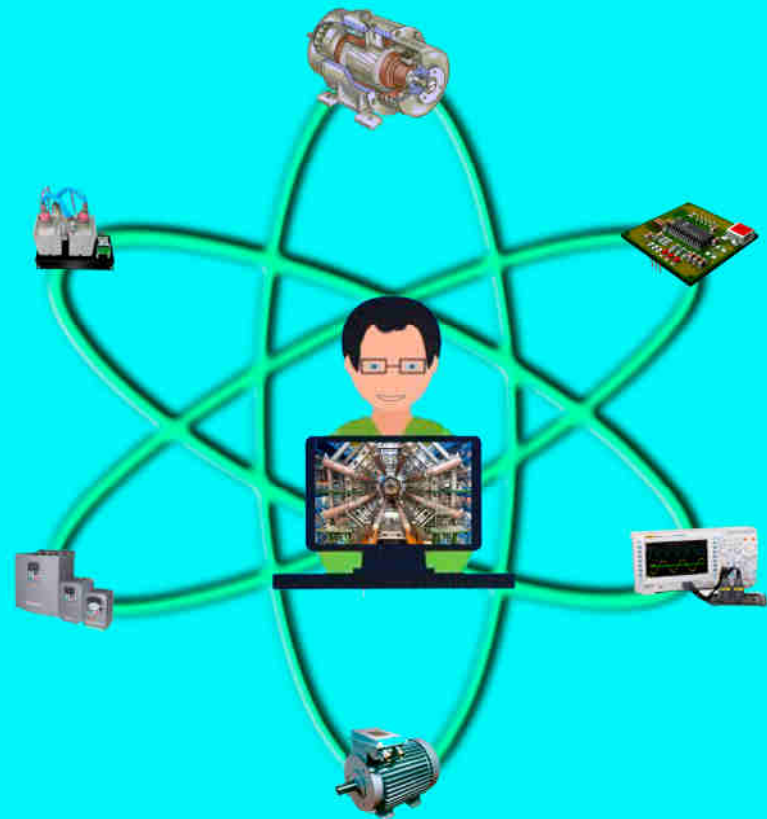
$$P_{\text{ВЫХ}} = \frac{P_{\text{вх}}}{q}$$

$$\tau_\phi = \frac{1}{2\pi f_{\text{ОСН}} P_{\text{ВЫХ}}}$$

$$C_\phi = \frac{\tau_\phi}{R_{\text{Н}}}$$

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

ЗБІРНИК ЗАДАЧ 3 ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
“ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

В. Ф. Болюх, К. В. Коритченко, В. С. Марков,
І. В. Поляков, Є. В. Гончаров, Н. В. Крюкова, Н. П. Мусихіна

З Б І Р Н І К З А Д А Ч

З Е Л Е К Т Р О Т Е Х Н І К И

*Рекомендовано Вченою Радою НТУ «ХПІ» для студентів
неелектротехнічних спеціальностей та викладачів*

За редакцією проф. Болюха В. Ф.

Харків
НТУ “ХПІ”
2021

УДК 621.3(076.1)

З-41

Рецензенти:

Батигін Ю. В., проф., д-р техн. наук, ХНАДУ

Плюгін В. Є, проф., д-р техн. наук, ХНУМГ ім. О. М. Бекетова

Автори: В. Ф. Болюх, К. В. Коритченко, В. С. Марков,

І. В. Поляков, Є. В. Гончаров, Н. В. Крюкова, Н. П. Мусихіна

Рекомендовано Вченою Радою НТУ «ХПІ» як задачник з електротехніки для студентів неелектротехнічних спеціальностей та викладачів, протокол № 7 від 02. 07. 2021 р.

З-41 Збірник задач з електротехніки: збірник задач / В. Ф. Болюх, К. В. Коритченко, В. С. Марков та інш.; за ред. В. Ф. Болюха. – Харків: НТУ «ХПІ», 2021. – 196 с.

ISBN

У збірнику подані задачі з основних розділів курсу електротехніки для студентів неелектричних спеціальностей вищих навчальних закладів. Збірник складається із задач з розв'язаннями, а також із задач, які пропонуються для самостійного розв'язання. Використаний ряд задач всеукраїнських олімпіад з електротехніки, які проводилися у НТУ «ХПІ» (м. Харків) в 2005 –2019 р.р.

Призначено для студентів і викладачів електротехніки під час підготовки до олімпіад з електротехніки, а також при викладанні відповідних дисциплін та самостійної роботи студентів у процесі навчання.

Іл.157. Табл.3. Бібліогр. 10 назв.

УДК 621.3(076.1)

ISBN

© В. Ф. Болюх, К. В. Коритченко, В. С. Марков,
І. В. Поляков, Є. В. Гончаров, Н. В. Крюкова,
Н. П. Мусихіна, 2021 р.

ВСТУП

Електротехніка як навчальна дисципліна є важливою складовою освітніх програм при підготовці бакалаврів – майбутніх інженерів у вищих навчальних закладах. Теоретичні та практичні заняття з електротехнічних дисциплін є нерозривно пов'язаними етапами навчального процесу. В свою чергу, метою практичних занять з електротехніки є, насамперед, вивчення методів розв'язання електротехнічних задач.

У даному збірнику представлені задачі всеукраїнських олімпіад з електротехніки для студентів неелектротехнічних спеціальностей, які проводилися у місті Харкові на базі кафедри загальної електротехніки Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут” у період з 2005 по 2019 рік. Це своєрідне узагальнення виключного методичного досвіду проведення олімпіад з електротехніки. Перший такий досвід, у вигляді збірника задач, був виданий кафедрою загальної електротехніки у 2004 році. Він охоплював період часу у проведенні олімпіад з 1999 по 2004 рік.

Необхідність такого задачника обумовлена, по-перше, подальшим розвитком методики навчання електротехніки у вищих навчальних закладах України, по-друге, недостатньою кількістю вітчизняних задачників з електротехніки, а по-третє, необхідністю самопідготовки студентів до контрольних робіт, іспитів або до олімпіад з електротехніки першого та другого етапів в умовах, коли практичні заняття в курсі електротехніки або відсутні, або суттєво скорочені.

Переважає більшість задач у збірнику подана з розв'язанням за такими розділами: розрахунок електричних кіл постійного струму, однофазних електричних кіл змінного струму, трифазних електричних кіл, розрахунок параметрів та характеристик трансформаторів, електричних двигунів постійного струму, асинхронних двигунів, а також розрахунок електронних приладів та пристроїв. За темами усіх розділів пропонуються задачі для самостійного розв'язання. Для контролю розв'язання цих задач наведені відповіді.

У порівнянні зі збірником 2004 року розділ з розрахунку перехідних процесів в електричних колах відсутній, бо скорочення академічних годин на викладання електротехніки призводить до певного скорочення загалом навчального та зокрема лекційного матеріалів. Тому така досить складна тема для студентів неелектриків була видалена з олімпіадних задач обох етапів.

Методики розв'язання задач базуються на найбільш поширених методах, універсальних законах та загальновідомих принципах електротехніки.

Якщо в задачах спеціально не обумовлено, електровимірювальні прилади слід вважати ідеальними, тобто – опір амперметра дорівнює нулю, а опір вольтметра нескінченно великий. Також, якщо спеціально не вказується значення частоти напруги живлення у колах змінного струму, воно приймається рівним 50 Гц.

Бали, якими оцінювалася та чи інша задача або окрема дія в процесі розв'язання при перевірці на першому та другому етапах олімпіад, у задачниках не наводяться.

Автори будуть вдячні за зауваження та пропозиції щодо збірника, які можна надсилати за адресою:

61002, Харків 2, вул. Кирпичова 2, НТУ “ХПІ”, кафедра загальної електротехніки або електронною поштою:

markov@kpi.kharkov.ua

kafedra.ze.2016@gmail.com

vladyslav.markov@khipi.edu.ua

1. РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Задача № 1.1

Дано: в електричному колі (рис.1.1) відомі значення ЕРС $E_1 = 20$ В, $E_2 = 65$ В, $E_3 = 55$ В, а також опорів $R_1 = 15$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 5$ Ом, $R_5 = 10$ Ом та показання амперметрів A_1 та A_2 відповідно 2 А і 1 А.

Визначити: опори R_2 та R_6 , струми у вітках кола, показання ватметра.

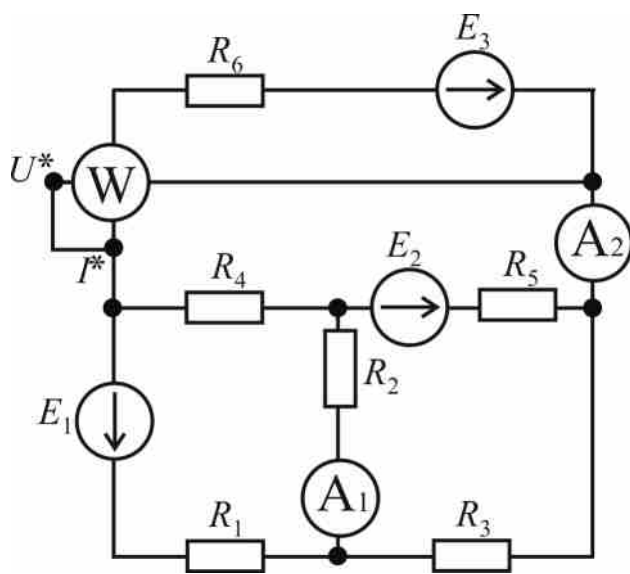


Рисунок 1.1

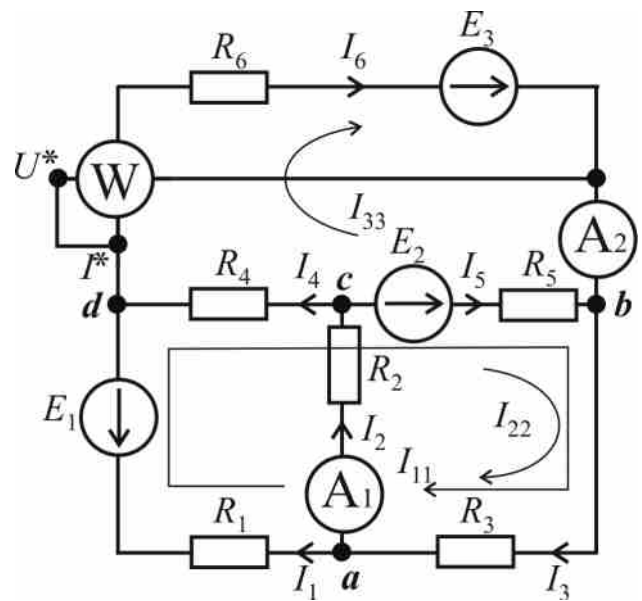


Рисунок 1.2

Розв'язання

Скористаємось методом контурних струмів. Проставимо їхній напрямки у схемі кола (рис. 1.2) і запишемо рівняння:

$$(R_1 + R_4 + R_5 + R_3)I_{11} + (R_3 + R_5)I_{22} - (R_4 + R_5)I_{33} = E_2 - E_1,$$

де $I_{22} = I_2 = 2$ А, $I_{33} = I_6 = 1$ А.

Тоді

$$I_{11} = \frac{E_2 - E_1 - (R_3 + R_5)I_2 + (R_4 + R_5)I_6}{R_1 + R_4 + R_5 + R_3} = \frac{65 - 20 - (10 + 10) \cdot 2 - (5 + 10) \cdot 1}{15 + 5 + 10 + 10} = 0,5 \text{ А.}$$

Визначимо струми у вітках кола:

$$I_1 = I_{11} = 0,5 \text{ А}, \quad I_3 = I_{11} + I_{22} = 0,5 + 2 = 2,5 \text{ А},$$

$$I_4 = I_{33} - I_{11} = 1 - 0,5 = 0,5 \text{ А}, \quad I_5 = I_{11} + I_{22} - I_{33} = 0,5 + 2 - 1 = 1,5 \text{ А.}$$

Для визначення опору R_2 запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа: $R_5 I_5 + R_3 I_3 + R_2 I_2 = E_2$, звідси

$$R_2 = \frac{E_2 - R_5 I_5 - R_3 I_3}{I_2} = \frac{65 - 10 \cdot 1,5 - 10 \cdot 2,5}{2} = 12,5 \text{ Ом.}$$

Для визначення опору R_6 також записуємо рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$-R_5 I_5 + R_4 I_4 + R_6 I_6 = E_3 - E_2, \text{ звідси}$$

$$R_6 = \frac{E_3 - E_2 + R_5 I_5 - R_4 I_4}{I_6} = \frac{55 - 65 + 10 \cdot 1,5 - 5 \cdot 0,5}{1} = 2,5 \text{ Ом.}$$

Показання ватметра, з урахуванням способу вмикання його у колі, визначимо за модулем як

$$|P_W| = |I_6 (E_3 - R_6 I_6)| = 1 \cdot (55 - 2,5 \cdot 1) = 52,5 \text{ Вт.}$$

Задача 1.2

Дано: у колі (рис.1.3) відомі ЕРС $E_1 = 60 \text{ В}$, $E_2 = 90 \text{ В}$ та опір $R = 5 \text{ Ом}$.

Визначити: струми та потужність джерел енергії для кола за рис.1.3.

Розв'язання

Для розв'язання задачі скористаємось еквівалентним перетворенням «зірка – трикутник».

«Зірки» з опорами R и $2R$ перетворюємо в еквівалентні «трикутники»:

$$R'_{ab} = R'_{bc} = R'_{ac} = R + R + \frac{R \cdot R}{R} = 3R;$$

$$R''_{ab} = R''_{bc} = R''_{ac} = 2R + 2R + \frac{2R \cdot 2R}{2R} = 6R.$$

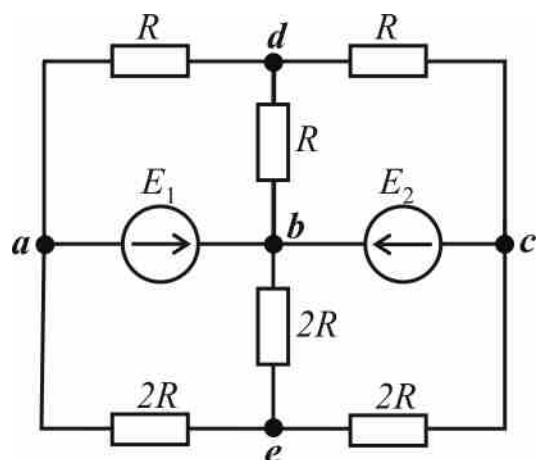


Рисунок 1.3

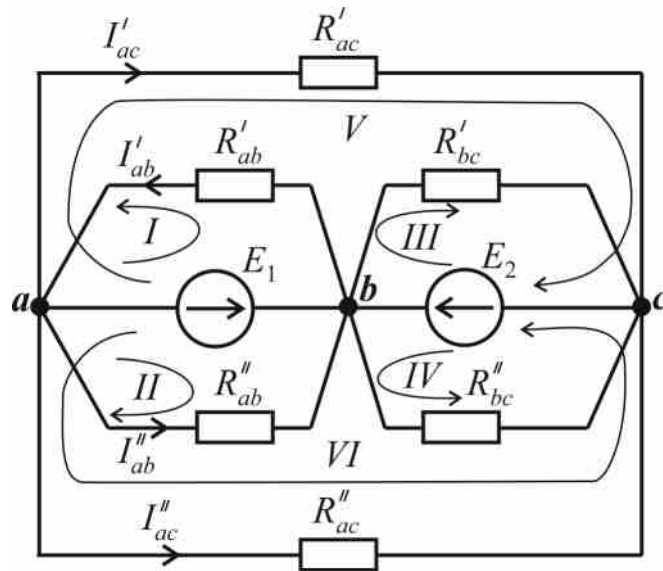


Рисунок 1.4

З урахуванням заміни, що проведена вище, на рис.1.4 дана еквівалентна схема кола, у якій показано напрями струмів джерел енергії, що недоторкані перетворенням, а також напрями в інших елементах кола.

За другим законом Кірхгофа для контурів *I*, *II*, *III*, *IV*, *V*, *VI* визначаємо струми на елементах кола:

для контуру *I*
$$I'_{ab} = \frac{E_1}{R'_{ab}} = \frac{60}{15} = 4 \text{ A},$$

для контуру *II*
$$I''_{ab} = \frac{E_1}{R''_{ab}} = \frac{60}{30} = 2 \text{ A},$$

для контуру *III*
$$I'_{bc} = \frac{E_2}{R'_{bc}} = \frac{90}{15} = 6 \text{ A},$$

для контуру *IV*
$$I''_{bc} = \frac{E_2}{R''_{bc}} = \frac{90}{30} = 3 \text{ A},$$

для контуру *V*
$$I'_{ac} = \frac{E_2 - E_1}{R'_{ac}} = \frac{90 - 60}{15} = 2 \text{ A},$$

для контуру *VI*
$$I''_{ac} = \frac{E_2 - E_1}{R''_{ac}} = \frac{90 - 60}{30} = 1 \text{ A}.$$

За першим законом Кірхгофа для вузлів *a* і *c* визначаємо струми джерел енергії:

для вузла a $I_1 = I'_{ab} + I''_{ab} - I'_{ac} - I''_{ac} = 4 + 2 - 2 - 1 = 3 \text{ А}$,

для вузла c $I_2 = I'_{bc} + I''_{bc} + I'_{ac} + I''_{ac} = 6 + 3 + 2 + 1 = 12 \text{ А}$.

Потужність джерел енергії

$$P_{\text{дж}} = E_1 I_1 + E_2 I_2 = 60 \cdot 3 + 90 \cdot 12 = 1260 \text{ Вт.}$$

Задача 1.3

Дано: у схемі на рис.1.5 відомі ЕРС $E_1 = 180 \text{ В}$; $E_2 = 90 \text{ В}$ та опори $R_1 = R_4 = 30 \text{ Ом}$; $R_2 = R_3 = 15 \text{ Ом}$.

Визначити: показання амперметрів I_A, I_1, I_2 , (рис.1.5) якщо:

- а) $R = 0$; б) $R = 20 \text{ Ом}$; в) $R = 40 \text{ Ом}$.

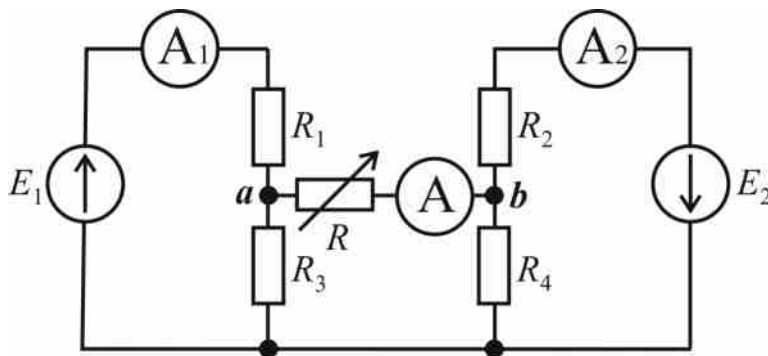


Рисунок 1.5

Розв'язання

Для визначення струму I використовуємо метод еквівалентного генератора

$$I = \frac{U_{\text{ег}}}{R_{\text{ег}} + R}.$$

Для визначення ЕРС еквівалентного генератора $E_{\text{ег}}$ використовуємо схему за рис.1.6.

За рис.1.6 маємо, що напруга еквівалентного генератора, яка дорівнює напрузі холостого ходу, знаходиться таким чином

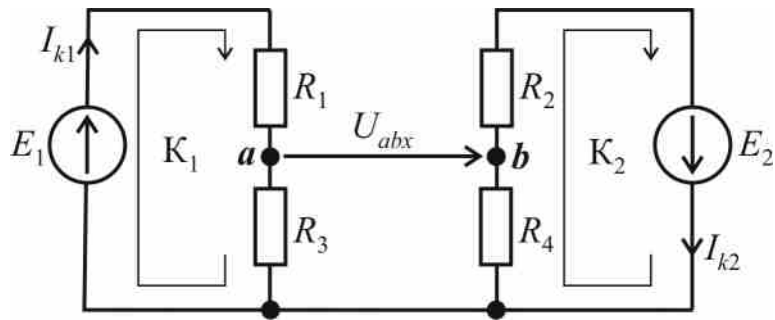


Рисунок 1.6

$$E_{\text{ер}} = U_{\text{абх}} = R_3 I_{k1} + R_4 I_{k2} = R_3 \frac{E_1}{R_1 + R_3} + R_4 \frac{E_2}{R_2 + R_4} =$$

$$= 15 \cdot \frac{180}{30 + 15} + 30 \cdot \frac{90}{30 + 15} = 120 \text{ В.}$$

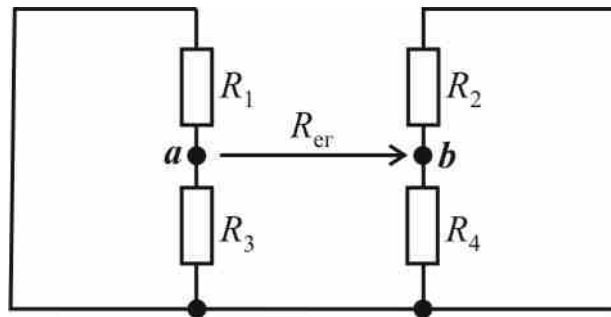


Рисунок 1.7

За допомогою рис.1.7 знаходимо опір еквівалентного генератора

$$R_{\text{ер}} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{30 \cdot 15}{30 + 15} + \frac{30 \cdot 15}{30 + 15} = 10 + 10 = 20 \text{ Ом.}$$

Якщо:

а) $R = 0$, $I_A = \frac{U_{\text{ер}}}{R_{\text{ер}} + R} = \frac{120}{20 + 0} = 6 \text{ А};$

б) $R = 20 \text{ Ом}$, $I_A = \frac{U_{\text{ер}}}{R_{\text{ер}} + R} = \frac{120}{20 + 20} = 3 \text{ А};$

в) $R = 40 \text{ Ом}$, $I_A = \frac{U_{\text{ер}}}{R_{\text{ер}} + R} = \frac{120}{20 + 40} = 2 \text{ А};$

Для визначення струмів I_1 і I_2 використовуємо 2-й закон Кірхгофа, враховуючи що струм $I_3 = I_1 - I_A$, а струм $I_4 = I_2 - I_A$.

Тоді маємо:

$$E_1 = R_1 I_1 + R_3 (I_1 - I_A), \text{ що дає } I_1 = \frac{E_1 + R_3 I_A}{R_1 + R_3};$$

$$E_2 = R_2 I_2 + R_4 (I_2 - I_A), \text{ що дає } I_2 = \frac{E_2 + R_4 I_A}{R_2 + R_4}.$$

Якщо:

$$\text{а) } R = 0, I_A = 6 \text{ А, } I_1 = \frac{180 + 15 \cdot 6}{30 + 15} = 6 \text{ А; } I_2 = \frac{90 + 30 \cdot 6}{15 + 30} = 6 \text{ А;}$$

$$\text{б) } R = 20 \text{ Ом, } I_A = 3 \text{ А, } I_1 = \frac{180 + 15 \cdot 3}{30 + 15} = 5 \text{ А; } I_2 = \frac{90 + 30 \cdot 3}{15 + 30} = 4 \text{ А;}$$

$$\text{в) } R = 40 \text{ Ом, } I_A = 2 \text{ А, } I_1 = \frac{180 + 15 \cdot 2}{30 + 15} = 4,67 \text{ А; } I_2 = \frac{90 + 30 \cdot 2}{30 + 15} = 3,33 \text{ А.}$$

Задача 1.4

Дано: у колі рис.1.8 відомі значення ЕРС $E_1 = 120 \text{ В}$ та опори

$R_1 = R_2 = R_4 = 12 \text{ Ом; } R_3 = R_5 = 24 \text{ Ом}.$

Визначити: значення E_2 , якщо $I_A = 0$.

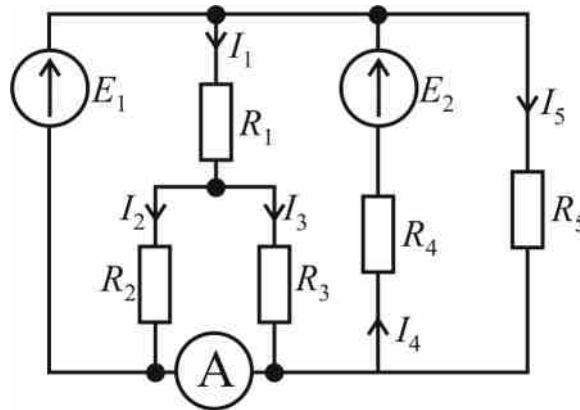


Рисунок 1.8

Розв'язання

Еквівалентний опір R_{23} , з урахуванням паралельного з'єднання відповідних опорів

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{12 \cdot 24}{12 + 24} = 8 \text{ Ом.}$$

Тоді за законом Ома струми I_1 та I_5 :

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_{23}} = \frac{120}{12 + 8} = 6 \text{ A}; I_5 = \frac{E_1}{R_5} = \frac{120}{24} = 5 \text{ A}.$$

За правилом розкиду струмів

$$I_3 = I_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 6 \frac{12}{12 + 24} = 2 \text{ A}.$$

За допомогою першого та другого закону Кірхгофа відповідно:

$$I_A = 0 = I_3 - I_4 + I_5 \Rightarrow I_4 = I_3 + I_5 = 2 + 5 = 7 \text{ A};$$

$$E_2 - E_1 = R_4 I_4 \Rightarrow E_2 = E_1 + R_4 I_4 = 120 + 12 \cdot 7 = 204 \text{ В}.$$

Задача № 1.5

Дано: у колі на рис.1.9 відомо

$$E_1 = 50 \text{ В}; E_2 = 75 \text{ В};$$

$$R_1 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 15 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 24 \text{ Ом}.$$

Визначити: при якому R_H ватметр покаже найбільшу потужність і чому вона буде дорівнювати? Який струм буде проходити крізь R_H ?

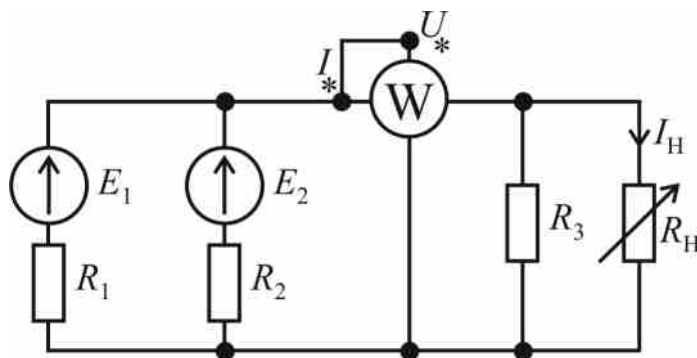


Рисунок 1.9

Розв'язання

Максимальна потужність відповідає узгодженому режиму, якщо еквівалентним генератором взяти сукупність E_1, R_1, E_2, R_2 . Опір еквівалентного генератора дорівнює

$$R_{\text{ег}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6 \text{ Ом}.$$

В узгодженому режимі:

$$\frac{R_3 R_H}{R_3 + R_H} = R_{\text{ег}}, \text{ звідки } R_H = \frac{R_3 R_{\text{ег}}}{R_3 - R_{\text{ег}}} = \frac{24 \cdot 6}{24 - 6} = 8 \text{ Ом};$$

ЕРС еквівалентного генератора

$$E_{\text{ер}} = E_2 + R_2 \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = 75 + 15 \frac{50 - 75}{10 + 15} = 60 \text{ В.}$$

Струм крізь ватметр

$$I_W = \frac{E_{\text{ер}}}{2R_{\text{ер}}} = \frac{60}{2 \cdot 6} = 5 \text{ А.}$$

Потужність ватметра можна визначити як

$$P_W = R_{\text{ер}} I_W^2 = 6 \cdot 5^2 = 150 \text{ Вт.}$$

Струм крізь R_H

$$I_H = I_W \frac{R_3}{R_H + R_3} = 5 \cdot \frac{24}{8 + 24} = 3,75 \text{ А.}$$

Задача 1.6.

Дано: у колі на рис.1.10 $E_5 = 150 \text{ В}$; $R_1 = 60 \text{ Ом}$; $R_2 = 80 \text{ Ом}$;

$R_5 = 40 \text{ Ом}$. Показання вимірювальних приладів: $I_{A1} = 0,75 \text{ А}$; $P_{W1} = 42 \text{ Вт}$;

$P_{W2} = -30 \text{ Вт}$.

Визначити: значення опорів R_3 , R_4 та ЕРС E_2 .

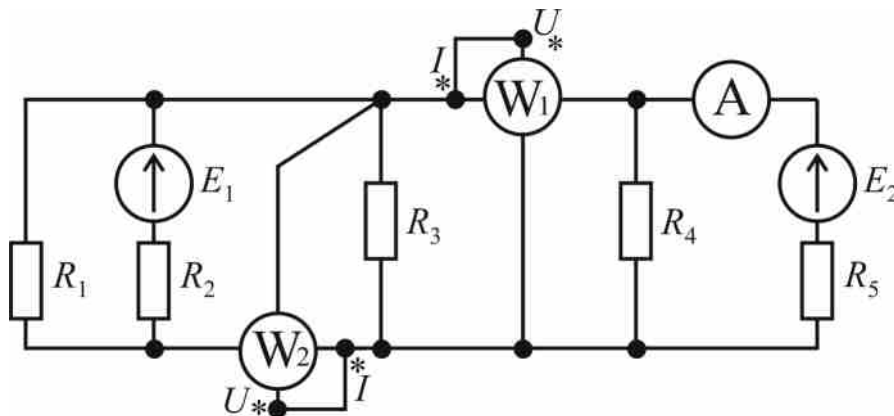


Рисунок 1.10

Розв'язання

По перше покажемо напрями струмів у колі на рис.1.11.

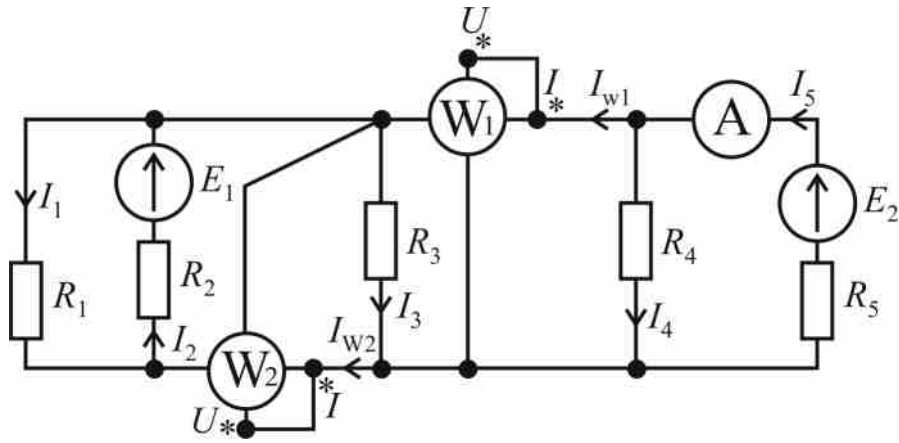


Рисунок 1.11

Тоді згідно зі схемою кола на рис.1.11

$$I_5 = I_{A1} = 0,75 \text{ А.}$$

За другим законом Кірхгофа маємо $E_5 = R_5 I_5 + U_{ab}$, звідки:

$$U_{ab} = E_5 - R_5 I_5 = 150 - 40 \cdot 0,75 = 120 \text{ В.}$$

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1} = \frac{120}{60} = 2 \text{ А.}$$

Напруги на потенційних обмотках ватметрів:

$$U_{W1} = U_{ab}, \quad U_{W2} = -U_{ab}.$$

Струми крізь струмові обмотки ватметрів:

$$I_{W1} = \frac{P_{W1}}{U_{W1}} = \frac{42}{120} = 0,35 \text{ А}, \quad I_{W2} = \frac{P_{W2}}{U_{W2}} = \frac{(-30)}{(-120)} = 0,25 \text{ А.}$$

Тоді струми I_2 , I_3 та I_4 згідно першого закону Кірхгофа:

$$I_2 = I_1 + I_{W2} = 2 + 0,25 = 2,25 \text{ А},$$

$$I_3 = I_{W1} + I_{W2} = 0,35 + 0,25 = 0,6 \text{ А},$$

$$I_4 = I_5 - I_{W1} = 0,75 - 0,35 = 0,4 \text{ А.}$$

Невідомі опори та ЕРС знаходимо як:

$$R_4 = \frac{U_{ab}}{I_4} = \frac{120}{0,4} = 300 \text{ Ом}, \quad R_3 = \frac{U_{ab}}{I_3} = \frac{120}{0,6} = 200 \text{ Ом.}$$

$$E_2 = R_2 I_2 + U_{ab} = 80 \cdot 2,25 + 120 = 300 \text{ В.}$$

Задача № 1.7

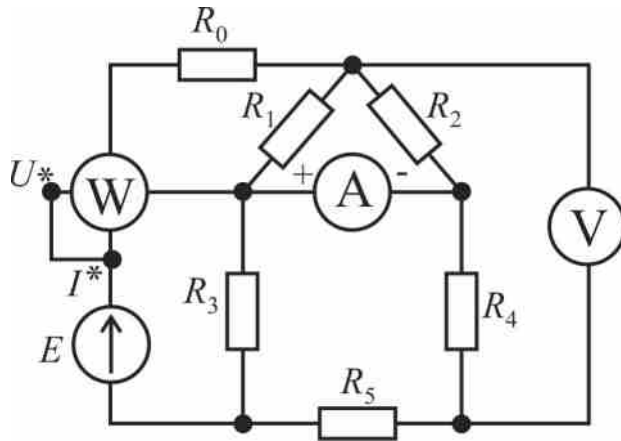


Рисунок 1.12

Дано: у електричному колі на рис.1.12

$$R_0 = 1 \text{ Ом}; R_1 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 30 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 10 \text{ Ом}; R_4 = 15 \text{ Ом};$$

$$R_5 = 5 \text{ Ом}; \text{ показання амперметра}$$

$$I_A = 1 \text{ А.}$$

Визначити: значення E ; показання ватметра та вольтметра.

Розв'язання

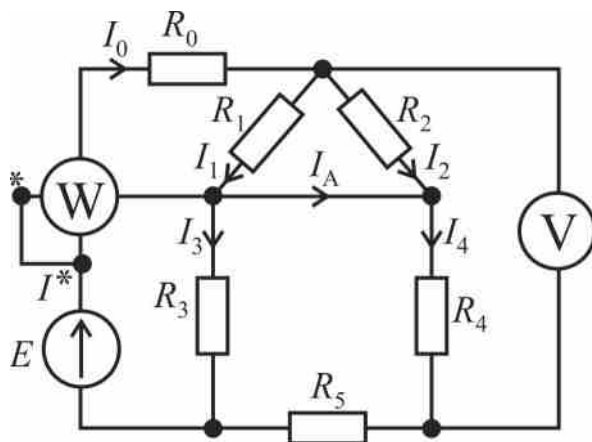


Рисунок 1.13

Позначимо струми на схемі кола (рис. 1.13). Тоді можна записати згідно законів Ома та Кірхгофа наступні рівняння:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2;$$

$$I_3 R_3 = I_4 (R_4 + R_5);$$

$$I_1 = I_A + I_3; I_4 = I_A + I_2;$$

$$I_1 = I_2 \frac{R_2}{R_1}; I_3 = I_4 \frac{R_4 + R_5}{R_3};$$

$$I_2 \frac{R_2}{R_1} = I_A + (I_A + I_2) \frac{R_4 + R_5}{R_3}.$$

Звідки знайдемо струми:

$$I_2 = 3I_A = 3 \cdot 1 = 3 \text{ А}; \quad I_1 = I_2 \frac{R_2}{R_1} = 3 \cdot \frac{30}{10} = 9 \text{ А};$$

$$I_3 = I_1 - I_A = 9 - 1 = 8 \text{ А}; \quad I_4 = I_A + I_2 = 1 + 3 = 4 \text{ А};$$

$$I_0 = I_1 + I_2 = 9 + 3 = 12 \text{ А.}$$

За допомогою другого закону Кірхгофа знайдемо ЕРС

$$E = R_0 I_0 + R_1 I_1 + R_3 I_3 = 12 \cdot 1 + 9 \cdot 10 + 8 \cdot 10 = 182 \text{ В.}$$

Показання вольтметра знаходиться як

$$U_V = R_2 I_2 + R_4 I_4 = 3 \cdot 30 + 4 \cdot 15 = 150 \text{ В.}$$

Показання ватметра відповідно дорівнюють

$$P_W = I_0 (R_0 I_0 + R_1 I_1) = 12 \cdot (12 \cdot 1 + 9 \cdot 10) = 1224 \text{ Вт.}$$

Задача 1.8

Дано: параметри схеми електричного кола на рис.1.14 такі: показання амперметра дорівнює 1 А;
 $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}; R_3 = 5 \text{ Ом}; R_4 = 6 \text{ Ом},$
 $R_5 = R_6 = 4 \text{ Ом}.$

Визначити: показання вольтметра.

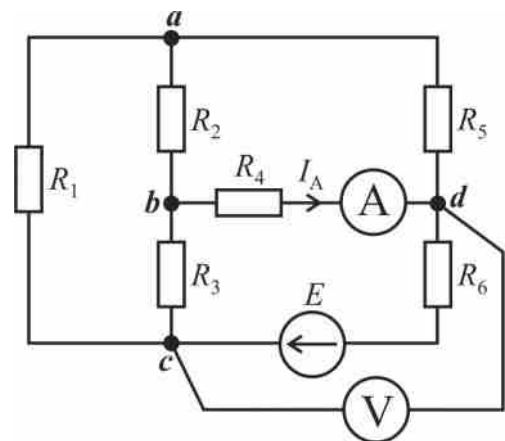


Рисунок 1.14

Розв'язання

Перетворюємо трикутник *abc* в еквівалентну зірку:

$$\begin{cases} R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10 + 5} = \frac{100}{25} = 4 \text{ Ом}; \\ R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 10 + 5} = \frac{50}{25} = 2 \text{ Ом}; \\ R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 10 + 5} = \frac{50}{25} = 2 \text{ Ом}. \end{cases}$$

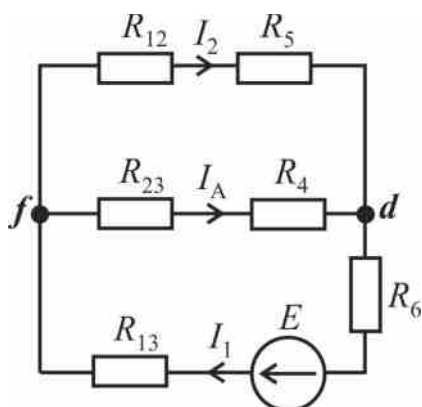


Рисунок 1.15

Напруга між вузлами *d* та *f* у схемі, яка утворюється (рис.1.15), дорівнює

$$U_{df} = (R_{23} + R_4) I_A = (2 + 6) \cdot 1 = 8 \text{ В.}$$

Тоді струм I_2 у паралельній вітці

$$I_2 = \frac{U_{df}}{R_{12} + R_5} = \frac{8}{4 + 4} = 1 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа струм крізь джерело

$$I_1 = I_A + I_2 = 1 + 1 = 2 \text{ А.}$$

Таким чином, за другим законом Кірхгофа, ЕРС джерела

$$E = U_{df} + I_1(R_{13} + R_6) = 8 + 2 \cdot (4 + 4) = 26 \text{ В.}$$

Показання вольтметра $U_V = U_{dc} = E - I_1 R_6 = 26 - 2 \cdot (4 + 4) = 10 \text{ В.}$

Задача 1.9

Дано: схема кола (рис.1.16) з параметрами опорів $R_1 = 20 \text{ Ом};$
 $R_2 = 6,5 \text{ Ом};$ $R_3 = 15 \text{ Ом};$ $R_4 = 20 \text{ Ом};$
 $R_5 = 15 \text{ Ом};$ $R_6 = 20 \text{ Ом};$ $R_7 = 10 \text{ Ом}.$
 Струм $I_2 = 2 \text{ А}.$

Визначити: значення ЕРС.

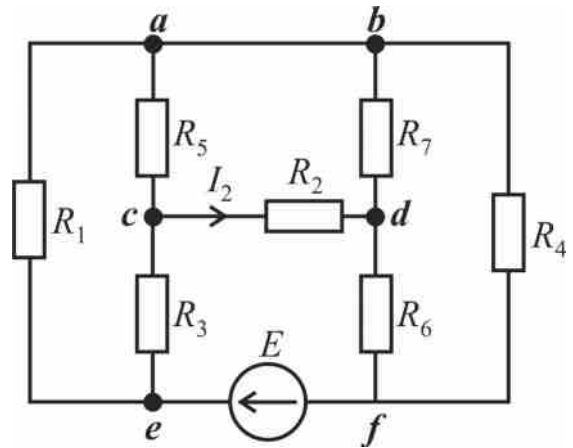


Рисунок 1.16

Розв'язання

Перетворюємо трикутники *ace* та *bdf* (рис.1.16) в еквівалентні зірки, отримуючи, таким чином, наступну схему кола (рис.1.17):

$$\left\{ \begin{aligned} R_{15} &= \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{20 \cdot 15}{20 + 15 + 15} = \frac{300}{50} = 6 \text{ Ом}; \\ R_{35} &= \frac{R_3 R_5}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{15 \cdot 15}{20 + 15 + 15} = \frac{225}{50} = 4,5 \text{ Ом}; \\ R_{13} &= \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{20 \cdot 15}{20 + 15 + 15} = \frac{300}{50} = 6 \text{ Ом}. \end{aligned} \right.$$

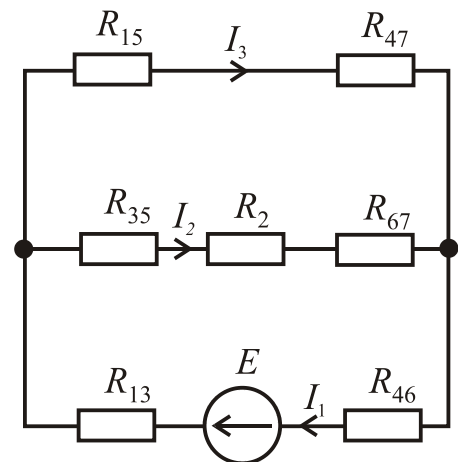


Рисунок 1.17

$$\begin{cases} R_{47} = \frac{R_4 R_7}{R_4 + R_6 + R_7} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 20 + 10} = \frac{200}{50} = 4 \text{ Ом}; \\ R_{46} = \frac{R_4 R_6}{R_4 + R_6 + R_7} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20 + 10} = \frac{400}{50} = 8 \text{ Ом}; \\ R_{67} = \frac{R_6 R_7}{R_4 + R_6 + R_7} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 20 + 10} = \frac{200}{50} = 4 \text{ Ом}. \end{cases}$$

Після перетворення напруга між вузлами у схемі (рис.1.17) дорівнює

$$U = (R_2 + R_{35} + R_{67})I_2 = (6,5 + 4,5 + 4) \cdot 2 = 30 \text{ В.}$$

Тоді струм I_3 в паралельній вітці

$$I_3 = \frac{U}{R_{15} + R_{47}} = \frac{30}{6 + 4} = \frac{30}{10} = 3 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа струм крізь джерело

$$I_1 = I_2 + I_3 = 2 + 3 = 5 \text{ А.}$$

Таким чином, ЕРС джерела

$$E = U + I_1(R_{13} + R_{46}) = 30 + 5 \cdot (6 + 8) = 30 + 70 = 100 \text{ В.}$$

Задача 1.10

Дано: параметри схеми електричного кола на рис.1.18 наступні:
 $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 2,6 \text{ Ом}$,
 $R_4 = 6 \text{ Ом}$, $R_5 = 4 \text{ Ом}$, $R_6 = 1 \text{ Ом}$,
 $R_7 = 4 \text{ Ом}$ та показання вольтметра дорівнюють 15 В.

Визначити: значення ЕРС E ; показання амперметра.

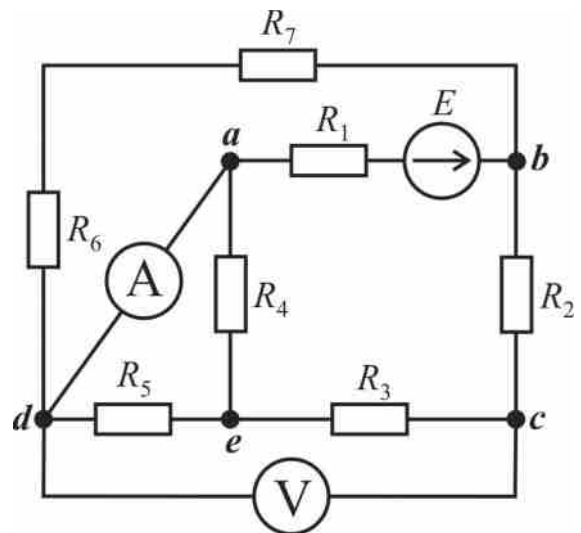


Рисунок 1.18

Розв'язання

Якщо опір амперметра дорівнює нулю, то опори R_4 та R_5 з'єднані паралельно, тому їхній еквівалентний опір

$$R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2,4 \text{ Ом.}$$

Якщо опір вольтметра нескінченно великий, то струм крізь R_2 , це той саме струм, що проходить крізь R_3

$$I_2 = I_3 = \frac{U_V}{R_3 + R_{45}} = \frac{15}{2,6 + 2,4} = 3 \text{ А.}$$

Згідно закону Ома

$$U_{45} = R_{45} I_2 = 2,4 \cdot 3 = 7,2 \text{ В, а струм крізь } R_5$$

$$I_5 = \frac{U_{45}}{R_5} = \frac{7,2}{4} = 1,8 \text{ А.}$$

За другим законом Кірхгофа можна записати рівняння

$$I_7(R_6 + R_7) - U_V - I_2 R_2 = 0,$$

$$\text{звідки } I_7 = \frac{U_V + I_2 R_2}{R_6 + R_7} = \frac{15 + 3 \cdot 5}{1 + 4} = \frac{30}{5} = 6 \text{ А.}$$

За законами Кірхгофа знаходимо показання амперметра та значення ЕРС:

$$I_A = I_5 + I_7 = 1,8 + 6 = 7,8 \text{ А;}$$

$$I_1 = I_2 + I_7 = 3 + 6 = 9 \text{ А;}$$

$$E = I_1 R_1 + I_2 R_2 + U_V = 9 \cdot 10 + 3 \cdot 5 + 15 = 120 \text{ В.}$$

Задача 1.11

Дано: параметри схеми електричного кола (рис.1.19): $R_1 = 8 \text{ Ом}$; $R_2 = 6 \text{ Ом}$; $R_3 = 12 \text{ Ом}$; $R_5 = 10 \text{ Ом}$; $R_6 = 60 \text{ Ом}$; у резисторі $R_4 = 5 \text{ Ом}$ виділяється потужність $P_4 = 20 \text{ Вт}$.

Визначити: значення ЕРС E , показання амперметра та вольтметра.

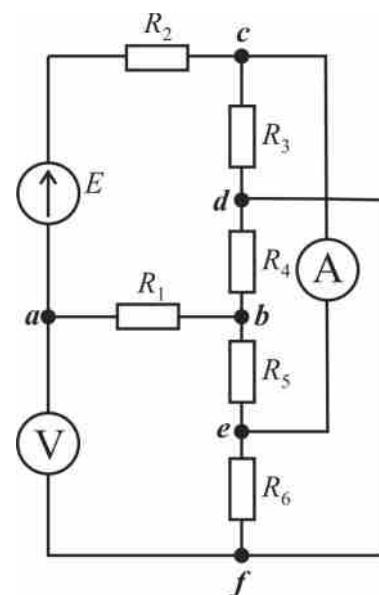


Рисунок 1.19

Розв'язання

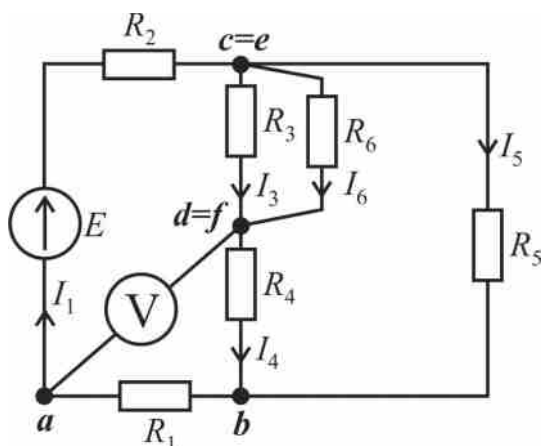


Рисунок 1.20

Начальну схему зобразимо для зручності у вигляді схеми на рис.1.20, розуміючи, що опори короткозамкненої ділянки та амперметра дорівнюють нулю.

Якщо, згідно умови, $P_4 = R_4 I_4^2$,

тоді

$$I_4 = \sqrt{\frac{P_4}{R_4}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = 2 \text{ А.}$$

Опори R_3 та R_6 з'єднані паралельно. Таким чином, їхній еквівалентний опір дорівнює

$$R_{36} = \frac{R_3 R_6}{R_3 + R_6} = \frac{12 \cdot 60}{12 + 60} = 10 \text{ Ом.}$$

Згідно закону Ома напруга між вузлами c та d та струм I_3 :

$$U_{cd} = R_{36} I_4 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ В, } I_3 = \frac{U_{cd}}{R_3} = \frac{20}{12} = 1,67 \text{ А.}$$

$$U_{cb} = U_{cd} + R_4 I_4 = 20 + 5 \cdot 2 = 30 \text{ В.}$$

$$I_5 = \frac{U_{cb}}{R_5} = \frac{30}{10} = 3 \text{ А.}$$

Опір вольтметра нескінченно великий, тому струм крізь нього не проходить, а відтоді

$$I_1 = I_2 = I_4 + I_5 = 2 + 3 = 5 \text{ А.}$$

Показання вольтметра

$$U_V = R_4 I_4 + R_1 I_1 = 2 \cdot 5 + 5 \cdot 8 = 50 \text{ В.}$$

Значення ЕРС та показання амперметра

$$E = I_1 (R_1 + R_2) + U_{cb} = 5 \cdot (8 + 6) + 30 = 100 \text{ В.}$$

$$I_A = I_5 + I_6 \text{ або } I_A = I_2 - I_3 = 5 - 1,67 = 3,33 \text{ А.}$$

Задача 1.12

Дано: параметри електричного кола (рис.1.21) $E=120$ В,
 $R_1 = 1,25$ Ом, $R_2 = 2,6$ Ом, $R_3 = 15$ Ом,
 $R_4 = 6$ Ом, $R_5 = 4$ Ом, $R_6 = 25$ Ом.

Визначити: показання амперметрів та вольтметра.

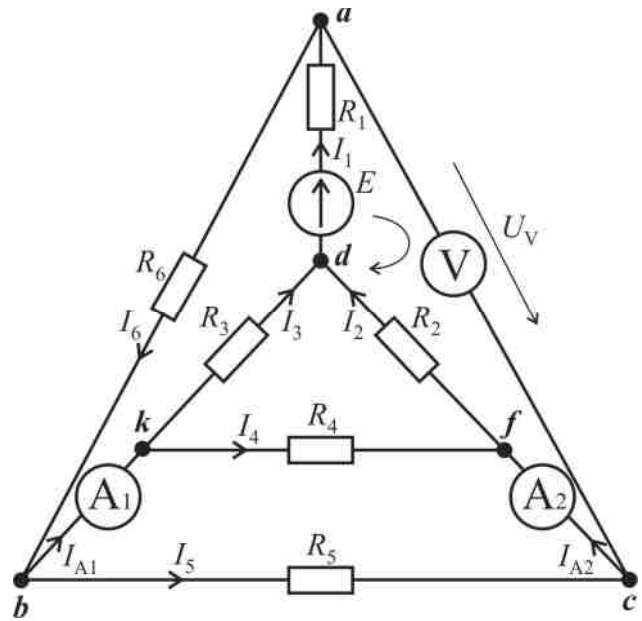


Рисунок 1.21

Розв'язання

Вузли b та k , c та f – це точки рівного потенціалу, тоді можна записати:

$$R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2,4 \text{ Ом};$$

$$R_{245} = R_2 + R_{45} = 2,6 + 2,4 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_{df} = \frac{R_3 R_{245}}{R_3 + R_{245}} = \frac{15 \cdot 5}{15 + 5} = 3,75 \text{ Ом}.$$

Еквівалентний опір кола

$$R_{\text{екв}} = R_1 + R_6 + R_{df} = 1,25 + 25 + 3,75 = 30 \text{ Ом}.$$

Струм крізь вольтметр не проходить, тому

$$I_1 = I_6 = \frac{E}{R_{\text{екв}}} = \frac{120}{30} = 4 \text{ А};$$

$$U_{df} = R_{df} I_1 = 3,75 \cdot 4 = 15 \text{ В};$$

$$I_3 = \frac{U_{df}}{R_3} = \frac{15}{15} = 1 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{U_{df}}{R_{245}} = \frac{15}{5} = 3 \text{ А};$$

$$U_{bc} = R_{45}I_2 = 2,4 \cdot 3 = 7,2 \text{ В.}$$

Згідно закону Ома струми в паралельних вітках:

$$I_4 = \frac{U_{bc}}{R_4} = \frac{7,2}{6} = 1,2 \text{ А}; \quad I_5 = \frac{U_{bc}}{R_5} = \frac{7,2}{4} = 1,8 \text{ А.}$$

Таким чином, показання амперметрів та вольтметра:

$$I_{A1} = I_6 - I_5 = 4 - 1,8 = 2,2 \text{ А або } I_{A1} = I_3 + I_4 = 1 + 1,2 = 2,2 \text{ А};$$

$$I_{A2} = I_5 = 1,8 \text{ А};$$

$$U_V = E - R_1I_1 - R_2I_2 = 120 - 1,25 \cdot 4 - 2,6 \cdot 3 = 107,2 \text{ В.}$$

Задача 1.13

Дано: в електричному колі (рис.1.22) відомі всі опори $R_1 = 12 \text{ Ом}; R_2 = 5 \text{ Ом}; R_3 = 4 \text{ Ом}; R_4 = 6 \text{ Ом}; R_5 = 2,8 \text{ Ом}; R_6 = 20 \text{ Ом}$ та показання вольтметра $U_V = 24 \text{ В}$.

Визначити: значення ЕРС E , показання амперметра.

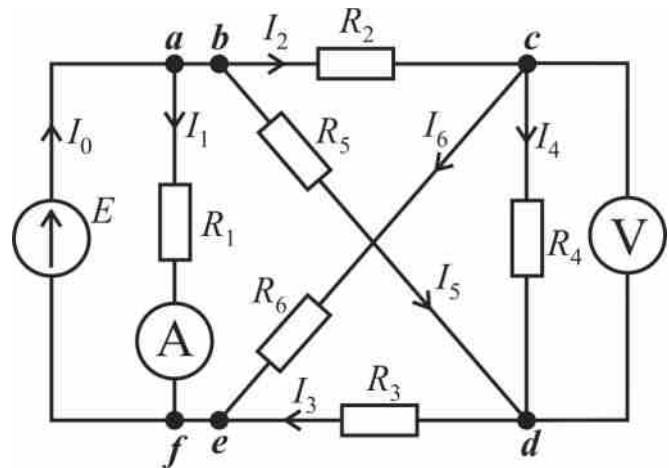


Рисунок 1.22

Розв'язання

Перетворимо трикутник з опорами R_3, R_4, R_6 в еквівалентну зірку з опорами:

$$R_c = \frac{R_6 R_4}{R_6 + R_4 + R_3} = \frac{20 \cdot 6}{20 + 6 + 4} = 4 \text{ Ом};$$

$$R_d = \frac{R_3 R_4}{R_6 + R_4 + R_3} = \frac{4 \cdot 6}{20 + 6 + 4} = 0,8 \text{ Ом};$$

$$R_e = \frac{R_3 R_6}{R_6 + R_4 + R_3} = \frac{4 \cdot 20}{20 + 6 + 4} = 2,67 \text{ Ом.}$$

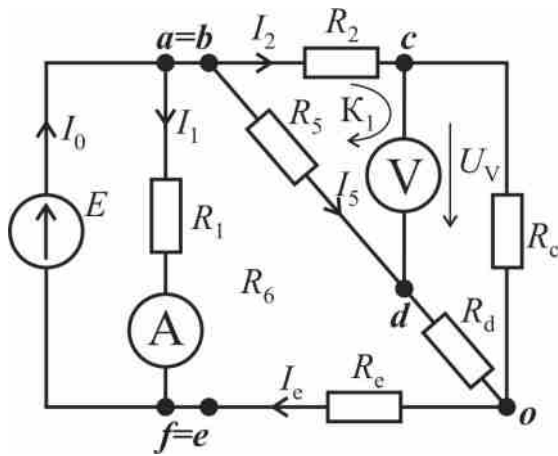


Рисунок 1.23

Таким чином, отримаємо схему кола на рис.1.23. Точки *a* та *b*, *f* та *e* є точками рівного потенціалу, тому на рис.1.23 між ними стоїть знак рівності.

Звідки легко знайти еквівалентні опори:

$$R_{2c} = R_2 + R_c = 5 + 4 = 9 \text{ Ом};$$

$$R_{5d} = R_5 + R_d = 2,8 + 0,8 = 3,6 \text{ Ом};$$

$$R_{2-6} = \frac{R_{2c} \cdot R_{5d}}{R_{2c} + R_{5d}} + R_6 = \frac{9 \cdot 3,6}{9 + 3,6} + 2,67 = 5,24 \text{ Ом}.$$

Тоді можна записати:

$$I_2 R_{2c} = I_5 R_{5d};$$

$$I_5 = \frac{R_{2c}}{R_{5d}} I_2 = \frac{9}{3,6} I_2 = 2,5 I_2.$$

За другим законом Кірхгофа для контуру K_1 при його обході за рухом годинникової стрілки (рис.1.23) складаємо рівняння:

$$I_2 R_2 + U_V - I_5 R_5 = 0,$$

$$I_2 R_2 + U_V - 2,5 I_2 R_5 = 0.$$

Таким чином, струм I_2 дорівнює

$$I_2 = \frac{-U_V}{R_2 - 2,5 \cdot R_5} = \frac{-24}{5 - 2,5 \cdot 2,8} = 12 \text{ А}; \quad I_5 = 2,5 I_2 = 2,5 \cdot 12 = 30 \text{ А};$$

$$I_e = I_5 + I_2 = 12 + 30 = 42 \text{ А};$$

$$I_e R_{2-6} = I_1 R_1.$$

Показання амперметра та значення ЕРС E відповідно:

$$I_A = I_1 = \frac{I_e R_{2-6}}{R_1} = \frac{42 \cdot 5,24}{12} = 18,34 \text{ А};$$

$$E = I_e R_{2-6} = 42 \cdot 5,24 = 220,08 \text{ В}.$$

Задача 1.14

Дано: в наведеній схемі електричного кола (рис.1.24) відомі наступні параметри елементів: $E=100$ В, $I_1 = 5$ А, $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 25$ Ом, $R_5 = 10$ Ом.

Визначити: значення опору R_4 .

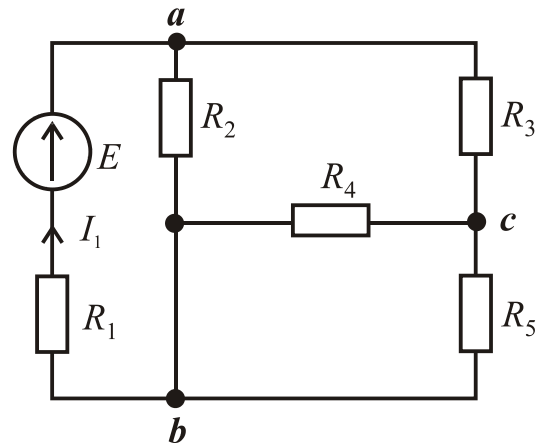


Рисунок 1.24

Розв'язання

Можна записати згідно другого закону Кірхгофа

$$E = R_1 I_1 + R_2 I_2,$$

звідки
$$I_2 = \frac{E - R_1 I_1}{R_2} = \frac{100 - 8 \cdot 5}{20} = \frac{60}{20} = 3 \text{ А.}$$

Згідно першого закону Кірхгофа

$$I_3 = I_1 - I_2 = 5 - 3 = 2 \text{ А.}$$

Знов використовуємо другий та перший закони Кірхгофа:

$$R_2 I_2 - R_5 I_5 - R_3 I_3 = 0, \text{ звідки}$$

$$I_5 = \frac{R_2 I_2 - R_3 I_3}{R_5} = \frac{20 \cdot 3 - 25 \cdot 2}{10} = \frac{60 - 50}{10} = 1 \text{ А,}$$

$$I_4 = I_3 - I_5 = 2 - 1 = 1 \text{ А.}$$

Напруга між вузлами b та c

$$U_{bc} = R_5 I_5 = 10 \cdot 1 = 10 \text{ В.}$$

$$\text{Тоді шуканий опір } R_4 = \frac{U_{bc}}{I_4} = \frac{10}{1} = 10 \text{ Ом.}$$

Задача 1.15

Дано: на схемі електричного кола (рис.1.25) відомий струм $I_1 = 4$ А та опори $R_1 = R_2 = R_3 = 2$ Ом, $R_4 = 2,33$ Ом, $R_5 = 1,33$ Ом. Відома потужність

джерела ЕРС $P_2 = 40$ Вт, а також потужність ділянки кола **ad** (електричний міст) $P_{ad} = 30$ Вт.

Визначити: значення ЕРС E_1 та E_2 , I_2 , а також визначити струм у вітці **bc**.

Розв'язання

Визначимо опір ділянки кола **ad**. Перетворимо трикутник **abc** (рис.1.25) в еквівалентну зірку. Опори еквівалентної зірки:

$$R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2 + 2} = \frac{4}{6} = 0,67 \text{ Ом},$$

$$R_b = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2 + 2} = \frac{4}{6} = 0,67 \text{ Ом},$$

$$R_c = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2 + 2} = \frac{4}{6} = 0,67 \text{ Ом}.$$

Визначимо опори зі спрощеної схеми кола (рис.1.26):

$$R_{b4} = R_b + R_4 = 0,67 + 2,33 = 3 \text{ Ом},$$

$$R_{c5} = R_c + R_5 = 0,67 + 1,33 = 2 \text{ Ом},$$

$$R_{fd} = \frac{R_{b4} R_{c5}}{R_{b4} + R_{c5}} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 1,2 \text{ Ом},$$

$$R_{ad} = R_a + R_{fd} = 0,67 + 1,2 = 1,87 \text{ Ом}.$$

Потужність ділянки **ad** можна виразити

$$\text{як } P_W = R_{ad} I_{ad}^2,$$

$$\text{де } I_{ad} = I_6 - I_0 = \sqrt{\frac{P_W}{R_{ad}}} = \sqrt{\frac{30}{1,87}} = \sqrt{16} = 4 \text{ А}.$$

$$\text{Тоді } I_6 = I_{ad} + I_0 = 4 + 4 = 8 \text{ А}.$$

Напруга на ділянці **ad**

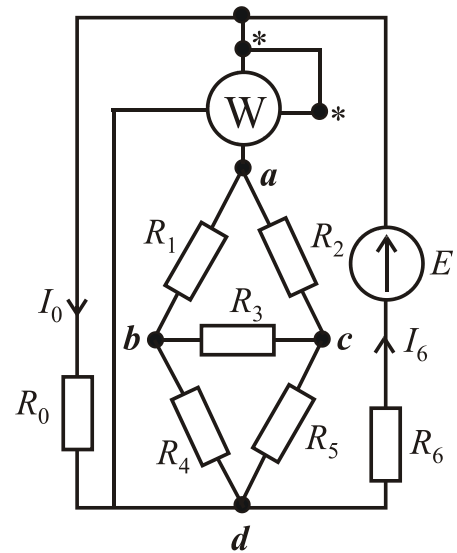


Рисунок 1.25

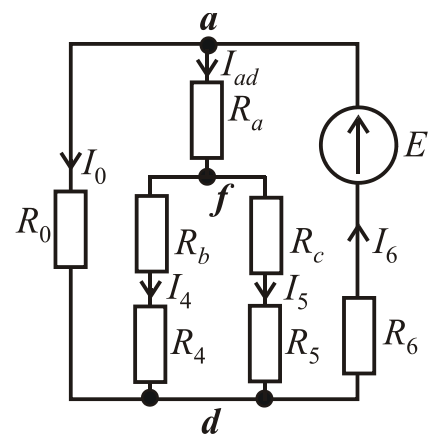


Рисунок 1.26

$$U_{ad} = R_{ad} I_{ad} = 1,87 \cdot 4 = 7,48 \text{ В.}$$

$$\text{Тому } R_0 = \frac{U_{ad}}{I_0} = \frac{7,48}{4} = 1,87 \text{ Ом.}$$

Потужність опору R_0

$$P_0 = R_0 I_0^2 = 1,87 \cdot 4^2 = 30 \text{ Вт.}$$

Потужність джерела згідно балансу потужностей

$$P_{\text{ДЖ}} = P_W + P_0 + P_6 = 30 + 30 + 4 = 64 \text{ Вт.}$$

Значення ЕРС E

$$E = \frac{P}{I_6} = \frac{64}{8} = 8 \text{ В.}$$

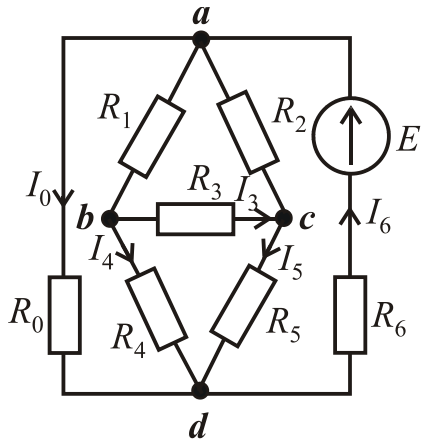


Рисунок 1.27

Струми у паралельних вітках:

$$I_4 = I_{ad} \frac{R_{c5}}{R_{b4} + R_{c5}} = 4 \frac{2}{3+2} = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ А,}$$

$$I_5 = I_{ad} \frac{R_{b4}}{R_{b4} + R_{c5}} = 4 \frac{3}{3+2} = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ А.}$$

З первісної схеми визначимо струм I_3 , записуючи другий закон Кірхгофа для контуру bcd (рис.1.27)

$$R_3 I_3 + R_5 I_5 - R_4 I_4 = 0,$$

звідки

$$I_3 = \frac{R_4 I_4 - R_5 I_5}{R_3} = \frac{2,33 \cdot 1,6 - 1,33 \cdot 2,4}{2} = 0,27 \text{ А.}$$

Задача 1.16

Дано: параметри схеми електричного кола на рис.1.28 наступні:

$$I_6 = 12 \text{ А; } R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом; } R_3 = 3 \text{ Ом; } R_4 = 6 \text{ Ом; } R_5 = R_6 = 4 \text{ Ом.}$$

Знайти: ЕРС джерела, показання амперметрів та вольтметра.

Розв'язання

Оскільки амперметри ідеальні, точки c та d , e та f є точки рівного потенціалу, тому можна знайти наступні еквівалентні опори та поєднати ці точки на спрощеній схемі:

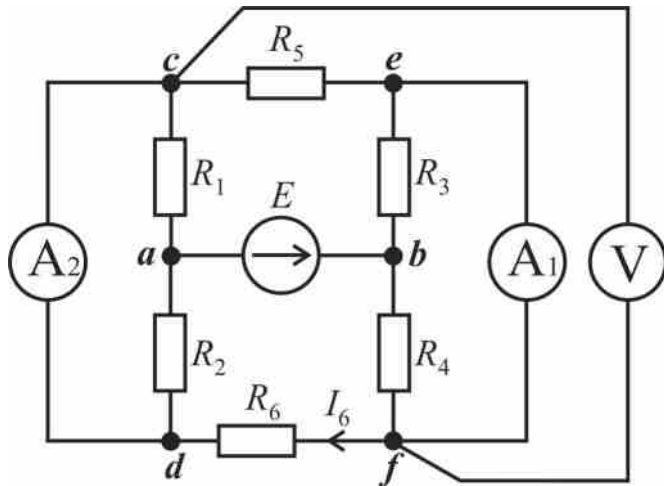


Рисунок 1.28

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} = 1 \text{ Ом},$$

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ Ом}.$$

Таким чином, схема електричного кола буде мати вигляд як на рис.1.29

Крім того, опори R_5 та R_6 є також паралельними

$$R_{56} = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 2 \text{ Ом}.$$

Еквівалентний опір всього кола відносно ЕРС

$$R_{\text{екв}} = R_{12} + R_{34} + R_{56} = 1 + 2 + 2 = 5 \text{ Ом}.$$

Напруга між вузлами dc і ef

$$U_{dcef} = R_6 I_6 = 4 \cdot 12 = 48 \text{ В}.$$

За законом Ома струм I_5 знаходимо

як

$$I_5 = \frac{U_{dcef}}{R_5} = \frac{48}{4} = 12 \text{ А}.$$

За першим законом Кірхгофа загальний струм I_0

$$I_0 = I_5 + I_6 = 12 + 12 = 24 \text{ А}.$$

Значення ЕРС джерела

$$E = R_{\text{екв}} I_0 = 5 \cdot 24 = 120 \text{ В}.$$

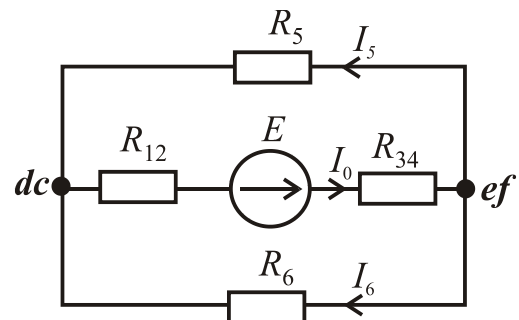


Рисунок 1.29

З первісної схеми, з урахуванням напрямів струмів (рис.1.30), знаходимо інші величини.

За правилом розкиду струмів:

$$I_4 = I_0 \frac{R_3}{R_3 + R_4} = 24 \cdot \frac{3}{3+6} = 8 \text{ A};$$

$$I_2 = I_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 24 \cdot \frac{2}{2+2} = 12 \text{ A}.$$

За першим законом Кірхгофа, струми крізь амперметр:

$$I_{A1} = I_2 - I_6 = 12 - 12 = 0 \text{ A}, \quad I_{A2} = I_6 - I_4 = 12 - 8 = 4 \text{ A}.$$

$$\text{Показання вольтметра } U_V = U_{fc} = U_{ec} = R_5 I_5 = 4 \cdot 12 = 48 \text{ В}.$$

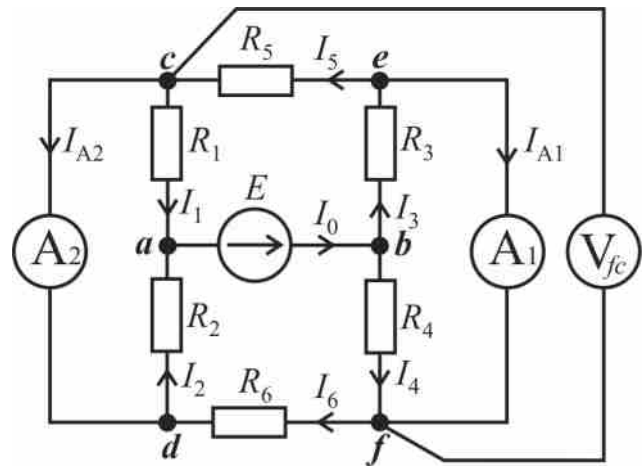


Рисунок 1.30

Задача 1.17

Дано: в колі постійного струму відомо: $E = 300 \text{ В}$;

$$R_0 = 2 \text{ Ом}; \quad R_1 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 30 \text{ Ом}; \quad R_3 = R_5 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_4 = 60 \text{ Ом}; \quad R_6 = 20 \text{ Ом}.$$

Визначити: показання вимірювальних приладів – струм I_A , напругу U_V , потужність P_W .

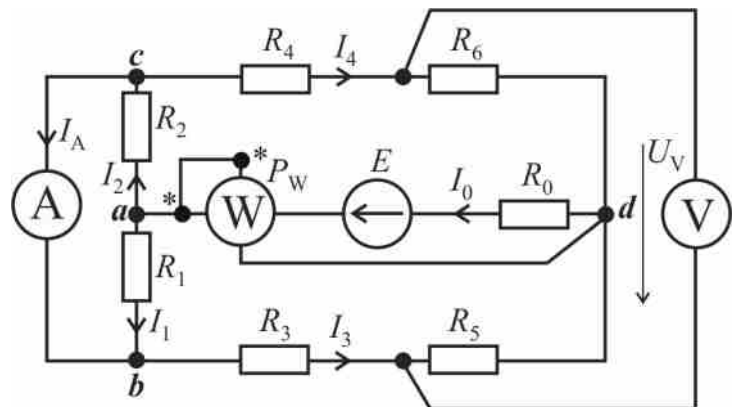


Рисунок 1.31

Розв'язання

Оскільки амперметр ідеальний, точки **b** та **c** є точками рівного потенціалу, тому можна знайти еквівалентний опір

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = \frac{600}{50} = 12 \text{ Ом}.$$

Опори R_4 і R_6 , та R_3 і R_5 послідовні, тому еквівалентні опори:

$$R_{46} = R_4 + R_6 = 60 + 20 = 80 \text{ Ом};$$

$$R_{35} = R_3 + R_5 = 10 + 10 = 20 \text{ Ом.}$$

Таким чином, еквівалентний опір кола

$$R_{\text{екв}} = R_0 + R_{12} + \frac{R_{35}R_{46}}{R_{35} + R_{46}} = 2 + 12 + \frac{80 \cdot 20}{80 + 20} = 14 + 16 = 30 \text{ Ом.}$$

Загальний струм I_0

$$I_0 = \frac{E}{R_{\text{екв}}} = \frac{300}{30} = 10 \text{ А.}$$

Струми в паралельних вітках:

$$I_1 = I_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10 \frac{30}{20 + 30} = 6 \text{ А,}$$

$$I_2 = I_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 10 \frac{20}{20 + 30} = 4 \text{ А.}$$

Напруга між вузлами **bc** і **d**

$$U_{bcd} = E - (R_0 + R_{12})I_0 = 300 - (2 + 12)10 = 160 \text{ В.}$$

Тоді струми:

$$I_3 = \frac{U_{bcd}}{R_{46}} = \frac{160}{80} = 2 \text{ А, } I_4 = \frac{U_{bcd}}{R_{35}} = \frac{160}{20} = 8 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа струм крізь амперметр I_A

$$I_A = I_3 - I_1 = 8 - 6 = 2 \text{ А.}$$

Напруга, яку вимірює вольтметр

$$U_V = R_6 I_4 - R_5 I_3 = 20 \cdot 2 - 10 \cdot 8 = -40 \text{ В.}$$

Показання ватметра

$$P_W = U_{ad} I_0 = (E - R_0 I_0) I_0 = (300 - 2 \cdot 10) \cdot 10 = 2800 \text{ Вт.}$$

Задача 1.18

Дано: показання вольтметра $U_{V1} = 70 \text{ В}$ (рис.1.32), параметри схеми електричного кола: $R_1 = R_3 = R_4 = 3 \text{ Ом}; R_2 = R_6 = 4 \text{ Ом}; R_5 = 18,8 \text{ Ом}; R_7 = 6 \text{ Ом}; R_8 = 12 \text{ Ом.}$

Визначити: ЕРС E , показання амперметра I_A , вольтметра U_{V2} .

Розв'язання

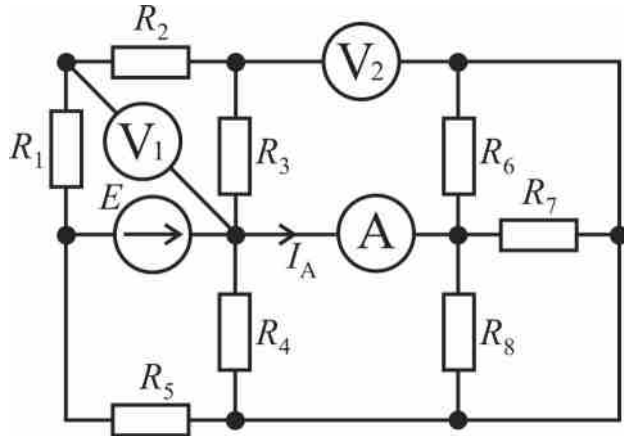


Рисунок 1.32

Якщо опір вольтметра нескінченно великий, а опір амперметра дорівнює нулю, тоді

$$I_1 = \frac{U_{V1}}{R_2 + R_3} = \frac{70}{4 + 3} = 10 \text{ А.}$$

Згідно схеми на рис.1.33 значення ЕРС

$$E = (R_1 + R_2 + R_3)I_1 = (3 + 4 + 3) \cdot 10 = 100 \text{ В.}$$

Еквівалентні опори знаходимо як:

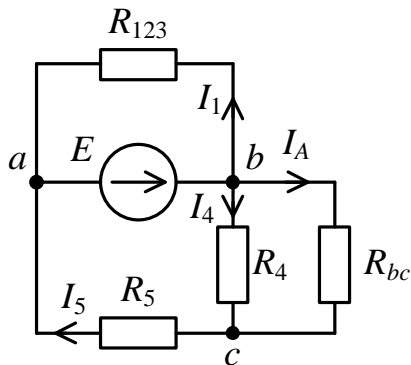


Рисунок 1.33

$$R_{bc} = \frac{R_6 R_7 R_8}{R_6 R_7 + R_7 R_8 + R_6 R_8} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 12}{4 \cdot 6 + 6 \cdot 12 + 4 \cdot 12} = 2 \text{ Ом;}$$

$$R_{4bc} = \frac{R_4 R_{bc}}{R_4 + R_{bc}} = \frac{3 \cdot 2}{3 + 2} = 1,2 \text{ Ом, а тоді струм}$$

$$I_5 = \frac{E}{R_5 + R_{4bc}} = \frac{100}{18,8 + 1,2} = 5 \text{ А.}$$

Напруга між вузлами *b* та *c* (рис.1.33)

$$U_{bc} = R_{4bc} I_5 = 1,2 \cdot 5 = 6 \text{ В.}$$

Показання амперметра та вольтметра відповідно:

$$I_A = \frac{U_{bc}}{R_{bc}} = \frac{6}{2} = 3 \text{ А; } U_{V2} = R_3 I_1 - U_{bc} = 3 \cdot 10 - 6 = 24 \text{ В.}$$

Задача 1.19

Дано: параметри схеми електричного кола (рис.1.34): $R_1 = 6 \text{ Ом}$; $R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 4 \text{ Ом}$; $R_6 = 2 \text{ Ом}$; $R_7 = R_8 = R_9 = 12 \text{ Ом}$ та показання ватметра $P_W = 8 \text{ Вт}$.

Визначити: ЕРС E , показання амперметра I_{A1} , вольтметрів U_{V1} , U_{V2} .

Розв'язання

Перетворимо контур з опорів R_7, R_8, R_9 на еквівалентну зірку з опорами

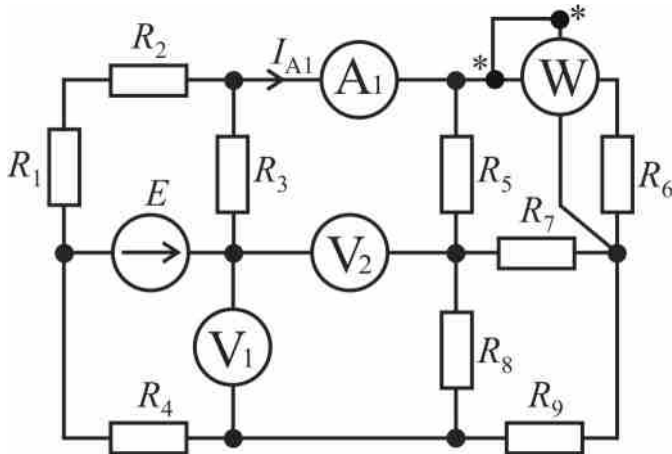


Рисунок 1.34

$R_a = R_b = R_c$, таким чином, схема кола має вигляд (рис.1.35).

Спочатку визначимо струм крізь R_6

$$I_6 = \sqrt{\frac{P_W}{R_6}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = 2 \text{ А.}$$

Опори еквівалентної зірки дорівнюватимуть:

$$\begin{cases} R_a = \frac{R_7 \cdot R_8}{R_7 + R_8 + R_9} = \frac{12 \cdot 12}{12 + 12 + 12} = 4 \text{ Ом} \\ R_b = \frac{R_7 \cdot R_9}{R_7 + R_8 + R_9} = \frac{12 \cdot 12}{12 + 12 + 12} = 4 \text{ Ом} \\ R_c = \frac{R_8 \cdot R_9}{R_7 + R_8 + R_9} = \frac{12 \cdot 12}{12 + 12 + 12} = 4 \text{ Ом} \end{cases}$$

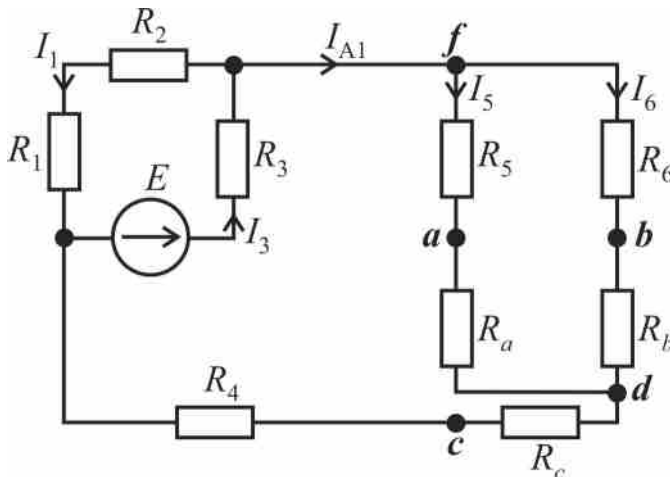


Рисунок 1.35

Еквівалентні опори паралельних віток:

$$R_{6b} = R_6 + R_b = 2 + 4 = 6 \text{ Ом.}$$

$$R_{5a} = R_5 + R_a = 4 + 4 = 8 \text{ Ом.}$$

Напруга на них

$$U_{fd} = R_{6b} I_6 = 6 \cdot 2 = 12 \text{ В.}$$

Тоді струм I_5

$$I_5 = \frac{U_{fd}}{R_{5a}} = \frac{12}{8} = 1,5 \text{ А.}$$

Показання амперметра

$$I_{A1} = I_5 + I_6 = 1,5 + 2 = 3,5 \text{ А.}$$

Струм I_1 можна знайти

$$I_1 = \frac{U_{fd} + I_{A1}(R_c + R_4)}{R_{12}} = \frac{12 + 3,5(4 + 4)}{10} = 4 \text{ А},$$

де $R_{12} = R_1 + R_2 = 6 + 4 = 10 \text{ Ом}$.

Струм крізь джерело

$$I_3 = I_{A1} + I_1 = 3,5 + 4 = 7,5 \text{ А}.$$

Згідно з другим законом Кірхгофа можна записати

$$E = R_3 I_3 + R_{12} I_1 = 4 \cdot 7,5 + 10 \cdot 4 = 70 \text{ В}.$$

Показання вольтметрів:

$$U_{V1} = E - R_4 I_{A1} = 70 - 4 \cdot 3,5 = 56 \text{ В};$$

$$U_{V2} = R_3 I_3 + R_5 I_5 = 4 \cdot 7,5 + 4 \cdot 1,5 = 36 \text{ В}.$$

Задача 1.20

Дано: показання ватметра $P_W = 80 \text{ Вт}$, параметри схеми електричного кола: $R_1 = R_2 = R_5 = R_6 = 3 \text{ Ом}$; $R_3 = 2 \text{ Ом}$; $R_4 = 5 \text{ Ом}$, $R_7 = 6 \text{ Ом}$; $R_8 = 1 \text{ Ом}$.

Визначити: ЕРС E , показання амперметра I_A , вольтметра U_V .

Розв'язання

Струм крізь ватметр знаходиться

$$\text{як } I_{bc} = \sqrt{\frac{P_W}{R_4}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4 \text{ А},$$

тоді напруга між вузлами b та d

$$U_{bd} = (R_3 + R_4 + R_6) I_{bc} = (2 + 5 + 3)4 = 40 \text{ В}.$$

Еквівалентні опори (рис.1.37):

$$R_{57} = \frac{R_5 R_7}{R_5 + R_7} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2 \text{ Ом};$$

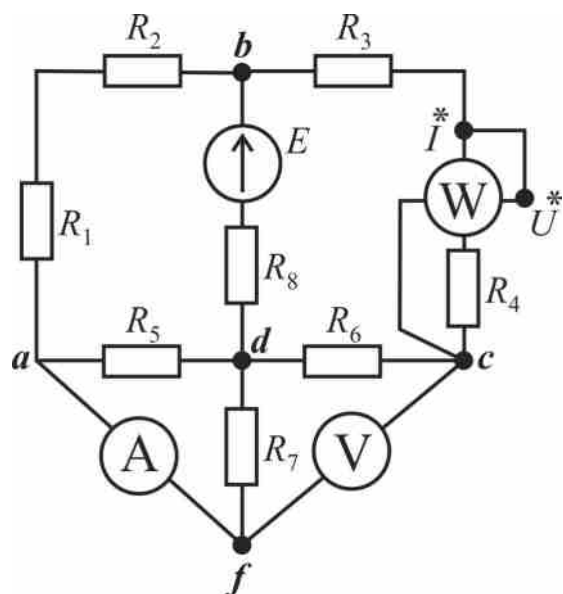


Рисунок 1.36

$$R_{abdf} = R_1 + R_2 + R_{57} = 3 + 3 + 2 = 8 \text{ Ом.}$$

Струми у колі:

$$I_{ab} = \frac{U_{bd}}{R_{abdf}} = \frac{40}{8} = 5 \text{ А;}$$

$$U_{adf} = R_{57}I_{ab} = 2 \cdot 5 = 10 \text{ В;}$$

$$I_{ad} = \frac{U_{adf}}{R_5} = \frac{10}{3} = 3,33 \text{ А;}$$

$$I_{df} = \frac{U_{adf}}{R_7} = \frac{10}{6} = 1,67 \text{ А;}$$

$$I_{bd} = I_{ab} + I_{bc} = 5 + 4 = 9 \text{ А.}$$

Тоді показання амперметра

$$I_A = I_{ab} - I_{ad} = 5 - 3,33 = 1,67 \text{ А.}$$

Значення ЕРС та показання вольтметра знаходимо відповідно як:

$$E = U_{bd} + R_8 I_{bd} = 40 + 9 \cdot 1 = 49 \text{ В,}$$

$$U_V = R_6 I_{bc} - R_7 I_{df} = 3 \cdot 4 - 6 \cdot 1,67 = 12 - 10 = 2 \text{ В.}$$

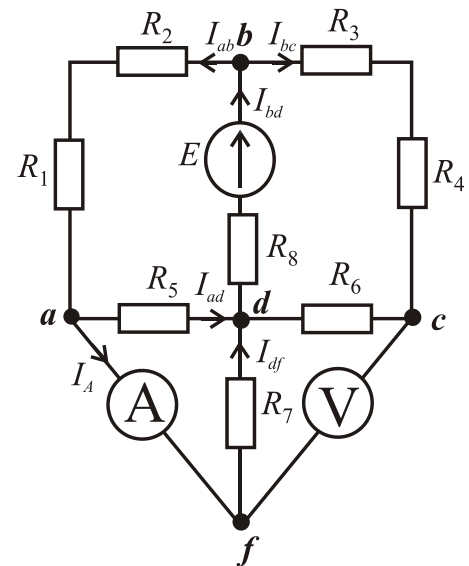


Рисунок 1.37

Задача 1.21

Дано: показання ватметра $P_W = 200$ Вт, параметри схеми електричного кола (рис.1.38): $R_0 = 1$ Ом, $R_1 = R_6 = 3$ Ом;

$R_2 = R_4 = 2$ Ом; $R_3 = 5$ Ом; $R_5 = R_7 = 6$ Ом.

Визначити: ЕРС E , показання амперметра I_A , вольтметра U_V .

Розв'язання

Опір ділянки кола, до якого вмикається ватметр

$$R_{567} = R_5 + \frac{R_6 R_7}{R_6 + R_7} = 6 + \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 8 \text{ Ом.}$$

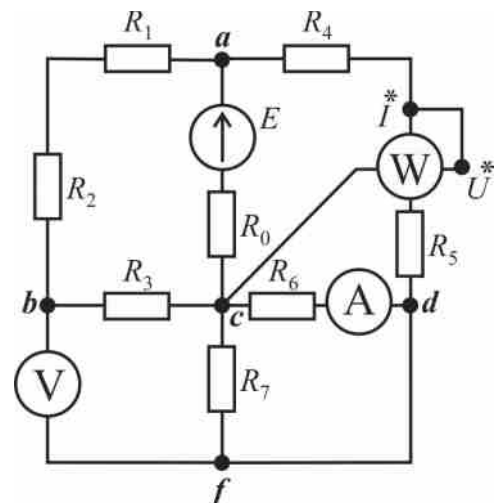


Рисунок 1.38

Тоді струм крізь ватметр

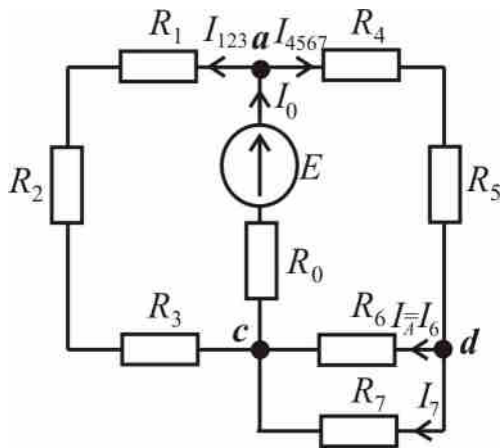


Рисунок 1.39

$$I_{4567} = \sqrt{\frac{P_W}{R_{567}}} = \sqrt{\frac{200}{8}} = \sqrt{25} = 5 \text{ A}.$$

Напруга на ділянці *cd* (рис.1.39)

$$U_{cd} = \left(\frac{R_6 R_7}{R_6 + R_7} \right) I_{4567} = \left(\frac{3 \cdot 6}{3 + 6} \right) 5 = 10 \text{ В}.$$

Струми в паралельних вітках, в тому числі, струм крізь ватметр, який проходить крізь R_6 :

$$I_A = I_6 = \frac{U_{cd}}{R_6} = \frac{10}{3} = 3,33 \text{ А},$$

$$I_7 = \frac{U_{cd}}{R_7} = \frac{10}{6} = 1,67 \text{ А}.$$

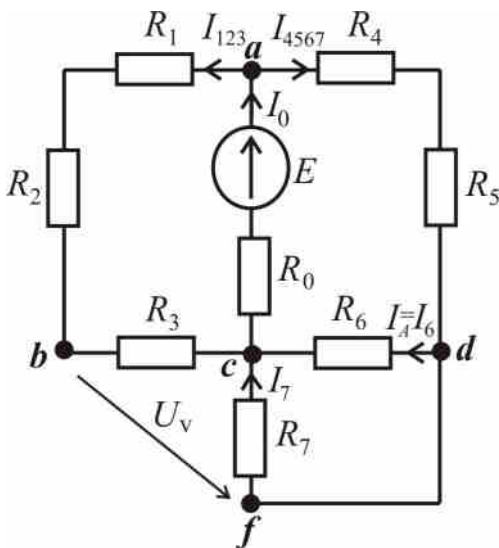


Рисунок 1.40

Напруга на ділянці *ac*

$$U_{ac} = (R_4 + R_{567}) I_3 = (2 + 8) 5 = 50 \text{ В}.$$

Струм I_{123} , який проходить крізь опори R_1, R_2, R_3

$$I_{123} = \frac{U_{ad}}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{50}{3 + 2 + 5} = \frac{50}{10} = 5 \text{ А}.$$

Загальний струм, який проходить крізь джерело ЕРС

$$I_0 = I_{123} + I_{4567} = 5 + 5 = 10 \text{ А}$$

ЕРС дорівнює

$$E = U_{ac} + R_0 I_0 = 50 + 1 \cdot 10 = 60 \text{ В}.$$

Показання вольтметра (рис.1.40)

$$U_V = R_3 I_{123} - R_7 I_A = 5 \cdot 5 - 6 \cdot 1,67 = 25 - 10 = 15 \text{ В}.$$

Задача 1.22

Дано: параметри схеми електричного кола на рис.1.41 наступні:

$$R_0 = 1,2 \text{ Ом}; R_1 = R_3 = R_7 = 4 \text{ Ом};$$

$$R_2 = R_6 = R_8 = 2 \text{ Ом}; R_4 = 3,7 \text{ Ом};$$

$$R_5 = 2,4 \text{ Ом}, \text{ а струм } I_4 = 10 \text{ А};$$

Визначити: ЕРС джерела та струми I_1 та I_2 .

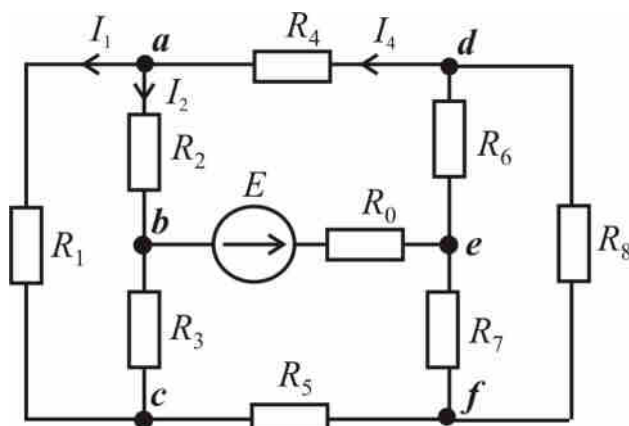


Рисунок 1.41

Розв'язання

Перетворюємо трикутники *abc* та *def* у еквівалентні зірки за наступними формулами:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{4 \cdot 2}{4 + 2 + 4} = 0,8 \text{ Ом}; \\ R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 4}{4 + 2 + 4} = 0,8 \text{ Ом}; \\ R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 2 + 4} = 1,6 \text{ Ом}. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} R_{67} = \frac{R_6 R_7}{R_6 + R_7 + R_8} = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4 + 2} = 1 \text{ Ом}; \\ R_{68} = \frac{R_6 R_8}{R_6 + R_7 + R_8} = \frac{2 \cdot 2}{4 + 2 + 4} = 0,5 \text{ Ом}; \\ R_{78} = \frac{R_7 R_8}{R_6 + R_7 + R_8} = \frac{2 \cdot 4}{4 + 2 + 4} = 1 \text{ Ом}. \end{array} \right.$$

Тоді схема кола перетворюється наступним чином (рис.1.42)

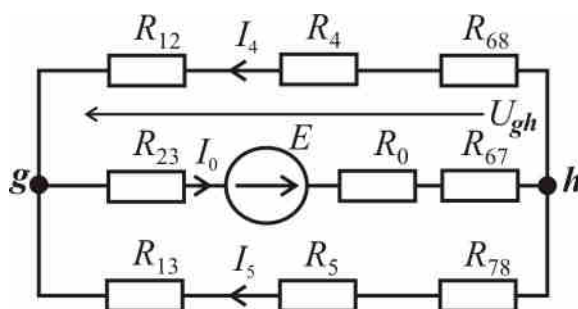


Рисунок 1.42

Можна знайти еквівалентні опори віток:

$$R_{12468} = R_{12} + R_4 + R_{68} = 0,8 + 3,7 + 0,5 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_{02367} = R_0 + R_{23} + R_{67} = 1,2 + 0,8 + 1 = 3 \text{ Ом};$$

$$R_{13578} = R_{13} + R_5 + R_{78} = 1,6 + 2,4 + 1 = 5 \text{ Ом}.$$

Напруга між вузлами *g* і *h*

$$U_{gh} = R_{12468} I_4 = 5 \cdot 10 = 50 \text{ В.}$$

За законом Ома струм I_5 знаходимо як

$$I_5 = \frac{U_{gh}}{R_{13578}} = \frac{50}{5} = 10 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа загальний струм I_0

$$I_0 = I_4 + I_5 = 10 + 10 = 20 \text{ А.}$$

ЕРС джерела знайдемо за допомогою закону Ома

$$U_{gh} = E - R_{02367} I_0,$$

звідки

$$E = U_{gh} + R_{02367} I_0 = 50 + 3 \cdot 20 = 110 \text{ В.}$$

Для контуру **abh** на наступній схемі (рис.1.43) за другим законом Кірхгофа запишемо таке рівняння

$$E = (R_4 + R_{68}) I_4 + R_2 I_2 + (R_0 + R_{67}) I_0,$$

звідки

$$I_2 = \frac{E - (R_4 + R_{68}) I_4 - (R_0 + R_{67}) I_0}{R_2} = \frac{110 - (3,7 + 0,5) \cdot 10 - (1,2 + 1) \cdot 20}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа шуканий струм I_1 дорівнює

$$I_1 = I_4 - I_2 = 10 - 12 = -2 \text{ А.}$$

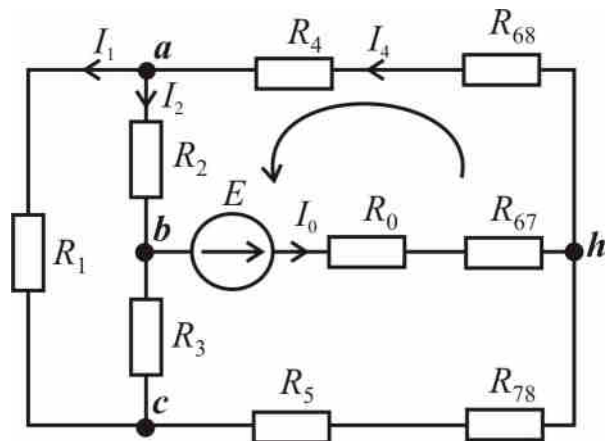


Рисунок 1.43

Задача 1. 23

Дано: параметри схеми електричного кола на рис.1.44 $R_0 = 1,2 \text{ Ом};$

$R_1 = R_3 = R_7 = 4 \text{ Ом}; R_2 = R_6 = R_8 = 2 \text{ Ом}; R_4 = 3,7 \text{ Ом}; R_5 = 2,4 \text{ Ом},$ а показання ватметра $P_W = 370 \text{ Вт}.$

Визначити: ЕРС джерела $E,$ показання амперметра I_A та вольтметра $U_V.$

Розв'язання

Струм у вітці з опором R_4 знаходимо як

$$I_4 = \sqrt{\frac{P_W}{R_4}} = \sqrt{\frac{370}{3,7}} = \sqrt{100} = 10 \text{ А.}$$

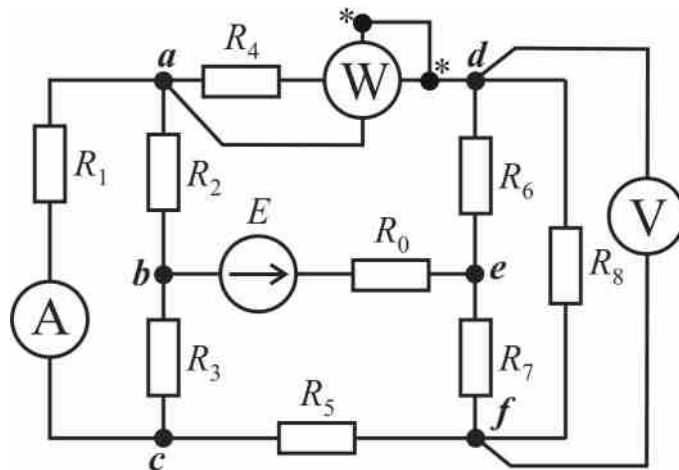


Рисунок 1.44

Перетворюємо трикутники *abc* та *def* у еквівалентні зірки за наступними формулами:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{4 \cdot 2}{4 + 2 + 4} = 0,8 \text{ Ом}; \\ R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \cdot 4}{4 + 2 + 4} = 0,8 \text{ Ом}; \\ R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 2 + 4} = 1,6 \text{ Ом}. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} R_{67} = \frac{R_6 R_7}{R_6 + R_7 + R_8} = \frac{2 \cdot 4}{2 + 4 + 2} = 1 \text{ Ом}; \\ R_{68} = \frac{R_6 R_8}{R_6 + R_7 + R_8} = \frac{2 \cdot 2}{4 + 2 + 4} = 0,5 \text{ Ом}; \\ R_{78} = \frac{R_7 R_8}{R_6 + R_7 + R_8} = \frac{2 \cdot 4}{4 + 2 + 4} = 1 \text{ Ом}. \end{array} \right.$$

Тоді схема кола перетворюється наступним чином (рис. 1.42) (схеми в задачах 1.22 та 1.23, якщо не зважати на вимірювальні прилади, ідентичні).

Можна знайти еквівалентні опори віток:

$$R_{12468} = R_{12} + R_4 + R_{68} = 0,8 + 3,7 + 0,5 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_{02367} = R_0 + R_{23} + R_{67} = 1,2 + 0,8 + 1 = 3 \text{ Ом};$$

$$R_{13578} = R_{13} + R_5 + R_{68} = 1,6 + 2,4 + 1 = 5 \text{ Ом}.$$

Напруга між вузлами *g* і *h*

$$U_{gh} = R_{12468} I_4 = 5 \cdot 10 = 50 \text{ В}.$$

За законом Ома струм I_5 знаходимо як

$$I_5 = \frac{U_{gh}}{R_{13578}} = \frac{50}{5} = 10 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа загальний струм I_0

$$I_0 = I_4 + I_5 = 10 + 10 = 20 \text{ А.}$$

ЕРС джерела знайдемо з закону Ома

$$U_{gh} = E - R_{02367}I_0, \text{ звідки } E = U_{gh} + R_{02367}I_0 = 50 + 3 \cdot 20 = 110 \text{ В.}$$

Для контуру **abh** (рис.1.43) за другим законом Кірхгофа запишемо таке рівняння

$$E = (R_4 + R_{68})I_4 + R_2I_2 + (R_0 + R_{67})I_0$$

звідки

$$I_2 = \frac{E - (R_4 + R_{68})I_4 - (R_0 + R_{67})I_0}{R_2} = \frac{110 - (3,7 + 0,5) \cdot 10 - (1,2 + 1) \cdot 20}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа шуканий струм I_1 , тобто струм крізь амперметр I_A , дорівнює

$$I_1 = I_4 - I_2 = 10 - 12 = -2 \text{ А.}$$

Для контуру **deg** (рис.1.46) запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа

$$E = (R_{12} + R_4)I_4 + R_6I_6 + (R_0 + R_{23})I_0, \text{ звідки}$$

$$I_6 = \frac{E - (R_{12} + R_4)I_4 - (R_0 + R_{23})I_0}{R_6} = \frac{110 - (1,2 + 0,8) \cdot 20 - (0,8 + 3,7) \cdot 10}{2} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа струм I_8 дорівнює

$$I_8 = I_6 - I_4 = 12,5 - 10 = 2,5 \text{ А.}$$

Показання вольтметра $U_V = R_8I_8 = 2 \cdot 2,5 = 5 \text{ В.}$

Задача 1.24

Дано: схема кола (рис.1.45) з параметрами $R_0 = 1 \text{ Ом};$

$R_1 = R_2 = R_4 = 10 \text{ Ом}; R_3 = 5 \text{ Ом}; R_5 = 15 \text{ Ом}; R_6 = 20 \text{ Ом};$

$I_A = 1 \text{ А}$ – струм крізь амперметр.

Визначити:

показання інших вимірювальних приладів (вольтметрів та ватметра).

Розв'язання

Згідно законів Кірхгофа запишемо систему рівнянь для кола:

$$\begin{cases} R_2 I_2 = (R_4 + R_6) I_4; \\ R_1 I_1 = (R_3 + R_5) I_3; \\ I_2 = I_1 + I_A; \\ I_4 + I_A = I_3. \end{cases}$$

За правилом розкиду струмів:

$$I_2 = I_4 \frac{R_4 + R_6}{R_2}; \quad I_1 = I_3 \frac{R_3 + R_5}{R_1}.$$

Виходячи з цього, можна записати таке рівняння:

$$I_4 \frac{R_4 + R_6}{R_2} = (I_4 + I_A) \frac{R_3 + R_5}{R_1} + I_A;$$

$$I_4 \frac{30}{10} = (I_4 + I_A) \frac{20}{10} + I_A;$$

$I_4 = 3I_A = 3$ А, тоді інші струми:

$$I_2 = I_4 \frac{R_4 + R_6}{R_2} = 3 \frac{30}{10} = 9 \text{ А}; \quad I_3 = I_4 + I_A = 3 + 1 = 4 \text{ А};$$

$$I_1 = I_2 - I_A = 9 - 1 = 8 \text{ А}; \quad I_0 = I_2 + I_4 = 9 + 3 = 12 \text{ А}.$$

Показання вольтметрів:

$$U_0 = R_0 I_0 + R_2 I_2 + R_1 I_1 = 12 + 90 + 80 = 182 \text{ В};$$

$$U_1 = R_0 I_0 + (R_6 + R_4) I_4 + R_5 I_3 = 12 + 90 + 60 = 162 \text{ В};$$

$$U_2 = R_0 I_0 + R_4 I_4 = 12 + 3 \cdot 10 = 42 \text{ В}.$$

Показання ватметра

$$R_W = I_0 (R_0 I_0 + R_2 I_2) = 12(12 + 9 \cdot 10) = 12 \cdot 102 = 1224 \text{ Вт}.$$

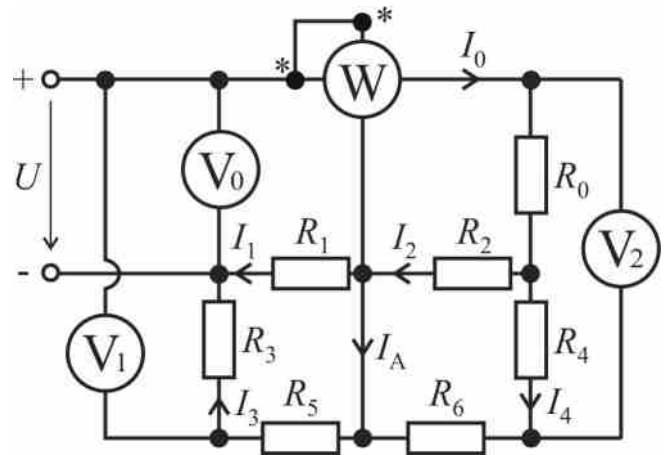


Рисунок 1.45

2. РОЗРАХУНОК ОДНОФАЗНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ЗМІННОГО СТРУМУ

Задача 2.1

Дано: струм $I_3 = 1$ А, опори
 $R = R_1 = R_2 = R_3 = X_{L1} = X_{L2} = X_{C1} = X_{C2} =$
 $= 10$ Ом у колі на рис. 2.1.

Визначити: значення струмів I, I_1, I_2 ,
 а також показання вимірювальних приладів P_W, U_V та діюче значення напруги U .

Якщо в умові задачі спеціально не зазначено, в задачах даного розділу частота напруги живлення приймається рівною 50 Гц!

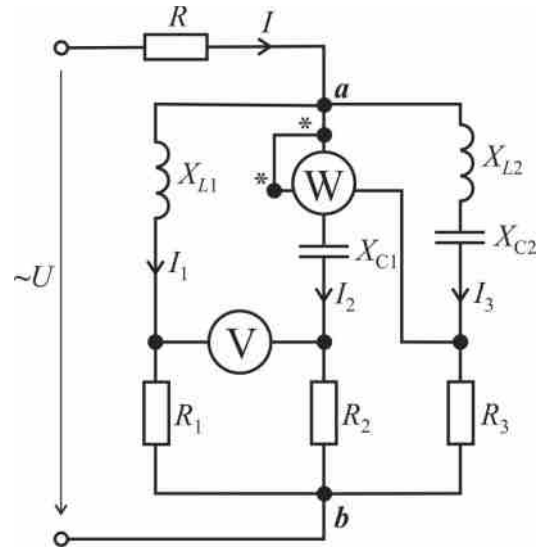


Рисунок 2.1

Розв'язання

Якщо $X_{L2} = X_{C2} = 10$ Ом, тоді у цій вітці маємо резонанс напруг. Таким чином, повний опір цієї вітки чисто активний $Z_3 = R_3 = 10$ Ом.

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + (X_{L2} - X_{C2})^2} = \sqrt{10^2 + (10 - 10)^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ Ом.}$$

Напруга на паралельних вітках $U_{ab} = I_3 R_3 = 1 \cdot 10 = 10$ В.

Повні струми інших паралельних віток:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14,1 \text{ Ом;}$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C1}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14,1 \text{ Ом.}$$

Струми в цих паралельних вітках:

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{Z_1} = \frac{10}{14,1} = 0,707 \text{ А; } I_2 = \frac{U_{ab}}{Z_2} = \frac{10}{14,1} = 0,707 \text{ А.}$$

Крім того, струми I_1 та I_2 знаходяться в резонансі, тому що виконується

умова резонансу струмів $\frac{X_{L1}}{Z_1^2} = \frac{X_{C1}}{Z_2^2}$. Тоді сумарний вектор струмів I_1 та I_2

буде спрямований за вектором U_{ab} . Струм I_3 також спрямований за цим вектором завдяки резонансу напруг.

Таким чином, вектор загального струму I , який є геометричною сумою векторів I_1, I_2 та I_3 , також спрямований за вектором напруги U_{ab} .

Кути зсуву фаз у лівій та середній вітках:

$$\varphi_1 = \arctg \frac{X_{L1}}{R_1} = \arctg \frac{10}{10} = \arctg 1 = 45^\circ; \varphi_2 = \arctg \frac{X_{C1}}{R_1} = \arctg \frac{-10}{10} = \arctg(-1) = -45^\circ.$$

З векторної діаграми (рис. 2.2) маємо

$$I_{12} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{0,707^2 + 0,707^2} = \sqrt{1} = 1 \text{ А.}$$

Загальний струм

$$I = I_{12} + I_3 = 1 + 1 = 2 \text{ А.}$$

Крім того, кут зсуву між загальним струмом та напругою джерела дорівнює нулю, тоді

$$\begin{aligned} U &= U_R + U_{ab} = IR + U_{ab} = \\ &= 2 \cdot 10 + 10 = 30 \text{ В.} \end{aligned}$$

Показання вольтметра визначимо за допомогою векторної діаграми (рис. 2.3) або як

$$\underline{U}_V = \underline{U}_{R1} - \underline{U}_{R2},$$

$$\begin{aligned} U_V &= \sqrt{U_{R1}^2 + U_{R2}^2} = \sqrt{(I_1 R_1)^2 + (I_2 R_2)^2} = \\ &= \sqrt{(0,707 \cdot 10)^2 + (0,707 \cdot 10)^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ В.} \end{aligned}$$

Показання ватметра визначимо як

$$P_W = U_W I_2 \cos(I_2 U_W).$$

Напруга $U_W = 0$, тому що в вітці з X_{L2} та X_{C2} виникає резонанс напруг. Таким чином, $P_W = 0$ Вт.

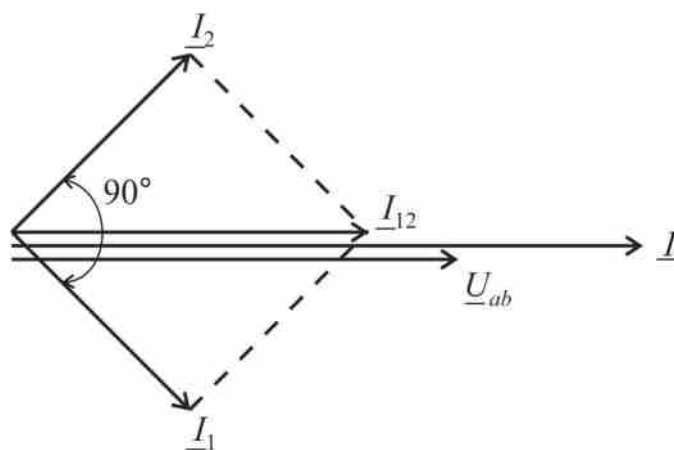


Рисунок 2.2

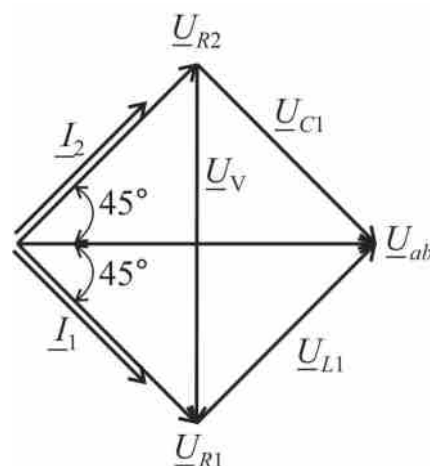


Рисунок 2.3

Задача 2.2

Дано: у схемі кола на рис.2.4 діюче значення напруги $U = 120$ В, опори $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20$ Ом; $X_L = X_C = 30$ Ом.

Визначити: показання амперметрів (струми I_{A1} , I_{A2} , I_{A3}) і показання ватметра (активну потужність P_W).

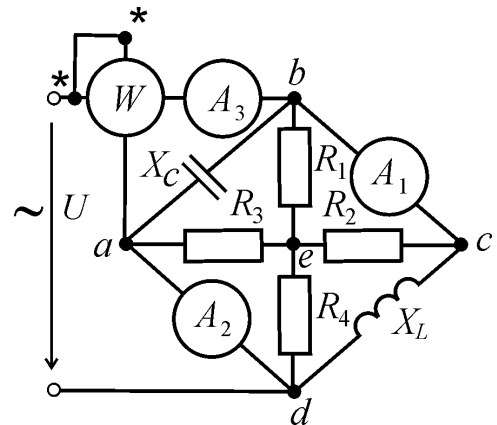


Рисунок 2.4

Розв'язання

Знайдемо еквівалентні опори за допомогою схеми на рис.2.5:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10 \text{ Ом}; \quad R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 10 \text{ Ом}; \quad R = R_{34} + R_{12} = 20 \text{ Ом}.$$

За законом Ома знайдемо діюче значення струмів (рис.2.6):

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{120}{20} = 6 \text{ А}; \quad I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{120}{30} = 4 \text{ А}; \quad I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{120}{30} = 4 \text{ А}.$$

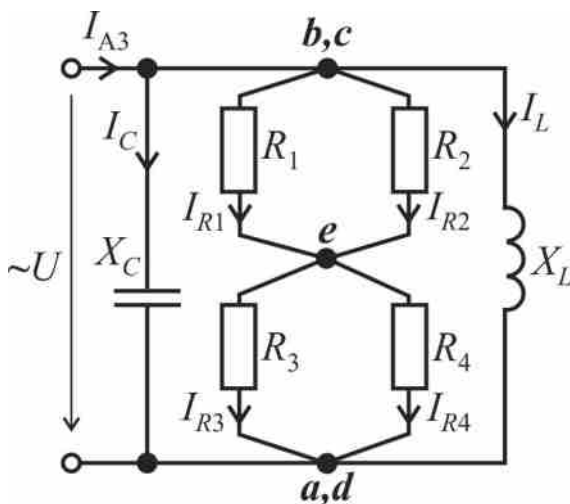


Рисунок 2.5

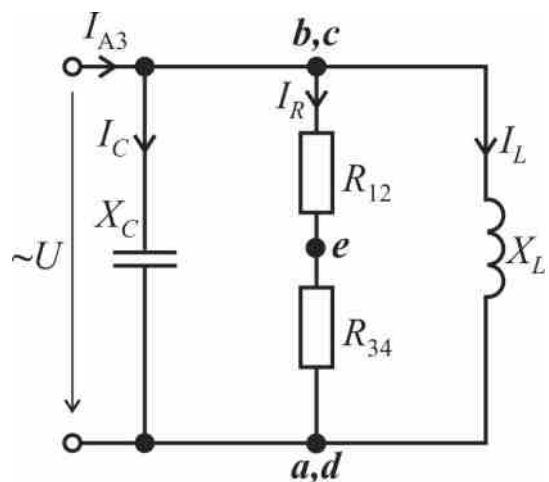


Рисунок 2.6

За законом Ома знайдемо напруги:

$$U_{bc} = R_{12} I_R = 6 \cdot 10 = 60 \text{ В}; \quad U_{ed} = R_{34} I_R = 6 \cdot 10 = 60 \text{ В}.$$

За законом Ома знайдемо струми:

$$I_{R2} = \frac{U_{bc}}{R_2} = I_{R1} = \frac{60}{20} = 3 \text{ A}; I_{R3} = \frac{U_{ed}}{R_3} = I_{R4} = \frac{U_{ed}}{R_4} = \frac{60}{20} = 3 \text{ A}.$$

Для визначення струмів I_{A3}, I_{A2}, I_{A1} скористаємося векторною діаграмою (рис. 2.7) за першим законом Кірхгофа:

$$\underline{I}_{A3} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C; \underline{I}_{A2} = \underline{I}_{R3} + \underline{I}_C; \underline{I}_{A1} = \underline{I}_{R2} + \underline{I}_L.$$

Вектори \underline{I}_L та \underline{I}_C рівні за модулем та знаходяться у протифазі (рис. 2.7), тому $I_{A3} = I_R = 6 \text{ A}$.

Діючи значення струмів I_{A1} та I_{A2}

$$I_{A1} = \sqrt{I_{R2}^2 + I_L^2} = 5 \text{ A}; I_{A2} = \sqrt{I_{R3}^2 + I_C^2} = 5 \text{ A}.$$

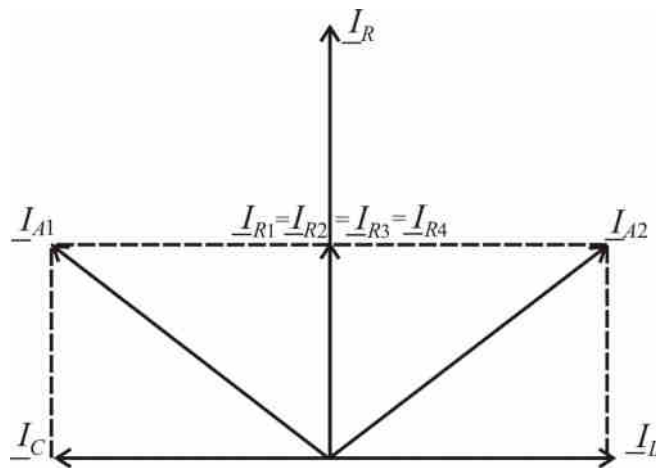


Рисунок 2.7

Потужність, яку вимірює ватметр $P = UI_{A3} = RI_{A3}^2 = 720 \text{ Вт}$.

Задача 2.3

Дано: у колі на рис.2.8 активна потужність, яку вимірює ватметр $P_W = 320 \text{ Вт}$, а опори $R_1 = 30 \text{ Ом}$; $X_L = 40 \text{ Ом}$; $R_2 = 50 \text{ Ом}$; $X_C = 37,5 \text{ Ом}$.

Визначити: струми I_0, I_1, I_2 , а також показання вольтметра.

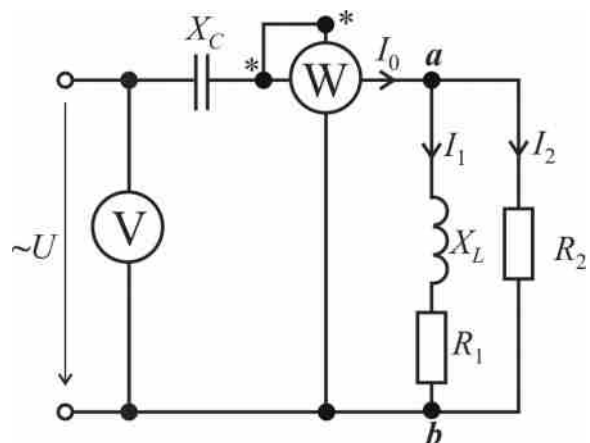


Рисунок 2.8

Розв'язання

Повні опори паралельних віток:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ Ом}; \quad Z_2 = R_2 = 50 \text{ Ом}.$$

Діюче значення струмів у паралельних вітках:

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{Z_1} = \frac{U_{ab}}{50}; \quad I_2 = \frac{U_{ab}}{Z_2} = \frac{U_{ab}}{50}, \text{ тобто } I_1 = I_2.$$

Потужність, яку вимірює ватметр

$$P_W = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = (R + R) I_1^2, \text{ звідки}$$

$$I_1 = \sqrt{\frac{P_W}{R_1 + R_2}} = \sqrt{\frac{320}{30 + 50}} = 2 \text{ А}; \quad I_1 = I_2 = 2 \text{ А}.$$

Щоб визначити I_0 , знаходимо його активну і реактивну складові (див. векторну діаграму на рис. 2.9)

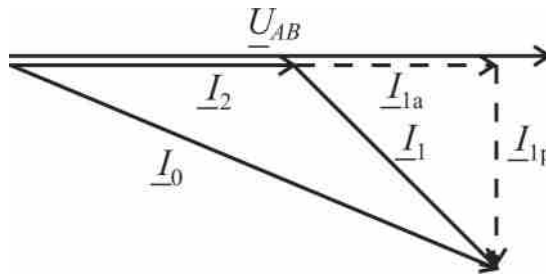


Рисунок 2.9

Активні складові струмів:

$$I_{1a} = I_1 \frac{R_1}{Z_1} = 2 \cdot \frac{30}{50} = 1,2 \text{ А}; \quad I_{2a} = I_2 = 2 \text{ А};$$

$$I_{0a} = I_{1a} + I_{2a} = 1,2 + 2 = 3,2 \text{ А}.$$

Реактивні складові струмів:

$$I_{1p} = I_1 \frac{X_L}{Z_1} = 2 \cdot \frac{40}{50} = 1,6 \text{ Ар}; \quad I_{2p} = 0 \text{ Ар}.$$

$$I_{0p} = I_{1p} + I_{2p} = 1,6 + 0 = 1,6 \text{ Ар}.$$

Тоді струм крізь джерело

$$I_0 = \sqrt{I_{0a}^2 + I_{0p}^2} = \sqrt{3,2^2 + 1,6^2} = 3,58 \text{ А}.$$

Напруга між вузлами $a-b$

$$U_{ab} = \frac{P_W}{I_{0a}} = \frac{320}{3,2} = 100 \text{ В.}$$

Напруга на конденсаторі

$$U_C = X_C I_0 = 37,5 \cdot 3,58 = 134,2 \text{ В.}$$

Щоб визначити U , знаходимо його активну і реактивну складові (див. векторну діаграму на рис. 2.10).

$$U_{Ca} = U_C \frac{I_{0p}}{I_0} = 134,2 \cdot \frac{1,6}{3,58} = 60 \text{ В; } U_{ab} = U_{ab} = 100 \text{ В;}$$

$$U_a = U_{ab} + U_{Ca} = 100 + 60 = 160 \text{ В;}$$

$$U_p = U_{Cp} = U_C \frac{I_{0a}}{I_0} = 134,2 \cdot \frac{3,2}{3,58} = 120 \text{ В,}$$

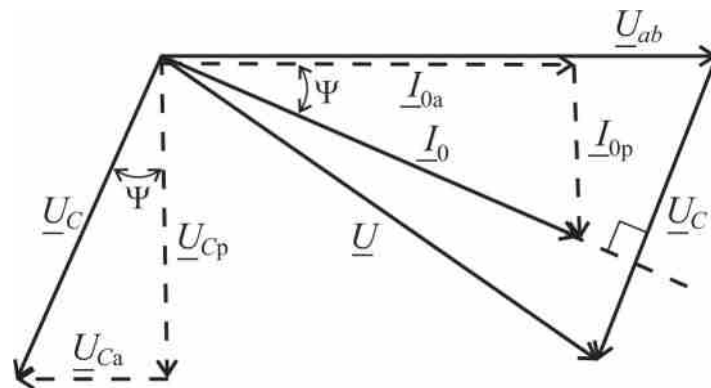


Рисунок 2.10

Показання вольтметра $U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = \sqrt{160^2 + 120^2} = 200 \text{ В.}$

Задача 2.4

Дано: на затискачі кола (рис. 2.11) від перетворювача частоти подається напруга $U = 130 \text{ В}$. При частоті $f = 0 \text{ Гц}$ показання амперметра $I_{A,0} = 6,5 \text{ А}$. При резонан-

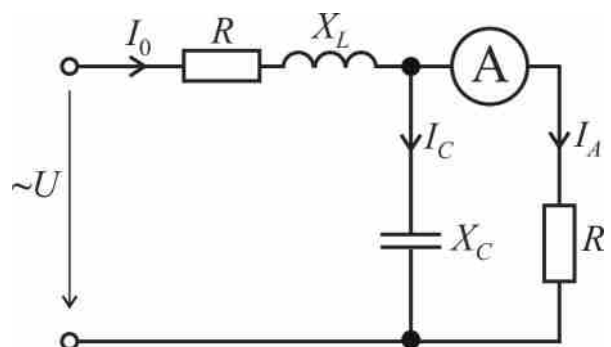


Рисунок 2.11

сній частоті показання амперметра $I_{A,p} = 6,0$ А.

Визначити: значення опорів R , X_L , X_C .

Розв'язання

При $f = 0$ Гц, $X_L = 0$ Ом, $X_C \rightarrow \infty$, тоді активний опір R

$$R = \frac{U}{2I_{A,0}} = \frac{130}{2 \cdot 6,5} = 10 \text{ Ом};$$

При $f_{\text{рез}}$ баланс активної потужності

$$UI_0 = RI_0^2 + RI_{A,p}^2$$

Отримуємо квадратне рівняння $10 \cdot I_0^2 - 130 \cdot I_0 + 10 \cdot 6^2 = 0$.

Корені цього рівняння:

$$I_0 = \frac{13}{2} \pm \sqrt{6,5^2 - 6^2},$$

$$I_{0,1} = 9 \text{ А}; \quad I_{0,2} = 4 \text{ А}.$$

Приймаємо $I_0 = 9$ А, тому що $I_{0,2} < I_{A,p}$, а так не може бути.

$$I_C = \sqrt{I_0^2 - I_{A,p}^2} = \sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5} = 6,71 \text{ А}.$$

Виходячи зі схеми кола, можна записати

$$X_C I_C = R I_{A,p}, \text{ тоді ємнісний опір}$$

$$X_C = R \frac{I_{A,p}}{I_C} = 10 \cdot \frac{6}{3\sqrt{5}} = 8,94 \text{ Ом}.$$

З балансу реактивних потужностей

$$X_L I_0^2 = X_C I_C^2, \text{ тоді індуктивний опір}$$

$$X_L = \frac{I_C^2}{I_0^2} X_C = \frac{(3 \cdot \sqrt{5})^2}{9^2} \cdot 4\sqrt{5} = 4,97 \text{ Ом}.$$

Задача 2.5

Дано: в електричному колі, яке наведене на рис. 2.12, відомі показання електровимірювальних приладів: ватметра $P_W = 500$ Вт, вольтметра $U_{V2} = 35$ В, фазометра $\varphi = 45^\circ$.

Визначити: показання амперметра та вольтметрів, сумарний активний та реактивний опори кола, якщо $R_1 = R_2$.

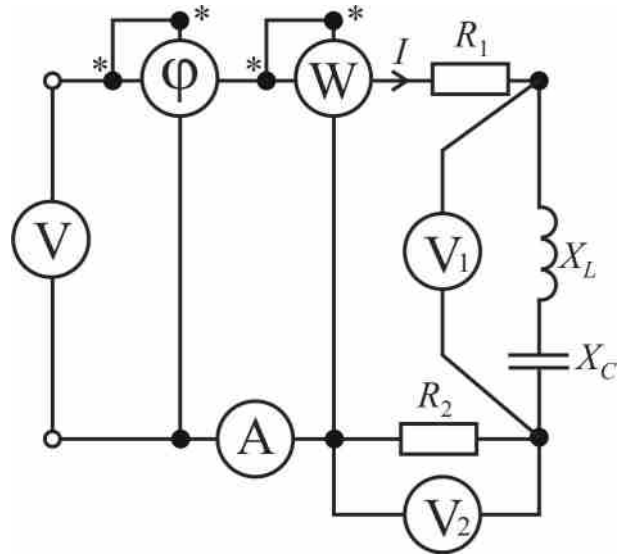


Рисунок 2.12

Розв'язання

Відомо, що потужність, яку вимірює ватметр визначається як

$$P_W = (R_1 + R_2)I^2.$$

З іншого боку напругу на опорі R_2 можна знайти як $U_2 = IR_2$. Таким чином, враховуючи, що $R_1 = R_2$, тобто $R_1 + R_2 = 2R_2$ можна записати систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2I^2 R_2 = 500 \\ IR_2 = 35 \end{cases},$$

звідки струм I у колі або показання амперметра дорівнює $I = 7,14$ А.

Тоді значення опору $R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{35}{7,14} = 4,9$ Ом, а сумарний активний опір кола

згідно умови задачі дорівнює $R_\Sigma = 2R_2 = 2 \cdot 4,9 = 9,8$ Ом.

Відомо, що кут зсуву у колі визначається за формулою

$$\varphi = \arctg \frac{X_\Sigma}{R_\Sigma}, \text{ де } X_\Sigma \text{ – сумарний реактивний опір кола.}$$

Але якщо кут $\varphi = 45^\circ$, то арктангенс такого кута дорівнює одиниці або $\frac{X_\Sigma}{R_\Sigma} = 1$. Звідки можна зробити висновок, що сумарний реактивний опір теж дорівнює 9,8 Ом.

Тоді показання вольтметра V_1 знаходимо як

$$U_1 = IX_\Sigma = 7,14 \cdot 9,8 = 69,97 \approx 70 \text{ В.}$$

А показання вольтметра V

$$U = Iz = 7,14 \cdot 13,85 = 98,89 \approx 100 \text{ В,}$$

$$\text{де повний опір кола } z = \sqrt{R_\Sigma^2 + X_\Sigma^2} = \sqrt{9,8^2 + 9,8^2} = \sqrt{192,08} = 13,85 \text{ Ом.}$$

Задача 2.6

Дано: діюче значення напруги $U = 220 \text{ В}$; частота напруги $f = 50 \text{ Гц}$; опори $R_1 = 20 \text{ Ом}$; $R_2 = 6 \text{ Ом}$; показання приладів: фазометра $\varphi = 0^\circ$, вольтметра $U_{V_2} = 120 \text{ В}$ (рис. 2.13).

Визначити: значення індуктивності L та ємності C .

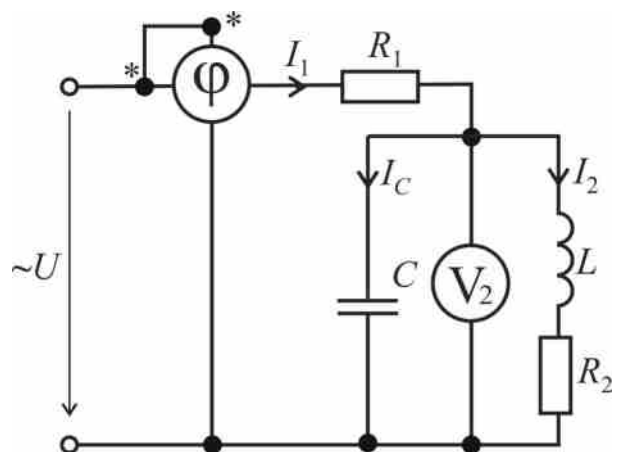


Рисунок 2.13

Розв'язання

Оскільки $\varphi = 0$, у колі налічує резонанс (струм співпадає по фазі з U і U_{RI}), тому:

$$U_1 = U - U_2 = 220 - 120 = 100 \text{ В; } I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{100}{20} = 5 \text{ А.}$$

Баланс активних потужностей

$$U I_1 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2, \text{ звідки}$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{U I_1 - R_1 I_1^2}{R_2}} = \sqrt{\frac{220 \cdot 5 - 20 \cdot 5^2}{6}} = 10 \text{ А.}$$

Повний опір котушки

$$Z_2 = \frac{U_{V_2}}{I_2} = \frac{120}{10} = 12 \text{ Ом.}$$

Індуктивний опір котушки

$$X_{L2} = \sqrt{Z_2^2 - R_2^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 10,392 \text{ Ом.}$$

Відповідно значення індуктивності

$$L = \frac{X_{L2}}{2\pi f} = \frac{10,392}{2\pi \cdot 50} = 33,1 \text{ мГн.}$$

Оскільки котушка і конденсатор знаходяться у резонансі:

$$I_{2a} = I_1; I_{2p} = I_C = \sqrt{I_2^2 - I_{2a}^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8,66 \text{ А}$$

Відповідно,

$$X_C = \frac{U_{V_2}}{I_C} = \frac{120}{8,66} = 13,856 \text{ Ом, а значення ємності}$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 13,856} = 230 \text{ мкФ.}$$

Задача 2.7

Дано: в колі на рис.2.14 відомі наступні параметри: $R_1 = X_C = 10 \text{ Ом}$, $P_W = 250 \text{ Вт}$, $R_K = R_2 = 5 \text{ Ом}$, показання фазометра $\varphi = 0^\circ$.

Знайти: всі струми у колі I , I_1 , I_2 , I_3 , напругу на затискачах кола U .

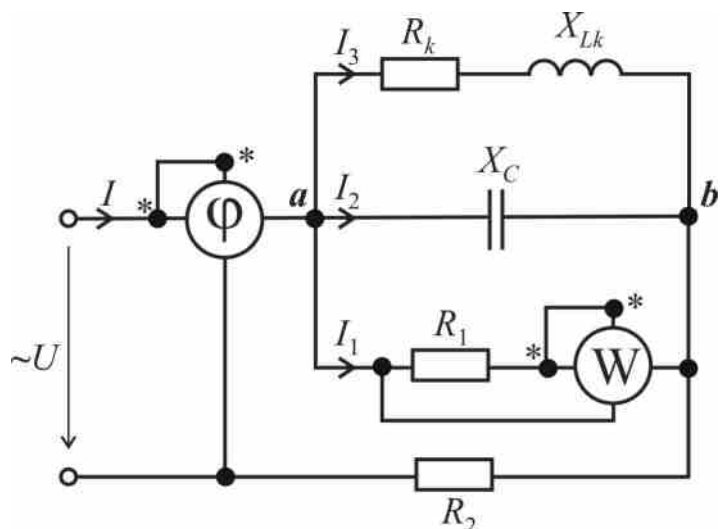


Рисунок 2.14

Розв'язання

Струм у вітці з опором R_1

$$I_1 = \sqrt{\frac{P_W}{R_1}} = \sqrt{\frac{250}{10}} = \sqrt{25} = 5 \text{ А.}$$

Напруга на паралельних вітках

$$U_{ab} = I_1 R_1 = 5 \cdot 10 = 50 \text{ В.}$$

Струм у вітці з ємнісним опором X_C

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{X_C} = \frac{50}{10} = 5 \text{ А.}$$

Якщо показання фазометра дорівнюють нулю, то у даному колі наявний резонанс струмів. Умова резонансу для цього кола:

$$\frac{X_{LK}}{R_K^2 + X_{LK}^2} = \frac{1}{X_C}, \text{ що дає квадратне рівняння}$$

$$X_{LK}^2 - X_{LK} X_C + R_K^2 = 0$$

$$X_{LK}^2 - 10X_{LK} + 25 = 0, \text{ з якого } X_{LK} = 5 \text{ Ом.}$$

Тоді струм у котушці

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{\sqrt{R_K^2 + X_{LK}^2}} = \frac{50}{\sqrt{5^2 + 5^2}} = 7,07 \text{ А.}$$

Кути зсуву фаз у вітках (по відношенню до напругі U_{ab}) на векторній діаграмі:

$$\varphi_1 = \arctg \frac{0}{R_1} = \arctg 0 = 0^\circ; \quad \varphi_2 = \arctg \frac{-X_C}{0} = -90^\circ;$$

$$\varphi_3 = \arctg \frac{X_{LK}}{R_K} = \arctg \frac{5}{5} = \arctg 1 = 45^\circ.$$

З векторної діаграми (рис. 2.15) видно, що реактивна складова струму I_3 дорівнює I_2 , тобто $I_{3p} = I_2$. Активна складова струму I_3 , що співпадає по фазі зі струмом I_1

$$I_{3a} = \sqrt{I_3^2 - I_2^2} = \sqrt{7,07^2 - 5^2} = 5 \text{ А.}$$

Загальний струм I знайдемо як

$$I = I_1 + I_{3a} = 5 + 5 = 10 \text{ А.}$$

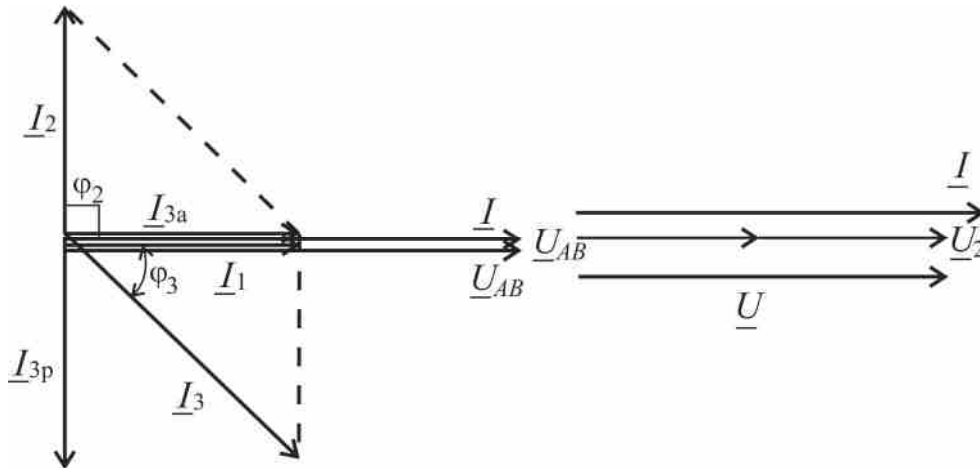


Рисунок 2.15

Загальна напруга складається з суми вектора U_{ab} та вектора U_2 , які лежать на одній прямій, тобто

$$U = U_{ab} + U_2 = U_{ab} + IR_2 = 50 + 5 \cdot 10 = 100 \text{ В.}$$

Задача 2.8

Дано: В електричному колі, який наведено на рис. 2.16, відомі опори $R_1 = R_2 = X_{L2} = X_C = 10 \text{ Ом}$ та показання електровимірювальних приладів: ватметра $P_W = 100 \text{ Вт}$, вольтметра $U_{V2} = 70,7 \text{ В}$, фазометра $\varphi = 45^\circ$.

Знайти: показання амперметра та вольтметра, значення опорів R_3, X_{L1} .

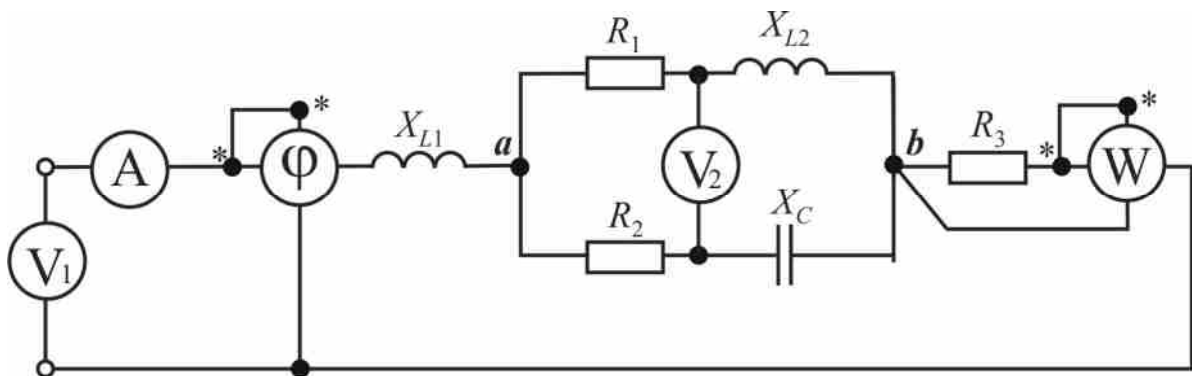


Рисунок 2.16

Розв'язання

Позначимо струми та напруги на рис.2.17

Кут зсуву між напругою U_{ab} та струмом I_1 визначимо як

$$\varphi_1 = \arctg \frac{X_{L2}}{R} = \arctg \frac{10}{10} = \arctg 1 = 45^\circ .$$

Відповідно визначаємо кут зсуву між напругою U_{ab} та струмом I_2

$$\varphi_2 = \arctg \frac{-X_C}{R} = \arctg \frac{-10}{10} = \arctg(-1) = -45^\circ .$$

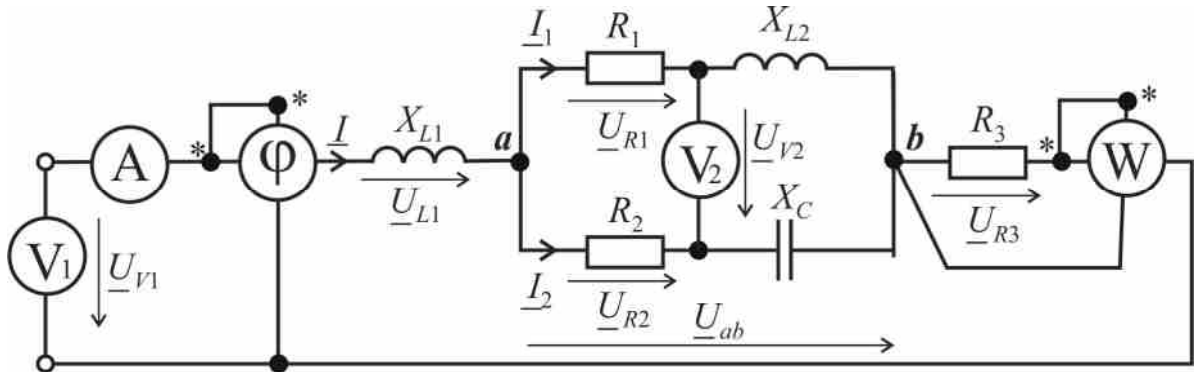


Рисунок 2.17

Згідно другого закону Кірхгофа можна записати $\underline{U}_{V2} = \underline{U}_{R2} - \underline{U}_{R1}$.

Причому, повні опори віток в контурі ab рівні, тоді струми I_1 та I_2 та напруги U_{R1} та U_{R2} рівні. Крім того, в контурі ab виникає резонанс струмів, тому що виконується його умова

$$\frac{X_{L2}}{R_1^2 + X_{L2}^2} = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} .$$

Геометрична сума напруг U_{L1} , U_{ab} , U_{R3} дорівнює сумарній напрузі U_{V1} , яку вимірює вольтметр V_1 .

$$\underline{U}_{V1} = \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{ab} + \underline{U}_{R3}$$

Будуємо векторну діаграму (рис. 2.18), з якої видно, що прямокутний трикутник ABC рівнобедрений, тому можна записати

$$\begin{aligned} U_{R1} &= U_{V2} \cos 45^\circ = U_{R2} = \\ &= U_{V2} \sin 45^\circ = 70,7 \cdot 0,707 = 50 \text{ В.} \end{aligned}$$

За законом Ома знаходимо струми у паралельних вітках:

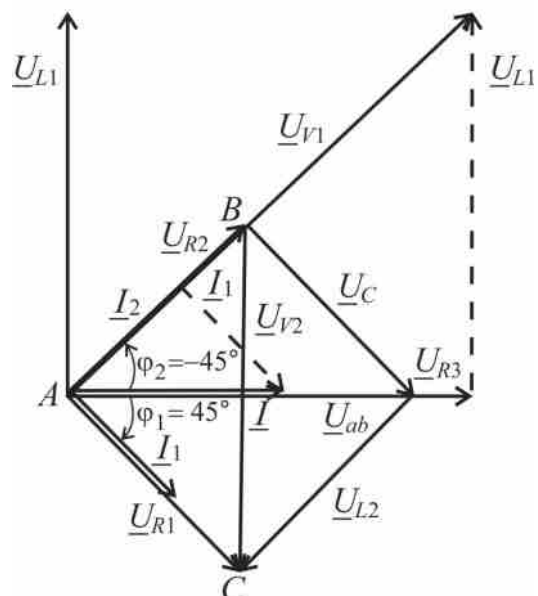


Рисунок 2.18

$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{50}{10} = 5\text{А}; \quad I_2 = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{50}{10} = 5\text{А}.$$

Сумарний струм, який вимірюється амперметром

$$I_1 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 7,07\text{ А}.$$

Визначаємо опір резистора R_3

$$R_3 = \frac{P_W}{I^2} = \frac{100}{50} = 2\text{ Ом}.$$

Напруга на опорі R_3

$$U_{R3} = R_3 I = 2 \cdot 7,07 = 14,14\text{ В}.$$

Напруга між вузлами a і b

$$U_{ab} = I_1 \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = I_2 \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = 5 \cdot 14,1 = 70,7\text{ В}.$$

З геометричних міркувань напруга на індуктивному опорі U_{L1} повинна дорівнювати сумі напруг U_{ab} та U_{R3} , тобто $U_{L1} = 85\text{ В}$. Тільки тоді кут зсуву між загальною напругою U_{V1} і загальним струмом I дорівнюватиме 45° сів.

Тоді індуктивний опір X_{L1}

$$X_L = \frac{U_{L1}}{I} = \frac{85}{7,07} = 12\text{ Ом}.$$

Загальна напруга, яка вимірюється вольтметром V_1 дорівнює

$$U_{V1} = \sqrt{(U_{ab} + U_{R3})^2 + U_{L1}^2} = \sqrt{2 \cdot 85^2} = \sqrt{14450} \approx 120\text{ В}.$$

Задача № 2.9

Дано: в електричному колі, яке наведено на рис. 2.19, відомі опори $R_1 = R_2 = R_3 = X_C = 10\text{ Ом}$ та показання електровимірювальних приладів: ватметра $P_W = 160\text{ Вт}$, фазометра $\varphi = 45^\circ$.

Визначити: показання вольтметра та діючі значення струмів $I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$.

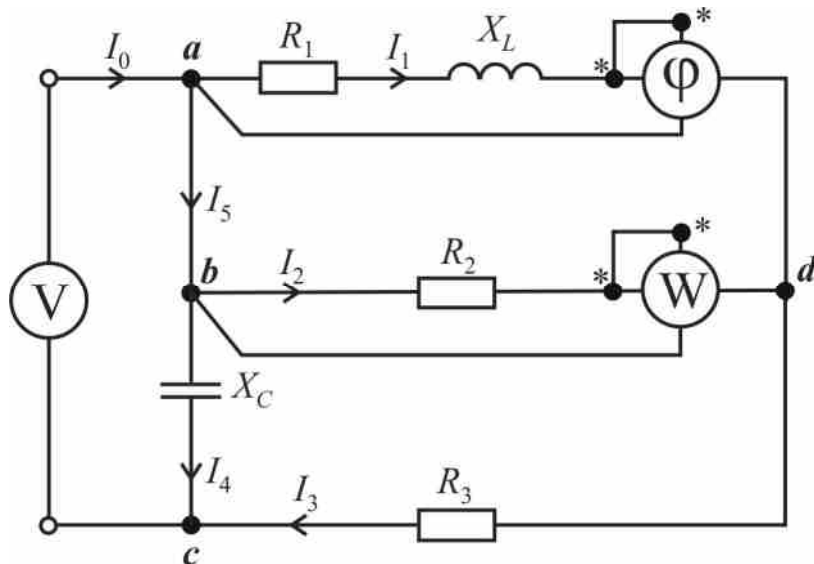


Рисунок 2.19

Розв'язання

Визначаємо діюче значення струму I_2

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_W}{R_2}} = \sqrt{\frac{160}{10}} = \sqrt{16} = 4 \text{ А.}$$

Тоді напруга U_{bd} дорівнює

$$U_{bd} = R_2 I_2 = 10 \cdot 4 = 40 \text{ В.}$$

$$R_1 = X_L, \text{ тому що } \varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_L}{R_1} = \operatorname{arctg} 1 = 45^\circ.$$

Повний опір вітки зі струмом I_1

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14,1 \text{ Ом.}$$

Діюче значення струму I_1

$$I_1 = \frac{U_{bd}}{Z_1} = \frac{40}{14,1} = 2,84 \text{ А.}$$

$$\text{Комплексне значення струму } \underline{I}_1 = I_1 e^{-j\varphi} = 2,84 e^{-j45^\circ} \text{ А.}$$

Згідно з першим законом Кірхгофа

$$\begin{aligned} \underline{I}_3 &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 2,84 e^{-j45^\circ} + 4 = 2,84 \cos(-45^\circ) + j2,84 \sin(-45^\circ) + 4 = \\ &= 2 - j2 + 4 = 6 - j2 = \sqrt{40} e^{-j18,4^\circ} = 6,32 e^{-j18,4^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Діюче значення $I_3 = 6,32 \text{ А.}$

Напруга \underline{U}_{dc} дорівнює

$$\underline{U}_{dc} = R_3 \underline{I}_3 = 10 \cdot 6,32e^{-j18,4^\circ} = 63,2e^{-j18,4^\circ} \text{ В.}$$

Загальна напруга, яка вимірюється вольтметром,

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{U}_{bd} + \underline{U}_{dc} = 40e^{j0^\circ} + 63,2e^{-j18,4^\circ} = 40 \cos 0^\circ + j40 \sin 0^\circ + \\ &+ 63,2 \cos(-18,4^\circ) + j63,2 \sin(-18,4^\circ) = 40 + 0 + 60 - j20 = \\ &= 100 - j20 = 102e^{-j11,3^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Показання вольтметра $U_V = 102 \text{ В.}$

Напруга \underline{U} прикладена до ємності, тому струм в ній визначається як

$$\underline{I}_4 = \frac{\underline{U}}{-jX_C} = \frac{102e^{-j11,3^\circ}}{10e^{-j90^\circ}} = 10,2e^{j78,7^\circ} \text{ А.}$$

Діюче значення струму $I_4 = 10,2 \text{ А.}$

Загальний струм I_0 та струм I_5 знаходимо за допомогою першого закону Кірхгофа

$$\begin{aligned} \underline{I}_0 &= \underline{I}_3 + \underline{I}_4 = 6,32e^{-j18,4^\circ} + 10,2e^{j78,7^\circ} = 6,32 \cos(-18,4^\circ) + j6,32 \sin(-18,4^\circ) + \\ &+ 10,2 \cos 78,7^\circ + j10,2 \sin 78,7^\circ = 6 - j2 + 2 + j10 = 8 + j8 = 11,3e^{j45^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Діюче значення струму $I_0 = 11,3 \text{ А.}$

$$\begin{aligned} \underline{I}_5 &= \underline{I}_0 - \underline{I}_1 = 11,3e^{j45^\circ} - 2,84e^{-j45^\circ} = 11,3 \cos 45^\circ + j11,3 \sin 45^\circ - 2,84 \cos(-45^\circ) - \\ &- j2,84 \sin(-45^\circ) = 8 + j8 - 2 + j2 = 6 + j10 = 11,66e^{j59^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Діюче значення струму $I_5 = 11,66 \text{ А.}$

Задача 2.10

Дано: у колі (рис. 2.20) відомі опори $R_1 = 32 \text{ Ом}; X_{L1} = 31 \text{ Ом}; X_{C1} = 7 \text{ Ом}; X_{L2} = 12 \text{ Ом}; X_{L3} = 11 \text{ Ом}; X_{C3} = 27 \text{ Ом}$, а також показання фазометра $\varphi = 45^\circ$, ватметра $P_W = 180 \text{ Вт}$, та відомо, що $I_2 = 2 \cdot I_1$.

Визначити: значення опору R_2 і показання вимірювальних приладів.

Розв'язання

Відповідно до показання фазометра ($\varphi = 45^\circ$) $\frac{X_{L2}}{R_2} = 1$,

тому $R_2 = X_{L2} = 12 \text{ Ом}$.

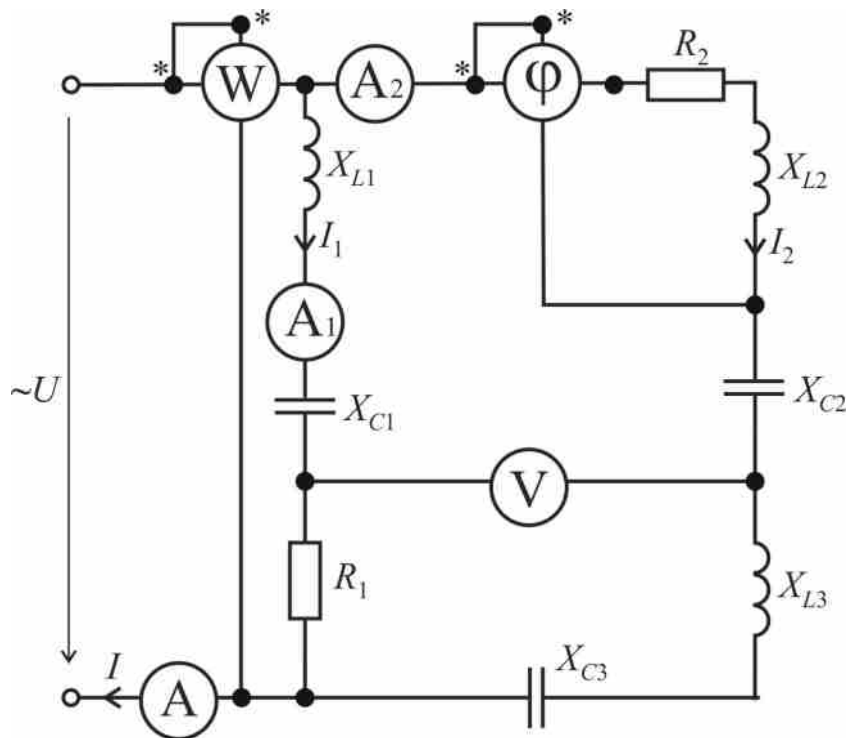


Рисунок 2.20

$$P_W = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 180 \text{ Вт, де } I_2 = 2 \cdot I_1, \text{ звідси}$$

$$I_1 = \sqrt{\frac{P_W}{R_1 + 4R_2}} = \sqrt{\frac{180}{32 + 4 \cdot 12}} = 1,5 \text{ А (показання амперметра } A_1 \text{)};$$

$$I_2 = 2 \cdot I_1 = 2 \cdot 1,5 = 3 \text{ А (показання амперметра } A_2 \text{)}.$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2} = \sqrt{32^2 + (31 - 7)^2} = 40 \text{ Ом};$$

$$\text{Тому загальна напруга } U = I_1 \cdot Z_1 = 1,5 \cdot 40 = 60 \text{ В};$$

$$Z_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{60}{3} = 20 \text{ Ом}.$$

$$X_{L2} + X_{L3} - X_{C2} - X_{C3} = \sqrt{Z_2^2 - R_2^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = \pm 16 \text{ Ом, що дає}$$

$$X_{C2} = \pm 16 + X_{L2} + X_{L3} - X_{C3} = \pm 16 + 12 + 11 - 27 = +12 \text{ Ом, } - 20 \text{ Ом}.$$

Останнє не може бути, тому $X_{C2} = 12 \text{ Ом} = X_{L2}$.

$$\varphi_1 = \arctg \frac{X_{L1} - X_{C1}}{R_1} = \arctg \frac{31 - 7}{32} = 36,87^\circ,$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{X_{L3} - X_{C3}}{R_2} = \arctg \frac{11 - 27}{12} = -53,13^\circ; (X_{L2} - X_{C2} = 0).$$

За першим законом Кірхгофа $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$.

Кут між векторами струмів \underline{I}_1 та \underline{I}_2 $\psi = |\varphi_1| + |\varphi_2| = 36,87^\circ + 53,13^\circ = 90^\circ$.

Тому діюче значення струму (показання амперметра А):

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{1,5^2 + 3^2} = 3,35 \text{ А.}$$

За другим законом Кірхгофа $\underline{U}_V = \underline{U}_{R2} - (\underline{U}_{L1} - \underline{U}_{C1})$.

Діючі значення напруг:

$$U_{R2} = I_2 R_2 = 3 \cdot 12 = 36 \text{ В}; \quad U_{L1} = I_1 X_{L1} = 1,5 \cdot 31 = 46,5 \text{ В};$$

$$U_{C1} = I_1 X_{C1} = 1,5 \cdot 7 = 10,5 \text{ В.}$$

$(U_{L1} - U_{C1}) = 36 \text{ В}$. Вектори цих напруг співпадають (рис. 2.21).

Тому їхня різниця $U_V = 0$ (показання вольтметра V).

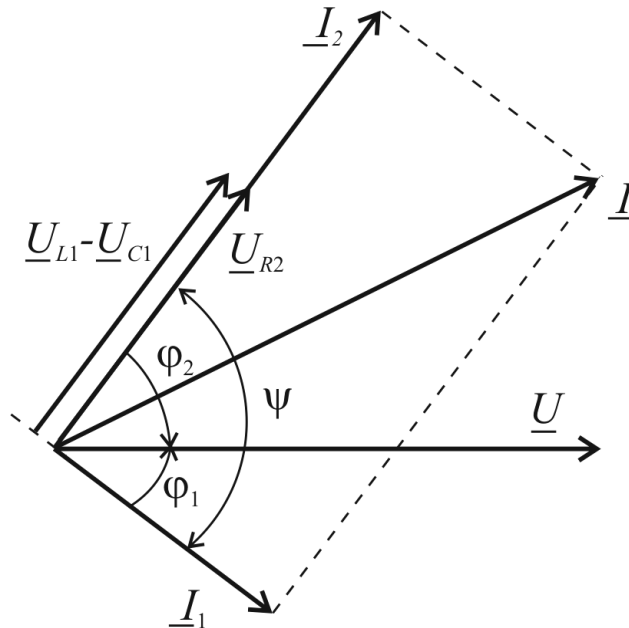


Рисунок 2.21

Задача 2.11

Дано: в електричному колі, яке наведено на рис. 2.22, відомий струм $I_3 = 2 \text{ А}$, показання фазометра $\varphi = -45^\circ$, показання ватметра $P_W = 16 \text{ Вт}$, та відомо, що $R_1 = R_2 = R_3$.

Визначити: діючі значення струмів I, I_1, I_2 ; значення всіх опорів, показання вольтметра.

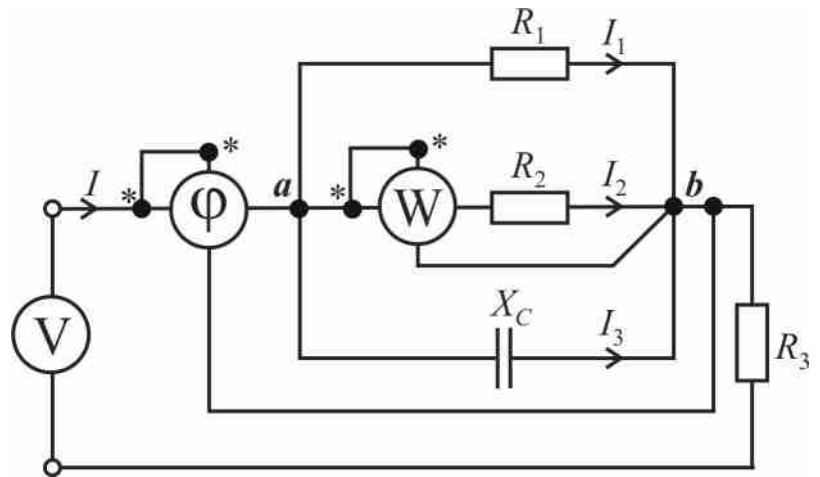


Рисунок 2.22

Розв'язання

Якщо між загальним струмом I та напругою U_{ab} кут зсуву $\varphi = -45^\circ$, то можна записати вираз

$$\varphi = \arctg \frac{-I_3}{I_1 + I_2} = \arctg(-1) = -45^\circ.$$

З умови задачі та з першого виразу можна визначити, що $I_1 = I_2 = 1$ А, тоді активний опір R_1 , а також R_2, R_3 , визначаємо як

$$R_2 = \frac{P_W}{I_2^2} = \frac{16}{1} = 16 \text{ Ом.}$$

Ємнісний опір розраховується як

$$X_c = \frac{U_{ab}}{I_3} = \frac{R_1 I_1}{I_3} = \frac{16}{2} = 8 \text{ Ом.}$$

Загальний струм кола

$$I = \sqrt{(I_1 + I_2)^2 + (-I_3)^2} = \sqrt{(1+1)^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2,83 \text{ А.}$$

Згідно умов задачі можна накреслити наступну векторну діаграму (рис. 2.23).

Напруга U_{R2} розраховується як $U_{R2} = R_2 I = 16 \cdot 2,83 = 45,28$ В.

Загальна напруга, яка вимірюється вольтметром дорівнює

$$U_V = \sqrt{U_{ab}^2 + U_{R2}^2 - 2U_{ab}U_{R2} \cos \alpha} = \sqrt{16^2 + 45,28^2 - 2 \cdot 16 \cdot 45,28 \cdot (-0,707)} \approx 57,71 \text{ В.}$$

Кут α визначаємо з векторної діаграми, він дорівнює 135° .

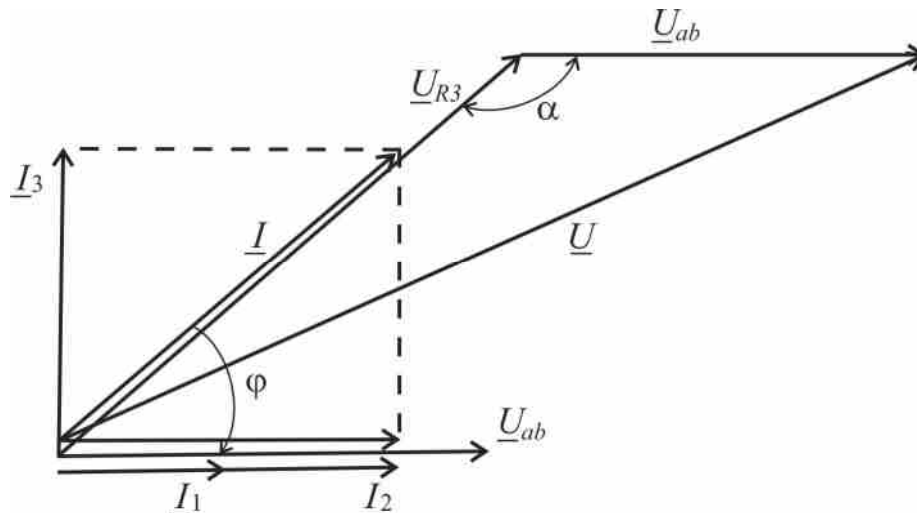


Рисунок 2.23

Задача 2.12

Дано: на рис. 2.24
 $R_1 = R_2 = 5 \text{ Ом}$; $X_L = 0,5 X_C$;
 показання електровимірювальних приладів: ватметра $P_W = 40 \text{ Вт}$ та фазометра $\varphi = -60^\circ$.

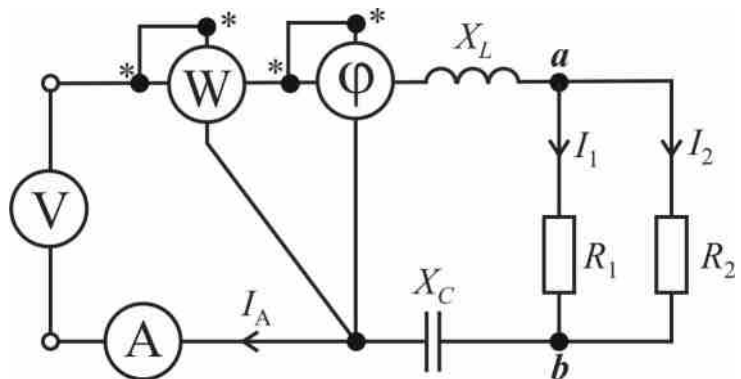


Рисунок 2.24

Визначити: показання амперметра та вольтметра, значення опорів X_L , X_C .

Розв'язання

Потужність, яку вимірює ватметр, можна записати як

$$P_W = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 .$$

Крім того, згідно умов задачі, можна зробити висновок, що $I_1 = I_2$.

$$\text{Тоді } P_W = 2R_1 I_1^2 , \text{ звідки } I_1 = \sqrt{\frac{P_W}{2R_1}} = \sqrt{\frac{40}{2 \cdot 5}} = \sqrt{4} = 2 \text{ А.}$$

Загальний струм кола, тобто струм крізь амперметр

$$I_A = I_1 + I_2 = 2 + 2 = 4 \text{ A}.$$

Кут зсуву між загальною напругою U , яку вимірює вольтметр, та струмом I_A може бути виражений як

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \arctg(-1,73) = -60^\circ.$$

Звідки знайдемо $X_C = 8,65 \text{ Ом}$, тоді $X_L = 0,5 X_C = 0,5 \cdot 8,65 = 4,325 \text{ Ом}$.

Загальний опір кола

$$Z = \sqrt{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{\left(\frac{5 \cdot 5}{5 + 5}\right)^2 + (4,325 - 8,65)^2} = \sqrt{24,96} \approx 5 \text{ Ом}.$$

Загальна напруга, яка вимірюється вольтметром, дорівнює

$$U_V = Z I_A = 5 \cdot 4 = 20 \text{ В}.$$

Задача 2.13

Дано: значення опорів електричного кола (рис.2.25)
 $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 9 \text{ Ом}$,
 $X_{L1} = X_{L2}$; показання ватметра $P_W = 300 \text{ Вт}$, фазометра $\varphi = 22,65^\circ$ та вольтметра $U_V = 75 \text{ В}$.

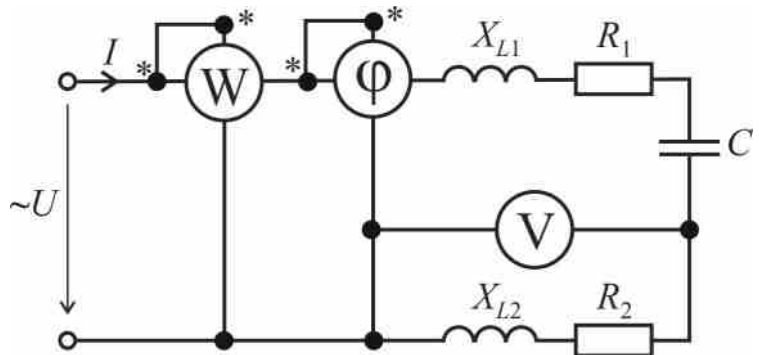


Рисунок 2.25

Визначити: діючі значення U , I , ємність конденсатора C .

Розв'язання

Діюче значення струму

$$I = \sqrt{\frac{P_W}{R_1 + R_2}} = \sqrt{\frac{300}{3 + 9}} = 5 \text{ А}.$$

Сумарний індуктивний опір

$$X_\Sigma = (R_1 + R_2) \operatorname{tg} \varphi = (3 + 9) \operatorname{tg} 22,65^\circ = 5 \text{ Ом} = X_{L1} + X_{L2} - X_C.$$

Діюче значення напруги

$$U = I\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + X_\Sigma^2} = 5 \cdot \sqrt{12^2 + 5^2} = 65 \text{ В.}$$

Повний опір ділянки кола, до якого приєднаний вольтметр

$$Z_2 = \frac{U_V}{I} = \frac{75}{5} = 15 \text{ Ом.}$$

Індуктивні опори:

$$X_{L2} = \sqrt{Z_2^2 - R_2^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ Ом; } X_{L1} = X_{L2} = 12 \text{ Ом.}$$

Ємнісний опір

$$X_C = X_{L1} + X_{L2} - X_\Sigma = 12 + 12 - 5 = 19 \text{ Ом,}$$

звідки значення ємності

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 19} = 167,6 \text{ мкФ.}$$

Задача 2.14

Дано: у схемі на рис. 2.26 активний опір $R = 5 \text{ Ом}$; реактивна потужність $Q = 0 \text{ вар}$; показання ватметра $P_W = 160 \text{ Вт}$; вольтметра $U_{V1} = 75,47 \text{ В}$.

Визначити: діюче значення ЕРС E , показання амперметра та вольтметрів.

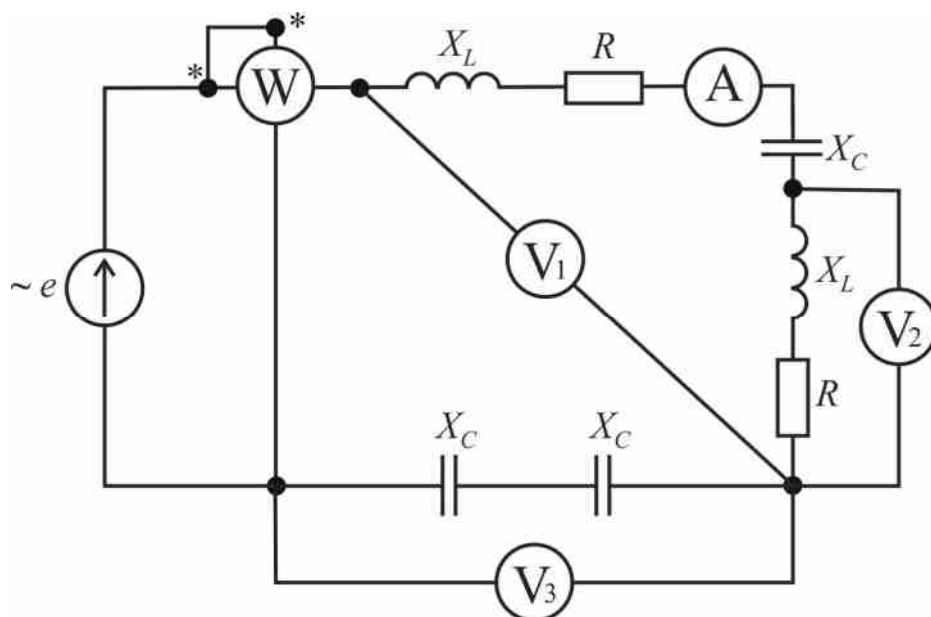


Рисунок 2.26

Розв'язання

Показання амперметра визначимо через показання ватметра

$$I = \sqrt{\frac{P_W}{2R}} = \sqrt{\frac{160}{10}} = 4 \text{ А.}$$

При реактивній потужності $Q = 0$ вар повний опір електричного кола

$$Z = 2R = 2 \cdot 5 = 10 \text{ Ом.}$$

Діюче значення ЕРС

$$E = ZI = 10 \cdot 4 = 40 \text{ В;}$$

$$X = 2X_L - 3X_C = 0, \text{ звідки } X_L = 1,5X_C.$$

Таким чином, маємо квадратне рівняння

$$\frac{U_{V1}}{I} = \sqrt{(2R)^2 + (2X_L - X_C)^2} = \sqrt{4R^2 + 4X_C^2};$$

Корінь цього рівняння

$$X_C = \sqrt{\frac{1}{4} \left(\left(\frac{U_{V1}}{I} \right)^2 - 4R^2 \right)} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{75,47}{4} \right)^2 - 100} = 8 \text{ Ом;}$$

$$X_L = \frac{3}{2} X_C = \frac{3 \cdot 8}{2} = 12 \text{ Ом.}$$

Показання вольтметра V_2

$$U_{V2} = Z_2 I = \left(\sqrt{R^2 + X_L^2} \right) I = \left(\sqrt{5^2 + 12^2} \right) \cdot 4 = 13 \cdot 4 = 52 \text{ В.}$$

Показання вольтметра V_3

$$U_{V3} = Z_3 I = 2X_C I = 2 \cdot 8 \cdot 4 = 64 \text{ В.}$$

Задача 2.15

Дано: значення ЕРС $E = 22 \text{ В}$ в колі на рис. 2.27, значення індуктивностей $L_1 = 47,77 \text{ мГн}$; $L_2 = 9,55 \text{ мГн}$; значення ємностей $C_1 = 318,4 \text{ мкФ}$, $C_2 = 3184 \text{ мкФ}$. Показання фазометрів $\varphi_1 = \varphi_2 = 45^\circ$.

Визначити: показання амперметрів $I_{A1}; I_{A2}; I_{A3}$; та вольтметра U_V .

Розв'язання

Індуктивні та ємнісні опори кола відповідно:

$$X_{L1} = \omega L_1 = 314 \cdot 47,77 \cdot 10^{-3} = 15 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 314 \cdot 9,55 \cdot 10^{-3} = 3 \text{ Ом};$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{314 \cdot 318,4 \cdot 10^{-6}} = 10 \text{ Ом};$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{314 \cdot 3184 \cdot 10^{-6}} = 1 \text{ Ом}, \text{ а}$$

фазовий зсув $\varphi_3 = -90^\circ$ у вітці з C_2 .

Згідно з умовами задачі

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \varphi_2 &= \arctg \frac{X_{L1} - X_{C1}}{R_1} = \\ &= \arctg \frac{X_{L2}}{R_2} = \arctg 1 = 45^\circ, \end{aligned}$$

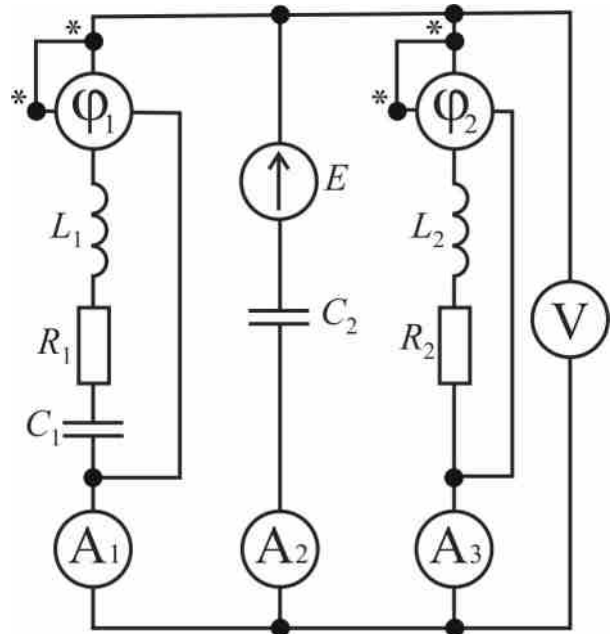


Рисунок 2.27

тоді активні опори відповідно:

$$R_1 = X_{L1} - X_{C1} = 15 - 10 = 5 \text{ Ом}; \quad R_2 = X_{L2} = 3 \text{ Ом}.$$

Комплексні опори віток:

$$\underline{Z}_1 = 5 + j(15 - 10) = 5 + j5 = 7,07 e^{j45^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = -j1 = 1 e^{-j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = 3 + j3 = 4,24 e^{j45^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{13} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = \frac{7,07 e^{j45^\circ} \cdot 4,24 e^{j45^\circ}}{5 + j5 + 3 + j3} = 2,65 e^{j45^\circ} = 1,87 + j1,87 \text{ Ом}.$$

Нехай початкова фаза джерела ЕРС дорівнює нулю, тоді можна записати комплексне значення ЕРС $\underline{E} = 22 e^{j0^\circ} \text{ В}$.

Струм крізь джерело

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_2} = \frac{22 e^{j0^\circ}}{2,06 e^{j25^\circ}} = 10,68 e^{-j25^\circ} = 9,68 - j4,51 \text{ А}.$$

Напруга між вузлами

$$\underline{U} = 10,68e^{-j25^\circ} \cdot 2,65e^{j45^\circ} = 28,3e^{j20^\circ} = 26,6 + j9,68 \text{ В.}$$

Значення струмів у паралельних вітках:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{28,3e^{j20^\circ}}{7,07e^{j45^\circ}} = 4e^{-j25^\circ} \text{ А; } \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_3} = \frac{28,3e^{j20^\circ}}{4,24e^{j45^\circ}} = 6,67e^{-j25^\circ} \text{ А.}$$

Таким чином, показання амперметрів та вольтметра відповідно:

$$I_{A1} = 4 \text{ А; } I_{A2} = 10,68 \text{ А; } I_{A3} = 6,67 \text{ А; } U_V = 28,3 \text{ В.}$$

Задача 2.16

Дано: параметри кола на рис.2.28

$$E = 22 \text{ В; } L_1 = 47,77 \text{ мГн; } L_2 = 9,55 \text{ мГн;}$$

$$C_1 = 318,4 \text{ мкФ; } C_2 = 3184 \text{ мкФ.}$$

Показання фазометрів:

$$\varphi_1 = \varphi_3 = 45^\circ; \varphi_2 = -30^\circ;$$

Визначити: показання амперметрів

$$I_{A1}; I_{A2}; I_{A3}; \text{ показання вольтметра } U_V.$$

Розв'язання

Індуктивні та ємнісні опори віток відповідно:

$$X_{L1} = \omega L_1 = 314 \cdot 47,77 \cdot 10^{-3} = 15 \text{ Ом;}$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 314 \cdot 9,55 \cdot 10^{-3} = 3 \text{ Ом;}$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{314 \cdot 318,4 \cdot 10^{-6}} = 10 \text{ Ом;}$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{314 \cdot 3184 \cdot 10^{-6}} = 1 \text{ Ом.}$$

З умови задачі (значення кутів, які вимірюються фазометрами) можна отримати:

$$R_1 = X_{L1} - X_{C1} = 15 - 10 = 5 \text{ Ом;}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow R_2 = X_{C2} \cdot \sqrt{3} = 1 \cdot \sqrt{3} = 1,732$$

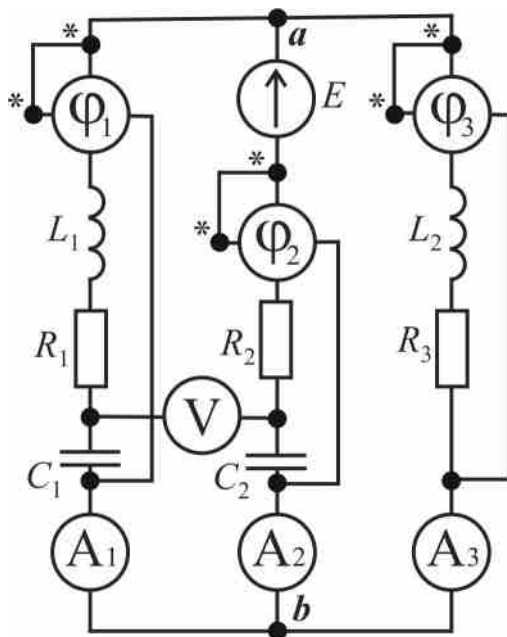


Рисунок 2.28

$$R_3 = X_{L2} = 3 \text{ Ом.}$$

Комплексні опори віток та еквівалентний опір кола відповідно:

$$\underline{Z}_1 = 5 + j(15 - 10) = 5 + j5 = 7,07e^{j45^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_2 = 1,732 - j1 = 2e^{-j30^\circ} \text{ Ом; } \underline{Z}_3 = 3 + j3 = 4,24e^{j45^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_{13} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = \frac{7,07e^{j45^\circ} \cdot 4,24e^{j45^\circ}}{5 + j5 + 3 + j3} = 2,65e^{j45^\circ} = 1,87 + j1,87 \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_E = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_{13} = 1,732 - j1 + 1,87 + j1,87 = 3,602 + j0,87 = 3,7e^{j76,23^\circ} \text{ Ом.}$$

Початкову фазу джерела ЕРС приймаємо рівною нулю, тоді можна записати комплексне значення для ЕРС $\underline{E} = 22e^{j0^\circ} \text{ В.}$

Струм крізь джерело ЕРС за законом Ома

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_E} = \frac{22e^{j0^\circ}}{3,7e^{j76,23^\circ}} = 5,95e^{-j76,23^\circ} \text{ А.}$$

Напруга між вузлами **a** та **b**

$$\underline{U}_{ab} = 5,95e^{-j76,23^\circ} \cdot 2,65e^{j45^\circ} = 15,77e^{-j31,23^\circ} \text{ В.}$$

Струми у паралельних вітках:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{15,77e^{-j31,23^\circ}}{7,07e^{j45^\circ}} = 2,23e^{-j76,23^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_3} = \frac{15,77e^{-j31,23^\circ}}{4,24e^{j45^\circ}} = 3,72e^{-j76,23^\circ} \text{ А.}$$

Показання амперметрів – це модулі комплексних чисел відповідно:

$$I_{A1} = 2,23 \text{ А; } I_{A2} = 5,95 \text{ А; } I_{A3} = 3,72 \text{ А.}$$

Комплексне значення напруги, яке вимірює

$$\begin{aligned} \underline{U}_V &= \underline{I}_2 X_{C2} - \underline{I}_1 X_{C1} = 5,95e^{-j76,23^\circ} 1e^{-j90^\circ} - 2,23e^{-j76,23^\circ} 10e^{-j90^\circ} = \\ &= -5,78 - j1,42 + 21,66 + j5,31 = 15,88 + 3,89j \text{ В.} \end{aligned}$$

Показання вольтметра визначається

$$U_V = \sqrt{15,88^2 + 3,89^2} = 16,35 \text{ В.}$$

Задача 2.17

Дано: у колі на рис.2.29 діюче значення напруги джерела $U = 127$ В; потужність, яку вимірює ватметр $P_W = 1388$ Вт; показання фазометрів: $\varphi_1 = 60^\circ$; $\varphi_2 = -45^\circ$; опори $R_1 = R_2$; індуктивність $L = 31,847$ мГн; $f = 50$ Гц.

Визначити: показання амперметрів I_{A1} , I_{A2} , I_{A3} та значення C .

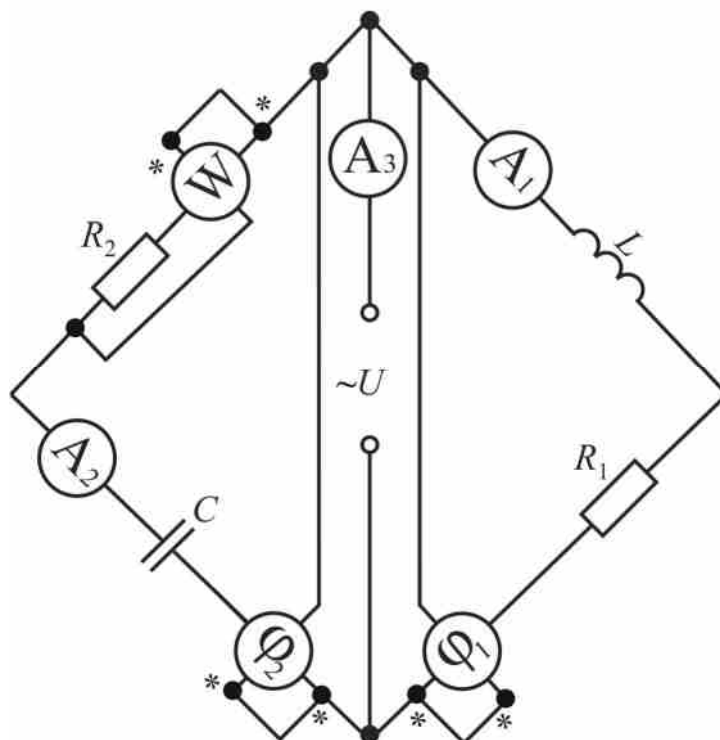


Рисунок 2.29

Розв'язання

Індуктивний опір

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 31,847 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ Ом.}$$

Активні опори:

$$R_1 = \frac{X_L}{\operatorname{tg} 60^\circ} = \frac{10}{1,73} = 5,78 \text{ Ом, а тоді } R_1 = R_2 = 5,78 \text{ Ом.}$$

Повний опір вітки кола з індуктивністю

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{133,4} = 11,54 \text{ Ом.}$$

Показання амперметра A_1

$$I_{A1} = \frac{U}{Z_1} = \frac{127}{11,54} = 11 \text{ А.}$$

Показання амперметра A_2

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_W}{R_2}} = \sqrt{\frac{1388}{5,78}} = \sqrt{240} = 15,49 \text{ А.}$$

$$\varphi_2 = -45^\circ \Rightarrow |X_C| = R_2 = 5,78 \text{ Ом.}$$

Значення ємності

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \cdot 5,78} = 550 \cdot 10^{-6} = 550 \text{ мкФ.}$$

Струм крізь джерело знаходимо через активні та реактивні складові струмів I_1 та I_2 :

$$I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = 11 \cdot \cos 60^\circ = 5,5 \text{ А;}$$

$$I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = 11 \cdot \sin 60^\circ = 9,5 \text{ А;}$$

$$I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = 15,49 \cdot \cos(-45^\circ) = 10,95 \text{ А;}$$

$$I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = 15,49 \cdot \sin(-45^\circ) = -10,95 \text{ А;}$$

$$I_{a3} = I_{a1} + I_{a2} = 16,45 \text{ А; } I_{p3} = I_{p1} + I_{p2} = -1,45 \text{ А;}$$

Показання амперметра A_3

$$I_3 = \sqrt{I_{a3}^2 + I_{p3}^2} = 16,5 \text{ А.}$$

Задача 2.18

Дано: напруга джерела кола (рис.2.30) $U = 360 \text{ В}$; показання ватметра $P_W = 180 \text{ Вт}$ та фазометра $\varphi_1 = -30^\circ$; значення ємності $C = 275,8 \text{ мкФ}$.

Визначити: значення індуктивності L , показання амперметрів I_{A1} , I_{A2} , I_{A3} та фазометра φ_2 .

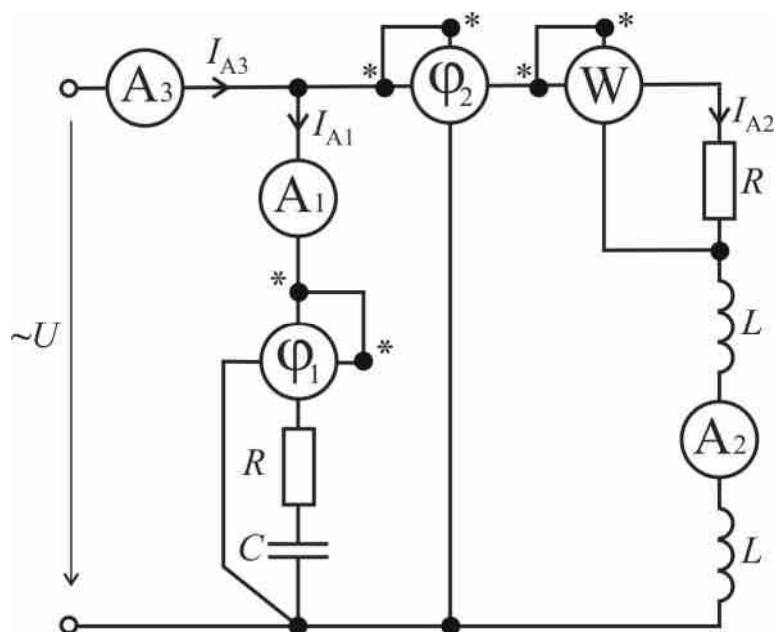


Рисунок 2.30

Розв'язання

Ємнісний опір

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 275,8 \cdot 10^{-6}} = 11,547 \text{ Ом.}$$

Активний опір можна визначити так

$$R = \left| \frac{X_C}{\operatorname{tg}(-30^\circ)} \right| = \left| \frac{11,547}{\operatorname{tg}(-30^\circ)} \right| = 20 \text{ Ом.}$$

Повний опір вітки з ємністю

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{400 + 133,33} = 23,09 \text{ Ом.}$$

Показання амперметрів A1 та A2:

$$I_{A1} = \frac{U}{Z_1} = \frac{360}{23,09} = 15,59 \text{ А;} \quad I_{A2} = \sqrt{\frac{P_W}{R}} = \sqrt{\frac{180}{20}} = \sqrt{9} = 3 \text{ А.}$$

Повний опір вітки з індуктивностями

$$Z_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{360}{3} = 120 \text{ Ом.}$$

Тоді індуктивний опір

$$X_L = \frac{\sqrt{Z_2^2 - R^2}}{2} = \frac{\sqrt{14400 - 400}}{2} = 59,16 \text{ Ом.}$$

Згідно зі схемою кола в ньому знаходяться дві рівні за значенням індуктивності, тоді

$$L = \frac{X_L}{2\omega} = \frac{59,16}{2 \cdot 314} = 94,2 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

Показання фазометра

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \frac{2X_L}{R} = 80,41^\circ.$$

Показання амперметра A3 знайдемо використовуючи активні та реактивні складові струмів у паралельних вітках:

$$I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = 15,59 \cdot \cos(-30^\circ) = 13,5 \text{ А;}$$

$$I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = 15,59 \cdot \sin(-30^\circ) = -7,795 \text{ А;}$$

$$I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = 3 \cdot \cos 80,41^\circ = 0,5 \text{ A}; \quad I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = 3 \cdot \sin 80,41^\circ = 2,96 \text{ A};$$

$$I_{a3} = I_{a1} + I_{a2} = 14 \text{ A}; \quad I_{p3} = I_{p1} + I_{p2} = -4,835 \text{ A};$$

$$I_{A3} = \sqrt{I_{a3}^2 + I_{p3}^2} = 14,81 \text{ A}.$$

Задача 2.19

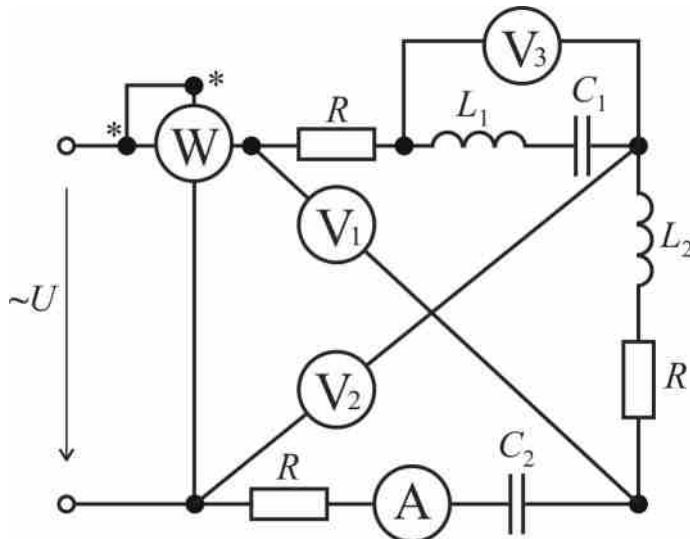


Рисунок 2.31

Дано: параметри кола на

рис. 2.31: $R = 3 \text{ Ом};$

$L_1 = 22,29 \text{ мГн}; L_2 = 35,03 \text{ мГн};$

$C_1 = 318,47 \text{ мкФ};$

$C_2 = 530,78 \text{ мкФ}.$

Показання вольтметра

дорівнює $U_{V1} = 36 \text{ В}.$

Визначити: показання

амперметра I_A , вольтметрів U_{V2} ,

U_{V3} та ватметра P_W , а також резонансну частоту кола f_0 .

Розв'язання

Індуктивні опори:

$$X_{L1} = 2\pi f L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 22,29 \cdot 10^{-3} = 7 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = 2\pi f L_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 35,03 \cdot 10^{-3} = 11 \text{ Ом}.$$

Ємнісні опори:

$$X_{C1} = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 318,47} = 10 \text{ Ом};$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 530,78} = 6 \text{ Ом}.$$

Повні опори ділянок кола, до яких приєднані вольтметри:

$$Z_1 = \sqrt{4R^2 + (X_{L1} + X_{L2} - X_{C1})^2} = \sqrt{4 \cdot 9 + (7 + 11 - 10)^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ Ом};$$

$$Z_2 = \sqrt{4R^2 + (X_{L2} - X_{C2})^2} = \sqrt{4 \cdot 9 + (11 - 6)^2} = \sqrt{61} = 7,81 \text{ Ом};$$

$$Z_3 = \sqrt{(X_{L1} - X_{C1})^2} = \sqrt{(7 - 10)^2} = \sqrt{9} = 3 \text{ Ом}.$$

Струм кола

$$I_A = \frac{U_{V1}}{Z_1} = \frac{36}{10} = 3,6 \text{ А}$$

Показання вольтметрів та ватметра відповідно:

$$U_{V2} = Z_2 I_A = 3,6 \cdot 7,81 = 28,12 \text{ В},$$

$$U_{V3} = Z_3 I_A = 3,6 \cdot 3 = 10,8 \text{ В},$$

$$P_W = 3 R I_A^2 = 3 \cdot 3 \cdot 3,6^2 = 116,64 \text{ Вт}.$$

Резонансна частота

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{(L_1 + L_2) \cdot \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right)}} = \frac{1}{6,28 \sqrt{10^{-9} \cdot (22,29 + 35,03) \cdot \left(\frac{318,47 \cdot 530,78}{318,47 + 530,78} \right)}} = 41,23 \text{ Гц}.$$

Задача 2.20

Дано: параметри кола

на рис. 2.32:

$$L_1 = 44,58 \text{ мГн};$$

$$L_2 = 70,06 \text{ мГн};$$

$$C_1 = 318,47 \text{ мкФ};$$

$$C_2 = 30,78 \text{ мкФ}.$$

Показання вольтметрів:

$$U_{V2} = 32,2 \text{ В}, U_{V3} = 36 \text{ В}.$$

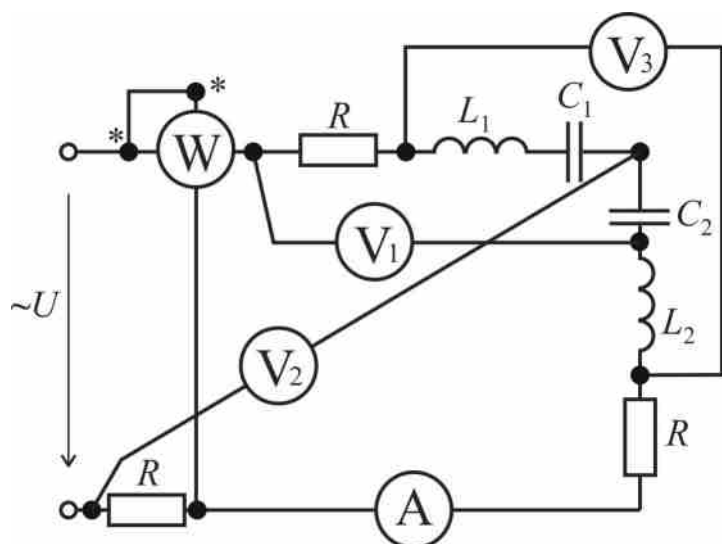


Рисунок 2.32

Визначити: значення

R ; показання амперметра I_A , вольтметра U_{V1} та ватметра P_W ; частоту кола при якій реактивна потужність в колі $Q = 0$ вар.

Розв'язання

Індуктивні опори:

$$X_{L1} = 2\pi fL_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 44,58 \cdot 10^{-3} = 14 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = 2\pi fL_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 70,06 \cdot 10^{-3} = 22 \text{ Ом}.$$

Ємнісні опори:

$$X_{C1} = \frac{1}{2\pi fC_1} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 318,47} = 10 \text{ Ом};$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi fC_1} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 530,78} = 6 \text{ Ом}.$$

Повний опір ділянки кола, до якого приєднаний вольтметр V_3

$$Z_3 = \sqrt{(X_{L1} + X_{L2} - X_{C1} - X_{C2})^2} = \sqrt{(14 + 22 - 10 - 6)^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ Ом}.$$

Показання амперметра

$$I_A = \frac{U_{V3}}{Z_3} = \frac{36}{20} = 1,8 \text{ А}.$$

Повний опір ділянки кола, до якого приєднаний вольтметр V_2

$$Z_2 = \frac{U_{V2}}{I_A} = \frac{32,2}{1,8} = 17,89 \text{ Ом}.$$

$$\text{З іншого боку } Z_2 = \sqrt{4R^2 + (X_{L2} - X_{C2})^2}.$$

Звідки

$$R = \frac{\sqrt{Z_2^2 - (X_{L2} - X_{C2})^2}}{2} = \frac{\sqrt{17,89^2 - (22 - 6)^2}}{2} = 4 \text{ Ом}.$$

Повний опір ділянки кола, до якого приєднаний вольтметр V_1

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (X_{L1} - X_{C1} - X_{C2})^2} = \sqrt{4^2 + (14 - 10 - 6)^2} = \sqrt{20} = 4,47 \text{ Ом}.$$

Показання вольтметра V_1 та ватметра відповідно:

$$U_{V1} = Z_1 I_A = 4,47 \cdot 1,8 = 8,05 \text{ В}; P_W = 2R \cdot I_A^2 = 2 \cdot 4 \cdot 1,8^2 = 25,92 \text{ Вт}.$$

Резонансна частота, при якій $Q = 0$ вар

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2) \cdot \left(\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}\right)}} = \frac{1}{6,28\sqrt{10^{-9} \cdot (44,5 + 70,06) \cdot \left(\frac{318,47 \cdot 530,78}{318,47 + 530,78}\right)}} = 29,15 \text{ Гц.}$$

Задача 2.21

Дано: параметри елементів

кола (рис.2.33): $X_{L1} = 4 \text{ Ом};$

$X_{C1} = 40 \text{ Ом}; R_1 = 15 \text{ Ом};$

$X_{C2} = 30 \text{ Ом}; R_2 = 20 \text{ Ом};$ показання амперметра та фазометра

$I_{A3} = 1 \text{ А}, \varphi = 50^\circ.$

Визначити: напругу U , індуктивність L_2 , показання амперметрів $I_{A0}, I_{A1}, I_{A2}.$

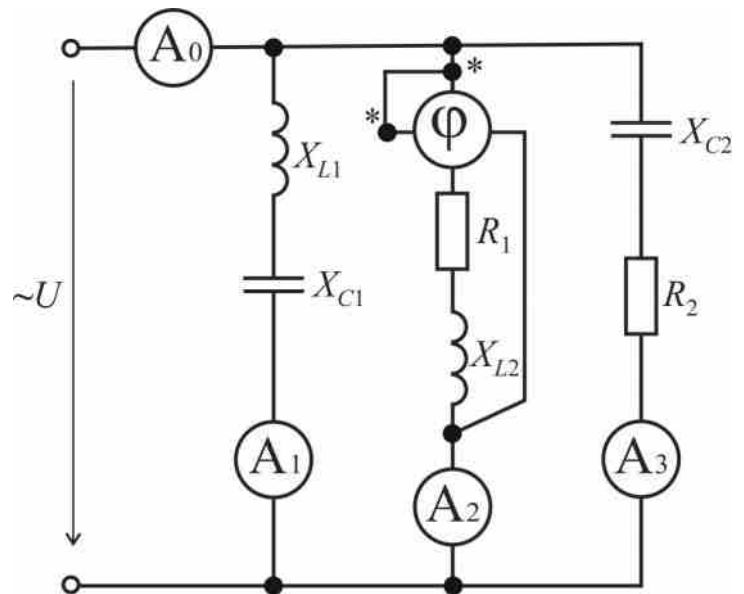


Рисунок 2.33

Розв'язання

Повний опір третьої вітки дорівнює

$$Z_3 = \sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2} = \sqrt{20^2 + (-30)^2} = 36 \text{ Ом,}$$

тоді напруга на затискачах кола, тобто напруга джерела, визначається як

$$U = I_{A3} Z_3 = 1 \cdot 36 = 36 \text{ В.}$$

Кут зсуву у цій вітці

$$\varphi_3 = \arctg \frac{-X_{C2}}{R_2} = \arctg \frac{-30}{20} = -56,3^\circ.$$

Індуктивний опір другої вітки

$X_{L2} = R_1 \operatorname{tg} \varphi = 15 \cdot \operatorname{tg} 50^\circ = 17,88 \text{ Ом,}$ тоді індуктивність дорівнюватиме

$$L_2 = \frac{X_{L2}}{\omega} = \frac{17,88}{2\pi f} = \frac{17,88}{2\pi \cdot 50} = 57 \text{ мГн.}$$

Повний опір другої вітки становить

$$Z_2 = \sqrt{R_1^2 + X_{L2}^2} = \sqrt{15^2 + 17,88^2} = 23,34 \text{ Ом.}$$

Показання амперметра I_{A2}

$$I_{A2} = \frac{U}{Z_2} = \frac{36}{23,34} = 1,54 \text{ А.}$$

Реактивний опір першої вітки

$$X_1 = X_{L1} - X_{C1} = 4 - 40 = -36 \text{ Ом.}$$

Повний опір першої вітки

$$Z_1 = \sqrt{X_1^2} = \sqrt{(-36)^2} = 36 \text{ Ом.}$$

Кут зсуву в першій вітці $\varphi_1 = -90^\circ$

Показання амперметра I_{A1}

$$I_{A1} = \frac{U}{Z_1} = \frac{36}{36} = 1 \text{ А.}$$

Показання амперметра I_{A0} , тобто загальний струм кола знайдемо через квадратний корінь з суми квадратів активних та реактивних складових струмів у паралельних вітках кола:

$$I_{A1a} = 0; I_{A1p} = -1 \text{ А;}$$

$$I_{A2a} = I_{A2} \cos \varphi_2 = 1,54 \cdot \cos 50^\circ = 0,99 \text{ А;}$$

$$I_{A2p} = I_{A2} \sin \varphi_2 = 1,54 \cdot \sin 50^\circ = 1,18 \text{ Аp;}$$

$$I_{A3a} = I_{A3} \cos \varphi_3 = 1 \cdot \cos(-56,3^\circ) = 0,55 \text{ А;}$$

$$I_{A3p} = I_{A3} \sin \varphi_3 = 1 \cdot \sin(-56,3^\circ) = -0,83 \text{ Аp;}$$

$$I_a = I_{A1a} + I_{A2a} + I_{A3a} = 0,99 + 0,55 = 1,54 \text{ А;}$$

$$I_p = I_{A1p} + I_{A2p} + I_{A3p} = -1 + 1,18 - 0,83 = -0,65 \text{ Аp;}$$

$$I_{A0} = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{1,54^2 + (-0,65)^2} = 1,67 \text{ А.}$$

Задача 2.22

Дано: параметри елементів кола (рис. 2.34): $R = 7 \text{ Ом}$; частота мережі $f = 50 \text{ Гц}$; показання амперметра $I_{A1} = 1,865 \text{ А}$, фазометрів $\varphi_1 = -68,7^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$.

Визначити: індуктивність L , ємність C , напругу U , показання амперметра I_{A0} , ватметра P_W .

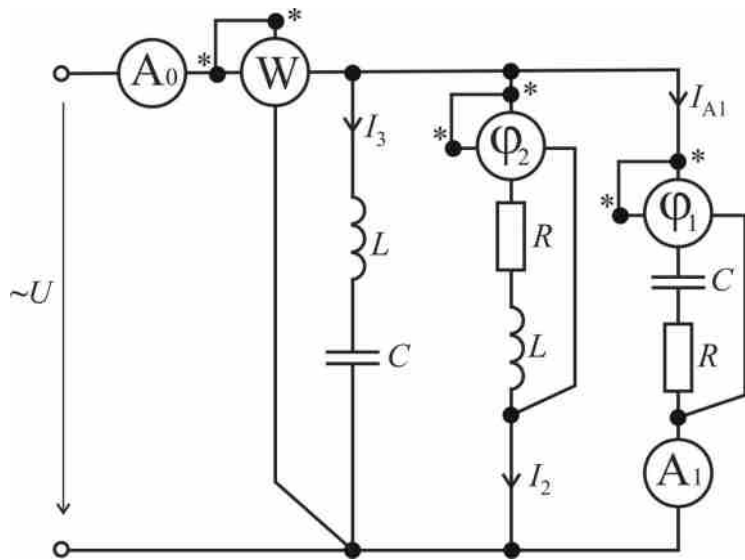


Рисунок 2.34

Розв'язання

Виходячи з умови задачі, кут зсуву другої вітки $\varphi_2 = 45^\circ$, тоді

$\frac{X_L}{R} = \text{tg}45^\circ = 1$, що означає $R = X_L$, звідки знаходимо індуктивність

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{7}{2\pi f} = \frac{7}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = \frac{7}{314} = 22,3 \text{ мГн.}$$

Ємнісний опір та ємність відповідно третьої вітки визначимо, використовуючи показання фазометра φ_1 , яке також відомо з умови задачі:

$$X_C = |R \cdot \text{tg}\varphi_1| = |7 \cdot \text{tg}(-68,7^\circ)| = 18 \text{ Ом};$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi f \cdot 18} = \frac{1}{314 \cdot 18} = 177 \text{ мкФ.}$$

Повні опори віток кола відповідно:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (-X_C)^2} = \sqrt{7^2 + (-18)^2} = 19,3 \text{ Ом};$$

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{7^2 + 7^2} = 9,9 \text{ Ом}; \quad Z_3 = |X_L - X_C| = |7 - 18| = 11 \text{ Ом.}$$

Напруга кола

$$U = I_{A1} Z_1 = 1,865 \cdot 19,3 = 36 \text{ В.}$$

Тоді з закону Ома визначимо діючі значення струмів у вітках кола:

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{36}{9,9} = 3,63 \text{ А}; \quad I_3 = \frac{U}{Z_3} = \frac{36}{11} = 3,27 \text{ А}.$$

Якщо кут зсуву для першої вітки дорівнює

$$\varphi_3 = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{7 - 18}{0} = -90^\circ, \text{ тоді активна потужність, яка}$$

споживається в колі або показання ватметра

$$P_W = I_1^2 R + I_2^2 R = 1,865^2 \cdot 7 + 3,63^2 \cdot 7 = 116,6 \text{ Вт}.$$

Показання амперметра I_{A0} , тобто загальний струм кола знайдемо через квадратний корінь з суми квадратів активних та реактивних складових струмів у паралельних вітках кола:

$$I_{A1a} = I_{A1} \cos \varphi_1 = 1,865 \cdot \cos(-68,7^\circ) = 0,677 \text{ А};$$

$$I_{A1p} = I_{A1} \sin \varphi_1 = 1,865 \cdot \sin(-68,7^\circ) = -1,737 \text{ Ап};$$

$$I_{A2a} = I_2 \cos \varphi_2 = 3,63 \cdot \cos 45^\circ = 2,567 \text{ А};$$

$$I_{A2p} = I_2 \sin \varphi_2 = 3,63 \cdot \sin 45^\circ = 2,567 \text{ Ап};$$

$$I_{3a} = I_3 \cos \varphi_3 = 3,27 \cdot \cos(-90^\circ) = 0 \text{ Ап};$$

$$I_{3p} = I_3 \sin \varphi_3 = 3,27 \cdot \sin(-90^\circ) = -3,27 \text{ Ап};$$

$$I_a = I_{A1a} + I_{2a} + I_{3a} = 0,677 + 2,567 = 3,244 \text{ А};$$

$$I_p = I_{A1p} + I_{2p} + I_{3p} = -1,737 + 2,567 - 3,27 = -2,44 \text{ Ап};$$

$$I_{A0} = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{3,244^2 + (-2,44)^2} = 4,06 \text{ А}.$$

Задача № 2.23

Дано: параметри елементів кола (рис. 2.35): $R_1 = 10 \text{ Ом}; X_{L1} = 30 \text{ Ом}; X_{C1} = 10 \text{ Ом}; X_{C2} = 20 \text{ Ом}; X_{L2} = 15 \text{ Ом}; R_3 = 5 \text{ Ом};$ діючі значення напруг: $U_1 = 81,16 \text{ В}; U_2 = 74,81 \text{ В}.$ Реактивна потужність кола $Q = 0 \text{ вар}.$

Визначити: $R_2, C_3,$ струм $I,$ напруги $U, U_3,$ активну потужність кола $P.$

Розв'язання

Якщо реактивна потужність $Q = 0$ вар, то реактивний опір $X = 0$ Ом, що відповідає режиму резонансу напруг: $X_L = X_C$. Тоді з рівності алгебраїчної суми індуктивних та ємнісних опорів маємо

$$X_{C3} = X_{L1} + X_{L2} - X_{C1} - X_{C2} = \\ = 30 + 15 - 10 - 20 = 15 \text{ Ом.}$$

Тоді ємність C_3

$$C_3 = \frac{1}{\omega X_{C3}} = \frac{1}{2\pi f \cdot 15} = \frac{1}{314 \cdot 15} = \\ = 212,31 \text{ мкФ.}$$

Повний опір ділянки кола, на якому діє напруга U_1

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2} = \sqrt{10^2 + (30 - 10)^2} = 22,36 \text{ Ом.}$$

$$\text{Струм у колі } I = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{81,16}{22,36} = 3,63 \text{ А.}$$

Активний опір R_2

$$R_2 = \sqrt{Z_2^2 - (X_{L2} - X_{C2})^2} = \sqrt{20,6^2 - (15 - 20)^2} = 20 \text{ Ом.}$$

Повний опір ділянок кола:

$$Z_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{74,81}{3,63} = 20,6 \text{ Ом;}$$

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + (-X_{C3})^2} = \sqrt{5^2 + (-15)^2} = 15,81 \text{ Ом.}$$

Напруга U_3

$$U_3 = Z_3 I = 15,81 \cdot 3,63 = 57,4 \text{ В.}$$

Активна потужність кола

$$P = (R_1 + R_2 + R_3) I^2 = (10 + 20 + 5) \cdot 3,63^2 = 461,2 \text{ Вт.}$$

Напруга джерела

$$U = Z I = (R_1 + R_2 + R_3) I = (10 + 20 + 5) \cdot 3,63 = 127 \text{ В.}$$

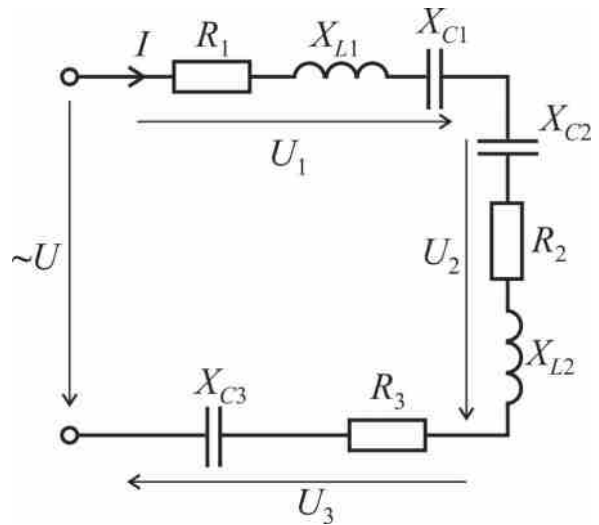


Рисунок 2.35

Задача 2.24

Дано: параметри елементів кола (рис. 2.36) $R_1 = 3 \text{ Ом}$; $X_{C1} = 5 \text{ Ом}$; $X_{L1} = 13 \text{ Ом}$; $X_{L2} = 4 \text{ Ом}$; $X_{C2} = 12 \text{ Ом}$; $X_{L3} = 18 \text{ Ом}$; потужність ватметра $P_W = 400 \text{ Вт}$; показання фазометра $\varphi = -45^\circ$, вольтметрів $U_{V1} = 72 \text{ В}$, $U_{V2} = 65 \text{ В}$.

Визначити: значення активних опорів R_2 , R_3 ; показання амперметра I_A ; ємність C_3 ; напругу U .

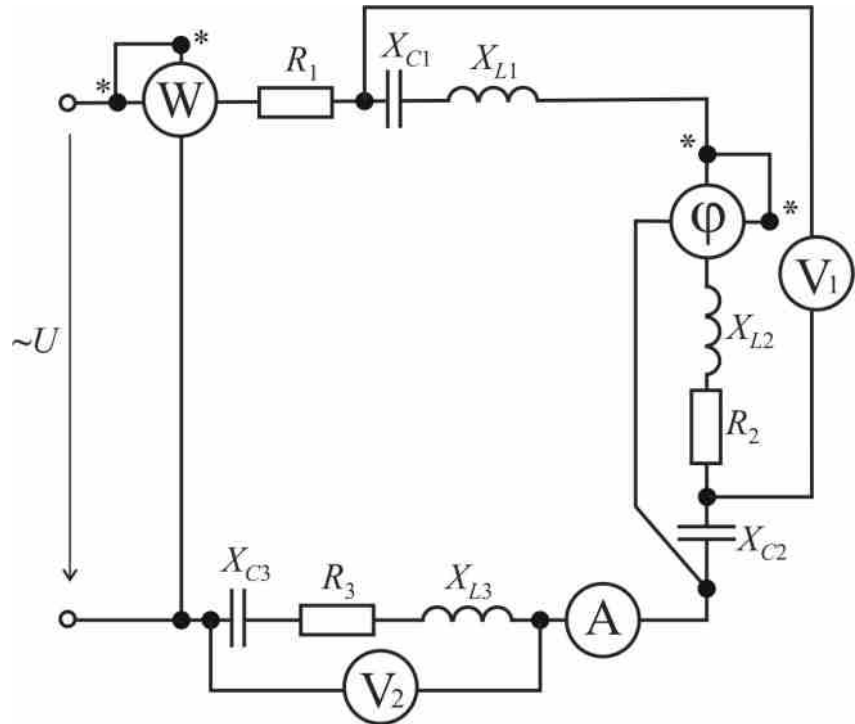


Рисунок 2.36

Розв'язання

Тангенс кута зсуву

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_{L2} - X_{C2}}{R_2}.$$

Активний опір R_2

$$R_2 = \frac{X_{L2} - X_{C2}}{\operatorname{tg}\varphi} = \frac{4 - 12}{\operatorname{tg}(-45^\circ)} = \frac{-8}{-1} = 8 \text{ Ом}.$$

Показання вольтметра U_{V1} можна записати як $U_{V1} = I_A Z'$, тоді повний опір ділянки кола, до якої приєднаний вольтметр

$$Z' = \sqrt{R_2^2 + (X_{L1} + X_{L2} - X_{C1})^2} = \sqrt{8^2 + (13 + 4 - 5)^2} = 14,42 \text{ Ом}.$$

Показання амперметра

$$I_A = \frac{U_{V1}}{Z'} = \frac{72}{14,42} = 5 \text{ A.}$$

Показання ватметра або активна потужність кола

$$P_W = (R_1 + R_2 + R_3)I_A^2.$$

Активний опір R_3

$$R_3 = \frac{P_W}{I_A^2} - R_1 - R_2 = \frac{400}{5^2} - 3 - 8 = 5 \text{ Ом.}$$

Повний опір ділянки кола

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + (X_{L3} - X_{C3})^2}.$$

З іншого боку

$$Z_3 = \frac{U_{V2}}{I_A} = \frac{65}{5} = 13 \text{ Ом.}$$

Ємнісний опір

$$X_{C3} = X_{L3} - \sqrt{Z_3^2 - R_3^2} = 18 - \sqrt{13^2 - 5^2} = 6 \text{ Ом,}$$

Звідки ємність

$$C_3 = \frac{1}{2\pi f X_{C3}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 6} = 530,8 \text{ мкФ.}$$

Повний опір кола

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + (X_{L1} + X_{L2} + X_{L2} - X_{C1} - X_{C2} - X_{C3})^2} = \\ &= \sqrt{(3 + 8 + 5)^2 + (13 + 4 + 18 - 5 - 12 - 6)^2} = 20 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Напруга на затискачах кола $U = ZI_A = 5 \cdot 20 = 100 \text{ В.}$

3. РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ

Задача 3.1

Дано: трифазне коло на рис. 3.1 з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 380$ В та параметрами навантаження у фазах $R = 10$ Ом; $X_L = X_C = 10\sqrt{3}$ Ом.

Визначити: фазні струми, а також показання вимірювальних приладів.

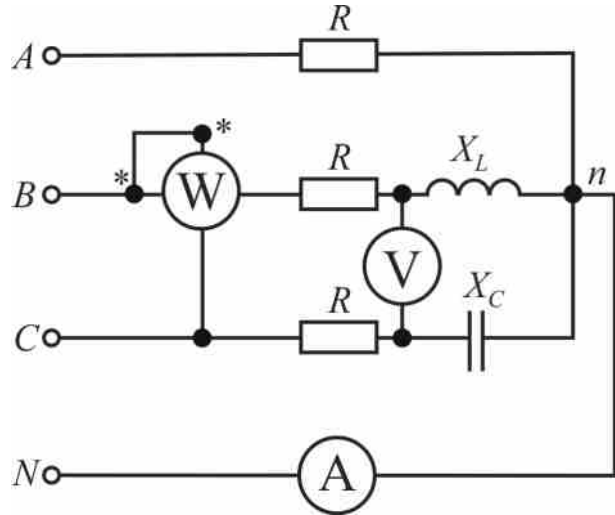


Рисунок 3.1

Розв'язання

Фазні напруги джерела $U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220$ В.

Фазні напруги джерела у комплексній формі:

$$\underline{U}_A = U_{\phi} e^{j0^{\circ}} = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_B = U_{\phi} e^{-j120^{\circ}} = 220 e^{-j120^{\circ}} \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = U_{\phi} e^{j120^{\circ}} = 220 e^{j120^{\circ}} \text{ В}.$$

Повні опори фаз споживачів у комплексній формі:

$$\underline{Z}_a = R = 10 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_b = R + jX_L = 10 + j10 \cdot \sqrt{3} = 20 e^{j60^{\circ}} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_c = R - jX_C = 10 - j10 \cdot \sqrt{3} = 20 e^{-j60^{\circ}} \text{ Ом}.$$

Фазні струми, які дорівнюють лінійним струмам, у комплексній формі:

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_a} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A};$$

$$\underline{I}_b = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_b} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{20e^{j60^\circ}} = 11e^{-j180^\circ} = -11 \text{ A};$$

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_c} = \frac{220e^{j120^\circ}}{20e^{-j60^\circ}} = 11e^{j180^\circ} = -11 \text{ A}.$$

Струм у нейтральному проводі

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 22 - 11 - 11 = 0.$$

Напруга, яку вимірює вольтметр

$$\underline{U}_V = \underline{U}_{L_b} - \underline{U}_{C_c} = jX_L \underline{I}_b - (-jX_C \underline{I}_c) = j10\sqrt{3}(-11) - j(-j10\sqrt{3}(-11)) = -j380 \text{ В},$$

тобто показання вольтметра $U_V = 380 \text{ В}$.

Показання ватметра

визначаються як

$$P_W = U_{BC} I_b \cos(\underline{U}_{BC} \underline{I}_b).$$

З векторної діаграми (рис. 3.2) виходить, що кут між векторами напруги \underline{U}_{BC} і струму \underline{I}_b дорівнює 90° . Тому $\cos(\underline{U}_{BC} \underline{I}_b) = 0$; $P_W = 0$.

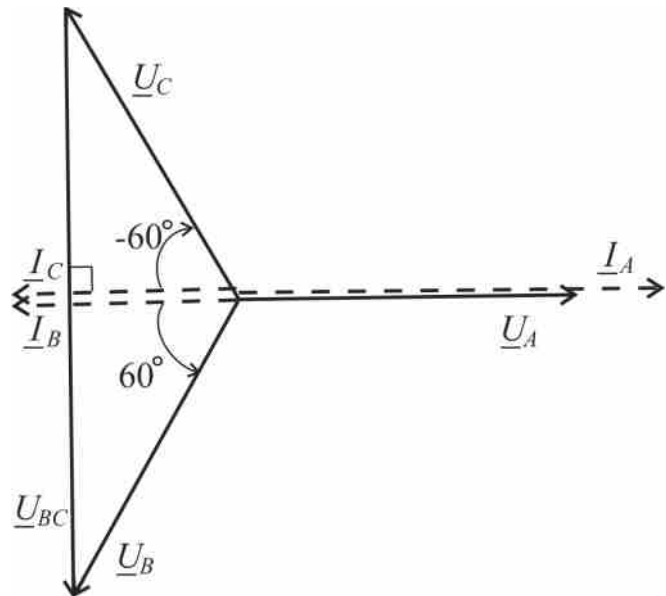


Рисунок 3.2

Задача 3.2

Дано: до трифазної чотирьохпровідної мережі (рис. 3.3) з лінійною напругою $U_{\text{Л}} = 208 \text{ В}$ та частотою $f = 50 \text{ Гц}$ підключені споживачі, параметри яких $R_a = 40 \text{ Ом}$, $R_b = 30 \text{ Ом}$, $R_c = 60 \text{ Ом}$.

Визначити: показання амперметра (струм I_N) при розімкненому ключі «П»; ємність C , якщо «П» включено і амперметр показує нуль ($I_N = 0$).

Розв'язання

Фазна напруга у колі

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}} = \frac{208}{\sqrt{3}} = 120 \text{ В.}$$

Комплексні фазні напруги кола:

$$\underline{U}_A = U_{\phi} e^{j0^{\circ}} = 120 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_B = U_{\phi} e^{-j120^{\circ}} = 120 e^{-j120^{\circ}} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_C = U_{\phi} e^{j120^{\circ}} = 120 e^{j120^{\circ}} \text{ В.}$$

Комплексні значення фазних

струмів:

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_A}{R_a} = \frac{120}{40} = 3 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_b = \frac{\underline{U}_B}{R_b} = \frac{120 e^{-j120^{\circ}}}{30} = 4 e^{-j120^{\circ}} = -2 - j2\sqrt{3} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{U}_C}{R_c} = \frac{120 e^{j120^{\circ}}}{60} = 2 e^{j120^{\circ}} = -1 + j\sqrt{3} \text{ А.}$$

При розімкненому «П» струм у нейтральному проводі

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 3 - 2 - j2\sqrt{3} - 1 + j\sqrt{3} = -j\sqrt{3}, \quad I_N = \sqrt{3} = 1,732 \text{ А.}$$

При замкненому «П» струм у нейтральному проводі

$$\underline{I}_{N,0} = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C + \underline{I}_{C0} = \underline{I}_N + \underline{I}_{C0} = 0,$$

тобто $\underline{I}_{C0} = -\underline{I}_N = j\sqrt{3}$, а « j » – вказує, що цей струм на 90° випереджає \underline{U}_A .

$$\text{Ємнісний опір дорівнює } X_C = \frac{U_{\phi}}{I_{C0}} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3} \text{ Ом.}$$

Таким чином, ємність

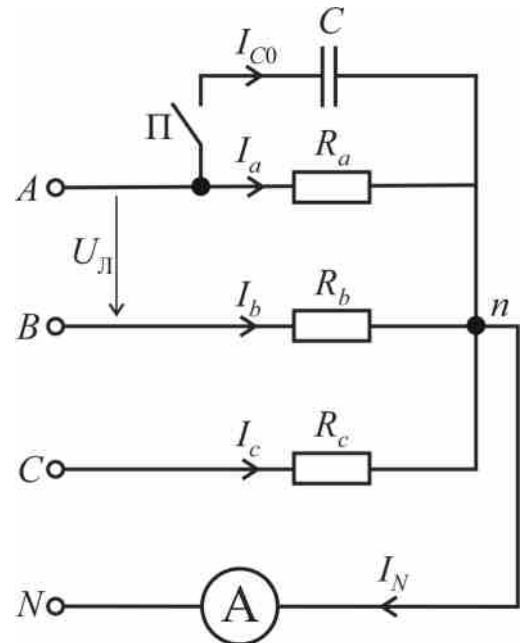


Рисунок 3.3

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 40\sqrt{3}} = 45,97 \text{ мкф.}$$

Задача 3.3

Дано: до трифазної мережі з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 300 \text{ В}$ (рис.3.4) підключені споживачі, параметри яких $R = 50 \text{ Ом}$, $X_L = 110 \text{ Ом}$, $C = 10,615 \text{ мкф}$.

Визначити: частоту f , при якій вектор \underline{U}_{LC} (вектор загального падіння напруги на елементах L і C) буде випереджати вектор фазної напруги \underline{U}_A на кут 45° ; при цій частоті визначити показання вольтметра U_V .

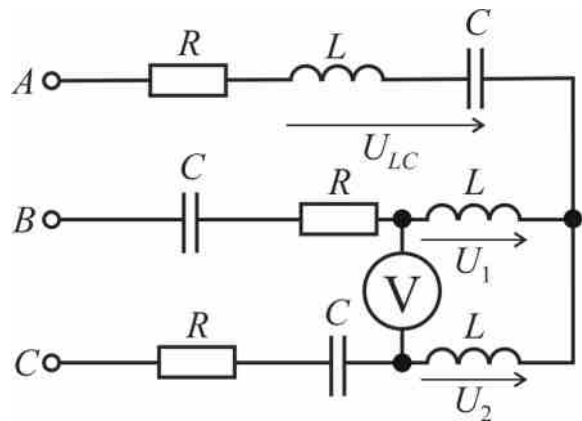


Рисунок 3.4.

Розв'язання

Якщо вектор \underline{U}_{LC} (вектор загального падіння напруги на елементах L і C) буде випереджати вектор фазної напруги \underline{U}_A на кут 45° . Таким чином, активний опір фаз дорівнюватиме реактивному $R = X_\phi$, тобто

$$R = X_L - X_C, \text{ та } X_L > X_C.$$

Відповідно,

$$X_C = X_L - R = 110 - 50 = 60 \text{ Ом.}$$

Частота, що треба визначити

$$f = \frac{1}{2\pi X_C C} = \frac{10^6}{6,28 \cdot 60 \cdot 10,62} = 250 \text{ Гц.}$$

Фазна напруга кола

$$U_\phi = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

Повний опір фази

$$Z_{\Phi} = \sqrt{R^2 + X_{\Phi}^2} = \sqrt{50^2 + 50^2} = \sqrt{5000} = 70,71 \text{ Ом.}$$

Фазні струми, які дорівнюють лінійним струмам

$$I_{\Phi} = \frac{U_{\Phi}}{Z_{\Phi}} = \frac{220}{70,71} = 3,11 \text{ А.}$$

Кут між лінійним струмом I_B і лінійною напругою U_{BC}

$$\varphi_W = 30^\circ + \varphi = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ,$$

де 30° – кут між лінійною і фазною напругами.

Відповідно показання ватметра

$$P_W = U_{BC} I_B \cos \varphi_W = 380 \cdot 3,11 \cdot \cos 75^\circ = 307,27 \text{ Вт.}$$

Напруга на ємності С дорівнює

$$U_C = X_C I_{\Phi} = 60 \cdot 3,11 = 186,6 \text{ В.}$$

Показання вольтметра

$$U_V = \sqrt{3} U_C = \sqrt{3} \cdot 186,6 = 322 \text{ В.}$$

Задача 3.4

Дано: через перетворювач частоти до трифазної мережі підключені «зіркою» споживачі (рис. 3.5) з параметрами: лінійна напруга $U_{\text{Л}} = 380 \text{ В}$,

$L_A = 50 \text{ мГн}$, $L_B = L_C = 20 \text{ мГн}$. При

регулюванні частоти встановились однакові фазні напруги

$U_A = U_B = U_C$. При цьому ватметр показував «0» ($P_W = 0$), амперметр 22 А ($I_B = 22 \text{ А}$).

Визначити: частоту f , за якою встановились однакові фазні напруги, і параметри елементів R_A, R_B, R_C, C_A .

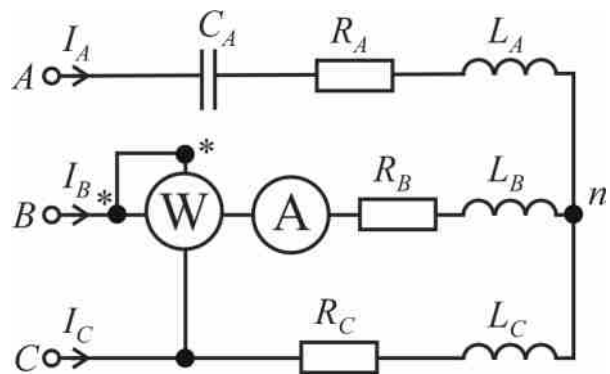


Рисунок 3.5

Розв'язання

Фазна напруга кола $U_{\phi} = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}$.

Векторна діаграма (рис. 3.6), що відповідає умові $P_W = 0$.

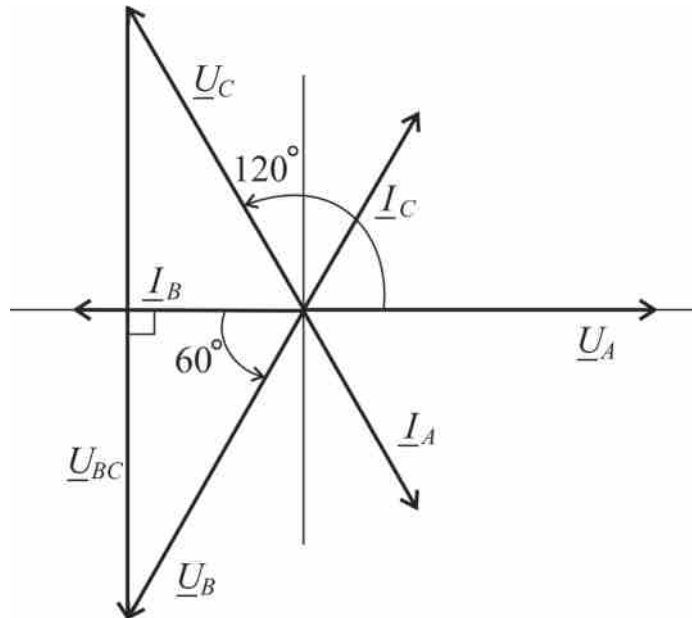


Рисунок 3.6

Враховуючі те, що утворилось симетричне навантаження $I_A = I_B = I_C = I_{\phi}$, тоді повні фазні опори:

$$Z_{\phi} = Z_A = Z_B = Z_C = \frac{U_{\phi}}{I_{\phi}} = \frac{220}{22} = 10 \text{ Ом.}$$

Активні та реактивні фазні опори:

$$R_{\phi} = Z_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = 10 \cos 60^{\circ} = 5 \text{ Ом,}$$

$$X_{\phi} = Z_{\phi} \sin \varphi_{\phi} = 10 \sin 60^{\circ} = 8,66 \text{ Ом.}$$

У фазах B і C реактивний опір фази дорівнює індуктивному, що дає можливість визначити частоту

$$f = \frac{X_{\phi}}{2\pi L_{B(C)}} = \frac{8,66}{2 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 68,95 \text{ Гц.}$$

За умов симетричного навантаження

$$R_{\phi} = R_A = R_B = R_C = 5 \text{ Ом.}$$

Виходячи з того, що у фазі А $X_\phi = X_{LA} - X_{CA}$, знаходимо ємнісний опір X_{CA} та відповідно ємність:

$$X_{CA} = X_{LA} - X_\phi = 2\pi f L_A - X_\phi = 2 \cdot 3,14 \cdot 68,95 \cdot 50 \cdot 10^{-3} - 8,66 = 13 \text{ Ом},$$

$$C_A = \frac{1}{2\pi f X_{CA}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 68,95 \cdot 13} = 177,65 \text{ мкФ}.$$

Задача 3.5

Дано: до трифазної мережі з лінійною напругою $U_L = 220 \text{ В}$ (рис. 3.7) підключено симетричне навантаження. Показання ватметрів $P_{W1} = 2200 \text{ Вт}$;

$P_{W2} = 0 \text{ Вт}$. Опори елементів R та X_C співвідносяться як $\frac{R}{X_C} = 2$.

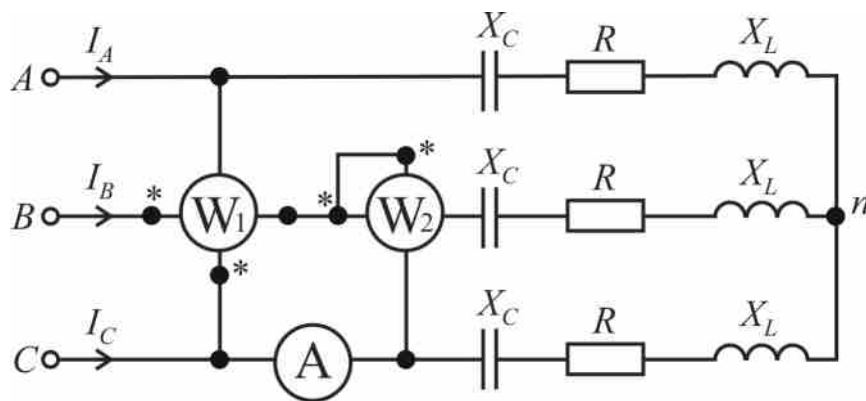


Рисунок 3.7

Визначити: показання амперметра; опори всіх елементів R , X_C , X_L .

Розв'язання

Щоб визначити кути зсуву фаз між лінійними напругами \underline{U}_{CA} та \underline{U}_{BC} та фазним струмом \underline{I}_B , відповідно, ϕ_1 між \underline{U}_{CA} та \underline{I}_B , та ϕ_2 між \underline{U}_{BC} та \underline{I}_B , скористаємося векторною діаграмою (рис. 3.8). Її побудову здійснюємо виходячи з умови, що $P_{W2} = 0$.

Тобто кут ϕ_2 між \underline{U}_{BC} та \underline{I}_B дорівнює 90° . Кут між \underline{U}_{CA} та \underline{I}_B $\phi_1 = -30^\circ$, тому фазовий зсув між фазними напругами та струмами буде дорівнювати $\phi = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

З умови $P_{W1} = U_{\text{Л}} I_B \cos(-30^\circ) = 2200$ Вт, визначаємо показання амперметру (навантаження симетричне)

$$I_{\phi} = I_B = \frac{P_{W1}}{U_{\text{Л}} \cos(-30^\circ)} = \frac{2200}{220 \cdot \sqrt{3}/2} = 11,55 \text{ А.}$$

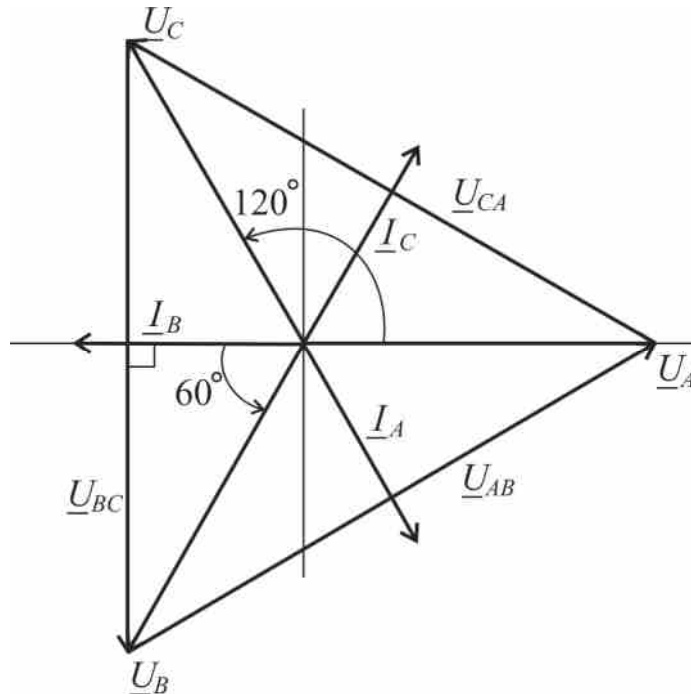


Рисунок 3.8

Фазна напруга

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В.}$$

Повний опір фази та параметри елементів кола:

$$Z_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{I_{\phi}} = \frac{127}{11,55} = 11 \text{ Ом;}$$

$$R_{\phi} = Z_{\phi} \cos \varphi = 11 \cos 60^\circ = 5,5 \text{ Ом,}$$

$$X_{\phi} = Z_{\phi} \sin \varphi = 11 \sin 60^\circ = 9,53 \text{ Ом.}$$

З умови $\frac{R}{X_C} = 2$ визначаємо $X_C = \frac{R_{\phi}}{2} = \frac{5,5}{2} = 2,75 \text{ Ом.}$

Якщо фазний реактивний опір $X_{\phi} = X_L - X_C$, то відповідно

$$X_L = X_{\phi} + X_C = 9,53 + 2,75 = 12,28 \text{ Ом.}$$

Задача 3.6

Дано: напруга на затискачах споживача, з'єднаного трикутником, дорівнює $U_{ac} = 220$ В (рис. 3.9). Значення опорів елементів $R_{Л} = R_{\Phi} = 30$ Ом, $X_{LЛ} = X_{L\Phi} = 80$ Ом, $X_{CЛ} = X_{C\Phi} = 50$ Ом.

Визначити: сумарну потужність, яка вимірюється обома ватметрами, та показання вольтметра V та амперметра A.

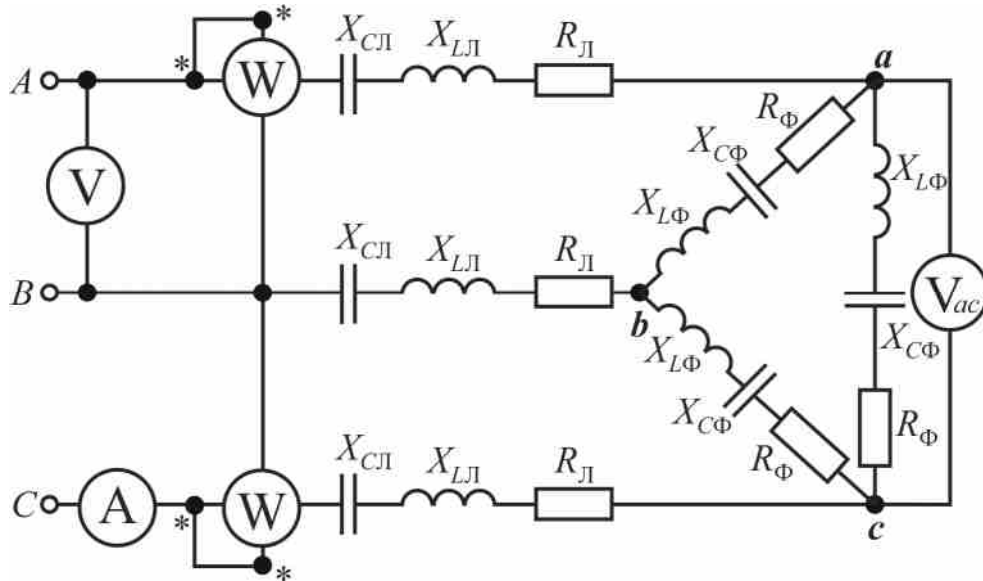


Рисунок 3.9

Розв'язання

Повний опір фази споживача ($U_{\Phi} = U_{ac}$) і лінії між точками A та a

$$Z_{\Phi} = Z_{Л} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{30^2 + (80 - 50)^2} = 30\sqrt{2} = 42,43 \text{ Ом.}$$

$$\text{Струм у фазі } I_{\Phi} = \frac{U_{\Phi}}{Z_{\Phi}} = \frac{220}{42,43} = 5,18 \text{ А}$$

Лінійний струм $I_{Л} = \sqrt{3}I_{\Phi} = 1,73 \cdot 5,18 = 8,96$ А. Це і є показання амперметра A.

Тоді активна потужність всієї трифазної системи:

$$P = 3R_{\Phi}I_{\Phi}^2 + 3R_{Л}I_{Л}^2 = 3 \cdot 30 \cdot 5,18^2 + 3 \cdot 30 \cdot 8,96^2 \approx 9640,26 \text{ Вт,}$$

що і відповідає результатам вимірювань методом двох ватметрів.

Кути зсуву у фазних та лінійних проводах знайдемо відповідно

$$\varphi_{\Phi} = \varphi_{\text{Л}} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{80 - 50}{30} = \arctg 1 = 45^\circ.$$

Лінійну напругу U_{AB} , яку вимірює вольтметр, знайдемо як:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB} &= \underline{U}_{ab} + \underline{I}_{A\text{Л}} \underline{Z}_{\text{Л}} - \underline{I}_{B\text{Л}} \underline{Z}_{\text{Л}} = \\ &= 220e^{j0^\circ} + 8,96e^{-j75^\circ} \cdot 42,43e^{j45^\circ} - 8,96e^{j165^\circ} \cdot 42,43e^{j45^\circ} = \\ &= 220e^{j0^\circ} + 380,17e^{-j30^\circ} - 380,17e^{j210^\circ} = 220 + 329,24 - j190,08 + 329,24 + \\ &\quad + j190,08 = 878,48 \text{ В.} \end{aligned}$$

Діюче значення U_{AB} , яке показує вольтметр, дорівнює 878,48 В.

Задача 3.7

Дано: значення опорів елементів кола (рис. 3.10) $R_{\text{Л}} = X_{\text{ЛЛ}} = 3 \text{ Ом}$,

$R_{\Phi} = 30 \text{ Ом}$, $X_{L\Phi} = 80 \text{ Ом}$, $X_{C\Phi} = 50 \text{ Ом}$. Сумарна потужність, яка вимірюється обома ватметрами, $P_W = 2000 \text{ Вт}$. Втрати потужності розподіляються порівну між обмотками.

Визначити: показання приладів: вольтметрів та амперметра. Намалювати векторну діаграму.

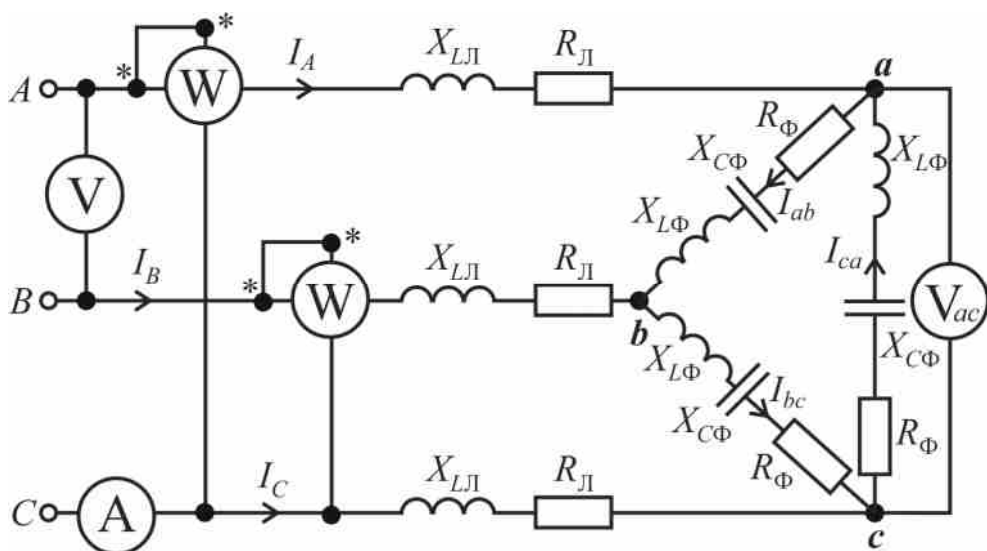


Рисунок 3.10

Розв'язання

Активна потужність всієї трифазної системи $P = 3R_{\phi}I_{\phi}^2 + 3R_{\text{Л}}I_{\text{Л}}^2$.

Це і є сумарна потужність, яка вимірюється обома ватметрами
 $P_{\text{W}} = 2000$ Вт.

Лінійний струм $I_{\text{Л}} = \sqrt{3}I_{\phi} = 1,73 \cdot 4,13 = 7,15$ А, це і є показання амперметра.

$$\text{Звідки струм у фазі } I_{\phi} = \sqrt{\frac{P_{\text{W}}}{3R_{\phi} + 9R_{\text{Л}}}} = \sqrt{\frac{2000}{3 \cdot 30 + 9 \cdot 3}} = 4,13 \text{ А.}$$

Повний опір фази споживача ($U_{\phi} = U_{ac}$)

$$Z_{\phi} = \sqrt{R_{\phi}^2 + (X_{L\phi} - X_{C\phi})^2} = \sqrt{30^2 + (80 - 50)^2} = 30\sqrt{2} = 42,43 \text{ Ом.}$$

Кути зсуву у фазних споживачах та лінійних проводах:

$$\varphi_{\phi} = \arctg \frac{X_{L\phi} - X_{C\phi}}{R_{\phi}} = \arctg \frac{80 - 50}{30} = \arctg 1 = 45^{\circ},$$

$$\varphi_{\text{Л}} = \arctg \frac{X_{\text{ЛЛ}}}{R_{\text{Л}}} = \arctg \frac{3}{3} = \arctg 1 = 45^{\circ}.$$

Фазну напругу U_{ac} , яку вимірює вольтметр V_{ac} , знайдемо як:

$$U_{ac} = Z_{\phi}I_{\phi} = 42,43 \cdot 4,13 = 175,24 \text{ В.}$$

Лінійну напругу U_{AB} , яку вимірює вольтметр V , знайдемо як:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB} &= \underline{U}_{ab} + \underline{I}_{A\text{Л}}\underline{Z}_{\text{Л}} - \underline{I}_{B\text{Л}}\underline{Z}_{\text{Л}} = \\ &= 175,24e^{j0^{\circ}} + 7,15e^{-j75^{\circ}} \cdot 4,24e^{j45^{\circ}} - 7,15e^{j165^{\circ}} \cdot 4,24e^{j45^{\circ}} = \\ &= 175,24e^{j0^{\circ}} + 30,32e^{-j30^{\circ}} - 30,32e^{j210^{\circ}} = 175,24 + 26,26 - j15,16 + \\ &+ 26,26 + 15,16 = 227,76 \text{ В,} \end{aligned}$$

$$\text{де } Z_{\text{Л}} = \sqrt{R_{\text{Л}}^2 + X_{\text{Л}}^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 4,24 \text{ Ом.}$$

Діюче значення U_{AB} , яке показує вольтметр, дорівнює 227,76 В.

Векторна діаграма кола показана на рис. 3.11

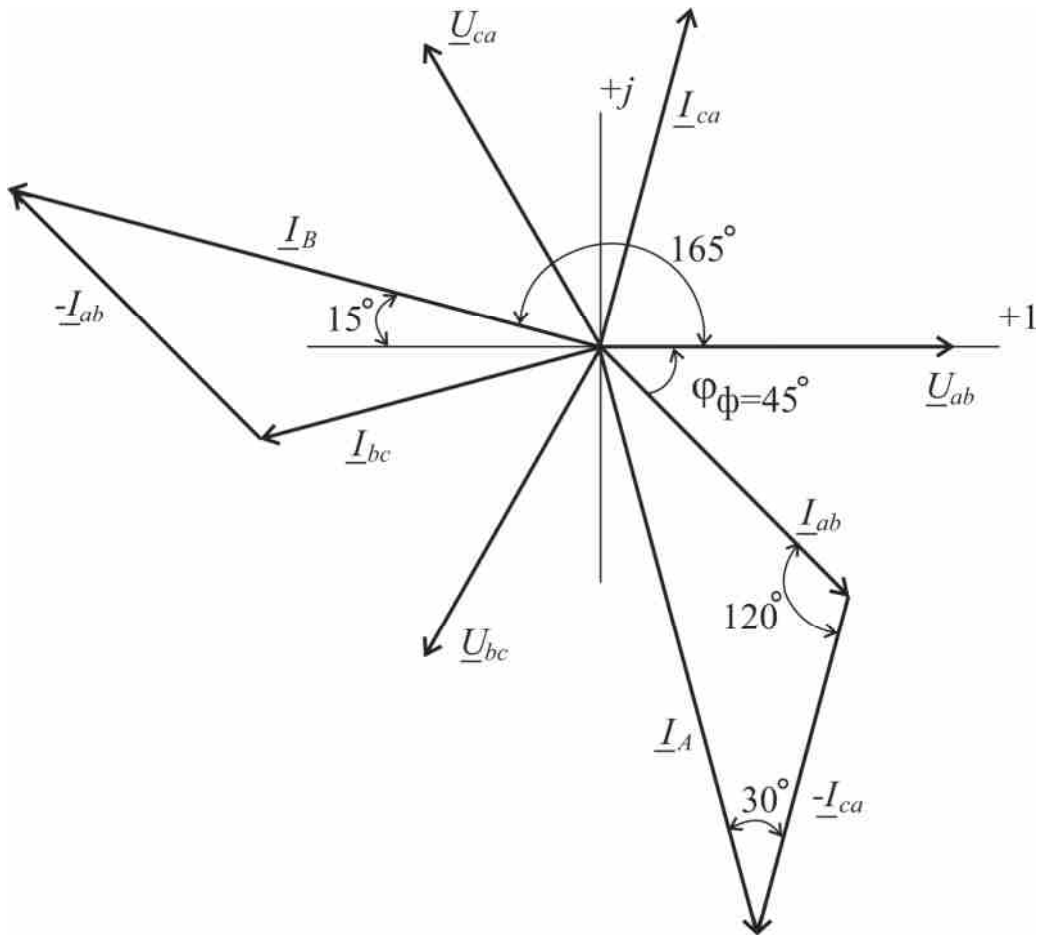


Рисунок 3.11

Задача № 3.8

Дано: параметри кола на
рис.3.12 $U_{\text{Л}} = 380 \text{ В}; f = 50 \text{ Гц};$

$$R_a = 180 \text{ Ом};$$

$$C_b = 17,69 \text{ мкФ}; I_N = 0.$$

Визначити: значення опору Z_c
та його активну та реактивну
складові.

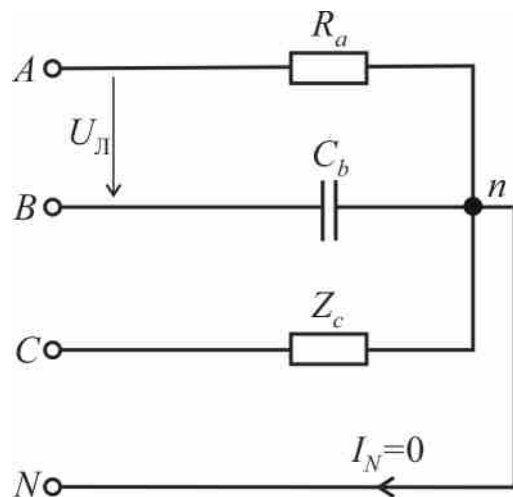


Рисунок 3.12

Розв'язання

Фазна напруга

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}.$$

Ємнісний опір фази B

$$X_{C_b} = \frac{1}{2\pi f C_b} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 17,69 \cdot 10^{-6}} = 180 \text{ Ом.}$$

Струми фаз A і B:

$$I_a = \frac{U_\phi}{R_a} = \frac{220}{180} = 1,22 \text{ А}; \quad I_b = \frac{U_\phi}{X_{C_b}} = \frac{220}{180} = 1,22 \text{ А.}$$

Векторна діаграма напруг та струмів показана на рис. 3.13

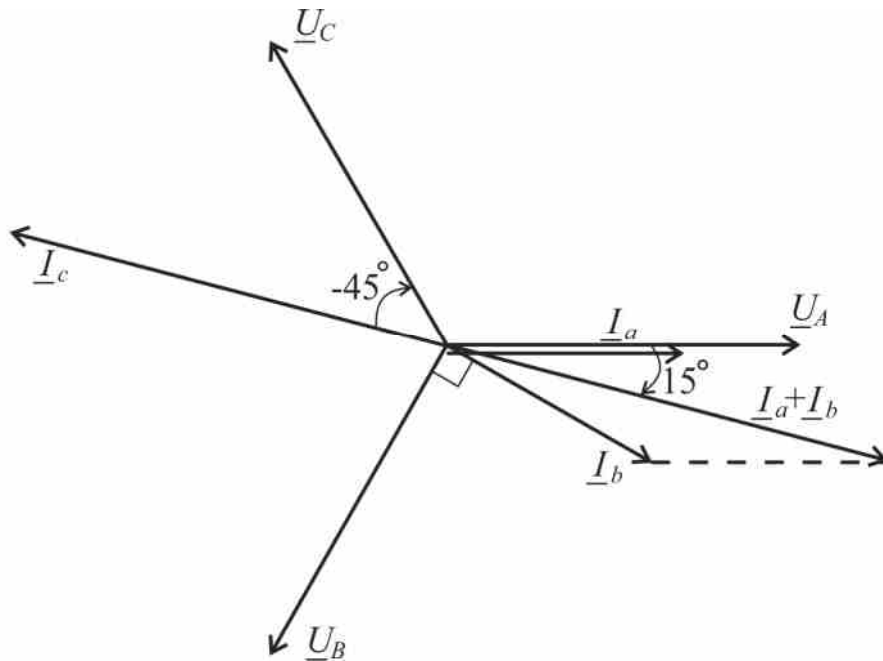


Рисунок 3.13

З векторної діаграми $\underline{I}_a + \underline{I}_b = (I_a + I_b) \cos 15^\circ e^{-j15^\circ} = 2,35 e^{-j15^\circ} \text{ А.}$

Тому що $I_N = 0$, струм $\underline{I}_C = -(\underline{I}_a + \underline{I}_b) = 2,35 e^{-j195^\circ} \text{ А.}$

Кут $\varphi_C = -240^\circ - (-195^\circ) = -45^\circ$.

$$Z_C = \frac{U_\phi}{I_C} = \frac{220}{2,35} = 93,62 \text{ Ом.}$$

Таким чином, активний та реактивний опір у повному опорі Z_C ;

$$R_C = Z_C \cos \varphi_C = 93,62 \cos(-45^\circ) = 66,2 \text{ Ом};$$

$$X_C = Z_C \sin \varphi_C = 93,62 \sin(-45^\circ) = -66,2 \text{ Ом, що дає } X_{C_C} = 66,2 \text{ Ом,}$$

$$\text{звідки ємність } C = \frac{1}{2\pi f X_{C_C}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 65,87} = 48,1 \text{ мкФ.}$$

Задача 3.9

Дано: трифазне електричне коло (рис.3.14) підключено до мережі з частотою $f = 50$ Гц. Параметри елементів кола: $R = 10$ Ом; $L = 31,85$ мГн.

Показання приладів: амперметра $1,73$ А, фазометра $\varphi = 0^\circ$.

Визначити: показання ватметра P_W ; ємність конденсатора C ; напругу U_{AB} ; побудувати векторну діаграму.

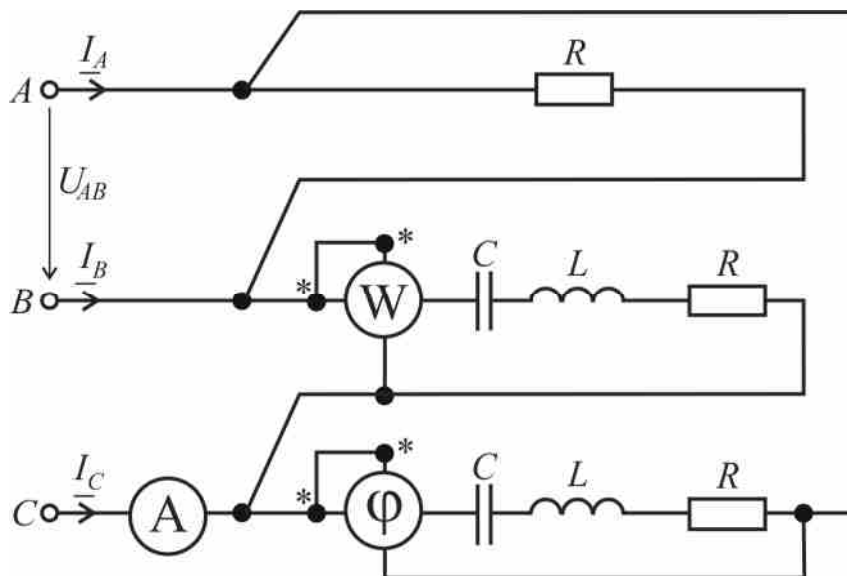


Рисунок 3.14

Розв'язання

Якщо фазометр показує $\varphi = 0^\circ$, таким чином маємо симетричне навантаження. У фазах з реактивними елементами наявний резонанс напруг.

$$\frac{1}{2\pi f C} = 2\pi f L, \text{ звідки значення ємності}$$

$$C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} = \frac{1}{(2 \cdot 3,14 \cdot 50)^2 \cdot 31,85 \cdot 10^{-3}} = 318,44 \text{ мкФ.}$$

Фазні струми дорівнюють:

$$I_\phi = I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \frac{I_A}{\sqrt{3}} = \frac{1,73}{\sqrt{3}} = 1,0 \text{ А.}$$

Повний фазний опір

$$Z_\phi = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (0)^2} = 10 \text{ Ом.}$$

Напруга $U_{AB} = Z_{\phi} I_{\phi} = 10 \cdot 1 = 10 \text{ В}$.

Показання ватметра

$$P_W = R I_{\phi}^2 = 10 \cdot 1^2 = 10 \text{ Вт}.$$

Векторна діаграма показана на рис. 3.15

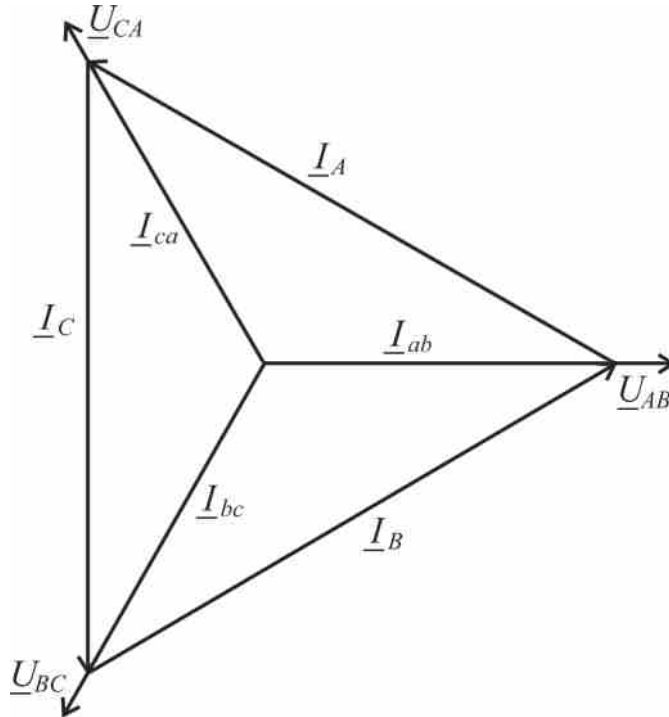


Рисунок 3.15

Задача 3.10

Дано: трифазне електричне коло (рис. 3.16) підключено до мережі з частотою $f = 50 \text{ Гц}$. Параметри елементів: $C_{B2} = 252,5 \text{ мкФ}$, $X_{CB1} = X_L$. Показання фазометрів: $\varphi_A = 30^\circ$, $\varphi_C = -60^\circ$; показання кожного ватметра $P_W = 2820 \text{ Вт}$; струм у нейтральному проводі $I_N = 0 \text{ А}$.

Визначити: параметри елементів кола L, R, C, C_{B1} ; струм I_B ; напругу U_{AB} ; побудувати векторну діаграму.

Розв'язання

Зі схеми кола (рис. 3.16) видно, що повні опори фаз A та C рівні $\underline{Z}_a = \underline{Z}_c$, тобто $I_a = I_c$, що дає при $I_N = 0$ $I_a = I_b = I_c$.

Таким чином, $\underline{Z}_b = \underline{Z}_a = \underline{Z}_c$, а $X_{Cb} = X_{CB1} + X_{CB2} = X_C$.

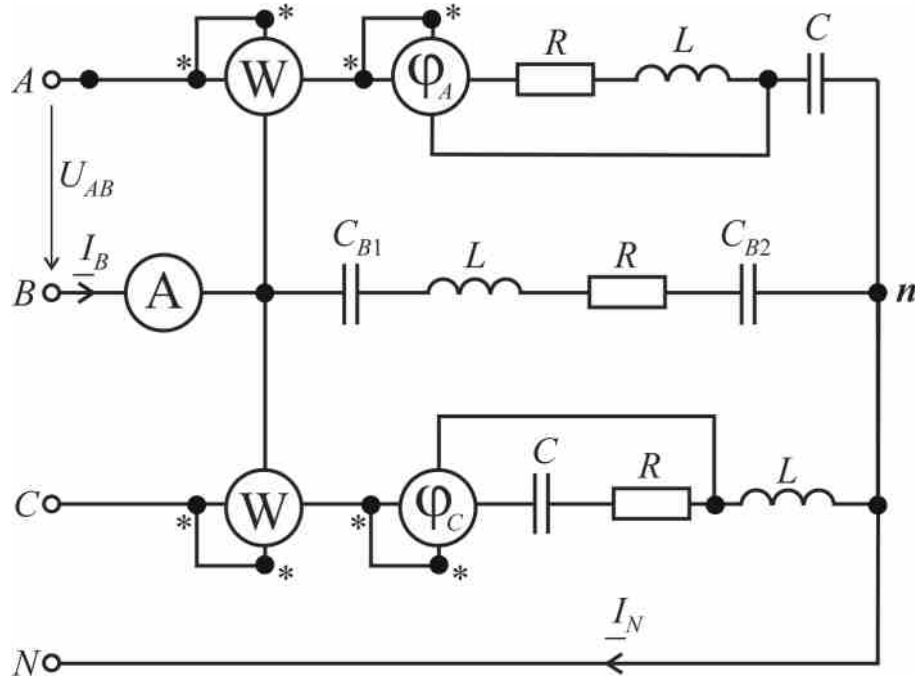


Рисунок 3.16

$$X_{CB2} = \frac{1}{2\pi f C_{B2}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 252,5 \cdot 10^{-6}} = 12,6 \text{ Ом}.$$

Якщо кут $\varphi_A = 30^\circ$, тоді $\frac{X_L}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; а якщо кут $\varphi_C = -60^\circ$, тоді

$$\frac{X_C}{R} = \sqrt{3}, \text{ що дає } \frac{X_C}{X_L} = \frac{X_{CB1} + X_{CB2}}{X_{CB1}} = 3,$$

звідки: $X_{CB1} = X_L = \frac{X_{CB2}}{2} = \frac{12,6}{2} = 6,3 \text{ Ом}, X_C = 18,9 \text{ Ом}.$

Параметри елементів кола:

$$R = \frac{X_C}{\sqrt{3}} = \frac{18,9}{\sqrt{3}} = 10,9 \text{ Ом},$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 18,9} = 168,5 \text{ мкФ};$$

$$C_{B1} = \frac{1}{2\pi f X_{CB1}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 6,3} = 505,5 \text{ мкФ};$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{6,3}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 20,1 \text{ мГн}.$$

Повний фазний опір

$$Z_{\phi} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10,9^2 + (6,3 - 18,9)^2} = 16,7 \text{ Ом.}$$

Потужність вимірюється методом «двох ватметрів», тому потужність всієї трифазної системи дорівнює $P_{\Sigma} = P_W + P_W = 2820 \cdot 2 = 5640 \text{ Вт.}$

Таким чином, потужність однієї фази $P_{\phi} = \frac{P_{\Sigma}}{3} = \frac{5640}{3} = 1880 \text{ Вт.}$

Фазний струм $I_b = I_{\phi} = \sqrt{\frac{P_{\phi}}{R}} = \sqrt{\frac{1880}{10,9}} = 13,15 \text{ А.}$

Фазна напруга $U_{\phi} = Z_{\phi} I_{\phi} = 16,7 \cdot 13,15 = 219,6 \approx 220 \text{ В.}$

Лінійна напруга $U_{AB} = U_{\phi} \cdot \sqrt{3} \approx 220 \cdot \sqrt{3} \approx 380 \text{ В.}$

Векторна діаграма: показана на рис.3.17, де кут зсуву у фазі дорівнює

$$\varphi_{\phi} = \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right) = \arctg\left(\frac{12,6 - 18,9}{10,9}\right) = -30^{\circ}$$

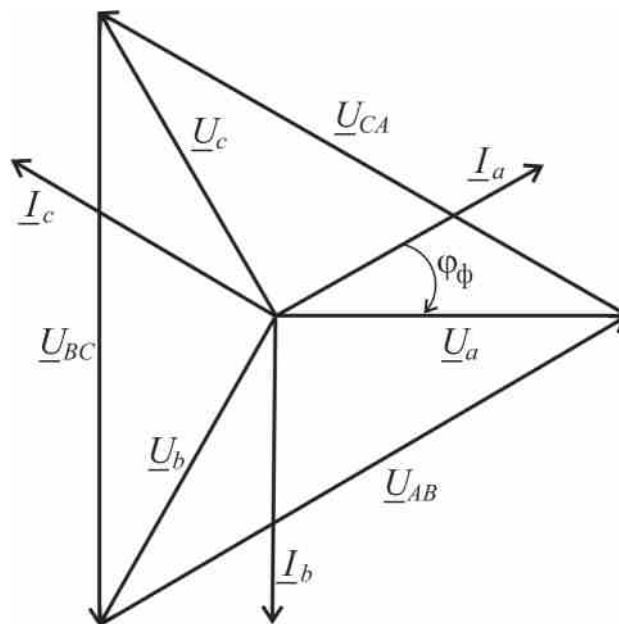


Рисунок 3.17

Задача 3.11

Дано: трифазне електричне коло підключено до мережі з частотою $f = 50 \text{ Гц}$ (рис. 3.18). Показання ватметра $P_W = 125 \text{ Вт}$, фазометра $\varphi = 45^{\circ}$. Значення індуктивності кожної котушки $L = 15,92 \text{ мГн.}$

Визначити: резистивний опір котушки R , показання амперметра, вольтметра, побудувати векторну діаграму.

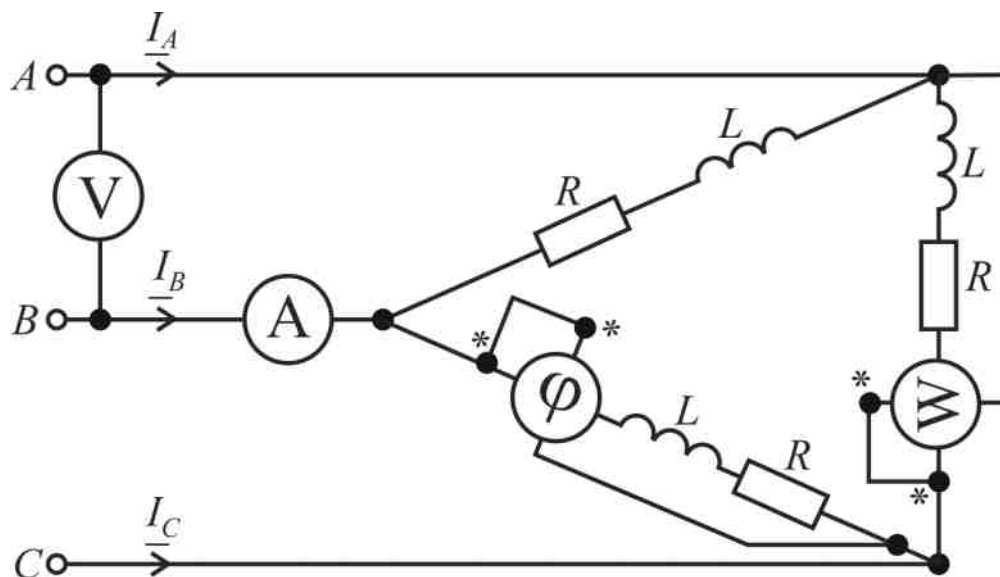


Рисунок 3.18

Розв'язання

Якщо фазометр показує $\varphi = 45^\circ$, маємо рівновагу опорів активного та реактивного елементів $X_L = R$ у кожній фазі.

$$R = X_L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 15,92 \cdot 10^{-3} = 5 \text{ Ом};$$

$$\text{Фазний струм } I_\phi = I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \sqrt{\frac{P_W}{R}} = \sqrt{\frac{125}{5}} = 5 \text{ А}.$$

Показання амперметра

$$I_L = \sqrt{3}I_\phi = \sqrt{3} \cdot 5 = 8,66 \text{ А}.$$

Повний фазний опір

$$Z_\phi = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7,07 \text{ Ом}.$$

Показання вольтметра: $U_{AB} = Z_\phi I_\phi = 7,07 \cdot 5 = 35,35 \text{ В}$. Векторна

діаграма показана на рис. 3.19.

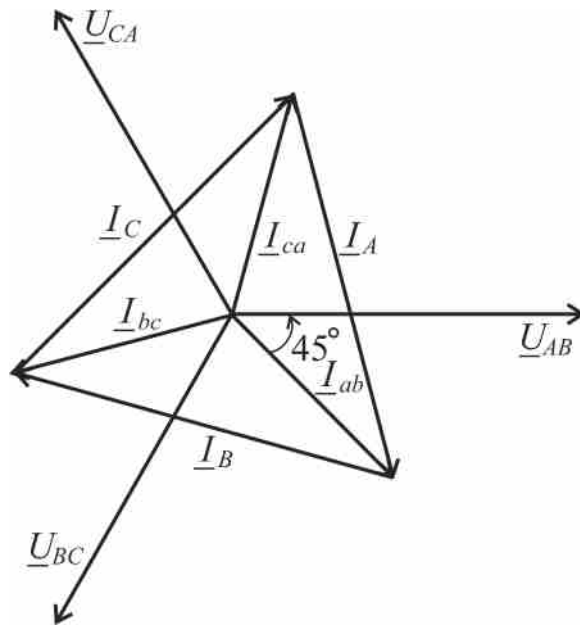


Рисунок 3.19

Задача 3.12

Дано: симетричне трифазне електричне коло вмикається до мережі з частотою $f = 50$ Гц (рис. 3.20). Фазометр показує кут $\varphi = 45^\circ$. Значення ємності конденсатора $C = 63,7$ мкФ, напруга $U_{AB} = 220$ В. Також відомо, що $X_{L2} = 1,5R$.

Визначити: показання амперметра та ватметра; параметри елементів кола: R, L_1 ; побудувати векторну діаграму.

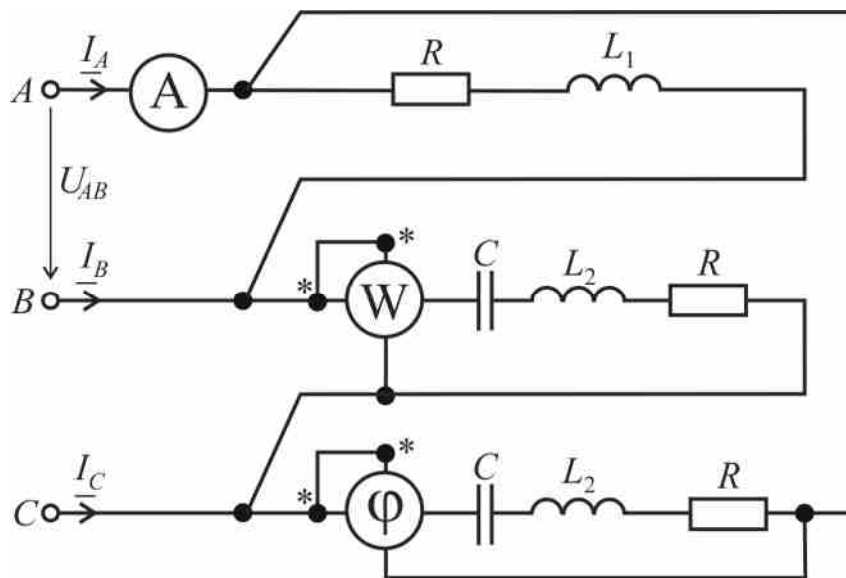


Рисунок 3.20

Розв'язання

Якщо фазометр показує $\varphi = 45^\circ$, то маємо рівновагу опорів активного та реактивного елементів у кожній фазі $X_{L2} - X_C = R = X_{L1}$.

Вважаючи, що $X_{L2} = 1,5R$, отримуємо $1,5R - X_C = R$, тобто

$$R = \frac{2}{2\pi f C} = \frac{1 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 50 \cdot 63,7} = 100 \text{ Ом.}$$

Звідки маємо

$$L_1 = \frac{X_{L1}}{2\pi f} = \frac{100}{314} = 318,5 \text{ мГн.}$$

Повний фазний опір

$$Z_\phi = \sqrt{R^2 + X_{L1}^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 141,4 \text{ Ом.}$$

Фазний струм

$$I_\phi = I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \frac{U_{AB}}{Z_\phi} = \frac{220}{141,4} = 1,55 \text{ А.}$$

Показання ватметра

$$P_W = RI_\phi^2 = 1,55^2 \cdot 100 \approx 240 \text{ Вт.}$$

Показання амперметра

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_\phi = \sqrt{3} \cdot 1,55 = 2,7 \text{ А.}$$

Векторна діаграма показана на рис. 3.21.

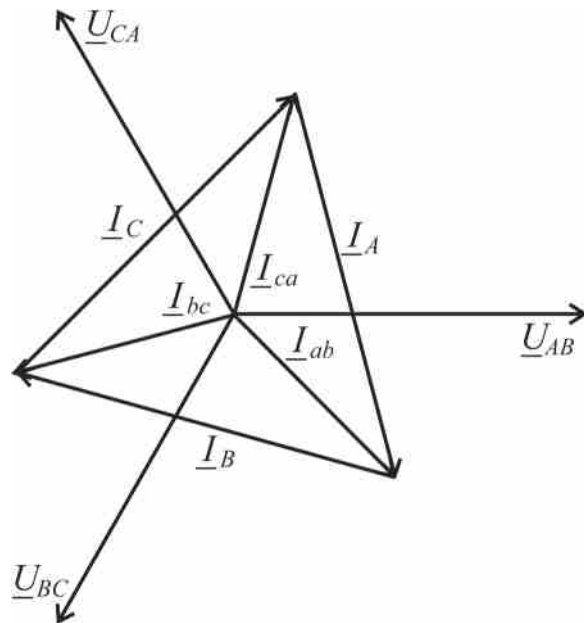


Рисунок 3.21

Задача 3.13

Дано: електричне коло, яке показано на рис. 3.22, підключено до трифазної мережі з частотою $f = 50$ Гц. Векторну діаграму наданої трифазної схеми показано на рис. 3.23. Амперметр показує струм $I_B = 3$ А. Також відомо, що $I_{ab} = I_{bc} = I_{ca}$. Значення параметрів елементів: $R = 220$ Ом, $L_1 = 15,92$ мГн, $C_2 = 135$ мкФ.

Визначити: показання вольтметра; параметри елементів кола: C_1 та L_2 .

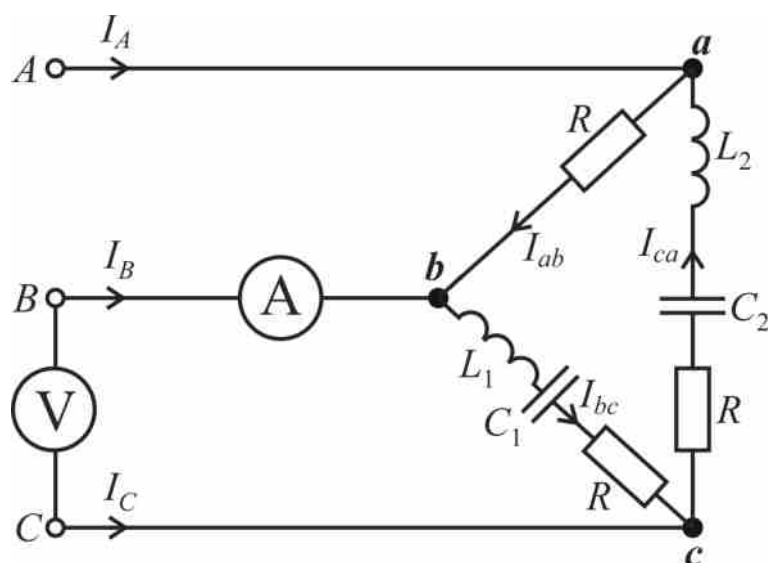


Рисунок 3.22

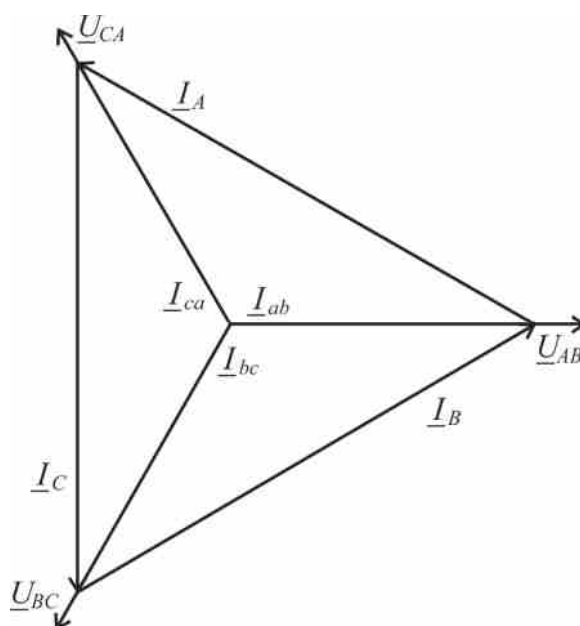


Рисунок 3.23

Розв'язання

Якщо $I_{ab} = I_{bc} = I_{ca}$, та $\varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca}$ маємо симетричну трифазну систему, тобто

$$Z_{\phi} = Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = R = 220 \text{ Ом.}$$

Фазний струм

$$I_{\phi} = I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \frac{I_B}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = 1,732 \text{ А.}$$

Показання вольтметра

$$U_V = Z_{\phi} I_{\phi} = 220 \cdot 1,732 = 380 \text{ В.}$$

Маючи на увазі, що $\varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca} = 0$ маємо $X_{L1} = X_{C1}$ та $X_{L2} = X_{C2}$, тобто значення ємності та індуктивності відповідно:

$$C_1 = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L_1} = \frac{1}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 50^2 \cdot 15,92 \cdot 10^{-3}} = 637 \text{ мкФ,}$$

$$L_2 = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C_2} = \frac{1}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 50^2 \cdot 135 \cdot 10^{-6}} = 75,1 \text{ мГн.}$$

Задача 3.14

Дано: електричне коло, яке показано на рис. 3.24, підключено до трифазної мережі. Векторну діаграму наданої трифазної схеми при частоті джерела $f = 50$ Гц показано на рис. 3.25. Відомо, якщо змінити частоту джерела до $f = 60$ Гц (не змінюючи лінійну напругу), то буде отримана векторна діаграма, яку показано на рис. 3.26 Тоді (при частоті $f = 60$ Гц) амперметр покаже значення $I_{B60} = 3 \text{ А}$, а ватметр покаже $P_{W60} = 660 \text{ Вт}$.

Визначити: показання вольтметра, амперметра та ватметра; активні та реактивні опори кола R, X_{L50}, X_{C50} при частоті джерела $f = 50$ Гц.

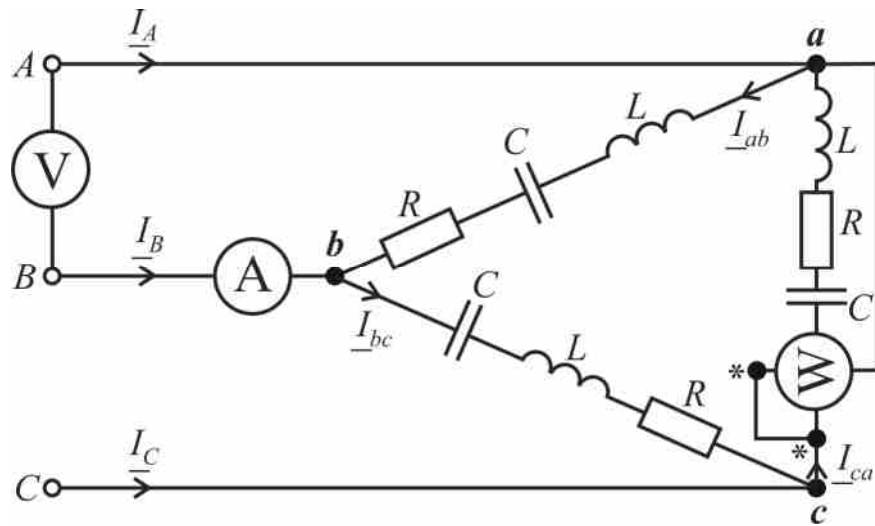


Рисунок 3.24

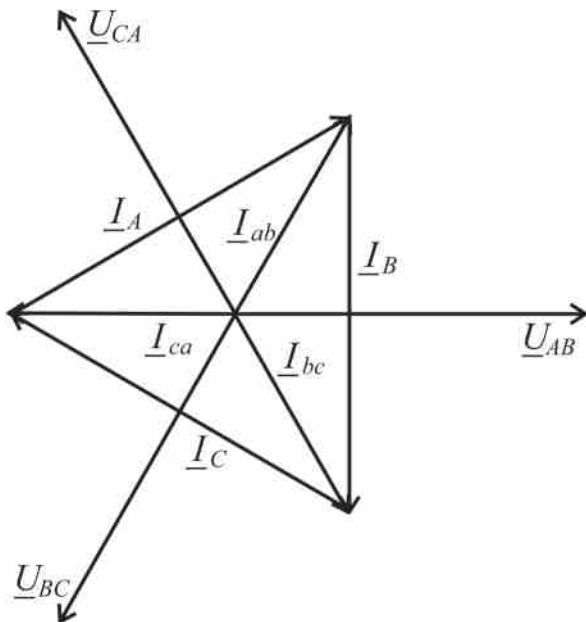


Рисунок 3.25

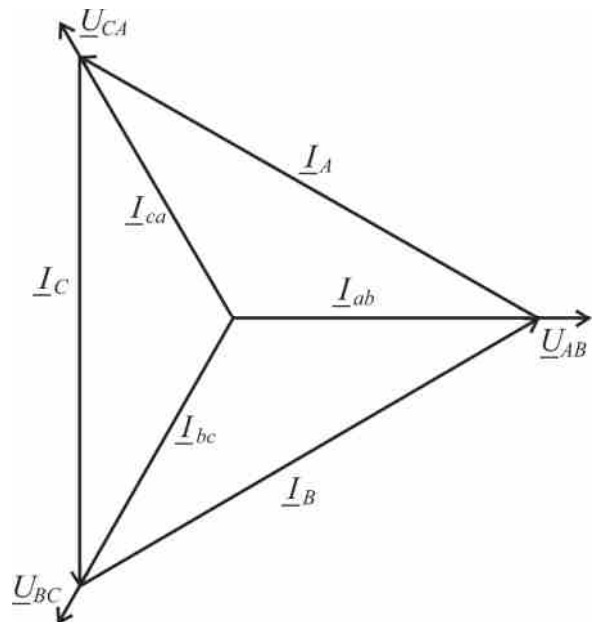


Рисунок 3.26

Розв'язання

Фазний струм (при частоті $f = 60$ Гц)

$$I_{\phi 60} = I_{ab60} = I_{bc60} = I_{ca60} = \frac{I_{B60}}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = 1,73 \text{ А.}$$

Активний фазний опір

$$R_{\phi} = \frac{P_{W60}}{I_{\phi 60}^2} = \frac{660}{1,73^2} = 220 \text{ Ом.}$$

З векторної діаграми (рис. 3.25) при частоті $f = 60$ Гц маємо

$\varphi_{ab60} = \varphi_{bc60} = \varphi_{ca60} = 0^\circ$, тобто

$$Z_{\phi 60} = Z_{ab60} = Z_{bc60} = Z_{ca60} = R_{\phi} = 220 \text{ Ом.}$$

Показання вольтметра

$$U_V = U_{\text{л}} = I_{\phi 60} Z_{\phi 60} = 1,73 \cdot 220 = 380 \text{ В.}$$

З векторною діаграми (рис. 3.26) при частоті $f = 50$ Гц маємо

$$\varphi_{ab50} = \varphi_{bc50} = \varphi_{ca50} = -60^\circ, \text{ тобто } \left| \frac{X_{\phi 50}}{R_{\phi}} \right| = \operatorname{tg} 60^\circ = 1,73.$$

Таким чином, $X_{\phi 50} = R_{\phi} \cdot 1,73 = 380 \text{ Ом.}$

Фазний опір (при частоті $f = 50$ Гц):

$$Z_{\phi 50} = Z_{ab50} = Z_{bc50} = Z_{ca50} = \sqrt{R_{\phi}^2 + X_{\phi 50}^2} = \sqrt{220^2 + 380^2} = 439,1 \text{ Ом.}$$

Фазний струм (при частоті $f = 50$ Гц)

$$I_{\phi 50} = I_{ab50} = I_{bc50} = I_{ca50} = \frac{U_{\text{л}}}{Z_{\phi 50}} = \frac{380}{439,1} = 0,86 \text{ А.}$$

Показання амперметра

$$I_{B50} = I_{\text{л}50} = I_{\phi 50} \cdot \sqrt{3} = 0,86 \cdot 1,73 = 1,49 \text{ А.}$$

Показання ватметра

$$P_{W50} = R_{\phi} I_{\phi 50}^2 = 220 \cdot 0,86^2 = 162,7 \text{ Вт.}$$

Враховуючи, що частота змінюється в 1,2 рази (з 60 Гц до 50 Гц), тобто X_L зменшується, а X_C зростає в 1,2 рази записуємо просту систему рівнянь:

$$\begin{cases} |X_{L50} - X_{C50}| = |X_{\phi 50}| = 380; \\ \left| \frac{X_{C50}}{X_{L50}} \right| = 1,44. \end{cases}$$

Звідки отримуємо $X_{L50} = 863,64 \text{ Ом}$, а $X_{C50} = 1243,64 \text{ Ом}$.

Задача 3.15

Дано: електричне коло, яке показано на рис. 3.27, підключено до трифазної мережі з частотою джерела $f = 50$ Гц. Амперметр показує значення 8 А. Фазометр показує значення $\varphi = 60^\circ$. Індуктивність кожної котушки дорівнює $L = 50$ мГн. Якщо змінити частоту джерела і перевести трифазну систему у симетричний режим роботи (без зміни набору і параметрів елементів у фазах), тобто коли $Z_\phi = Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca}$ та $\varphi_\phi = \varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca}$, то всією трифазною системою буде споживатись активна потужність $P = 480$ Вт.

Визначити: ємність конденсатора C ; частоту джерела $f_{\text{сим}}$, щоб система працювала в симетричному режимі.

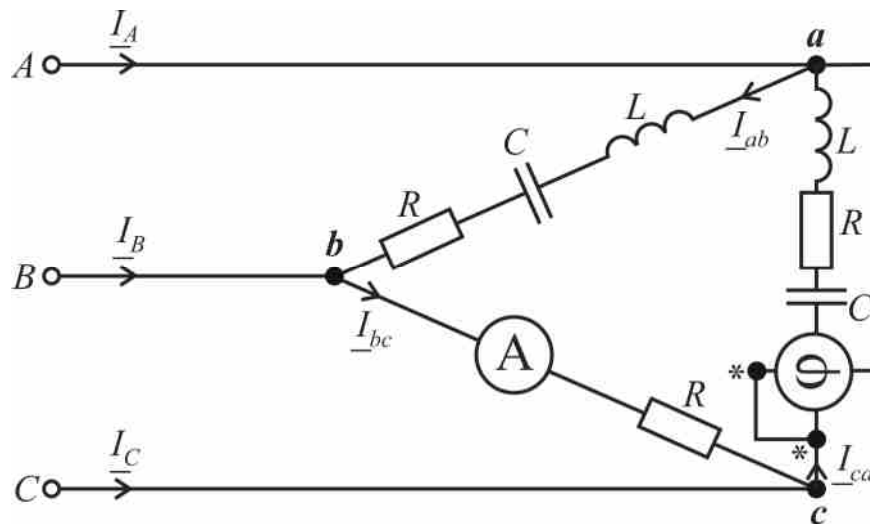


Рисунок 3.27

Розв'язання

Потужність, що споживається однією фазою трифазної системи в симетричному режимі роботи

$$P_\phi = \frac{P}{3} = \frac{480}{3} = 160 \text{ Вт.}$$

Активний фазний опір

$$R_\phi = \frac{P_\phi}{I_\phi^2} = \frac{160}{8^2} = 2,5 \text{ Ом.}$$

При частоті джерела $f = 50$ Гц в двох фазах маємо:

$$X_L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 15,7 \text{ Ом та кут зсуву у фазі}$$

$$\varphi_\phi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}, \text{ тобто}$$

$$X_C = X_L - R \operatorname{tg} 60^\circ = 15,7 - 2,5 \cdot 1,732 = 11,37 \text{ Ом.}$$

Звідки

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 11,37} = 280,1 \text{ мкФ.}$$

Щоб надана схема працювала у симетричному режимі роботи треба, щоб виконувалася умова $X_C = X_L$, тому

$$f_{\text{сим}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{50 \cdot 10^{-3} \cdot 280,1 \cdot 10^{-6}}} = 42,54 \text{ Гц.}$$

Таким чином, частоту джерела потрібно зменшити у

$$\frac{f_{50}}{f_{\text{сим}}} = \frac{50}{42,54} \approx 1,17 \text{ рази, тобто зменшити на } 7,46 \text{ Гц.}$$

Задача 3.16

Дано: електричне коло, яке показано на рис. 3.28, підключено до трифазної мережі з частотою джерела $f = 50$ Гц. Амперметр показує значення 8 А. Перший фазометр показує значення $\varphi_1 = -30^\circ$, а другий значення $\varphi_2 = 60^\circ$.

Після зміни частоти джерела векторна діаграма трифазного кола стала такою, як показано на рис. 3.29. При цьому все трифазне коло споживатиме активну потужність $P = 480$ Вт.

Визначити: значення елементів кола R, L, C ; на скільки треба змінити частоту джерела, при якій коло має векторну діаграму, що показана на рис. 3.29.

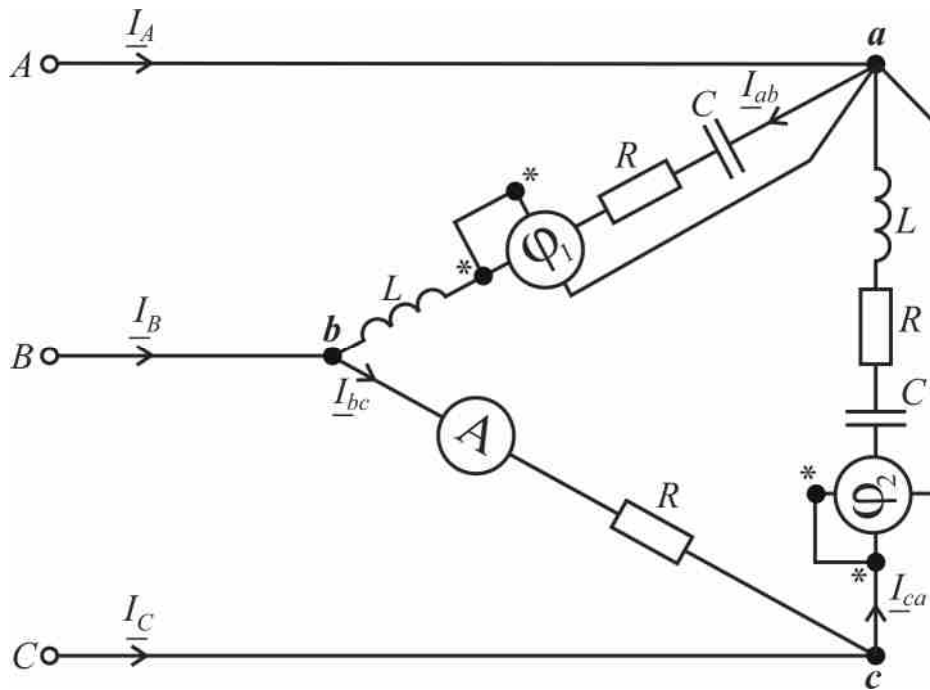


Рисунок 3.28

Розв'язання

Потужність, що споживається однією фазою трифазної системи в симетричному режимі роботи $P_{\phi} = \frac{P}{3} = \frac{480}{3} = 160 \text{ Вт}$.

Активний фазний опір $R_{\phi} = \frac{P_{\phi}}{I_{\phi}^2} = \frac{160}{8^2} = 2,5 \text{ Ом}$.

При частоті джерела $f = 50 \text{ Гц}$ в двох фазах маємо:

$$\varphi_1 = \arctg \frac{-X_C}{R_{\phi}}, \text{ тобто } |X_C| = R_{\phi} \text{tg}(-30^\circ) = 2,5 \cdot 0,577 = 1,44 \text{ Ом};$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{X_L - X_C}{R_{\phi}},$$

$$\text{тобто } X_L = R_{\phi} \text{tg}60^\circ + X_C = 2,5 \cdot 1,732 + 1,44 = 5,77 \text{ Ом}.$$

Звідки ємність та індуктивність дорівнюють:

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 1,44} = 2212 \text{ мкФ},$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{5,77}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 18,4 \text{ мГн}.$$

Щоб надана схема працювала у симетричному режимі роботи (чому відповідає векторна діаграма на рис. 3.29) треба, щоб виконувалася умова $X_C = X_L$, тому:

$$f_{\text{сим}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{18,4 \cdot 10^{-3} \cdot 2212 \cdot 10^{-6}}} =$$

$$= 25 \text{ Гц.}$$

Таким чином, частоту джерела було зменшено у $\frac{f_{50}}{f_{\text{сим}}} = \frac{50}{25} = 2$ рази або зменшено на 25 Гц.

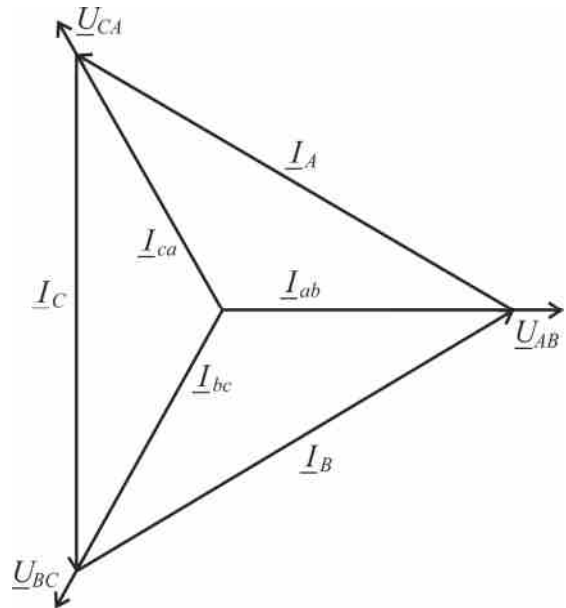


Рисунок 3.29

Задача № 3.17

Дано: на рис. 3.30 показано трифазне симетричне коло, яке підключено до трифазної мережі з частотою $f = 50$ Гц. Вольтметр показує напругу $U = 22$ В, амперметр показує $I = 0$ А, фазометр показує кут $\varphi = 76^\circ$.

Параметри елементів кола:
 $L_4 = 63,69$ мГн, $C = 212,3$ мкФ,
 індуктивний опір першої котушки $X_{L1} = 30$ Ом.

Визначити: лінійну напругу $U_{\text{л}}$; лінійний струм $I_{\text{л}}$; активні та реактивні опори кола R_1, R_2, R_3, X_{L3} ; індуктивність другої котушки L_2 .

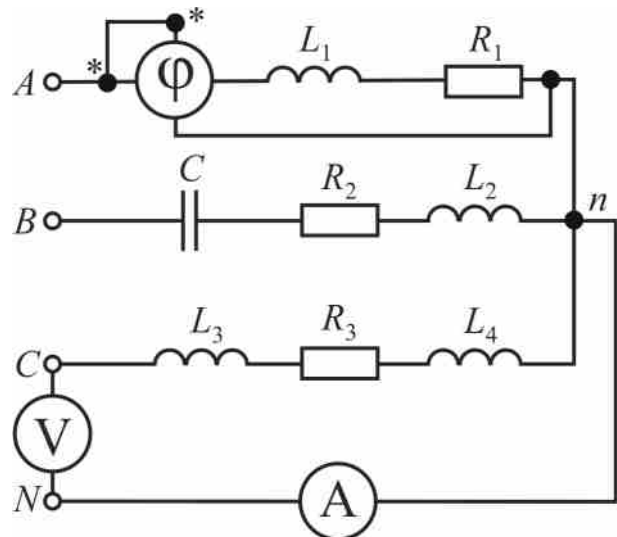


Рисунок 3.30

Розв'язання

Вольтметр показує значення фазної напруги, тому лінійна напруга

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{ф}} = \sqrt{3} \cdot 22 = 36 \text{ В.}$$

Фазометр показує кут $\varphi = 76^\circ$, тобто $R_{\text{ф}} = \frac{X_{\text{ф}}}{\text{tg } 76^\circ} = \frac{X_{L1}}{\text{tg } 76^\circ} = \frac{30}{4,01} = 7,5 \text{ Ом.}$

Фазний опір $Z_{\text{ф}} = Z_{\text{A}} = Z_{\text{B}} = Z_{\text{C}} = \sqrt{R_{\text{ф}}^2 + X_{\text{ф}}^2} = \sqrt{7,5^2 + 30^2} = 30,9 \text{ Ом.}$

Лінійний (також є фазним) струм $I_{\text{л}} = I_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{ф}}}{Z_{\text{ф}}} = \frac{22}{30,9} = 0,7 \text{ А.}$

Індуктивний опір четвертої котушки

$$X_{L4} = 2\pi f L_4 = 314 \cdot 63,69 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ Ом.}$$

Якщо система симетрична, то в такому разі індуктивний опір третьої котушки

$$X_{L3} = X_{\text{ф}} - X_{L4} = X_{L1} - X_{L4} = 30 - 20 = 10 \text{ Ом.}$$

Всі активні опори фаз дорівнюють одне одному $R_1 = R_2 = R_3 = 7,5 \text{ Ом.}$

Ємнісний опір конденсатора

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{314 \cdot 212,3 \cdot 10^{-6}} = 15 \text{ Ом.}$$

Індуктивний опір другої котушки $X_{L2} = X_{\text{ф}} + X_C = 30 + 15 = 45 \text{ Ом.}$

Тоді індуктивність другої котушки $L_2 = \frac{X_{L2}}{2\pi f} = \frac{45}{314} = 143,3 \text{ мГн.}$

Задача № 3.18

Дано: на рис. 3.31 показано трифазне коло, яке підключено до трифазної мережі з частотою $f = 50 \text{ Гц}$. Ватметр показує потужність $P_W = 28,88 \text{ кВт}$, амперметр у нейтральному проводі показує $I_N = 0 \text{ А}$, фазометр у фазі B показує кут $\varphi_B = -14^\circ$, а у фазі C $\varphi_C = -44^\circ$. Параметри елементів кола: $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $C_1 = 100 \text{ мкФ}$, $R_2 = 17,6 \text{ Ом}$. Також відомо, що в

фазі A маємо резонанс напруг. Вважаємо, що опір нейтрального проводу дорівнює нулю, а котушки індуктивності вважаємо ідеальними.

Визначити: показання вольметра, лінійні та фазні напруги та струми; індуктивність першої котушки L_1 ; індуктивний опір третьої котушки X_{L3} , якщо відомо, що $\frac{X_{C3}}{R_3} = 5$; повний опір Z_B та його реактивну складову X_B в фазі B .

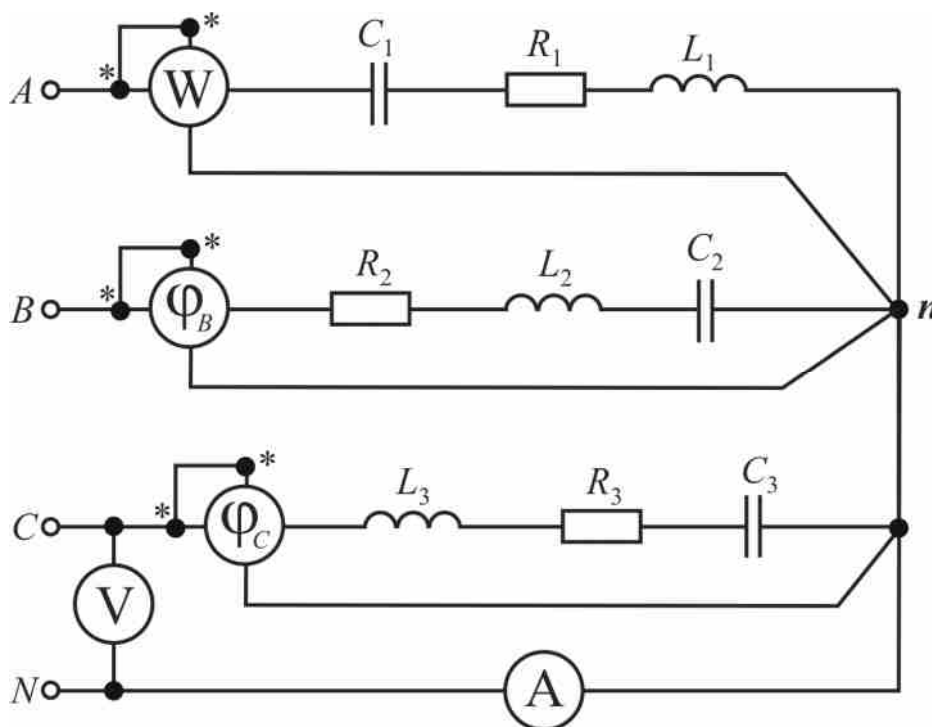


Рисунок 3.31

Розв'язання

Струм у фазі A (лінійний струм дорівнює фазному $I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}$)

$$I_A = \sqrt{\frac{P_W}{R_1}} = \sqrt{\frac{28880}{5}} = 76 \text{ A}.$$

Вольтметр показує значення фазної напруги

$$U_V = U_{\text{ф}} = R_1 I_{A\text{ф}} = 5 \cdot 76 = 380 \text{ В}.$$

При наявності нейтрального проводу $U_{\text{ф}} = U_A = U_B = U_C = 380 \text{ В}$, тому

лінійна напруга

$$U_{\text{л}} = U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = \sqrt{3}U_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 380 = 658,2 \text{ В.}$$

При резонансі напруг в фазі A маємо $X_L = X_C$, тобто

$$L_1 = \frac{1}{\omega^2 C_1} = \frac{1}{314^2 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 101,4 \text{ мГн.}$$

В фазі B маємо $\frac{X_B}{R_2} = \text{tg}(-14^\circ)$, тобто реактивна складова

$$|X_B| = 0,25 \cdot 17,6 \approx 4,4 \text{ Ом.}$$

Таким чином, повний опір фази B дорівнює

$$Z_B = \sqrt{R_2^2 + X_B^2} = \sqrt{17,6^2 + 4,4^2} \approx 18,14 \text{ Ом.}$$

Струм у фазі B дорівнює

$$I_B = \frac{U_{\phi}}{Z_B} = \frac{380}{18,14} \approx 21 \text{ А.}$$

Враховуючи показання фазометрів, а також те, що струм в нейтральному проводі дорівнює нулю, маємо з векторної діаграми прямокутний трикутник трьох фазних струмів (рис. 3.32). Тобто

$$I_C = \sqrt{I_{A\phi}^2 - I_{B\phi}^2} = \sqrt{76^2 - 21^2} \approx 73 \text{ А.}$$

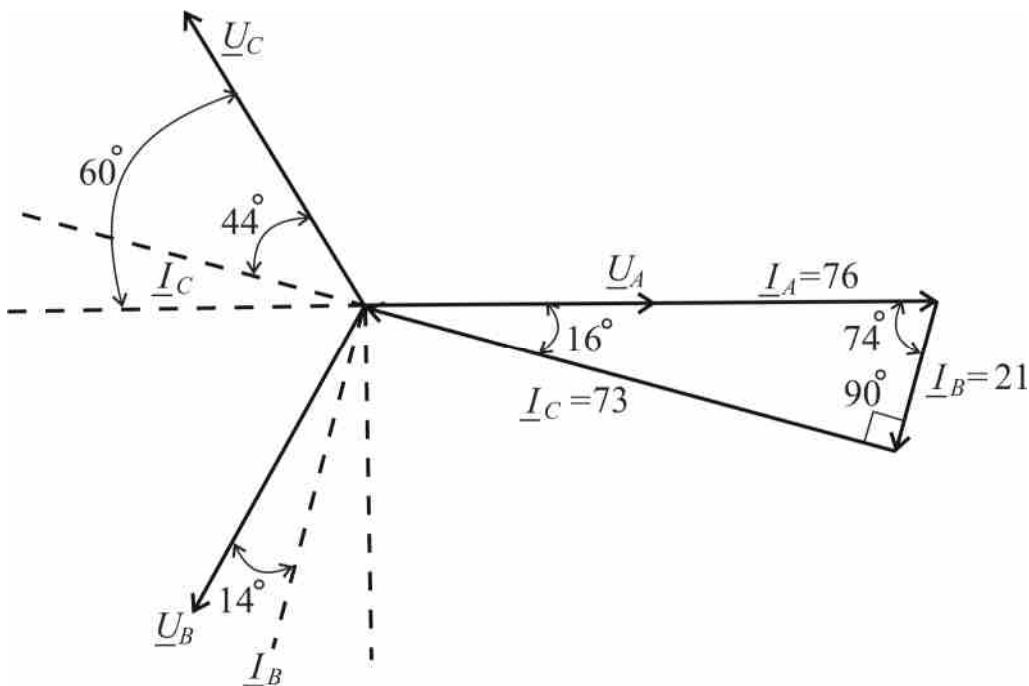


Рисунок 3.32

Повний опір фази C

$$Z_C = \frac{U_\Phi}{I_{C\Phi}} = \frac{380}{73} = 5,2 \text{ Ом, звідки}$$

$$R_3 = Z_C \cos \varphi_C = 5,2 \cos(-44^\circ) \approx 3,74 \text{ Ом}; X_{C3} = 5R_3 = 5 \cdot 3,74 = 18,7 \text{ Ом.}$$

Реактивна складова в фазі C

$$X_C = \sqrt{Z_C^2 - R_3^2} = \sqrt{5,2^2 - 3,74^2} \approx 3,61 \text{ Ом, тому індуктивний опір}$$

третьої котушки $X_{L3} = |X_C - X_{C3}| = |3,61 - 18,7| \approx 15,1 \text{ Ом.}$

Задача 3.19

Дано: трифазне електричне коло підключено до мережі з частотою $f = 50 \text{ Гц}$ (рис. 3.33). Відомо, що векторна сума всіх фазних струмів дорівнює 0, тобто $I_{ab\Phi} = I_{bc\Phi} = I_{ca\Phi} = 0$.

Параметри елементів кола: $R = 10 \text{ Ом}$; $L = 31,85 \text{ мГн}$. Лінійний струм у фазі A дорівнює $I_A = 46,54 \text{ А}$. Котушки індуктивності вважати ідеальними (тобто активний опір котушок дорівнює 0 Ом).

Визначити: ємність конденсатора C ; напругу U_{AB} ; показання амперметра та ватметра.

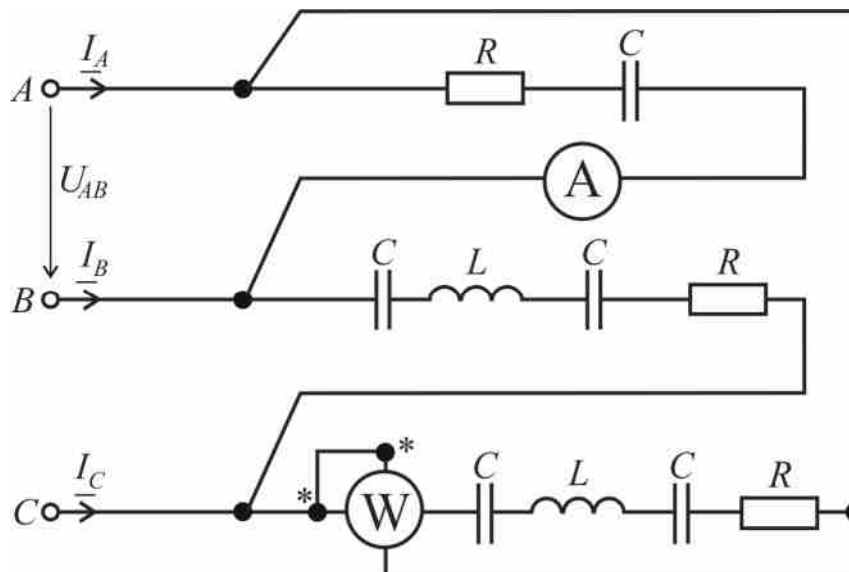


Рисунок 3.33

Розв'язання

Векторна сума фазних струмів буде дорівнювати 0 у тому випадку, коли характер навантаження в фазі **ab** буде такий же самий, як і у двох інших фазах.

Таким чином, повинно виконуватись рівняння $\frac{1}{2\pi fC} = 2\pi fL$, звідки

$$C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} = \frac{1}{(2 \cdot 3,14 \cdot 50)^2 \cdot 31,85 \cdot 10^{-3}} = 318,44 \text{ мкФ}, \text{ тоді}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 318,44 \cdot 10^{-6}} = 10 \text{ Ом}.$$

Фазний струм (показання амперметра)

$$I_\phi = I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = \frac{I_A}{\sqrt{3}} = \frac{46,54}{\sqrt{3}} \approx 26,87 \text{ А}.$$

Повний фазний опір у кожній фазі

$$Z_\phi = \sqrt{R^2 + (-X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (-10)^2} = 14,14 \text{ Ом}$$

$$\text{Напруга } U_{AB} = Z_\phi I_\phi = 26,87 \cdot 14,14 = 380 \text{ В}.$$

$$\text{Показання ватметра } P_W = R I_\phi^2 = 10 \cdot 26,87^2 = 7220 \text{ Вт}.$$

Задача 3.20

Дано: трифазне електричне коло підключено до трифазної мережі з частотою $f = 50$ Гц (рис. 3.34). Відомо, що векторна сума всіх фазних струмів створює рівносторонній трикутник, і, таким чином, дорівнює 0, тобто $I_{ab\phi} + I_{bc\phi} + I_{ca\phi} = 0$. Параметри елементів кола: $R = 10$ Ом, $C_1 = 127,4$ мкФ. Фазометр показує кут зсуву $\varphi = -45^\circ$. Ватметр показує значення $P_W = 7,22$ кВт. Відомо також, що $X_{L2} = X_{C2}$. Котушки індуктивності вважати ідеальними (тобто активний опір котушок дорівнює 0 Ом).

Визначити: параметри елементів L_1 , C_3 ; напругу U_{AB} ; показання амперметра I_A .

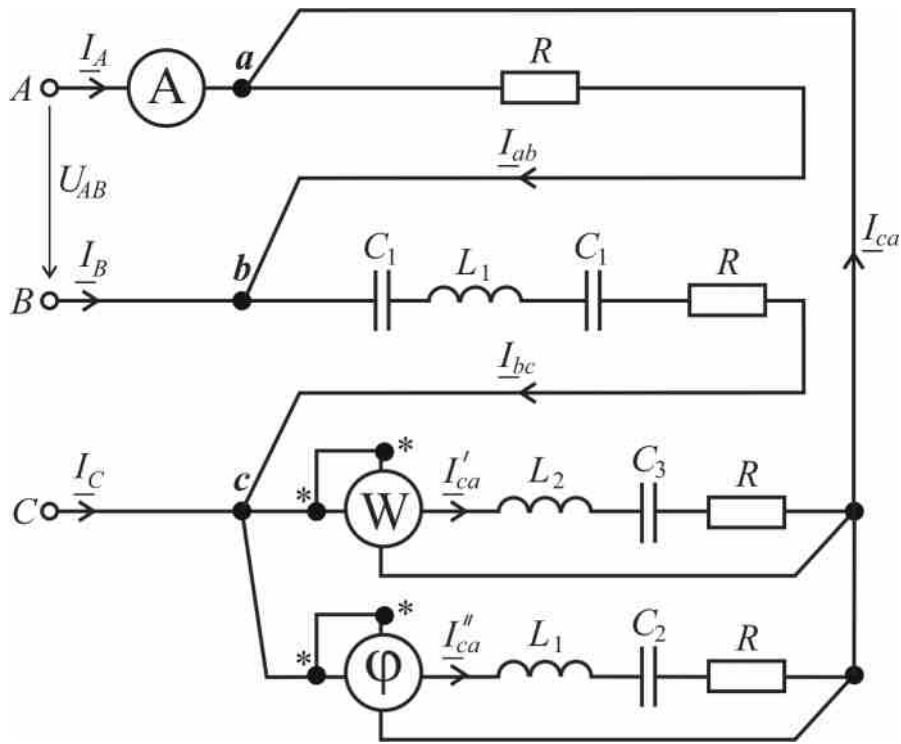


Рисунок 3.34

Розв'язання

Струм крізь ватметр $I'_{ca} = \sqrt{\frac{P_W}{R}} = \sqrt{\frac{7220}{10}} = 26,8 \text{ A}.$

Оскільки $\varphi_{ab} = 0^\circ$, то φ_{ca} повинен дорівнювати 0. А оскільки

$$\varphi''_{ca} = \arctg \frac{X_{L1} - X_{C2}}{R} = -45^\circ \text{ та активні складові струмів } I'_{ca} \text{ та } I''_{ca} \text{ рівні,}$$

тому що активний опір R у цих вітках однаковий, тоді

$$\varphi'_{ca} = \arctg \frac{X_{L2} - X_{C3}}{R} = 45^\circ \text{ (рис. 3.35). Струми } I'_{ca} = I''_{ca}, \text{ тоді}$$

$$I_{ca} = \sqrt{(I'_{ca})^2 + I''_{ca}{}^2} = \sqrt{26,8^2 + 26,8^2} \approx 38 \text{ A}.$$

Струми рівні по модулю з умови, тоді напруга U_{AB}

$$U_{AB} = R I_{ab} = 10 \cdot 38 = 380 \text{ B};$$

Струм у амперметрі – лінійний

$$I_A = \sqrt{3} \cdot I_{ca} = \sqrt{3} \cdot 38 = 65,82 \text{ A};$$

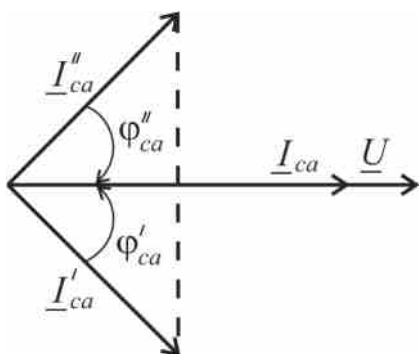


Рис.3.35

$$X_{C1} = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{10^6}{314 \cdot 127,4} = 25 \text{ Ом}$$

$$\varphi_{bc} = \arctg \frac{X_{L1} - 2X_{C1}}{R} = 0 \quad (\text{резонанс}$$

напруг), тоді:

$$X_{L1} = 2 \cdot X_{C1} = 2 \cdot 25 = 50 \text{ Ом};$$

$$L_1 = \frac{X_{L1}}{2\pi f} = \frac{50}{314} = 159,2 \text{ мГн};$$

$$\frac{X_{L2} - X_{C3}}{(X_{L2} - X_{C3})^2 + R^2} = \left| \frac{X_{L1} - X_{C2}}{(X_{L1} - X_{C2})^2 + R^2} \right|.$$

При $X_{L2} = X_{C2} \Rightarrow X_{L1} = X_{C3}$, тоді ємність дорівнює

$$C_3 = \frac{1}{2\pi f X_{C3}} = \frac{1}{314 \cdot 50} = 63,7 \text{ мкФ}.$$

Задача 3.21

Дано: до трифазної чотирьохпровідної мережі з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ та частотою $f = 50 \text{ Гц}$ підключено споживачі, що мають такі параметри $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 5 \text{ Ом}$; $C_1 = 318 \text{ мкФ}$; $C_2 = 636 \text{ мкФ}$; $L_1 = 31,85 \text{ мГн}$; $L_2 = 15,92 \text{ мГн}$; $L_3 = 127,4 \text{ мГн}$ (рис. 3.36). Котушки індуктивності вважати ідеальними (тобто активний опір котушок дорівнює 0 Ом).

Визначити:

1) які ключі необхідно замкнути, щоб векторна сума всіх лінійних струмів створювала рівносторонній трикутник, і, таким чином, дорівнювала нулю, тобто $I_A + I_B + I_C = 0$;

2) при виконанні умови пункту 1 (при замиканні необхідних ключів), знайти: повний фазний опір $Z_{\text{ф}}$ та кут зсуву фаз між фазними напругою та струмом $\varphi_{\text{ф}}$; величину лінійного струму $I_{\text{л}}$; активну потужність P_{Σ} , яку споживає вся трифазна система; намалювати векторну діаграму струмів та напруг кола для цього випадку.

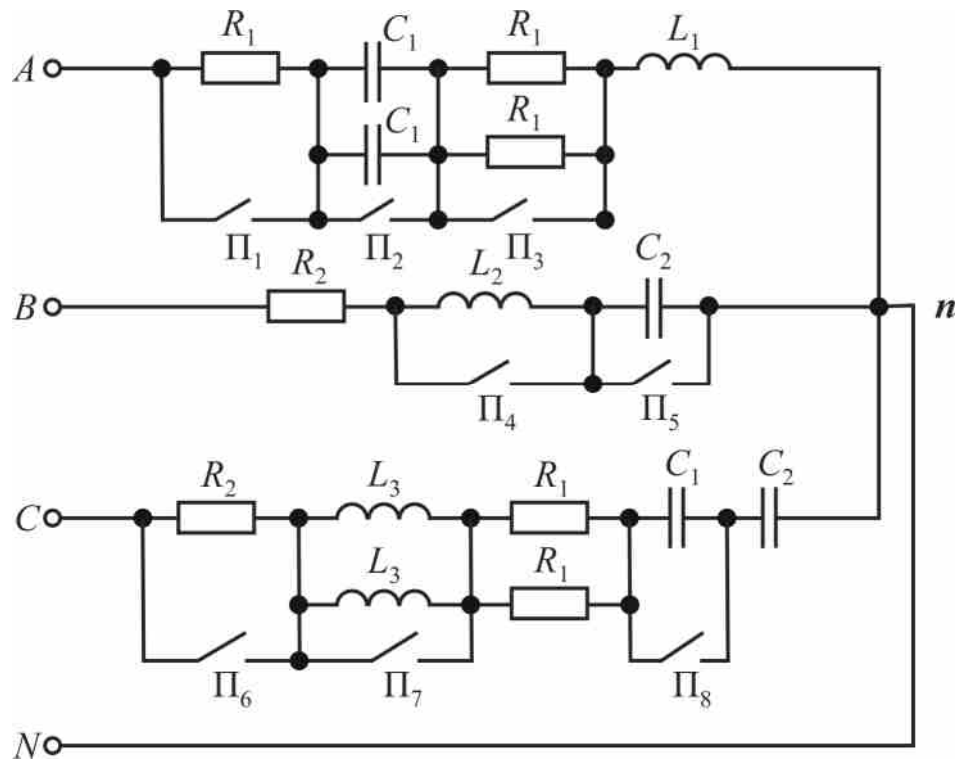


Рисунок 3.36

Розв'язання

Щоб отримати симетричну трифазну систему треба замкнути ключі: **П1, П5, П6**. Тоді трифазна система буде мати вигляд (рис. 3.37)

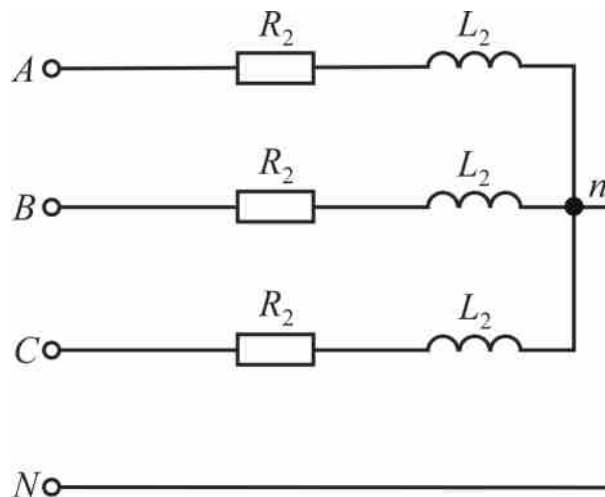


Рисунок 3.37

Якщо замкнути ключ **П1**, тоді повний опір фази **A** буде дорівнювати:

$$Z_{\phi A} = \sqrt{R_{\phi A}^2 + X_{\phi A}^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7,07 \text{ Ом},$$

$$\text{де } R_{\phi A} = \frac{R_1 R_1}{R_1 + R_1} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом}, \quad X_{\phi A} = X_{L\phi A} - X_{C\phi A} = 10 - 5 = 5 \text{ Ом},$$

де $X_{L\phi A} = 2\pi f L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 31,85 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ Ом}$.

$$X_{C\phi A} = \frac{1}{2\pi f (C_1 + C_1)} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot (318 \cdot 2 \cdot 10^{-6})} = 5 \text{ Ом}.$$

Якщо замкнути ключ **П5**, тоді повний опір фази **B** буде дорівнювати

$$Z_{\phi B} = \sqrt{R_{\phi B}^2 + X_{L\phi B}^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7,07 \text{ Ом}.$$

де $X_{L\phi B} = 2\pi f L_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 15,92 \cdot 10^{-3} = 5 \text{ Ом}$.

Якщо замкнути ключ **П6**, тоді повний опір фази **C**, а також активні та реактивні опори, у тому числі індуктивності та ємності, будуть дорівнювати:

$$Z_{\phi C} = \sqrt{R_{\phi C}^2 + X_{\phi C}^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7,07 \text{ Ом},$$

$$\text{де } R_{\phi C} = \frac{R_1 R_1}{R_1 + R_1} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом},$$

$$X_{\phi C} = X_{L\phi C} - X_{C\phi C} = 20 - 15 = 5 \text{ Ом},$$

де $X_{L\phi C} = 2\pi f L_{\phi C} = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 63,7 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ Ом}$;

$$L_{\phi C} = \frac{L_3 L_3}{L_3 + L_3} = \left(\frac{127,4 \cdot 127,4}{127,4 + 127,4} \right) \cdot 10^{-3} = 63,7 \cdot 10^{-3} \text{ Гн},$$

$$X_{C\phi A} = \frac{1}{2\pi f C_{\phi C}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 212 \cdot 10^{-6}} = 15 \text{ Ом},$$

$$\text{де } C_{\phi C} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \left(\frac{318 \cdot 636}{318 + 636} \right) \cdot 10^{-6} = 212 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

Таким чином, кут зсуву фаз між фазними напругою та струмом

$$\varphi_{\phi} = \arctg \frac{X_{L\phi}}{R_{\phi}} = \arctg \frac{5}{5} = 45^\circ.$$

$$\text{Лінійний струм } I_{\text{л}} = I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{220}{7,07} = 31,12 \text{ А},$$

$$\text{де фазна напруга } U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}.$$

Потужність, яку споживає вся трифазна система

$$P_{\Sigma} = 3P_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = \\ = 3 \cdot 220 \cdot 31,12 \cdot 0,71 = 14582,8 \text{ Вт.}$$

Векторна діаграма при замкнених ключах **П1**, **П5**, **П6** показана на рис. 3.38.

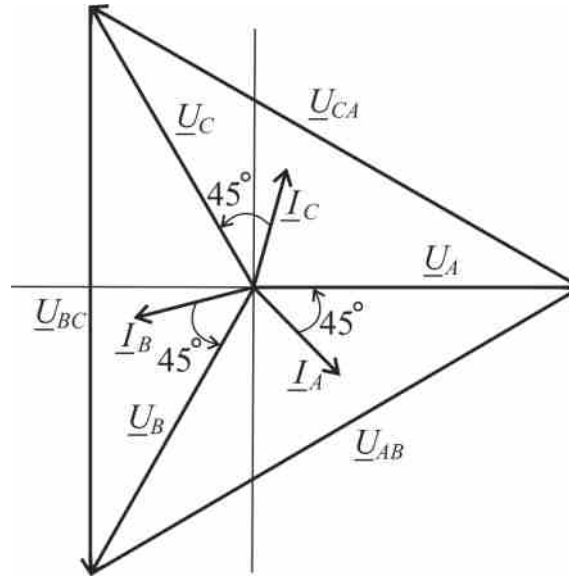


Рисунок 3.38

Задача 3.22

Дано: до трифазної чотирьохпровідної мережі підключено споживачі, що мають такі параметри $R_1 = 20 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $C_1 = 132,7 \text{ мкФ}$; $C_2 = 265,4 \text{ мкФ}$; $L_1 = 53,08 \text{ мГн}$; $L_2 = 26,54 \text{ мГн}$; $L_3 = 212,4 \text{ мГн}$ (рис. 3.39). Відомо, що частоту джерела можна змінювати на одну з двох частот $f_1 = 50 \text{ Гц}$, $f_2 = 60 \text{ Гц}$. Котушки індуктивності вважати ідеальними (тобто активний опір котушок дорівнює 0 Ом).

Визначити:

1) які ключі необхідно замкнути і яку частоту джерела треба встановити (50 чи 60 Гц) щоб векторна сума всіх фазних струмів створювала рівносторонній трикутник, і, таким чином, дорівнювала нулю, тобто $I_A + I_B + I_C = 0$. Причому, лінійний струм при виконанні цієї умови буде $I_{\text{Л}} = 9 \text{ А}$.

2) при виконанні умов пункту 1 (тобто при замкнених необхідних ключах і встановленій необхідній частоті джерела), знайти: повний фазний опір Z_{ϕ} та кут зсуву фаз між фазними напругою та струмом φ_{ϕ} ; величину лінійної напруги $U_{\text{Л}}$; активну потужність, яку споживає вся трифазна система P_{Σ} ; намалювати отриману векторну діаграму для цього випадку.

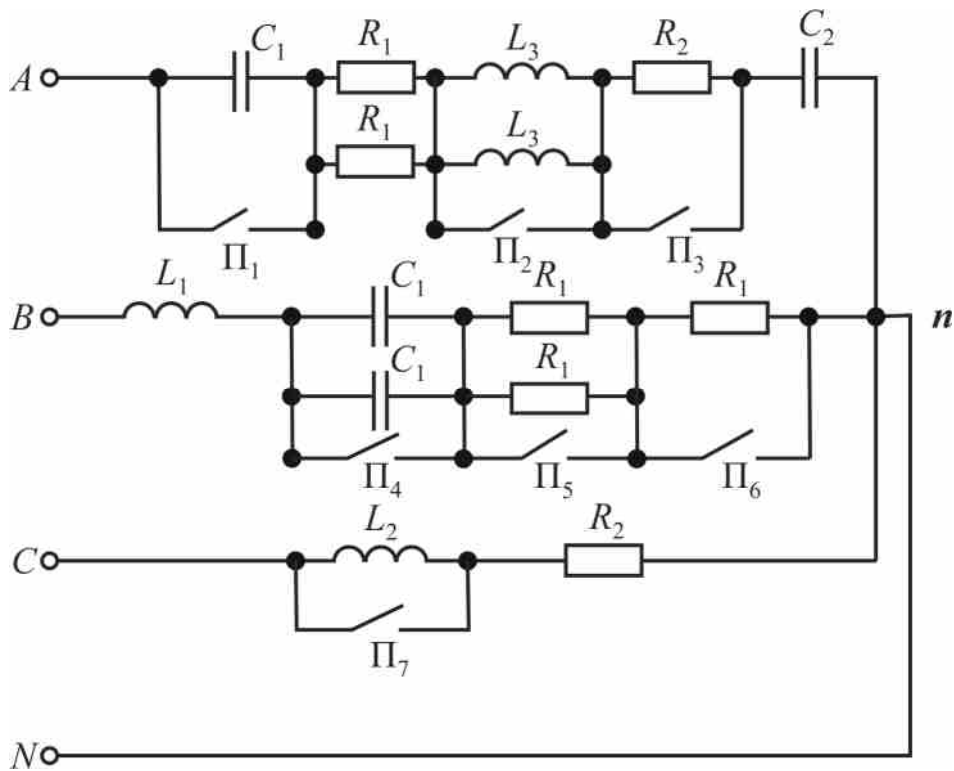


Рисунок 3.39

Розв'язання

Якщо у фазі *C* знаходиться опір R_2 без ключа, тоді у кожній фазі активна складова опору повинна дорівнювати R_2 . Якщо у фазі *B* знаходиться котушка L_1 без ключа, тому після порівняння індуктивного опору цієї котушки з ємнісним опором паралельного з'єднання конденсаторів C_1 ($C_2 = C_1 + C_1$), ми з'ясуємо, що в кожній фазі повинен бути активно-індуктивний характер навантаження, тому що при будь-якій частоті $X_{L1} > X_{C2}$.

$$\begin{cases} X_{L2(50)} = 8,3 \text{ Ом} \\ X_{L2(60)} = 10 \text{ Ом} \end{cases} \begin{cases} X_{C2(50)} = 12 \text{ Ом} \\ X_{C2(60)} = 10 \text{ Ом} \end{cases} \begin{cases} X_{L1(50)} = 16,7 \text{ Ом} \\ X_{L1(60)} = 20 \text{ Ом} \end{cases}$$

Тобто схема заміщення трифазного кола буде такою як на рис. 3.40.

Висновок: щоб отримати симетричну трифазну систему треба встановити частоту джерела $f_2 = 60 \text{ Гц}$, та включити (замкнути) наступні ключі: **П6** та **П3**.

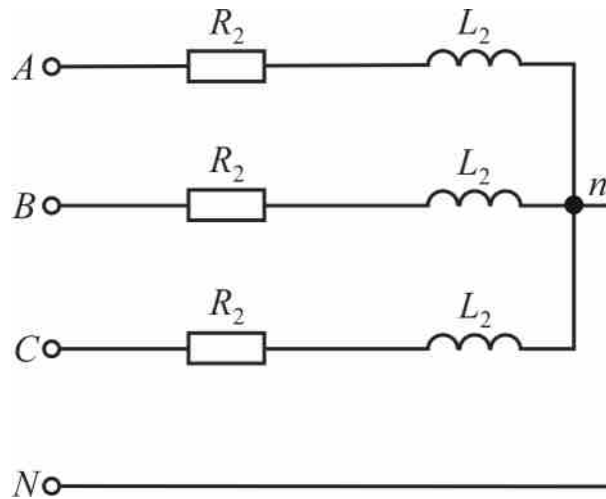


Рисунок 3.40

Повний опір фази **C** та реактивний опір фази будуть дорівнювати

$$Z_{\phi C} = \sqrt{R_{\phi C}^2 + X_{L\phi C}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1 \text{ Ом},$$

$$\text{де } X_{L\phi B} = 2\pi f L_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 60 \cdot 26,54 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ Ом}.$$

Якщо замкнути ключ **П6**, тоді повний опір фази **B** буде дорівнювати

$$Z_{\phi B} = \sqrt{R_{\phi B}^2 + X_{\phi B}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1 \text{ Ом},$$

$$\text{де активний опір } R_{\phi B} = \frac{R_1 R_1}{R_1 + R_1} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 10 \text{ Ом}, \text{ а індуктивний опір}$$

фази

$$X_{\phi B} = X_{L\phi B} - X_{C\phi B} = 20 - 10 = 10 \text{ Ом},$$

$$\text{де } X_{L\phi B} = 2\pi f L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 60 \cdot 53,08 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ Ом},$$

$$X_{C\phi B} = \frac{1}{2\pi f (C_1 + C_1)} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 60 \cdot (132,7 \cdot 2 \cdot 10^{-6})} = 10 \text{ Ом}.$$

Якщо замкнути ключ **П3**, тоді повний опір фази **A** та активний, реактивний опір, а також індуктивність та ємність будуть дорівнювати:

$$Z_{\phi A} = \sqrt{R_{\phi A}^2 + X_{\phi A}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1 \text{ Ом},$$

$$\text{де } R_{\phi A} = \frac{R_1 R_1}{R_1 + R_1} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 10 \text{ Ом},$$

$$X_{\phi A} = X_{L\phi A} - X_{C\phi A} = 40 - 30 = 10 \text{ Ом},$$

де $X_{L\phi A} = 2\pi f L_{\phi A} = 2 \cdot 3,14 \cdot 60 \cdot 106,2 \cdot 10^{-3} = 40 \text{ Ом};$

$$L_{\phi A} = \frac{L_3 L_3}{L_3 + L_3} = \left(\frac{212,4 \cdot 212,4}{212,4 + 212,4} \right) \cdot 10^{-3} = 106,2 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$$

$$X_{C\phi A} = \frac{1}{2\pi f C_{\phi A}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 60 \cdot 88,5 \cdot 10^{-6}} = 30 \text{ Ом},$$

$$\text{де } C_{\phi A} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \left(\frac{132,7 \cdot 265,4}{132,7 + 265,4} \right) \cdot 10^{-6} = 88,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

Таким чином, кут зсуву фаз між фазними напругою та струмом

$$\varphi_{\phi} = \arctg \frac{X_{L\phi}}{R_{\phi}} = \arctg \frac{10}{10} = 45^{\circ}.$$

$$\text{Лінійна напруга } U_{\text{л}} = U_{\phi} \cdot \sqrt{3} = 127 \cdot \sqrt{3} = 220 \text{ В},$$

$$\text{де } U_{\phi} = Z_{\phi} I_{\phi} = 14,1 \cdot 9 = 127 \text{ В}.$$

Потужність, яку споживає вся трифазна система у зазначеному випадку

$$P_{\Sigma} = 3P_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = 3 \cdot 127 \cdot 9 \cdot 0,7 \approx 2400 \text{ Вт}.$$

Векторна діаграма при вказаних замкнених ключах та частоті $f_2 = 60 \text{ Гц}$ показана на рис. 3.41.

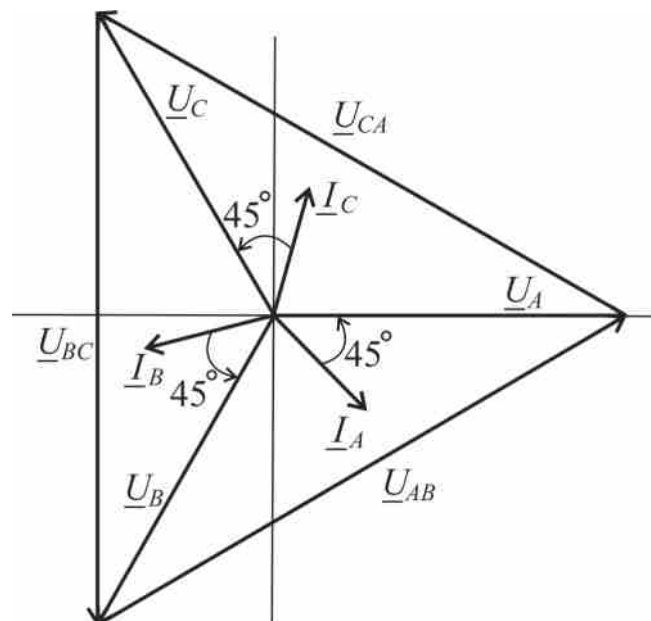


Рисунок 3.41

4. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОФАЗНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Задача 4.1

Дано: однофазний знижувальний трансформатор у номінальному режимі має такі дані: $U_{1\text{НОМ}} = 220$ В; коефіцієнт трансформації напруг $n = 2$; магнітні втрати ΔP_M дорівнюють електричним втратам ΔP_E тобто $\Delta P_M = \Delta P_E = 150$ Вт. Навантаження трансформатора активне; коефіцієнт корисної дії $\eta_{\text{НОМ}} = 0,9$.

Визначити: повну номінальну потужність $S_{\text{НОМ}}$; напругу $U_{2\text{НОМ}}$; струми в обмотках $I_{1\text{НОМ}}$ та $I_{2\text{НОМ}}$; коефіцієнт корисної дії η при навантаженні 0,5 від номінального значення.

Розв'язання

Знайдемо номінальну напругу вторинної обмотки трансформатора

$$U_{2\text{НОМ}} = \frac{U_{1\text{НОМ}}}{n} = \frac{220}{2} = 110 \text{ В.}$$

Загальні втрати потужності трансформатора визначаються як

$$\Delta P = \Delta P_M + \Delta P_E = 150 + 150 = 300 \text{ Вт.}$$

Коефіцієнт потужності дорівнює $\cos \varphi_H = 1$, тому що навантаження чисто активне.

З урахуванням того, що режим роботи трансформатора номінальний, тому коефіцієнт навантаження $\beta = 1$. Номінальну повну потужність можна визначити як

$$S_{\text{НОМ}} = \frac{\eta_{\text{НОМ}} \Delta P}{1 - \eta_{\text{НОМ}}} = \frac{0,9 \cdot 300}{1 - 0,9} = 2700 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Струми первинної та вторинної обмоток трансформатора:

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{1\text{НОМ}}} = \frac{2700}{220} = 12,27 \text{ А}; \quad I_{2\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{2\text{НОМ}}} = \frac{2700}{110} = 24,54 \text{ А}.$$

Якщо навантаження дорівнює 0,5 від номіналу, тоді як відомо магнітні втрати не змінюються, тому що не залежать від навантаження. Електричні втрати визначаються як $\beta^2 \Delta P_E$, тоді ККД знаходимо як

$$\eta = \frac{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_H}{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_H + \Delta P_M + \beta^2 \Delta P_E} = \frac{0,5 \cdot 2700 \cdot 1}{0,5 \cdot 2700 \cdot 1 + 150 + (0,5)^2 150} = \frac{1350}{1537,5} = 0,88.$$

Задача 4.2

Дано: однофазний трансформатор має такі номінальні параметри: повна потужність $S_{\text{НОМ}} = 10 \text{ кВА}$; напруги первинної та вторинної обмоток, відповідно, $U_{1\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$, $U_{2\text{НОМ}} = 115 \text{ В}$; напруга короткого замикання $u_k = 3,2 \%$; втрати потужності неробочого ходу (НХ) $P_0 = 71 \text{ Вт}$ і дослідного короткого замикання (КЗ) $P_k = 269 \text{ Вт}$; коефіцієнт потужності активно-індуктивного навантаження (ККД) $\cos \varphi_H = 0,7$.

Визначити: струм I_2 у режимі коли коефіцієнт корисної дії цього трансформатора максимальний ($\eta = \eta_{\text{max}}$) та величину η_{max} ; струми $I_{1\text{к}}$ та $I_{2\text{к}}$ в обмотках цього трансформатора при виникненні короткого замикання, якщо напруга $U_1 = U_{1\text{НОМ}}$.

Розв'язання

Номінальні струми обмоток трансформатора:

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{1\text{НОМ}}} = \frac{10 \cdot 10^3}{220} = 45,45 \text{ А}, \quad I_{2\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{2\text{НОМ}}} = \frac{10 \cdot 10^3}{115} = 86,96 \text{ А}.$$

Умова, коли ККД максимальний η_{\max} , втрати НХ дорівнюють втратам в режимі КЗ, тобто $P_0 = (\beta')^2 P_k$,

де $\beta' = \frac{I'_2}{I_{2\text{НОМ}}}$ – коефіцієнт навантаження, а β' і I'_2 – відповідно значення

коефіцієнта навантаження та струму вторинної обмотки, коли $\eta = \eta_{\max}$.

$$\beta' = \sqrt{\frac{P_0}{P_k}} = \sqrt{\frac{71}{269}} = 0,514; \quad I'_2 = \beta' I_{2\text{НОМ}} = 0,514 \cdot 86,96 = 44,7 \text{ А.}$$

Тоді ККД

$$\eta_{\max} = \frac{\beta' S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_{\text{НОМ}}}{\beta' S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_{\text{НОМ}} + 2P_0} = \frac{0,514 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,7}{0,514 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,7 + 2 \cdot 71} = 0,962.$$

Напруга КЗ

$$U_K = u_K \frac{U_{1\text{НОМ}}}{100} = 3,2 \cdot \frac{220}{100} = 7,04 \text{ В.}$$

Струми обмоток у режимі КЗ, коли $U_K = U_{1\text{НОМ}}$:

$$I_{1\text{К}} = I_{1\text{НОМ}} \frac{U_{1\text{НОМ}}}{U_K} = 45,45 \cdot \frac{220}{7,04} = 1420,3 \text{ А};$$

$$I_{2\text{К}} = I_{1\text{НОМ}} \frac{U_{1\text{НОМ}}}{U_{2\text{НОМ}}} = 1420,3 \cdot \frac{220}{115} = 2717,1 \text{ А.}$$

Задача 4.3

Дано: параметри Т – подібної схеми заміщення однофазного трансформатора (рис. 4.1), які визначені за допомогою дослідів неробочого ходу (НХ) та короткого замикання (КЗ), дорівнюють: $R_1 = R_2' = 0,4 \text{ Ом}$; $X_1 = X_2' = 0,3 \text{ Ом}$; $R_0 = 33 \text{ Ом}$; $X_0 = 217,5 \text{ Ом}$. Номінальна потужність трансформатора $S_{\text{НОМ}} = 2,2 \text{ кВА}$ номінальна напруга первинної обмотки $U_{1\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$; коефіцієнт потужності активно-індуктивного навантаження у номінальному режимі $\cos \varphi_{\text{НОМ}} = 0,85$.

Визначити: струми первинної обмотки у номінальному режимі $I_{1\text{НОМ}}$ та струм в режимі НХ I_{10} ; потужність магнітних втрат у сталі осердя P_M в режимі НХ, потужність електричних втрат в обмотках трансформатора P_K в режимі дослідного КЗ, ККД в номінальному режимі $\eta_{\text{НОМ}}$ та максимальний ККД η_{max} .

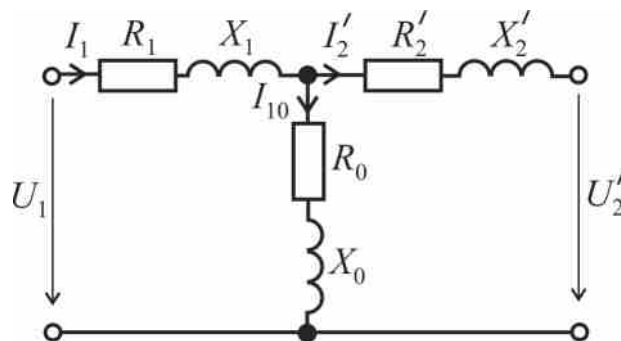


Рисунок 4.1

Розв'язання

Номінальний струм первинної обмотки

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{1\text{НОМ}}} = \frac{2,2 \cdot 10^3}{220} = 10 \text{ А.}$$

Повний опір вітки намагнічування

$$Z_0 = \sqrt{R_0^2 + X_0^2} = \sqrt{33^2 + 217,5^2} = 220 \text{ Ом.}$$

Струм первинної обмотки при досліді НХ

$$I_{10} = \frac{U_{1\text{НОМ}}}{Z_0} = \frac{220}{220} = 1 \text{ А.}$$

Втрати потужності НХ

$$P_{10} = R_0 I_{10}^2 = 33 \cdot 1^2 = 33 \text{ Вт.}$$

Втрати потужності в режимі дослідного КЗ

$$P_K = (R_1 + R_2') I_{1\text{НОМ}}^2 = (0,4 + 0,4) \cdot 10^2 = 80 \text{ Вт.}$$

При $U_1 = U_{1\text{НОМ}}$ магнітні втрати потужності $P_M = P_{10}$.

Електричні втрати потужності дорівнюють $P_e = \beta^2 P_k$, де $\beta = \frac{I_2}{I_{2\text{НОМ}}}$ –

коефіцієнт навантаження. В номінальному режимі $\beta = 1$.

ККД в номінальному режимі

$$\eta_{\text{НОМ}} = \frac{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_{\text{Н}}}{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_{\text{Н}} + P_{10} + \beta^2 P_k} = \frac{1 \cdot 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,85}{1 \cdot 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,85 + 33 + 1^2 \cdot 80} = 0,943.$$

Коефіцієнт навантаження, що відповідає максимальному ККД η_{max}
($P_e = P_m = P_{10}$)

$$\beta_{\text{max}} = \sqrt{\frac{P_{10}}{P_k}} = \sqrt{\frac{33}{80}} = 0,642.$$

Максимальний ККД трансформатора

$$\begin{aligned} \eta_{\text{max}} &= \frac{\beta_{\text{max}} S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_{\text{Н}}}{\beta_{\text{max}} S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_{\text{Н}} + P_{10} + \beta_{\text{max}}^2 P_k} = \\ &= \frac{0,642 \cdot 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,85}{0,642 \cdot 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,85 + 33 + 0,642^2 \cdot 80} = 0,994. \end{aligned}$$

Задача 4.4

Дано: при проведенні досліду короткого замикання трансформатора з номінальними параметрами $U_{1\text{НОМ}} = 220$ В, $I_{1\text{НОМ}} = 4$ А, $n = 2$ були отримані такі результати вимірів: $U_{1\text{к}} = 20$ В, $P_k = 48$ Вт.

Визначити: на скільки зміниться напруга на виході трансформатора, якщо навантаження змінилось з $Z_{\text{Н1}} = 5 + j12$ Ом на $Z_{\text{Н2}} = 5 - j12$ Ом.

Розв'язання

Номінальний струм вторинної обмотки

$$I_{2\text{НОМ}} = n I_{1\text{НОМ}} = 2 \cdot 4 = 8 \text{ А.}$$

Напруга НХ вторинної обмотки

$$U_{20} = \frac{U_{1\text{НОМ}}}{n} = \frac{220}{2} = 110 \text{ В.}$$

$$\varphi_{\text{к}} = \arccos \frac{P_{\text{к}}}{U_{1\text{к}} I_{1\text{НОМ}}} = \arccos \frac{48}{20 \cdot 4} = 53^{\circ} 10'.$$

$$u_{\text{к}\%} = \frac{U_{1\text{к}}}{U_{1\text{НОМ}}} \cdot 100\% = \frac{20}{220} \cdot 100\% = 9,09\%.$$

Повний опір навантаження незмінний

$$Z = Z_{\text{Н1}} = Z_{\text{Н2}} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ Ом,}$$

а кути $\varphi_{\text{Н}}$ різні:

$$\varphi_{\text{Н1}} = \arctg \frac{12}{5} = 67^{\circ} 30'; \quad \varphi_{\text{Н2}} = \arctg \frac{-12}{5} = -67^{\circ} 30'.$$

Можна вважати, що $I_2 = \frac{U_{20}}{Z_{\text{Н}}} = \frac{110}{13} = 8,46 \text{ А,}$

$$\text{а } \beta = \frac{I_2}{I_{2\text{НОМ}}} = \frac{8,46}{8} = 1,06.$$

При навантаженні $Z_{\text{Н1}}$ напруга на вторинній обмотці

$$\begin{aligned} U_{2,1} &= U_{20} \cdot [1 - \beta \cdot \frac{u_{\text{к}\%}}{100} \cos(\varphi_{\text{Н1}} - \varphi_{\text{к}})] = \\ &= 110 \cdot [1 - 1,06 \cdot \frac{9,09}{100} \cos(67^{\circ} 30' - 53^{\circ} 10')] = 99,7 \text{ В.} \end{aligned}$$

При навантаженні $Z_{\text{Н2}}$ ця напруга

$$\begin{aligned} U_{2,2} &= U_{20} \cdot [1 - \beta \cdot \frac{u_{\text{к}\%}}{100} \cos(\varphi_{\text{Н2}} - \varphi_{\text{к}})] = \\ &= 110 \cdot [1 - 1,06 \cdot \frac{9,09}{100} \cos(-67^{\circ} 30' - 53^{\circ} 10')] = 115,4 \text{ В.} \end{aligned}$$

Таким чином, напруга на виході збільшується на

$$\Delta U_2 = U_{2,2} - U_{2,1} = 115,4 - 99,7 = 15,7 \text{ В.}$$

Задача 4.5

Дано: однофазний трансформатор має наступні параметри $S_{\text{НОМ}} = 0,44$ кВА; $U_{1\text{НОМ}} = 220$ В; $W_1 = 1000$; $W_2 = 200$. При закороченні вторинної обмотки струм в ній дорівнював $I_{2\text{К}} = 7,5$ А при напрузі на вході первинної обмотки $U_{1\text{К}} = 13,2$ В. Втрати потужності становили $P_{\text{К}} = 18$ Вт.

Визначити: якою буде напруга на активно-індуктивному навантаженні із $\cos\varphi_{\text{Н}} = 0,8$, якщо трансформатор живиться номінальною напругою $U_{1\text{НОМ}}$, а струм навантаження становить $I_2 = 9$ А.

Розв'язання

З номінальних даних визначаємо коефіцієнт трансформації, номінальні струми первинної та вторинної обмоток та напругу вторинної обмотки при неробочому ході відповідно:

$$n = \frac{W_1}{W_2} = \frac{1000}{200} = 5;$$

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{1\text{НОМ}}} = \frac{0,44 \cdot 10^3}{220} = 2 \text{ А}; \quad I_{2\text{НОМ}} = nI_{1\text{НОМ}} = 2 \cdot 5 = 10 \text{ А};$$

$$U_{20} = \frac{U_{1\text{НОМ}}}{n} = \frac{220}{5} = 44 \text{ В}.$$

При закороченні вторинної обмотки визначаємо коефіцієнт навантаження

$$\beta_{\text{КЗ}} = \frac{I_{2\text{К}}}{I_{2\text{НОМ}}} = \frac{7,5}{10} = 0,75.$$

Напруга та струм первинної обмотки в режимі КЗ:

$$u_{1\text{К}\%} = \frac{U_{1\text{К}}}{U_{1\text{НОМ}}} \cdot \frac{1}{\beta_{\text{КЗ}}} \cdot 100\% = \frac{13,2}{220} \cdot \frac{1}{0,75} \cdot 100\% = 8\%;$$

$$I_{1\text{К}} = \beta_{\text{КЗ}} I_{1\text{НОМ}} = 2 \cdot 0,75 = 1,5 \text{ А}.$$

Активний опір в режимі КЗ

$$R_K = \frac{P_K}{I_{1K}^2} = \frac{18}{(1,5)^2} = 8 \text{ Ом.}$$

Повний опір в режимі КЗ

$$Z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1K}} = \frac{13,2}{1,5} = 8,8 \text{ Ом.}$$

Індуктивний опір в режимі КЗ

$$X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2} = \sqrt{8,8^2 - 8^2} = 3,666 \text{ Ом.}$$

Кут зсуву фаз між струмом і напругою в режимі КЗ

$$\varphi_K = \arctg \frac{X_K}{R_K} = \arctg \frac{3,666}{8} = 24,62^\circ .$$

При навантаженні визначаємо коефіцієнт

$$\varphi_H = \arccos(\cos\varphi_H) = \arccos(0,8) = 36,87^\circ .$$

Коефіцієнт навантаження

$$\beta_H = \frac{I_2}{I_{2\text{НОМ}}} = \frac{9}{10} = 0,9 .$$

Напруга на вторинній обмотці

$$\begin{aligned} U_2 &= U_{20} \cdot \left(1 - \beta_H \cdot \frac{u_{1k}\%}{100\%} \cdot \cos(\varphi_H - \varphi_K) \right) = \\ &= 44 \cdot \left(1 - 0,9 \cdot \frac{8\%}{100\%} \cdot \cos(36,87^\circ - 24,62^\circ) \right) = 40,904 \text{ В.} \end{aligned}$$

Задача 4.6

Дано: однофазний двухобмотковий трансформатор має такі параметри:

$S_{\text{НОМ}} = 10 \text{ кВА}$; $U_{1\text{НОМ}} = 3300 \text{ В}$; $U_{2\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$; втрати потужності дослідного короткого замикання $P_K = 250 \text{ Вт}$; відносна напруга короткого замикання $u_K\% = 5,7 \%$. Втрати потужності в обмотках розподіляться порівну.

Визначити: активні та реактивні опори обмоток (R_1, R_2, X_1, X_2) за даними досліді короткого замикання; струми в обмотках при аварійному короткому замиканні ($I_{1к ав}$ та $I_{2к ав}$), якщо $U_1 = U_{1ном}$, та кратність останніх до номінальних значень.

Розв'язання

З номінальних даних визначаємо коефіцієнт трансформації, номінальні струми первинної та вторинної обмоток відповідно:

$$n = \frac{U_{1ном}}{U_{2ном}} = \frac{3300}{220} = 15;$$

$$I_{1ном} = \frac{S_{ном}}{U_{1ном}} = \frac{10 \cdot 10^3}{3300} = 3,03;$$

$$I_{2ном} = \frac{S_{ном}}{U_{2ном}} = \frac{10 \cdot 10^3}{220} = 45,45 \text{ А.}$$

Діюче значення напруги короткого замикання

$$U_k = \frac{u_k \% \cdot U_{1ном}}{100\%} = \frac{5,7 \cdot 3300}{100} = 188,1 \text{ В.}$$

За даними досліді короткого замикання визначаємо повний, активний, реактивний опори трансформатора в режимі КЗ відповідно:

$$Z_k = \frac{U_k}{I_{1н}} = \frac{188,1}{3,03} = 62,08 \text{ Ом;}$$

$$R_k = R_1 + R'_2 = \frac{P_k}{I_{1н}^2} = \frac{250}{3,03^2} = 27,23 \text{ Ом;}$$

$$X_k = X_1 + X'_2 = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 55,83 \text{ Ом.}$$

Активні та реактивні опори первинної та вторинної обмоток:

$$R_1 = R'_2 = R_k / 2 = 13,6 \text{ Ом; } X_1 = X'_2 = X_k / 2 = 27,9 \text{ Ом;}$$

$$R_2 = \frac{R'_2}{n^2} = 0,0604 \text{ Ом}; \quad X_2 = \frac{X'_2}{n^2} = 0,124 \text{ Ом}.$$

Струми в обмотках при аварійному короткому замиканні струмів:

$$I_{1\text{к ав}} = \frac{100}{u_{\text{к}} \%} I_{1\text{ном}} = \frac{100}{5,7} \cdot 3,03 = 53,16 \text{ А};$$

$$I_{2\text{к ав}} = \frac{100}{u_{\text{к}} \%} I_{2\text{ном}} = \frac{100}{5,7} \cdot 53,16 = 797,37 \text{ А}.$$

Тоді кратність струмів до номінальних значень дорівнює

$$\frac{I_{1\text{к ав}}}{I_{1\text{ном}}} = \frac{I_{2\text{к ав}}}{I_{2\text{ном}}} = \frac{53,16}{3,03} = \frac{797,37}{45,45} = 17,55.$$

Задача 4.7

Дано: повна номінальна потужність однофазного трансформатора $S_{\text{ном}} = 5,7 \text{ кВА}$. До вторинної обмотки трансформатора підключений навантажувальний реостат $R_{\text{н}}$. Максимальне значення ККД трансформатора – $\eta_{\text{max}} = 0,97$ при коефіцієнті навантаження $\beta_{\eta_{\text{max}}} = \frac{I_2}{I_{2\text{ном}}} = 0,57$.

Визначити: коефіцієнт корисної дії трансформатора у номінальному режимі роботи.

Розв'язання

Визначаємо потужність P_2 при $\beta_{\eta_{\text{max}}}$, враховуючи те, що $\cos \varphi_{\text{н}} = 1$ (навантаження активне)

$$P_2 = \beta_{\eta_{\text{max}}} \cdot S_{\text{ном}} \cdot \cos \varphi_{\text{н}} = 0,57 \cdot 5,7 \cdot 10^3 \cdot 1 = 3249 \text{ Вт}.$$

ККД трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P}.$$

Відповідно втрати потужності при максимальному ККД

$$\Delta P_{\eta_{\max}} = \frac{P_2 \cdot (1 - \eta_{\max})}{\eta_{\max}} = \frac{3249 \cdot (1 - 0,97)}{0,97} = 100,48 \text{ Вт.}$$

Максимальне ККД досягається при рівновазі електричних P_E та магнітних P_M втрат потужності. З урахуванням цього маємо

$$P_{M \eta_{\max}} = P_{E \eta_{\max}} = \frac{\Delta P_{\eta_{\max}}}{2} = \frac{100,48}{2} = 50,24 \text{ Вт.}$$

Вважається, що магнітні втрати не залежать від струму навантаження, тому

$$P_{M \text{ ном}} = P_{M \eta_{\max}} = 50,24 \text{ Вт.}$$

Електричні втрати потужності $P_E = \beta^2 \cdot P_{E \text{ ном}}$.

Тому електричні втрати потужності у номінальному режимі

$$\Delta P_{E \text{ ном}} = \frac{P_{E \eta_{\max}}}{\beta_{\eta_{\max}}^2} = \frac{50,24}{0,57^2} = 154,63 \text{ Вт.}$$

Таким чином, ККД трансформатора

$$\begin{aligned} \eta_{\text{ном}} &= \frac{\beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{н}}}{\beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{н}} + P_{M \text{ ном}} + P_{E \text{ ном}}} = \\ &= \frac{1 \cdot 5,7 \cdot 10^3 \cos 0^\circ}{1 \cdot 5,7 \cdot 10^3 \cos 0^\circ + 50,24 + 154,63} = 0,965. \end{aligned}$$

Задача 4.8

Дано: понижувальний трансформатор в неробочому режимі має напругу на вторинній обмотці $U_{20} = 110 \text{ В}$. Переріз його осердя $S_a = 20 \text{ см}^2$; амплітудне значення індукції в осерді $B_m = 1,2 \text{ Тл}$; частота напруги живлення $f = 50 \text{ Гц}$; коефіцієнт трансформації $n = 3,45$. Параметри кола намагнічування трансформатора: $R_0 = 15 \text{ Ом}$ та $L_0 = 0,16 \text{ Гн}$.

Визначити: число витків обох обмоток W_1 та W_2 ; значення напруги на первинній обмотці трансформатора U_{10} та струм намагнічування I_{10} .

Розв'язання

Амплітудне значення магнітного потоку

$$\Phi_m = B_m S_a = 1,2 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Діюче значення ЕРС вторинної обмотки $E_2 = U_{20}$, тоді

$$W_2 = \frac{U_{20}}{4,44 f \Phi_m} = \frac{110}{4,44 \cdot 50 \cdot 2,4 \cdot 10^{-3}} = 206,45 \approx 207.$$

Відповідно

$$W_1 = n W_2 = 3,45 \cdot 207 = 714,15 \approx 714.$$

Первинна напруга

$$U_{10} = n U_{20} = 3,45 \cdot 110 = 379,5 \approx 380 \text{ В.}$$

Індуктивний опір трансформатора у режимі неробочого ходу

$$X_0 = \omega L_0 = 2\pi f L_0 = 314 \cdot 0,16 = 50,24 \text{ Ом.}$$

Повний опір неробочого ходу

$$Z_0 = \sqrt{R_0^2 + X_0^2} = \sqrt{15^2 + 50,24^2} = 52,43 \text{ Ом.}$$

Струм намагнічування

$$I_{10} = \frac{U_{10}}{Z_0} = \frac{380}{52,43} = 7,25 \text{ А.}$$

Задача 4.9

Дано: однофазний трансформатор з $U_{1\text{ном}} = 220 \text{ В}$, МРС намагнічування $F_{10p} = 1252 \text{ А}$, кількість витків первинної обмотки $W_1 = 150$, втрати в сталі $P_c = 99 \text{ Вт}$.

Визначити: повний струм і коефіцієнт потужності $\cos \varphi$ при неробочому ході (НХ) трансформатора.

Розв'язання

Намагнічувальна складова струму НХ

$$I_{10p} = \frac{F_{10p}}{W_1} = \frac{1252}{150} = 8,4 \text{ А.}$$

Активна складова струму НХ

$$I_{1a} = \frac{P_c}{U_{1ном}} = \frac{99}{220} = 0,45 \text{ А.}$$

Повний струм НХ

$$I_{10} = \sqrt{I_{10a}^2 + I_{10p}^2} = \sqrt{0,2025 + 70,56} = 8,41 \text{ А;}$$

Коефіцієнт потужності $\cos \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{P_c}{U_{1ном} I_{10}} = \frac{99}{220 \cdot 8,41} = 0,054, \text{ або } \cos \varphi = \frac{I_{10a}}{I_{10}} = \frac{0,45}{8,41} = 0,054.$$

Задача 4.10

Дано: однофазний трансформатор у номінальному режимі має такі параметри: $U_{1ном} = 660 \text{ В}$; $U_{2ном} = 220 \text{ В}$; $\eta_{ном} = 0,9$; $\cos \varphi_H = 0,75$. Втрати потужності неробочого ходу $\Delta P_M = 150 \text{ Вт}$. У досліді короткого замикання відносна напруга $u_K = 4\%$, втрати потужності $\Delta P_E = 270 \text{ Вт}$.

Визначити: повну номінальну потужність $S_{ном}$ та номінальні струми у обмотках $I_{1ном}$ та $I_{2ном}$, величину максимального ккд $\eta_{мах}$, струми аварійного короткого замикання при номінальній напрузі $U_{1ном}$.

Розв'язання

Коефіцієнт корисної дії

$$\eta_{ном} = \frac{\beta S_{ном} \cos \varphi_H}{\beta S_{ном} \cos \varphi_H + P_{M_{ном}} + P_{E_{ном}}} \text{ при } \beta=1, \text{ тому повна номінальна}$$

потужність

$$S_{\text{НОМ}} = \frac{\eta_{\text{НОМ}}(\Delta P_{\text{М}} + \Delta P_{\text{Е}})}{\cos\varphi_{\text{Н}}(1 - \eta_{\text{НОМ}})} = \frac{0,9 \cdot (270 + 150)}{0,75 \cdot (1 - 0,9)} = 5040 \text{ ВА.}$$

Номинальні струми у обмотках:

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{1\text{НОМ}}} = \frac{5040}{660} = 7,64 \text{ А}, \quad I_{2\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{2\text{НОМ}}} = \frac{5040}{220} = 22,91 \text{ А.}$$

Відомо, що

$$\Delta P_{\text{М}} = (\beta')^2 \Delta P_{\text{Е}}, \text{ звідки } \beta' = \sqrt{\frac{\Delta P_{\text{М}}}{\Delta P_{\text{Е}}}} = 0,75.$$

$$\eta_{\text{max}} = \frac{\beta' S_{\text{НОМ}} \cos\varphi_{\text{Н}}}{\beta' S_{\text{НОМ}} \cos\varphi_{\text{Н}} + 2\Delta P_{\text{М}}} = \frac{0,75 \cdot 5040}{0,75 \cdot 5040 \cdot 0,75 + 300} = 0,904.$$

Напруга в режимі короткого замикання

$$U_{1\text{К}} = u_{\text{К}}\% \frac{U_{1\text{НОМ}}}{100\%} = 4\% \frac{660}{100\%} = 26,4 \text{ В}$$

Аварійний струм КЗ вторинної та первинної обмоток:

$$I_{1\text{К}} = I_{1\text{НОМ}} \frac{U_{1\text{НОМ}}}{U_{\text{К}}} = 7,64 \frac{660}{26,4} = 191 \text{ А};$$

$$I_{2\text{К}} = I_{1\text{К}} \frac{U_{1\text{НОМ}}}{U_{2\text{НОМ}}} = 191 \frac{660}{220} = 373 \text{ А.}$$

Задача 4.11

Дано: однофазний понижувальний трансформатор з повною потужністю $S_{\text{НОМ}} = 1,76 \text{ кВА}$; кількість витків обмотки високої напруги $W_{\text{ВН}} = 240$; обмотки низької напруги $W_{\text{НН}} = 150$; напруга вторинної обмотки $U_{2\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$; струм неробочого ходу $i_{\text{Х}}\% = 8 \%$, напруга короткого замикання $u_{\text{К}}\% = 4,5 \%$.

Визначити: струм в режимі неробочого ходу, струми в обмотках трансформатора при аварійному короткому замиканні вторинної обмотки.

Розв'язання

Коефіцієнт трансформації

$$n = \frac{W_{\text{ВН}}}{W_{\text{НН}}} = \frac{240}{150} = 1,6.$$

Номинальна напруга $U_{1\text{НОМ}}$

$$U_{1\text{НОМ}} = nU_{2\text{НОМ}} = 1,6 \cdot 220 = 352 \text{ В.}$$

Номинальний струм первинної обмотки

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{1\text{НОМ}}} = \frac{1760}{352} = 5 \text{ А.}$$

Струм у режимі неробочого ходу

$$I_{10} = \frac{i_x \cdot I_{\text{НОМ}}}{100} = \frac{8 \cdot 5}{100} = 0,4 \text{ А.}$$

Напруга в режимі короткого замикання

$$U_{1\text{К}} = \frac{u_{\text{К}} \cdot U_{1\text{НОМ}}}{100} = \frac{4,5 \cdot 352}{100} = 15,84 \text{ В.}$$

Струми в обмотках трансформатора при аварійному короткому замиканні вторинної обмотки:

$$I_{1\text{К}} = I_{1\text{НОМ}} \frac{U_{1\text{НОМ}}}{U_{1\text{К}}} = 5 \frac{352}{15,84} = 111,1 \text{ А}; \quad I_{2\text{К}} = nI_{1\text{К}} = 1,6 \cdot 111,1 = 177,76 \text{ А.}$$

Задача 4.12

Дано: однофазний двостержневий трансформатор, що працює на промисловій частоті, має наступні параметри: $S_{\text{НОМ}} = 6 \text{ кВА}$; $U_{1\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$; $U_{2\text{НОМ}} = 80 \text{ В}$; $u_{\text{К}} = 5 \%$. Діюче значення індукції магнітного поля в осерді квадратного поперечного перетину зі стороною $a = 10 \text{ см}$ дорівнює $B = 1,06 \text{ Тл}$. Втратами напруги в первинній обмотці знехтувати.

Визначити: струми в обмотках трансформатора при номінальному навантаженні $I_{1\text{НОМ}}$, $I_{2\text{НОМ}}$; аварійні струми КЗ в обмотках при номінальній напрузі $I_{1\text{КЗ}}$, $I_{2\text{КЗ}}$; число витків обмоток W_1 , W_2 .

Розв'язання

Номінальні струми в обмотках:

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{1\text{НОМ}}} = \frac{6 \cdot 10^3}{220} = 27,272 \text{ А}; \quad I_{2\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{2\text{НОМ}}} = \frac{6 \cdot 10^3}{80} = 75 \text{ А}.$$

Аварійний струм КЗ первинної обмотки

$$I_{1\text{КЗ}} = I_{1\text{НОМ}} \frac{U_{1\text{НОМ}}}{U_{1\text{К}}} = 27,272 \frac{220}{11} = 545,44 \text{ А},$$

де $U_{1\text{К}}$ – напруга в режимі дослідного КЗ

$$U_{1\text{К}} = \frac{u_{\text{К}} U_{1\text{НОМ}}}{100\%} = \frac{5 \cdot 220}{100} = 11 \text{ В}.$$

Аварійний струм КЗ вторинної обмотки

$$I_{2\text{КЗ}} = I_{1\text{КЗ}} \cdot n = 545,44 \cdot 2,75 = 1499,96 \approx 1500 \text{ А},$$

де n – коефіцієнт трансформації

$$n = \frac{U_{1\text{НОМ}}}{U_{2\text{НОМ}}} = \frac{220}{80} = 2,75.$$

Амплітуда магнітного поля в осерді

$$\Phi_m = B_m S = \sqrt{2} B a^2 = \sqrt{2} \cdot 1,06 \cdot 0,1^2 = 0,015 \text{ Вб},$$

де S – площа поперечного перетину.

Число витків первинної обмотки

$$W_1 = \frac{U_{1\text{НОМ}}}{4,44 f_1 \Phi_m} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 0,015} = 66,$$

де $f_1 = 50$ Гц – промислова частота напруги електромережі.

$$\text{Число витків вторинної обмотки } W_2 = \frac{W_1}{n} = \frac{66}{2,75} = 24.$$

Задача 4.13

Дано: параметри однофазного трансформатора у режимі неробочого ходу $U_{10} = 220$ В, $U_{20} = 132$ В, $P_0 = 0$ Вт, а у режимі дослідного короткого замикання $U_{1к} = 18$ В, $I_{1к} = 2,4$ А, $I_{2к} = 4$ А, $P_к = 45$ Вт. Потоками розсіяння знехтувати.

Знайти: повну номінальну потужність $S_{\text{ном}}$ трансформатора; корисну номінальну потужність $P_{\text{ном}}$, якщо $\cos\varphi_{\text{н}}=0,92$; коефіцієнт трансформації n ; активні опори обох обмоток R_1, R_2 ; якщо електричні втрати потужності у обмотках рівні; ККД η для номінального навантаження.

Розв'язання

Якщо вважати номінальними напругу на обмотках в досліді неробочого ходу та струми при дослідному короткому замиканні, тоді повна номінальна потужність

$$S_{\text{ном}} = U_{1\text{ном}} I_{1\text{ном}} = U_{2\text{ном}} I_{2\text{ном}} = 220 \cdot 2,4 = 132 \cdot 4 = 528 \text{ ВА.}$$

Корисна номінальна потужність трансформатора

$$P_{\text{ном}} = U_{2\text{ном}} I_{2\text{ном}} \cos\varphi_{\text{н}} = 132 \cdot 4 \cdot 0,92 = 486 \text{ Вт.}$$

Коефіцієнт трансформації трансформатора

$$n = \frac{U_{10}}{U_{20}} = \frac{I_{2к}}{I_{1к}} = \frac{220}{132} = \frac{4}{2,4} = 1,67.$$

Втрати потужності у режимі дослідного короткого замикання дорівнюють електричним втратам в обмотках $P_к \cong P_E = P_{E1} + P_{E2}$, тоді можна записати

$$P_{E1} = P_{E2} = \frac{P_k}{2} = \frac{45}{2} = 22,5 \text{ Вт.}$$

Тоді активні опори обмоток дорівнюватимуть:

$$R_1 = \frac{P_{E1}}{I_{K1}^2} = \frac{22,5}{2,4^2} = 3,9 \text{ Ом}; \quad R_2 = \frac{P_{E2}}{I_{K2}^2} = \frac{22,5}{4^2} = 1,41 \text{ Ом.}$$

ККД трансформатора при номінальному навантаженні $\beta=1$

$$\eta = \frac{P_{\text{НОМ}}}{P_{\text{НОМ}} + P_M + P_E} = \frac{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_{\text{НОМ}}}{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_{\text{НОМ}} + P_0 + \beta^2 P_k} = \frac{486}{486 + 30 + 45} = 0,87 \text{ \%}.$$

Задача 4.14

Дано: для однофазного двохобмоткового трансформатора відомі такі номінальні параметри: напруги первинної та вторинної обмоток, відповідно, $U_{1\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$, $U_{2\text{НОМ}} = 27 \text{ В}$; струм вторинної обмотки $I_{2\text{НОМ}} = 9,3 \text{ А}$.

Проведено дослідження трансформатора за наступної схеми (рис.4.2).

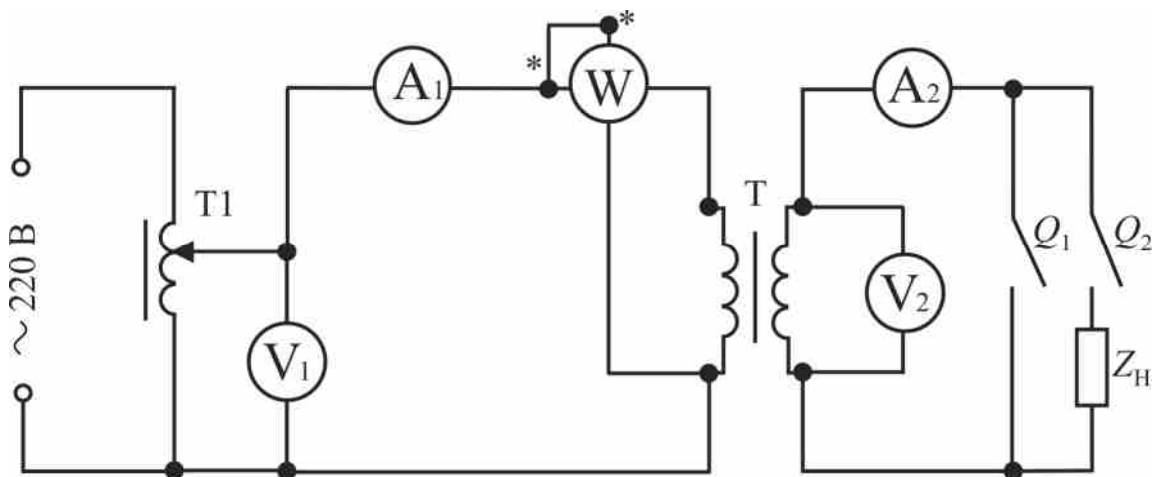


Рисунок 4.2

За результатами досліджень отримані наступні результати вимірювань:

1. $U_1 = 21 \text{ В}$; $I_2 = 9,3 \text{ А}$; $P_W = 14 \text{ Вт}$, коли ключі Q_1 та Q_2 замкнені;
2. $U_1 = 220 \text{ В}$, $P_W = 10 \text{ Вт}$, $U_2 = 29 \text{ В}$, коли ключі Q_1 та Q_2 розімкнені;

3. $U_1 = 220 \text{ В}$, $P_W = 224 \text{ Вт}$, $U_2 = 27 \text{ В}$, $I_1 = 1,273 \text{ А}$; $I_2 = 9,3 \text{ А}$ коли ключ $Q1$ розімкнуто, а ключ $Q2$ замкнено.

Визначити: коефіцієнт корисної дії на неробочому ході; коефіцієнт трансформації трансформатора; коефіцієнт потужності трансформатора при номінальному навантаженні; коефіцієнт корисної дії при номінальному навантаженні; побудувати зовнішню характеристику трансформатора, вважаючи її лінійною; напругу U_2 при 50 % навантаженні; аварійний струм короткого замикання.

Розв'язання

Коефіцієнт корисної дії на неробочому ході розраховується за виразом

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}.$$

На неробочому ході $P_2 = 0$, тому $\eta = 0$

Коефіцієнт трансформації визначається як $n = \frac{E_1}{E_2}$.

Використовуємо значення напруг в режимі неробочого ходу (дослід 2), та отримуємо

$$n = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220}{29} = 7,59.$$

Коефіцієнт потужності трансформатора визначимо (дослід 2) за виразом

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{U_1 I_1} = \frac{224}{220 \cdot 1,273} = 0,8.$$

Умови вимірювання на номінальному режимі відповідають умовам (дослід 3).

Повна активна потужність визначається за виразом

$$P_1 = P_2 + P_{\text{ел}} + P_{\text{маг}}.$$

З результатів вимірювань маємо $P_{\text{ел}} = 14$ Вт, $P_{\text{маг}} = 10$ Вт.

$$P_2 = P_1 - P_{\text{ел}} - P_{\text{маг}} = 224 - 14 - 10 = 200 \text{ Вт.}$$

Коефіцієнт корисної дії при номінальному навантаженні:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{200}{224} = 0,89.$$

Зовнішня характеристика будується за двома точками (рис. 4.3):

точка **A** з координатами ($U_2 = 29$ В, $\beta = 0$) та точка **B** з координатами відповідно ($U_2 = 27$ В, $\beta = 1$),

де $\beta = \frac{I_2}{I_{2\text{ном}}}$ – коефіцієнт навантаження.

Напруга $U_2 = 28$ В при 50 % навантаженні ($\beta = 0,5$).

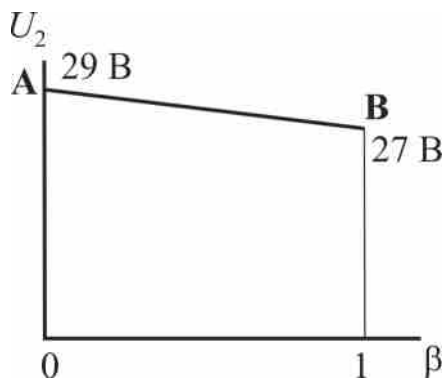


Рисунок 4.3

Аварійний струм КЗ

$$I_{1\text{КЗ}} = I_{1\text{ном}} \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{1\text{КЗ}}} = 1,273 \frac{220}{21} = 13,34 \text{ А.}$$

5. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК ДВИГУНІВ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Задача 5.1

Дано: двигун постійного струму з паралельним збудженням (рис. 5.1) має такі дані в номінальному режимі роботи: напруга $U_{\text{НОМ}} = 220$ В; струм, який він споживає з мережі, $I_{\text{НОМ}} = 100$ А; опір кола якоря $R_{\text{я}} = 0,2$ Ом; опір обмотки збудження $R_{\text{ОЗ}} = 110$ Ом; номінальна частота обертання $n_{\text{НОМ}} = 1500$ об/хв.

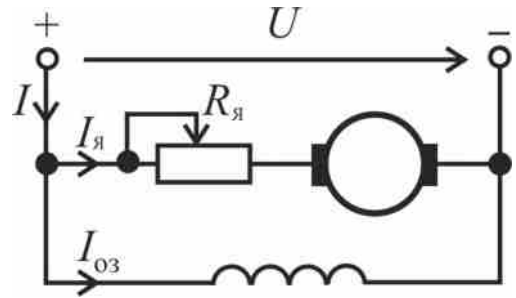


Рисунок 5.1

Визначити: номінальний електромагнітний момент $M_{\text{ЕМНОМ}}$; опір пускового реостату $R_{\text{п}}$, при якому пусковий струм якоря $I_{\text{япуск}} = 2,5I_{\text{яНОМ}}$; пусковий струм якоря $I'_{\text{япуск}}$ при прямому пуску двигуна (без пускового реостату).

Розв'язання

Спочатку визначимо номінальний струм обмотки збудження

$$I_{\text{зНОМ}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_{\text{ОЗ}}} = \frac{220}{110} = 2 \text{ А.}$$

Тоді струм якоря

$$I_{\text{яНОМ}} = I_{\text{НОМ}} - I_{\text{озНОМ}} = 100 - 2 = 98 \text{ А.}$$

Номінальна ЕРС двигуна

$$E_{\text{НОМ}} = U_{\text{НОМ}} - I_{\text{яНОМ}} R_{\text{я}} = 220 - 98 \cdot 0,2 = 200,4 \text{ В.}$$

Електромагнітна потужність ДПС

$$P_{\text{ЕМНОМ}} = E_{\text{НОМ}} I_{\text{яНОМ}} = 200,4 \cdot 98 = 19639,2 \text{ Вт.}$$

Таким чином, номінальний електромагнітний момент двигуна

$$M_{EMНОМ} = 9,55 \frac{P_{EMНОМ}}{n_{НОМ}} = 9,55 \frac{19639,2}{1500} = 125 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Опір пускового реостата R_{Π} , при якому пусковий струм якоря

$I_{\text{япуск}} = 2,5I_{\text{яНОМ}}$ визначимо як:

$$R_{\Pi} = \frac{U_{НОМ}}{I_{\text{япуск}}} - R_{\text{я}} = \frac{220}{2,5 \cdot 98} - 0,2 = 0,7 \text{ Ом}.$$

При прямому пуску двигуна пусковий струм якоря дорівнює

$$I'_{\text{япуск}} = \frac{U_{НОМ}}{R_{\text{я}}} = \frac{220}{0,2} = 1100 \text{ А}.$$

Задача 5.2

Дано: двигун з паралельним збудженням ($R_{\text{я}} = 1,2 \text{ Ом}$, $R_{\text{ОЗ}} = 200 \text{ Ом}$), увімкнений в електричну мережу з напругою $U = 220 \text{ В}$, споживає електричну потужність $P_1 = 5,5 \text{ кВт}$ з ККД $\eta = 0,8$, долаючи момент $M = 47,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Визначити: оберти двигуна і якими вони стануть, якщо напруга електричної мережі зменшиться до $U' = 200 \text{ В}$. Вважати, що основний магнітний потік пропорційний струму збудження, а реакція якоря на нього не впливає.

Розв'язання

Механічна потужність двигуна

$$P_2 = \eta P_1 = 0,8 \cdot 5,5 \cdot 10^3 = 4400 \text{ Вт}.$$

Відповідно оберти двигуна при $U = 220 \text{ В}$

$$n = 9,55 \cdot \frac{P_2}{M} = 9,55 \cdot \frac{4400}{47,8} = 879 \text{ об/хв}.$$

Загальний струм двигуна

$$I = \frac{P_1}{U} = \frac{5,5 \cdot 10^3}{220} = 25 \text{ А}.$$

Струм збудження

$$I_{03} = \frac{U}{R_{03}} = \frac{220}{200} = 1,1 \text{ А.}$$

Струм в якірному колі

$$I_{я} = I - I_{03} = 25 - 1,1 = 23,9 \text{ А.}$$

Зменшення напруги пропорційно зменшує основний магнітний потік

$$\Phi' = \frac{U'}{U} \Phi = \frac{200}{220} \cdot \Phi = \frac{10}{11} \cdot \Phi, \text{ а їх співвідношення становить } \frac{\Phi'}{\Phi} = \frac{11}{10}.$$

Якщо момент на валу зберігається, то $C_M \Phi I_{я} = C_M \Phi' I'_{я}$ і струм в

якірному колі (при $U' = 200 \text{ В}$)

$$I'_{я} = \frac{\Phi}{\Phi'} I_{я} = \frac{11}{10} \cdot 23,9 = 26,3 \text{ А.}$$

Співвідношення обертів при $U' = 200 \text{ В}$ і $U = 220 \text{ В}$ становить

$$\frac{n'}{n} = \frac{(U' - R_{я} I'_{я}) C_E \Phi}{(U - R_{я} I_{я}) C_E \Phi}, \text{ і, відповідно, оберти при } U' = 200 \text{ В стануть}$$

$$n' = \frac{(U' - R_{я} I'_{я})}{(U - R_{я} I_{я})} \cdot \frac{\Phi}{\Phi'} n = \frac{(200 - 1,2 \cdot 26,3)}{(220 - 1,2 \cdot 23,9)} \cdot \frac{11}{10} \cdot 879 = 851 \text{ об/хв.}$$

Задача 5.3

Дано: параметри двигуна з незалежним збудженням наступні: потужність $P_{2\text{НОМ}} = 4,8 \text{ кВт}$; частота обертання $n_{\text{НОМ}} = 1500 \text{ об/хв}$; номінальна напруга $U_{\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$, номінальний струм якоря $I_{\text{НОМ}} = 24,2 \text{ А}$, опір якірного кола $R_{я} = 0,38 \text{ Ом}$.

Визначити: який резистор з опором R_d треба додати в якірне коло, щоб штучна механічна характеристика $n(M)$ двигуна проходила б через точку з

координатами $M = 25$ Н·м, $n = 955$ об/хв. Втратами неробочого ходу знехтувати.

Розв'язання

Номинальний момент двигуна

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{2\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = 9,55 \frac{4800}{1500} = 30,56 \text{ Н}\cdot\text{м},$$

звідки

$$C_M \Phi = \frac{M_{\text{НОМ}}}{I_{\text{НОМ}}} = \frac{30,56}{24,2} = 1,26 \text{ В}\cdot\text{с}.$$

З рівняння електромеханічної характеристики $n_{\text{НОМ}} = \frac{U_{\text{НОМ}} - R_{\text{я}} I_{\text{НОМ}}}{C_E \Phi}$

знаходимо

$$C_E \Phi = \frac{U_{\text{НОМ}} - R_{\text{я}} I_{\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = \frac{220 - 0,38 \cdot 24,2}{1500} = 0,14 \text{ В}\cdot\text{с}.$$

Частота обертання холостого ходу

$$n_0 = \frac{U_{\text{НОМ}}}{C_E \Phi} = \frac{220}{0,14} = 1571,4 \text{ об/хв}.$$

Рівняння механічної характеристики $n(M)$

$$n = \frac{U_{\text{НОМ}}}{C_E \Phi} - \frac{R_{\text{я}} + R_{\text{д}}}{C_E C_M \Phi^2} M = n_0 - \Delta n,$$

звідки для $n = 955$ об/хв перепад частот обертання

$$\Delta n = n_0 - n = 1571,4 - 955 = 616,4 \text{ об/хв}.$$

Опір додаткового резистора

$$R_{\text{д}} = \frac{C_E C_M \Phi^2}{M} \Delta n - R_{\text{я}} = \frac{0,14 \cdot 1,26}{25} 616,4 - 0,38 = 3,97 \text{ Ом}.$$

Задача 5.4

Дано: природна електромеханічна характеристика $n(I_a)$ двигуна постійного струму з незалежним збудженням проходить через такі точки: 800 об/хв (6 А) та 600 об/хв (12 А). Опір в колі якоря $R_{\text{я}} = 7,33$ Ом. При введенні в коло якоря додаткового опору $R_{\text{д}}$ оберти при струмі якоря $I_a = 6$ А зменшуються до 600 об/хв.

Визначити: номінальну напругу на якорі $U_{\text{ном}}$; величину додаткового опору $R_{\text{д}}$.

Розв'язання

Будуємо природну та штучну електромеханічні характеристики $n(I_a)$ двигуна (рис. 5.2), на яких відмічаємо точки **a**, **b**, **c**.

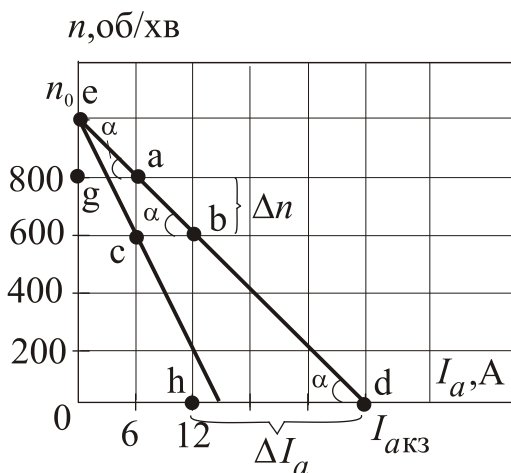


Рисунок 5.2

Перепад частот обертання

$$\Delta n = n_1 - n_2 = 800 - 600 = 200 \text{ об/хв.}$$

Точка **e** відповідає частоті неробочого ходу n_0 , а точка **g** відповідає частоті $n_1 = 800$ об/хв. Трикутники **abc** та **ega** однакові та однакові кути, позначені α . Якщо бік трикутника **ac** дорівнює $\Delta n = 200$ об/хв, тоді можна визначити частоту неробочого ходу

$$n_0 = n_1 + \Delta n = 800 + 200 = 1000 \text{ об/хв.}$$

З рисунка можна побачити, що трикутник **bdh** подібний до трикутника

abc. Якщо $\text{tg} \alpha = \frac{ac}{bc} = \frac{200}{6}$, тоді перепад струмів

$$\Delta I_a = hd = \frac{bh}{\text{tg} \alpha} = \frac{600 \cdot 6}{200} = 18 \text{ А.}$$

Точка **d** на природній характеристиці відповідає струму короткого замикання $I_{акз}$. Значення цього струму

$$I_{акз} = \Delta I_a + I_a = 18 + 12 = 30 \text{ А.}$$

Цей струм, в свою чергу, відповідає такому навантаженню, при якому частота обертів вала двигуна $n = 0$. З урахуванням того, що $E = C_E \Phi n$, тоді в цій точці ЕРС також буде дорівнювати нулю.

В такому випадку можна знайти номінальну напругу на якорі

$$U_{ном} = R_{я} I_{акз} = 7,33 \cdot 30 \approx 220 \text{ В.}$$

З виразу для частоти неробочого ходу знайдемо величину $C_E \Phi$

$$C_E \Phi = \frac{U_{ном}}{n_0} = \frac{220}{1000} = 0,22 \text{ В} \cdot \text{хв.}$$

З рівняння електромеханічної характеристики $n = \frac{U_{ном} - (R_{я} + R_{д}) I_a}{C_E \Phi}$

виразимо опір додаткового резистора, який буде дорівнювати

$$R_{д} = \frac{U_{ном} - C_E \Phi n - R_{я} I_a}{I_a} = \frac{220 - 0,22 \cdot 600 - 7,33 \cdot 6}{6} = 7,33 \text{ Ом.}$$

Задача 5.5

Дано: двигун постійного струму паралельного збудження номінальною потужністю $P_{ном} = 1 \text{ кВт}$, з номінальною напругою $U_{ном} = 110 \text{ В}$ та номінальною частотою обертання $n_{ном} = 1500 \text{ об/хв}$ має коефіцієнт корисної дії $\eta = 76\%$, опір якорного кола $R_{я} = 0,88 \text{ Ом}$, опір кола збудження $R_{оз} = 166 \text{ Ом}$.

Визначити: номінальний обертальний момент $M_{ном}$; потужність P_1 , яку споживає двигун з мережі у номінальному режимі; споживаний струм $I_{ном}$; струм в обмотках якоря $I_{я}$ та збудження $I_{оз}$ при номінальному моменті; струм в обмотці якоря при пуску $I_{япуск}$ без використання пускового реостату;

опір пускового реостату, що зменшує пусковий струм якоря у 5 разів; втрати потужності неробочого ходу P_0 ; струм двигуна при неробочому ході I_0 .

Розв'язання

Номинальний обертальний момент

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = \frac{9,55 \cdot 1000}{1500} = 6,37 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Потужність, яка споживається з мережі

$$P_1 = \frac{P_{\text{НОМ}}}{\eta} = \frac{1000}{0,76} = 1315,79 \text{ Вт}.$$

Споживаний струм при номінальному моменті

$$I_{\text{НОМ}} = \frac{P_1}{U_{\text{НОМ}}} = \frac{1315,79}{110} = 11,96 \text{ А}.$$

Струм обмотки збудження

$$I_{\text{ОЗ}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_{\text{ОЗ}}} = \frac{110}{166} = 0,66 \text{ А}.$$

Струм якоря при номінальному моменті на валу двигуна

$$I_{\text{Я}} = I_{\text{НОМ}} - I_{\text{ОЗ}} = 11,96 - 0,66 = 11,3 \text{ А}.$$

Струм якоря при пуску без використання пускового реостату

$$I_{\text{япуск}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_{\text{Я}}} = \frac{110}{0,88} = 125 \text{ А}.$$

$$\text{Опір пускового реостату за умови } I_{\text{пуск}} = \frac{I_{\text{япуск}}}{5} = \frac{125}{5} = 25 \text{ А}$$

дорівнюватиме

$$R_{\text{П}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{I_{\text{пуск}}} - R_{\text{Я}} = \frac{110}{25} - 0,88 = 3,52 \text{ Ом}.$$

Загальні втрати двигуна

$$\sum P = P_1 - P_{\text{НОМ}} = 1315,79 - 1000 = 315,79 \text{ Вт}.$$

Електричні втрати

$$P_E = I_{\text{Я}}^2 R_{\text{Я}} + I_{\text{В}}^2 R_{\text{ОЗ}} = 11,3^2 \cdot 0,88 + 0,66^2 \cdot 166 = 184,67 \text{ Вт.}$$

Втрати магнітні та механічні

$$P_M + P_{\text{МЕХ}} = \sum P - P_E = 315,79 - 184,67 = 131,12 \text{ Вт.}$$

Потужність, яка споживається якорем двигуна при неробочому ході, дорівнює магнітним та механічним втратам, тоді

$$P_0 = P_M + P_{\text{МЕХ}} = 131,12 \text{ Вт.}$$

В такому разі, струм неробочого ходу

$$I_0 = I_{\text{ОЗ}} + \frac{P_0}{U_{\text{НОМ}}} = 0,66 + \frac{131,12}{110} = 1,85 \text{ А.}$$

Задача 5.6

Дано: двигун постійного струму з паралельним збудженням має такі номінальні параметри: $P_{\text{НОМ}} = 4,5 \text{ кВт}$; $U_{\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$; $n_{\text{НОМ}} = 1500 \text{ об/хв}$; $\eta_{\text{НОМ}} = 0,805$. Опір кола якоря $R_{\text{Я}} = 0,627 \text{ Ом}$; опір обмотки збудження $R_{\text{ОЗ}} = 200 \text{ Ом}$.

Визначити: номінальний обертальний момент; номінальний струм двигуна $I_{\text{НОМ}}$; кратність за струмом двигуна при прямому пуску; опір пускового реостату в якріному колі, який обмежує пусковий струм до $2I_{\text{НОМ}}$.

Розв'язання

Номінальний обертальний момент двигуна

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = 9,55 \cdot \frac{4,5 \cdot 10^3}{1500} = 28,65 \text{ Н·м.}$$

Споживаний струм у двигуні при номінальному моменті

$$I_{\text{НОМ}} = \frac{P_{\text{НОМ}}}{U_{\text{НОМ}} \eta} = \frac{4,5 \cdot 10^3}{220 \cdot 0,805} = 25,4 \text{ А.}$$

Струм збудження при номінальній напрузі

$$I_{O3} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_{O3}} = \frac{220}{200} = 1,1 \text{ А.}$$

Струм в якірному колі при прямому пуску

$$I_{\text{япр}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_{\text{я}}} = \frac{220}{0,627} = 350,9 \text{ А.}$$

Струм двигуна при прямому пуску

$$I_{\text{пр}} = I_{\text{япр}} + I_{O3} = 350,9 + 1,1 = 352 \text{ А.}$$

Кратність за струмом при прямому пуску

$$K_{\text{Iпуск}} = \frac{I_{\text{пр}}}{I_{\text{НОМ}}} = \frac{352}{25,4} = 13,86.$$

Струм якоря при струмі двигуна до $2 I_{\text{НОМ}}$

$$I_{\text{я}} = 2 I_{\text{НОМ}} - I_{O3} = 2 \cdot 25,4 - 1,1 = 49,7 \text{ А.}$$

Опір пускового реостату при цьому

$$R_{\text{ря}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{I_{\text{я}}} - R_{\text{я}} = \frac{220}{49,7} - 0,627 = 3,8 \text{ Ом.}$$

Задача 5.7

Дано: двигун з паралельним збудженням має такі номінальні параметри: потужність на валу $P_{2\text{НОМ}} = 2 \text{ кВт}$; напруга $U_{\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$; частота обертання $n_{\text{НОМ}} = 2250 \text{ об/хв}$; коефіцієнт корисної дії $\eta_{\text{НОМ}} = 0,82$; опір кола якоря $R_{\text{я}} = 1,29 \text{ Ом}$; опір обмотки збудження $R_{O3} = 263 \text{ Ом}$.

Визначити: електричну потужність, яка споживається у двигуні; струми якоря і збудження; момент на валу двигуна в номінальному режимі; пусковий момент при прямому пуску. Реакцією якоря можна знехтувати.

Розв'язання

Потужність, яка споживається двигуном з мережі

$$P_{1\text{НОМ}} = \frac{P_{2\text{НОМ}}}{\eta_{\text{НОМ}}} = \frac{2000}{0,82} = 2439 \text{ Вт.}$$

Споживаний струм при номінальному моменті

$$I_{\text{НОМ}} = \frac{P_{1\text{НОМ}}}{U_{\text{НОМ}}} = \frac{2439}{220} = 11,086 \text{ А.}$$

Струм збудження при номінальній напрузі

$$I_{\text{ОЗНОМ}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_{\text{ОЗ}}} = \frac{220}{263} = 0,836 \text{ А.}$$

Струм якоря

$$I_{\text{яНОМ}} = I_{\text{НОМ}} - I_{\text{ОЗНОМ}} = 11,086 - 0,836 = 10,25 \text{ А.}$$

Номінальний обертальний момент

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{2\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = 9,55 \frac{2000}{2250} = 8,49 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Струм якоря при пуску

$$I_{\text{я пуск}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_{\text{я}}} = \frac{220}{1,29} = 170,5 \text{ А.}$$

Пусковий момент двигуна

$$M_{\text{пуск}} = M_{\text{НОМ}} \frac{I_{\text{я пуск}}}{I_{\text{яНОМ}}} = 8,49 \frac{170,5}{10,25} = 141,2 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Задача 5.8

Дано: основні технічні дані двигуна з паралельним збудженням: номінальна потужність $P_{\text{НОМ}} = 5,5 \text{ кВт}$; номінальна напруга $U_{\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$; номінальна частота обертання $n_{\text{НОМ}} = 1000 \text{ об/хв}$; коефіцієнт корисної дії у номінальному режимі $\eta_{\text{НОМ}} = 0,8$; внутрішній опір кола якоря $R_{\text{я}} = 0,7 \text{ Ом}$; внутрішній опір кола збудження у номінальному режимі $R_{\text{ОЗ}} = 100 \text{ Ом}$.

Визначити: потужність $P_{1\text{НОМ}}$ та струм $I_{\text{НОМ}}$, які двигун споживає з мережі у номінальному режимі роботи; струм якоря $I_{\text{яНОМ}}$ і струм збудження $I_{\text{ОЗНОМ}}$; ЕРС якоря $E_{\text{НОМ}}$; електромагнітну потужність $P_{\text{ЕМНОМ}}$; обертальний момент $M_{\text{НОМ}}$; опір реостату $R_{\text{п}}$, при якому пусковий струм дорівнює $I_{\text{п}} = 1,5I_{\text{НОМ}}$; напругу $U_{\text{п}}$, при якій пусковий струм дорівнює $I_{\text{п}} = 1,7I_{\text{НОМ}}$.

Розв'язання

Електрична потужність, яку двигун споживає від джерела

$$P_{1\text{НОМ}} = \frac{P_{\text{НОМ}}}{\eta_{\text{НОМ}}} = \frac{5,5}{0,8} = 6,875 \text{ кВт.}$$

Номінальний струм, який двигун споживає з мережі

$$I_{\text{НОМ}} = \frac{P_{1\text{НОМ}}}{U_{\text{НОМ}}} = \frac{P_{\text{НОМ}}}{\eta_{\text{НОМ}} U_{\text{НОМ}}} = \frac{5,5 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 220} = 31,25 \text{ А.}$$

Номінальний струм обмотки збудження

$$I_{\text{ОЗНОМ}} = \frac{U_{\text{ОЗНОМ}}}{R_{\text{ОЗ}}} = \frac{220}{100} = 2,2 \text{ А;}$$

Номінальний струм якоря

$$I_{\text{яНОМ}} = I_{\text{НОМ}} - I_{\text{ОЗНОМ}} = 31,25 - 2,2 = 29,05 \text{ А.}$$

ЕРС, що збуджується у обмотці якоря

$$E_{\text{НОМ}} = U_{\text{НОМ}} - I_{\text{яНОМ}} R_{\text{я}} = 220 - 29,05 \cdot 0,7 = 199,7 \text{ В.}$$

Номінальна електромагнітна потужність

$$P_{\text{ЕМНОМ}} = E_{\text{НОМ}} \cdot I_{\text{яНОМ}} = 199,7 \cdot 29,05 = 5800 \text{ Вт.}$$

Номінальний обертальний електромагнітний момент

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{\text{ЕМНОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = 9,55 \frac{5800}{1000} = 55,39 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Опір регулювального реостату, при якому пусковий струм дорівнює $1,5I_{\text{НОМ}}$

$$R_{\text{П}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{1,5I_{\text{НОМ}}} - R_{\text{Я}} = \frac{220}{1,5 \cdot 31,25} - 0,7 = 3,993 \text{ Ом};$$

Напруга при якій пусковий струм дорівнює $1,7I_{\text{НОМ}}$

$$U_{\text{П}} = 1,7I_{\text{НОМ}} R_{\text{Я}} = 1,7 \cdot 31,25 \cdot 0,7 = 37,19 \text{ В.}$$

Задача 5.9

Дано: двигун з паралельним збудженням має такі номінальні параметри: струм $I_{\text{НОМ}} = 568,2 \text{ А}$; напруга мережі $U_{\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$; номінальні оберти двигуна $n_{\text{НОМ}} = 1500 \text{ об/хв}$; номінальний ккд $\eta_{\text{НОМ}} = 0,8$; опір кола якоря $R_{\text{Я}} = 0,025 \text{ Ом}$; опір обмотки збудження $R_{\text{ОЗ}} = 25 \text{ Ом}$.

Визначити: потужність, що споживається з мережі; механічну потужність двигуна; струм обмотки якоря; втрати потужності двигуна; механічний момент двигуна.

Розв'язання

Потужність, що споживається з мережі

$$P_1 = U_{\text{НОМ}} I_{\text{НОМ}} = 220 \cdot 568,2 = 125 \text{ кВт.}$$

Механічна потужність двигуна

$$P_{2\text{НОМ}} = P_1 \eta_{\text{НОМ}} = 125 \cdot 0,8 = 100 \text{ кВт.}$$

Струм обмотки збудження

$$I_{\text{ОЗ}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_{\text{ОЗ}}} = \frac{220}{25} = 8,8 \text{ А.}$$

Струм обмотки якоря

$$I_{\text{ЯНОМ}} = I_{\text{НОМ}} - I_{\text{ОЗНОМ}} = 568,2 - 8,8 = 559,4 \text{ А.}$$

Сумарні втрати потужності

$$\Delta P_{\text{НОМ}} = P_1 - P_{2\text{НОМ}} = 125 - 100 = 25 \text{ кВт.}$$

Механічний момент двигуна

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = \frac{9,55 \cdot 100000}{1500} = 637 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Задача 5.10

Дано: двигун з паралельним збудженням номінальною потужністю $P_{\text{НОМ}}=130$ кВт; номінальна напруга $U_{\text{НОМ}} = 220$ В; номінальна частота обертання $n_{\text{НОМ}} = 600$ об/хв; номінальний струм $I_{\text{НОМ}} = 640$ А; опір обмотки якоря $R_{\text{я}} = 0,0145$ Ом; опір обмотки збудження $R_{\text{оз}} = 43,2$ Ом.

Визначити: обертаючий момент двигуна у номінальному режимі; струм якоря у номінальному режимі; опір пускового реостата і пусковий момент при струмі $I_{\text{п}} = 2I_{\text{НОМ}}$; частоту обертання в режимі ідеального неробочого ходу.

Розв'язання

Струм в обмотці якоря при номінальному режимі

$$I_{\text{яНОМ}} = I_{\text{НОМ}} - I_{\text{оз}} = I_{\text{НОМ}} - \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_{\text{оз}}} = 640 - \frac{220}{43,2} = 634,9 \text{ А.}$$

ЕРС при номінальній частоті обертання

$$E_{\text{НОМ}} = U_{\text{НОМ}} - R_{\text{я}} I_{\text{яНОМ}} = 220 - 0,0145 \cdot 634,9 = 210,8 \text{ В.}$$

Номінальна електромагнітна потужність

$$P_{\text{емНОМ}} = E_{\text{НОМ}} I_{\text{яНОМ}} = 210,8 \cdot 634,9 = 133833 \text{ Вт.}$$

Номінальний обертальний момент двигуна

$$M_{\text{емНОМ}} = 9,55 \frac{P_{\text{емНОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = \frac{9,55 \cdot 133833}{600} = 2130,18 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Частота обертання якоря в режимі неробочого ходу

$$n_0 = n_{\text{НОМ}} \frac{U_{\text{НОМ}}}{E} = 600 \frac{220}{210,8} = 626 \text{ об/хв.}$$

Опір пускового реостата

$$R_{\text{П}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{I_{\text{ЯП}}} - R_{\text{Я}} = \frac{220}{1274,9} - 0,0145 = 0,158 \text{ Ом,}$$

де пусковий струм

$$I_{\text{ЯП}} = 2I_{\text{НОМ}} - I_{\text{ОЗ}} = 2I_{\text{НОМ}} - \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_{\text{ОЗ}}} = 2 \cdot 640 - \frac{220}{43,2} = 1274,9 \text{ А.}$$

Пусковий момент

$$M_{\text{П}} = \frac{I_{\text{ЯП}}}{I_{\text{ЯНОМ}}} M_{\text{ЕМНОМ}} = \frac{1274,9}{634,9} \cdot 2130,18 = 4277,47 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Задача 5.11

Дано: номінальна електрична потужність двигуна з незалежним збудженням $P_{1\text{НОМ}} = 10 \text{ кВт}$; коефіцієнт корисної дії $\eta_{\text{НОМ}} = 0,8$; частота обертання якоря $n_{\text{НОМ}} = 900 \text{ об/хв}$; а також частота ідеального холостого ходу $n_0 = 1000 \text{ об/хв}$, опір кола якоря $R_{\text{Я}} = 0,2 \text{ Ом}$.

Побудувати: природну та штучну механічні характеристики ДПС $n(M)$ при вмиканні регульовального реостату з опором $R_{\text{р}} = 3R_{\text{Я}}$ в коло якоря. При цьому вважати, що номінальний корисний момент дорівнює електромагнітному оберտальному $M_{\text{НОМ}} \approx M_{\text{ЕМНОМ}}$.

Визначити: опір пускового реостата $R_{\text{П}}$, якій треба увімкнути у коло якоря, щоб знизити пусковий струм у 5 разів відносно пускового струму без пускового реостату.

Розв'язання

Номінальна корисна потужність двигуна

$$P_{2\text{НОМ}} = P_{1\text{НОМ}} \eta_{\text{НОМ}} = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ кВт.}$$

Номинальний корисний обертальний момент

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{2\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = 9,55 \frac{8 \cdot 10^3}{900} = 84,9 \approx 85 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

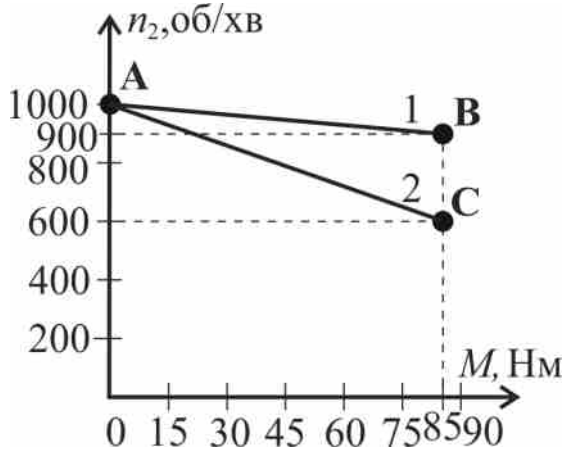


Рисунок 5.3

Природна механічна характеристика $n(M)$ – є пряма, яка будується за двома точками з координатами: точка **A** ($n=n_0 = 1000$ об/хв, $M = 0$) і точка **B** ($n = n_{\text{НОМ}} = 900$ об/хв, $M = M_{\text{НОМ}} = 85 \text{ Н} \cdot \text{м}$) (на рис. 5.3 зображена природна механічна характеристика $n(M)$, пряма 1).

Природна характеристика $M(n)$ визначається формулою

$$n = \frac{U - I_{\text{я}} R_{\text{я}}}{C_{\text{Е}} \Phi} = \frac{U}{C_{\text{Е}} \Phi} - \frac{I_{\text{я}} R_{\text{я}}}{C_{\text{Е}} \Phi} = n_0 - \Delta n,$$

якщо $M_{\text{ем}} = C_{\text{М}} \Phi I_{\text{я}} \approx M$; $I_{\text{я}} = \frac{M}{C_{\text{М}} \Phi}$, тоді

$$\Delta n = \frac{I_{\text{я}} R_{\text{я}}}{C_{\text{Е}} \Phi} = \frac{M R_{\text{я}}}{C_{\text{Е}} C_{\text{М}} \Phi^2}; \quad \Delta n = n_0 - n_{\text{НОМ}} = 1000 - 900 = 100 \text{ об/хв}.$$

Якщо у коло якоря увімкнутий регулювальний реостат з опором $R_{\text{р}}$

$$\Delta n' = \frac{M(R_{\text{я}} + R_{\text{р}})}{C_{\text{Е}} C_{\text{М}} \Phi^2} = \frac{M(R_{\text{я}} + 3R_{\text{я}})}{C_{\text{Е}} C_{\text{М}} \Phi^2} = \frac{4MR_{\text{я}}}{C_{\text{Е}} C_{\text{М}} \Phi^2} = 4\Delta n = 4 \cdot 100 = 400 \text{ об/хв}.$$

Штучна характеристика визначається точками з координатами: точкою **A** ($n=n_0 = 1000$ об/хв, $M=0$) і точкою **C** ($n = n_0 - \Delta n' = 1000 - 400 = 600$ об/хв, $M = M_{\text{НОМ}} = 85 \text{ Н} \cdot \text{м}$). На рис. 5.3 зображена штучна механічна характеристика $n(M)$ – пряма 2.

$$\text{Пусковий струм без реостату } I_{\text{пуск}} = \frac{U}{R_{\text{я}}}.$$

$$\text{Пусковий струм з реостатом } I'_{\text{пуск}} = \frac{U}{R_{\text{я}} + R_{\text{п}}}.$$

Опір пускового реостата $R_{\text{п}}$, якій треба увімкнути у коло якоря, щоб знизити пусковий струм у 5 разів відносно пускового струму без пускового реостату знаходимо наступним чином:

$$\frac{I_{\text{пуск}}}{I'_{\text{пуск}}} = 5, \text{ тоді } I_{\text{пуск}} = 5I'_{\text{пуск}}, \text{ або } \frac{U}{R_{\text{я}}} = 5 \frac{U}{R_{\text{я}} + R_{\text{п}}}, \text{ звідки}$$

$$5R_{\text{я}} = R_{\text{я}} + R_{\text{п}}, \text{ або } R_{\text{п}} = 4R_{\text{я}} = 4 \cdot 0,2 = 0,8 \text{ Ом.}$$

Задача 5.12

Дано: двигун з паралельним збудженням має такі номінальні параметри: потужність на валу $P_{2\text{ном}} = 2,4 \text{ кВт}$; напруга $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$; коефіцієнт корисної дії $\eta_{\text{ном}} = 0,8$; опір кола якоря $R_{\text{я}} = 0,45 \text{ Ом}$; опір обмотки збудження $R_{\text{оз}} = 150 \text{ Ом}$. Додатковими втратами потужності двигуна знехтувати.

Визначити: номінальний струм двигуна $I_{\text{ном}}$; електричні втрати двигуна при номінальному навантаженні $\Delta P_{\text{е}}$; сумарні магнітні та механічні втрати двигуна $\Delta P_{\text{м}}$; кратність за струмом двигуна при прямому пуску $K_{\text{п}}$.

Розв'язання

Потужність двигуна, що споживається з мережі

$$P_1 = \frac{P_{\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{2,4 \cdot 10^3}{0,8} = 3000 \text{ Вт.}$$

Споживаний струм при номінальному навантаженні

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_1}{U_{\text{ном}}} = \frac{3000}{220} = 13,636 \text{ А.}$$

Струм збудження при номінальній напрузі

$$I_{O3} = \frac{U_{НОМ}}{R_{O3}} = \frac{220}{150} = 1,466 \text{ А.}$$

Струм в якірному колі при номінальному навантаженні

$$I_{я} = I_{НОМ} - I_{O3} = 13,636 - 1,466 = 12,17 \text{ А.}$$

Загальні втрати двигуна

$$\sum P = P_1 - P_{НОМ} = 3000 - 2400 = 600 \text{ Вт.}$$

Електричні втрати двигуна при номінальному навантаженні

$$\Delta P_e = I_{я}^2 R_{я} + I_{O3}^2 R_{O3} = 12,17^2 \cdot 0,45 + 1,466^2 \cdot 150 = 389,028 \text{ Вт.}$$

Сумарні магнітні та механічні втрати двигуна

$$\Delta P_M = \sum P - P_e = 600 - 389,028 = 210,972 \text{ Вт.}$$

Струм в якірному колі при прямому пуску

$$I_{япр} = \frac{U_{НОМ}}{R_{я}} = \frac{220}{0,45} = 488,889 \text{ А.}$$

Струм двигуна при прямому пуску

$$I_{пр} = I_{япр} + I_{O3} = 488,889 + 1,466 = 490,355 \text{ А.}$$

Кратність за струмом при прямому пуску

$$K_{Iп} = \frac{I_{пр}}{I_{НОМ}} = \frac{490,355}{13,636} = 35,96.$$

Задача 5. 13

Дано: двигун постійного струму з паралельним збудженням має такі номінальні параметри: потужність на валу $P_{2НОМ} = 1,76 \text{ кВт}$; напруга $U_{НОМ} = 220 \text{ В}$; коефіцієнт корисної дії $\eta_{НОМ} = 0,8$; опір кола якоря $R_{я} = 0,5 \text{ Ом}$; опір обмотки збудження $R_{O3} = 200 \text{ Ом}$.

Визначити: номінальний струм двигуна $I_{НОМ}$; електричні втрати двигуна при номінальному навантаженні ΔP_e ; сумарні магнітні та механічні втрати

двигуна ΔP_M ; опір пускового реостату $R_{\text{ПЯ}}$ в якірному колі, який обмежує пусковий струм до величини $1,8I_{\text{НОМ}}$.

Розв'язання

Потужність двигуна, що споживається з мережі

$$P_1 = \frac{P_{\text{НОМ}}}{\eta_{\text{НОМ}}} = \frac{1,76 \cdot 10^3}{0,8} = 2200 \text{ Вт.}$$

Споживаний струм при номінальному навантаженні

$$I_{\text{НОМ}} = \frac{P_1}{U_{\text{НОМ}}} = \frac{2200}{220} = 10,0 \text{ А.}$$

Струм збудження при номінальній напрузі

$$I_{\text{ОЗ}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{R_{\text{ОЗ}}} = \frac{220}{200} = 1,1 \text{ А.}$$

Струм в якірному колі при номінальному навантаженні

$$I_{\text{Я}} = I_{\text{НОМ}} - I_{\text{ОЗ}} = 10,0 - 1,1 = 8,9 \text{ А.}$$

Загальні втрати двигуна

$$\sum P = P_1 - P_{\text{НОМ}} = 2200 - 1760 = 440 \text{ Вт.}$$

Електричні втрати двигуна при номінальному навантаженні

$$\Delta P_e = I_{\text{Я}}^2 R_{\text{Я}} + I_{\text{ОЗ}}^2 R_{\text{ОЗ}} = 8,9^2 \cdot 0,5 + 1,1^2 \cdot 200 = 281,6 \text{ Вт.}$$

Сумарні магнітні та механічні втрати двигуна

$$\Delta P_M = \sum P - P_e = 440 - 281,6 = 158,4 \text{ Вт.}$$

Струм якоря при струмі двигуна $1,8I_{\text{НОМ}}$

$$I_{\text{ЯП}} = 1,8I_{\text{НОМ}} - I_{\text{ОЗ}} = 1,8 \cdot 10 - 1,1 = 16,9 \text{ А.}$$

Опір пускового реостату при струмі двигуна $1,8I_{\text{НОМ}}$

$$R_{\text{ПЯ}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{I_{\text{ЯП}}} - R_{\text{Я}} = \frac{220}{16,9} - 0,5 = 12,52 \text{ А.}$$

6. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК ТРИФАЗНИХ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ

Задача 6.1

Дано: трифазний асинхронний двигун з фазним ротором має такі дані у номінальному режимі: потужність на валу $P_{2\text{НОМ}} = 10$ кВт; частота обертання поля статора $n_1 = 1000$ об/хв; частота обертання ротора $n_{2\text{НОМ}} = 955$ об/хв; перевантажувальна здатність з обертового моменту $\lambda_M = 2,2$.

Визначити: пускові моменти і діапазони частот обертання ротора, при яких можлива стійка робота двигуна, при введенні у фази обмотки ротора регульовальних реостатів R_p з опорами від $R_p = 0$ до $R'_p = R_2$ (де R_2 – активний опір фази обмотки ротора).

Розв'язання

Номінальне та критичне ковзання:

$$S_{\text{НОМ}} = \frac{n_1 - n_{2\text{НОМ}}}{n_1} = \frac{1000 - 955}{1000} = 0,045;$$

$$S_{\text{кр}} = S_{\text{НОМ}} \left(\lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right) = 0,187.$$

Номінальний і максимальний обертові моменти:

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{2\text{НОМ}}}{n_{2\text{НОМ}}} = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad M_{\text{max}} = \lambda_M M_{\text{НОМ}} = 220 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Пусковий момент

$$M_{\text{пуск}} = \frac{2M_{\text{max}}}{\frac{S}{S_{\text{кр}}} + \frac{S_{\text{кр}}}{S}} = 79,5 \approx 80 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Пусковий момент при критичному ковзанні $S'_{\text{кр}} = 2S_{\text{кр}}$

$$M_{\text{пуск}} = \frac{2M_{\text{max}}}{\frac{S}{S'_{\text{кр}}} + \frac{S'_{\text{кр}}}{S}} = 144,4 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Частота обертання ротора для двох значень критичного ковзання відповідно:

$$n_{2\text{кр}} = n_1 \cdot (1 - S_{\text{кр}}) = 813 \text{ об/хв}; \quad n'_{2\text{кр}} = n_1 \cdot (1 - 2S_{\text{кр}}) = 626 \text{ об/хв}.$$

Діапазони частоти обертання ротора, при яких можлива стійка робота двигуна:

$$\text{при } R_p = 0 \quad \Delta n_2 = n_1 - n_{2\text{кр}} = 1000 - 813 = 187 \text{ об/хв};$$

$$\text{при } R'_p = R_2 \quad \Delta n_2 = n_1 - n'_{2\text{кр}} = 1000 - 627 = 347 \text{ об/хв}.$$

Задача 6.2

Дано: кратність максимального моменту чотирьохполюсного асинхронного двигуна $\lambda_M = M_{\text{max}} / M_{\text{ном}} = 2,2$. При номінальній напрузі мережі $U_{\text{ном}} = 380 \text{ В}$ і частоті $f = 50 \text{ Гц}$, частота обертання ротора при номінальному навантаженні $n_2 = 1460 \text{ об/хв}$.

Визначити: частоту обертання ротора, якщо напруга мережі зменшиться до $U = 350 \text{ В}$, а навантаження залишиться номінальним (не змінюється).

Розв'язання

Частота обертання магнітного поля статора

$$n_1 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ об/хв}.$$

Номінальне ковзання

$$S_{\text{ном}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{1500 - 1460}{1500} = 0,027.$$

Критичне ковзання

$$S_{\text{кр}} = S_{\text{НОМ}} \left(\lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right) = 0,027 \cdot \left(2,2 + \sqrt{2,2^2 - 1} \right) = 0,1123.$$

Максимальний момент двигуна за зниженою напругою

$$M'_{\text{max}} = \left(\frac{U}{U_{\text{НОМ}}} \right)^2 M_{\text{max}} = \left(\frac{350}{380} \right)^2 \lambda_M M_{\text{НОМ}} = 0,848 \cdot 2,2 M_{\text{НОМ}} = 1,866 M_{\text{НОМ}}.$$

Виходячи з формули Клосса, знаходимо ковзання S' , враховуючи те, що момент двигуна зберігається номінальним

$$M_{\text{НОМ}} = \frac{2M'_{\text{max}}}{\frac{S'}{S_{\text{кр}}} + \frac{S_{\text{кр}}}{S'}} = \frac{1,866M_{\text{НОМ}}}{\frac{S'}{0,1123} + \frac{0,1123}{S'}},$$

звідки отримуємо рівняння

$$S'^2 - 0,4192 \cdot S' + 0,0126 = 0$$

Корені цього рівняння: $S'_1 = 0,0328$; $S'_2 = 0,3854$. Друге значення ковзання більше критичного, тому для подальшого розрахунку приймається перше значення.

Відповідно частота обертання ротора за зниженою напругою складає

$$n_2 = n_1 (1 - S'_1) = 1500(1 - 0,0328) = 1450,8 \text{ об/хв}.$$

Задача 6.3

Дано: параметри двигуна наступні: потужність $P_{2\text{НОМ}} = 1$ кВт, частота мережі живлення $f_c = 50$ Гц; кількість пар полюсів $p = 2$; номінальне ковзання $S_{\text{НОМ}} = 0,1$; критичний момент $M_{\text{max}} = 14$ Н·м, момент навантаження $M_C = M_{\text{НОМ}}$.

Визначити: частоту обертання ротора $n_{2\text{НОМ}}$ та критичне ковзання $S_{\text{кр}}$, а також ті ж самі параметри за умови збільшення активного опору ротора в

два рази. Вважати, що активний опір статорної обмотки та втрати холостого ходу дорівнюють нулю.

Розв'язання

Частота обертання магнітного поля статора

$$n_1 = \frac{60f_C}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ об/хв.}$$

Номінальна частота обертання ротора

$$n_{2\text{НОМ}} = n_1(1 - S) = 1500(1 - 0,1) = 1350 \text{ об/хв.}$$

Номінальний момент двигуна

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{2\text{НОМ}}}{n_{2\text{НОМ}}} = 9,55 \frac{1000}{1500} = 7,07 \approx 7 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Перевантажувальна здатність двигуна за моментом

$$\lambda_M = \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{НОМ}}} = \frac{14}{7} = 2.$$

Тоді критичне ковзання

$$S_{\text{кр}} = S_{\text{НОМ}} \left(\lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right) = 0,1 \left(2 + \sqrt{2^2 - 1} \right) = 0,373.$$

При збільшенні активного опору ротора у два рази критичне ковзання теж підвищується у два рази, тому що зростає чисельник дробі

$$S_{\text{кр}} = R_2 / X_{20}, \text{ тобто}$$

$$S'_{\text{кр}} = 2S_{\text{кр}} = 2 \cdot 0,373 = 0,746.$$

Частоту обертання при збільшенні активного опору знайдемо за допомогою спрощеної формули Клосса з урахуванням $S'_{\text{кр}}$

$$M = \frac{2M_{\text{max}}}{S/S'_{\text{кр}} + S'_{\text{кр}}/S} = \frac{28}{S/0,746 + 0,746/S} = 7.$$

Звідки отримаємо квадратне рівняння

$$S^2 - 2,984S + 0,557 = 0.$$

Рішення цього рівняння $S_1 = 0,2$ та $S_2 = 2,784$. Для двигуна можливе тільки перше рішення, що дає частоту обертання ротора

$$n_2 = n_1(1 - S_1) = 1500(1 - 0,2) = 1200 \text{ об/хв.}$$

Задача 6.4

Дано: трифазний асинхронний двигун з короткозамкненим ротором має такі каталожні параметри: $P_{\text{НОМ}} = 1,0 \text{ кВт}$; $U_{\text{НОМ}} = 220/380 \text{ В}$; $n_{2\text{НОМ}} = 1450 \text{ об/хв}$; $\cos \varphi_{\text{НОМ}} = 0,75$; ККД $\eta_{\text{НОМ}} = 75 \%$. Двигун вмикається на лінійну напругу $U_{\text{Л}} = 380 \text{ В}$, $f = 50 \text{ Гц}$.

Визначити: номінальну напругу на фазі обмотки статора; номінальний обертальний момент; кількість пар полюсів двигуна; номінальне ковзання; споживану потужність в номінальному режимі; номінальний струм обмотки статора; реактивну потужність.

Розв'язання

Обмотка з'єднана „зіркою”, тому що $U_{\text{Л}} = 380 \text{ В}$, а $220/380$ відповідає

$$\Delta/Y. U_{\phi\text{НОМ}} = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

Номінальний момент двигуна

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = 9,55 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^3}{1450} = 6,586 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

Частота обертів $n_1 = 1500 \text{ об/хв}$ найбільш близька до $n_{2\text{НОМ}} = 1450 \text{ об/хв}$, що дає

$$p = \frac{60 f_1}{n_1} = \frac{60 \cdot 50}{1500} = 2.$$

Номінальне ковзання ($n_2 = n_{2\text{НОМ}}$)

$$S_{\text{НОМ}} = \frac{n_1 - n_{2\text{НОМ}}}{n_1} = \frac{1500 - 1450}{1500} = 0,033 = 3,3 \%$$

Споживана потужність ($P_2 = P_{\text{НОМ}}$)

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta_{\text{НОМ}}} = \frac{1,0}{0,75} = 1,333 \text{ кВт.}$$

Номинальний струм обмотки статора

$$I_{\phi} = I_{\text{Л}} = \frac{P_1}{\sqrt{3} U_{\text{Л}} \cos \varphi_{\text{НОМ}}} = \frac{1,333 \cdot 10^3}{\sqrt{3} 380 \cdot 0,75} = 2,7 \text{ А;}$$

$$\varphi_{\text{НОМ}} = \arccos 0,75 = 41,4^\circ.$$

Реактивна потужність

$$Q_1 = \sqrt{3} U_{\text{Л}} I_{\text{Л}} \sin \varphi_{\text{НОМ}} = \sqrt{3} 380 \cdot 2,7 \sin 41,4^\circ = 1175 \text{ вар} = 1,175 \text{ кВар.}$$

Задача 6.5

Дано: номінальна потужність чотирьохполюсного трифазного асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором $P_{2\text{НОМ}} = 15 \text{ кВт}$; частота обертання ротора при номінальному навантаженні $n_2 = 1400 \text{ об/хв}$; частота обертання ротора при критичному ковзанні $n_{2\text{кр}} = 640 \text{ об/хв}$; кратність максимального моменту $\lambda_M = 2$; частота напруги мережі живлення $f = 50 \text{ Гц}$.

Визначити: частоту обертання магнітного поля статора n_1 ; номінальне ковзання $S_{\text{НОМ}}$; критичне ковзання $S_{\text{кр}}$; номінальний момент $M_{\text{НОМ}}$; максимальний момент M_{max} ; на скільки процентів змінюється максимальний момент M_{max} , якщо напруга живлення зменшується на 20 %.

Розв'язання

Частота обертання магнітного поля статора

$$n_1 = \frac{60f_c}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ об/хв.}$$

Номінальне ковзання

$$S_{\text{НОМ}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{1500 - 1400}{1500} = 0,067.$$

Критичне ковзання

$$S_{\text{кр}} = S_{\text{НОМ}} \left(\lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right) = 0,067 \cdot \left(2 + \sqrt{2^2 - 1} \right) = 0,25.$$

Номінальний момент

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{2\text{НОМ}}}{n_2} = 9,55 \frac{15000}{1400} = 102,32 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Максимальний момент двигуна

$$M_{\text{max}} = \lambda_M M_{\text{НОМ}} = 2 \cdot 102,32 = 204,64 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Використовуючи формулу

$$M'_{\text{max}} = \left(\frac{U'}{U_{\text{НОМ}}} \right)^2 M_{\text{max}}, \text{ отримуємо}$$

$$\frac{M'_{\text{max}}}{M_{\text{max}}} = \left(\frac{U'}{U_{\text{НОМ}}} \right)^2 = \left(\frac{100 - 20}{100} \right)^2 = 0,8^2 = 0,64,$$

звідки зрозуміло, що максимальний момент зменшується на 36%.

Задача 6.6

Дано: у восьмиполюсного трифазного асинхронного двигуна, що включений на лінійну напругу $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ з частотою $f_1 = 50 \text{ Гц}$, номінальна потужність на валу $P_{2\text{НОМ}} = 30 \text{ кВт}$; ковзання $S_{\text{НОМ}} = 0,06$; ККД $\eta_{\text{НОМ}} = 0,8$; коефіцієнт потужності $\cos\varphi_{1\text{НОМ}} = 0,85$, перевантажувальна здатність з обер-

тального моменту $\lambda_M = \frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}} = 1,8$. Схема з'єднання обмоток статора – зірка.

Визначити: номінальну частоту обертання ротора $n_{2\text{ном}}$; суму всіх втрат потужності у двигуні в номінальному режимі $\Delta P_{\text{ном}}$; номінальний струм обмотки статора двигуна; номінальний обертальний момент $M_{\text{ном}}$; критичну $n_{2\text{кр}}$ частоту обертання ротора; діапазон частот обертання ротора, при яких забезпечується стійка робота двигуна.

Розв'язання

Для восьмиполусного двигуна кількість пар полюсів дорівнює $p = 4$. Синхронна частота обертання поля статора

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750 \text{ об/хв.}$$

Номінальна частота обертання ротора

$$n_{2\text{ном}} = n_1(1 - S_{\text{ном}}) = 750(1 - 0,06) = 705 \text{ об/хв.}$$

Номінальна потужність, що споживається двигуном із мережі

$$P_{1\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{30}{0,8} = 37,5 \text{ кВт.}$$

Сума всіх втрат потужності у двигуні

$$\Delta P_{\text{ном}} = P_{1\text{ном}} - P_{2\text{ном}} = 37,5 - 30 = 7,5 \text{ кВт.}$$

При з'єднанні фаз обмотки статора зіркою лінійний і фазний струми однакові

$$I_{\text{лном}} = I_{\text{фном}} = \frac{P_{1\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{\text{л}} \cos \varphi_{1\text{ном}}} = \frac{37,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,85} = 67,0 \text{ А.}$$

Номінальний обертальний момент

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \cdot \frac{P_{2\text{ном}}}{n_{2\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{705} = 406,38 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Для визначення критичної частоти обертання ротора використовуємо формулу Клосса в номінальному режимі

$$M_{\text{НОМ}} = \frac{2M_{\text{max}}}{S_{\text{НОМ}}/S_{\text{кр}} + S_{\text{кр}}/S_{\text{НОМ}}}.$$

Зважаючи на те, що перевантажувальна здатність з обертального моменту $\lambda_M = \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{НОМ}}}$, з попередньої формули маємо

$$\frac{S_{\text{кр}}}{S_{\text{НОМ}}} + \frac{S_{\text{НОМ}}}{S_{\text{кр}}} = 2\lambda_M,$$

звідки отримуємо квадратне рівняння

$$S_{\text{кр}}^2 - 2\lambda_M S_{\text{НОМ}} S_{\text{кр}} + S_{\text{НОМ}}^2 = 0,$$

розв'язання якого дає вираз та значення критичного ковзання

$$S_{\text{кр}} = S_{\text{НОМ}}(\lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1}) = 0,06(1,8 + \sqrt{1,8^2 - 1}) = 0,198.$$

Таким чином, критична частота обертання ротора

$$n_{2\text{кр}} = n_1(1 - S_{\text{кр}}) = 750(1 - 0,198) = 601,5 \text{ об/хв.}$$

Діапазон частот обертання ротора при яких можлива стійка робота двигуна $n_1 > n_2 > n_{2\text{кр}}$, тобто $750 \text{ об/хв.} > n_2 > 601,5 \text{ об/хв.}$

Задача 6.7

Дано: номінальні дані трифазного асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором: $P_{2\text{НОМ}} = 1,4 \text{ кВт}$; $U_{\text{НОМ}} = 220/380 \text{ В}$ (фазна/лінійна); $M_{\text{max}} = 35,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $n_{2\text{НОМ}} = 720 \text{ об/хв}$; $\cos \varphi_{\text{НОМ}} = 0,73$; $\eta_{\text{НОМ}} = 73 \%$. Двигун з числом пар полюсів $p = 4$, схема з'єднання обмоток статора – зірка, частота напруги мережі живлення $f = 50 \text{ Гц}$.

Визначити: частоту обертання магнітного поля статора n_1 ; номінальне ковзання $S_{\text{НОМ}}$; номінальний обертальний момент $M_{\text{НОМ}}$; перевантажувальну

здатність з обертального моменту λ_M ; критичне ковзання $S_{кр}$; критичну частоту обертання ротора $n_{2кр}$; споживану потужність в номінальному режимі $P_{1ном}$; фазний струм обмотки статора I_ϕ .

Розв'язання

Частота обертання магнітного поля статора

$$n_1 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750 \text{ об/хв.}$$

Номінальне ковзання

$$S_{ном} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{750 - 720}{750} = 0,04.$$

Номінальний момент

$$M_{ном} = 9,55 \frac{P_{2ном}}{n_2} = 9,55 \frac{1400}{720} = 18,57 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Перевантажувальна здатність з обертального моменту

$$\lambda_M = \frac{M_{max}}{M_{ном}} = \frac{35,5}{18,57} = 1,91.$$

Критичне ковзання

$$S_{кр} = S_{ном} \left(\lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right) = 0,04 \cdot \left(1,91 + \sqrt{1,91^2 - 1} \right) = 0,14.$$

Критична частота обертання ротора

$$n_{2кр} = n_1(1 - S_{кр}) = 750(1 - 0,14) = 645 \text{ об/хв.}$$

Споживана двигуном потужність

$$P_{1ном} = \frac{P_{2ном}}{\eta_{ном}} = \frac{1400}{0,73} = 1917,8 \text{ Вт.}$$

Фазний струм обмотки статора

$$I_\phi = I_\pi = \frac{P_{1ном}}{\sqrt{3} U_\pi \cos \varphi_{ном}} = \frac{1917,8}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,73} = 4 \text{ А.}$$

Задача 6.8

Дано: номінальні дані трифазного асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором: $P_{2\text{НОМ}} = 1,5$ кВт; $U_{\text{НОМ}} = 220/380$ В (фазна/лінійна); номінальна частота обертання ротора $n_{2\text{НОМ}} = 1425$ об/хв; $\cos \varphi_{\text{НОМ}} = 0,64$; $\eta_{\text{НОМ}} = 75\%$. Кратність максимального моменту $\lambda_M = 2$, схема з'єднання обмоток статора – зірка, частота напруги мережі живлення $f = 50$ Гц.

Визначити: частоту обертання магнітного поля статора n_1 ; номінальний $M_{\text{НОМ}}$ та максимальний обертальний M_{max} моменти; критичну частоту обертання ротора $n_{2\text{кр}}$; фазний струм обмотки статора двигуна $I_{\text{фНОМ}}$.

Розв'язання

Частота обертання магнітного поля статора n_1 найближча до частоти обертання ротора $n_{2\text{НОМ}}$, якій відповідає кількість пар полюсів $p = 2$

$$n_1 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ об/хв.}$$

Номінальний момент двигуна

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{2\text{НОМ}}}{n_{2\text{НОМ}}} = 9,55 \frac{1500}{1425} = 10,05 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Максимальний обертальний момент

$$M_{\text{max}} = \lambda_M M_{\text{НОМ}} = 2 \cdot 10,05 = 20,1 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Номінальне ковзання:

$$S_{\text{НОМ}} = \frac{n_1 - n_{2\text{НОМ}}}{n_1} = \frac{1500 - 1425}{1500} = 0,05.$$

Для визначення критичної частоти обертання ротора використовуємо формулу Клосса в номінальному режимі

$$M_{\text{НОМ}} = \frac{2M_{\text{max}}}{S_{\text{НОМ}}/S_{\text{кр}} + S_{\text{кр}}/S_{\text{НОМ}}}.$$

Зважаючи на те, що перевантажувальна здатність з обертового момен-

ту $\lambda_M = \frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}}$, з попередньої формули маємо

$$\frac{S_{\text{кр}}}{S_{\text{ном}}} + \frac{S_{\text{ном}}}{S_{\text{кр}}} = 2\lambda_M, \text{ звідки отримуємо квадратне рівняння}$$

$$S_{\text{кр}}^2 - 2\lambda_M S_{\text{ном}} S_{\text{кр}} + S_{\text{ном}}^2 = 0, \text{ розв'язання якого дає вирази:}$$

$$S_{\text{кр}1,2} = S_{\text{ном}} \left(\lambda_M \pm \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right), \text{ тоді}$$

$$S_{\text{кр}1} = S_{\text{ном}} \left(\lambda_M - \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right) = 0,05 \left(2,0 - \sqrt{2,0^2 - 1} \right) = 0,013;$$

$$n_{2\text{кр}1} = n_1 (1 - S_{\text{кр}1}) = 1500 (1 - 0,013) = 1480 \text{ об/хв};$$

$$S_{\text{кр}2} = S_{\text{ном}} \left(\lambda_M + \sqrt{\lambda_M^2 - 1} \right) = 0,05 \left(2,0 + \sqrt{2,0^2 - 1} \right) = 0,186.$$

Відповідно, критична частота обертання ротора

$$n_{2\text{кр}2} = n_1 (1 - S_{\text{кр}2}) = 1500 (1 - 0,186) = 1221 \text{ об/хв}.$$

Критична частота обертання ротора $n_{2\text{кр}1} = 1480$ об/хв перевищує номінальну частоту $n_{2\text{ном}} = 1425$ об/хв, таким чином, значення критичного ковзання $S_{\text{кр}} = S_{\text{кр}2} = 0,186$, тоді критична частота обертання ротора буде $n_{2\text{кр}} = n_{2\text{кр}2} = 1221$ об/хв.

Номінальний фазний струм

$$I_{\text{ф ном}} = I_{\text{л ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{\text{л}} \eta_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}}} = \frac{1500}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,75 \cdot 0,64} = 4,7 \text{ А}.$$

7. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕКТРОННИХ ПРИЛАДІВ ТА ПРИСТРОЇВ

Задача 7.1

Дано: для стабілізації напруги використовується напівпровідниковий стабілітрон (рис. 7.1). Напруга джерела живлення змінюється в межах $U \pm \Delta U = (22 \pm 6) \text{ В}$. Опір обмежувального резистора $R_{об} = 0,5 \text{ кОм}$; опір наван-

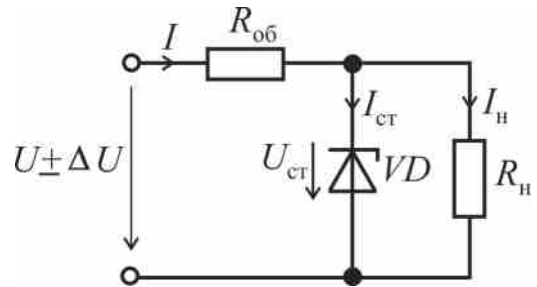


Рисунок 7.1

таження $R_н = 1 \text{ кОм}$; потужність навантаження $P_н = 0,1 \text{ Вт}$.

Визначити: параметри стабілітрона ($U_{ст}, I_{ст}, I_{ст \text{ min}}, I_{ст \text{ max}}$).

Розв'язання

Струм крізь навантаження

$$I_н = \sqrt{\frac{P_н}{R_н}} = \sqrt{\frac{0,1}{1000}} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$$

Напруга стабілізації

$$U_{ст} = R_н I_н = 1000 \cdot 0,01 = 10 \text{ В}.$$

Номінальний струм

$$I_{ном} = \frac{U - U_{ст}}{R_{об}} = \frac{22 - 10}{0,5} \cdot 10^{-3} = 24 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$$

Струм стабілізації

$$I_{ст} = I_{ном} - I_н = (24 - 10) \cdot 10^{-3} = 14 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$$

Максимальний та мінімальний струми:

$$I_{\min} = \frac{U - 6 - U_{\text{ст}}}{R_{\text{ст}}} = \frac{22 - 6 - U_{\text{ст}}}{0,5} = \frac{16 - 10}{0,5} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ А};$$

Відповідно, максимальний та мінімальний струм стабілізації:

$$I_{\text{ст. max}} = I_{\text{max}} - I_{\text{H}} = (36 - 10) \cdot 10^{-3} = 26 \cdot 10^{-3} \text{ А};$$

$$I_{\text{ст. min}} = I_{\min} - I_{\text{H}} = (12 - 10) \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$$

Задача 7.2

Дано: параметри кола на рис. 7.2

$$U_{\text{ст}} = 12 \text{ В}; R_0 = 150 \text{ Ом}; R_1 = 250 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 375 \text{ Ом}.$$

Визначити: показання амперметрів, якщо напруга $U = 15 \text{ В}$ прикладена «+» до «a», «-» до «b»; показання амперметрів, якщо напруга $U = 15 \text{ В}$ прикладена «+» до «b», «-» до «a». Вважати діод VD2 і стабілітрон VD1 ідеальними ($R_{\text{д.пр.}} = 0$; $R_{\text{д.зв}} \rightarrow \infty$; $R_{\text{ст.пр}} = 0$).

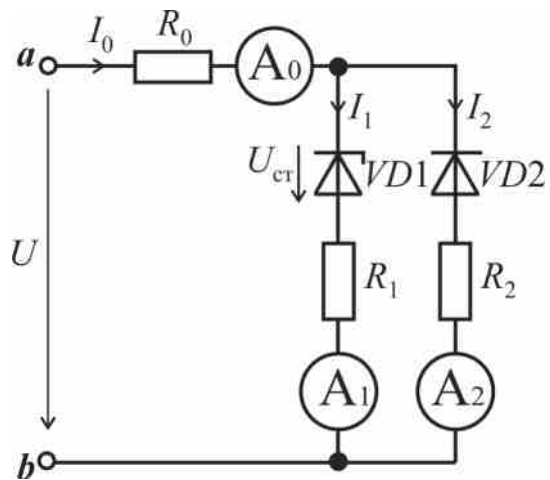


Рисунок 7.2

Розв'язання

У першому режимі стабілітрон і діод підпадають під зворотну напругу. На стабілітроні вона $U_{\text{ст}} = 12 \text{ В}$. Тому струм амперметра A_2 дорівнює нулю:

$I_2 = 0$; струми амперметрів A_0 і A_1 однакові і дорівнюють

$$I_0 = I_1 = \frac{U - U_{\text{ст}}}{R_1 + R_2} = \frac{15 - 12}{150 + 250} = 0,0075 \text{ А} = 7,5 \text{ мА}.$$

У другому режимі стабілітрон з резистором R_1 і діод з резистором R_2 підпадають під пряму напругу, тому

струм амперметра A_0

$$I_0 = \frac{U}{R_0 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{15}{150 + \frac{250 \cdot 375}{250 + 375}} = 0,05 \text{ A} = 50 \text{ mA}.$$

Струми амперметрів A_1 і A_2 :

$$I_1 = I_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 50 \cdot \frac{375}{250 + 375} = 30 \text{ mA};$$

$$I_2 = I_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 50 \cdot \frac{250}{250 + 375} = 20 \text{ mA}.$$

Задача 7.3

Дано: у схемі на рис. 7.3 вхідна напруга $U_{\text{вх}} = 22 \text{ В}$; напруга стабілізації $U_{\text{ст}} = 22 \text{ В}$; значення опору $R_0 = 6 \text{ кОм}$, діоди вважати ідеальними.

Визначити: значення опору R , при якому $U_{\text{вих max}} = 26 \text{ В}$.

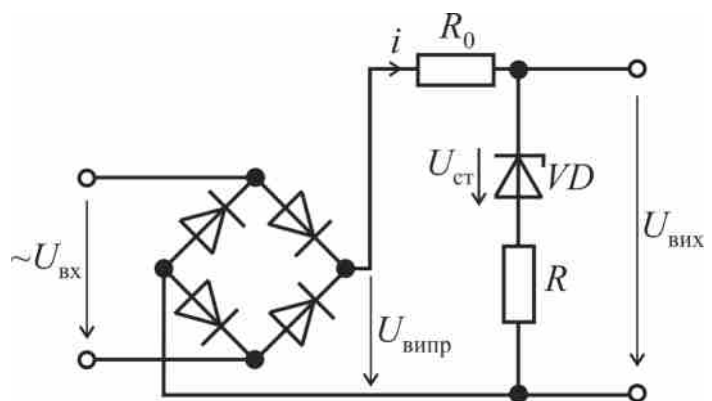


Рисунок 7.3

Розв'язання

Амплітудне значення напруги на вході

$$U_{\text{вх m}} = \sqrt{2} U_{\text{вх}} = \sqrt{2} \cdot 22 = 31,1 \text{ В}.$$

При досягненні $U_{\text{випр}} = U_{\text{вх m}}$ і, відповідно, $U_{\text{вих max}}$, струм i крізь резистор R буде максимальним

$$I_{\text{max}} = \frac{U_{\text{вх m}} - U_{\text{вих max}}}{R_0} = \frac{31,1 - 26}{6 \cdot 10^3} = 0,85 \text{ mA}.$$

Знаючи струм I_{max} , можна визначити R

$$R = \frac{U_{\text{вих max}} - U_{\text{ст}}}{I_{\text{max}}} = \frac{26 - 22}{0,85 \cdot 10^{-3}} = 4,706 \text{ кОм.}$$

Задача 7.4

Дано: напруга на схемі (рис. 7.4) $u_{\text{вх}} = 110 \sin \omega t$ В; резистори з опорамі $R_1 = 90$ Ом, $R_2 = 40$ Ом; діод та стабілітрон вважати ідеальними.

Визначити: напругу стабілізації $U_{\text{ст}}$ стабілітрона, якщо відомо, що миттєве значення струму i_2 є незмінним протягом половини напівперіода. Як зміниться $U_{\text{ст}}$ при збільшенні опорів R_1 та R_2 у два рази?

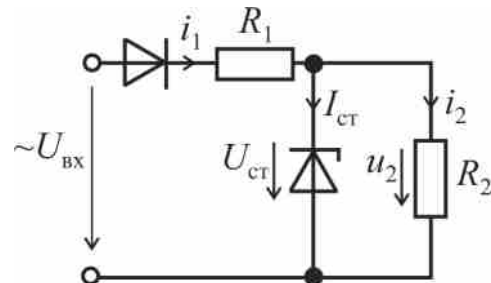


Рисунок 7.4

Розв'язання

До досягнення напруги $U_{\text{ст}}$ (ділянка $t_1 = t_3$ на рис. 7.5) напруга u_2 буде змінюватися таким чином

$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_{\text{вх}} = \frac{40}{90 + 40} \cdot 110 \sin \omega t = 33,85 \sin \omega t.$$

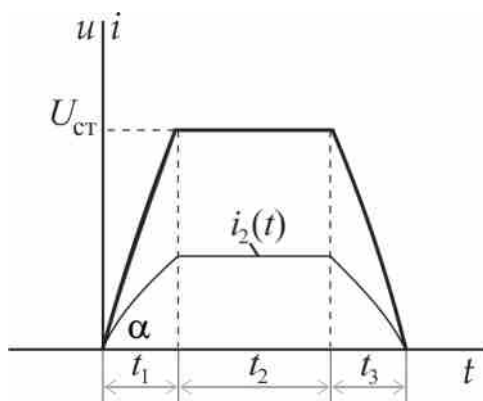


Рисунок 7.5

При досягненні $u_2 = u_{\text{ст}}$ (ділянка t_2 на рис. 7.5) напруга буде незмінною ($U_{\text{ст}}$).

Якщо проміжки часу $t_1 = t_3$, а $t_1 + t_3 = t_2$, тому $t_1 = \frac{t_2}{2}$, що відповідає куту відкриття стабілітрона $\alpha = 45^\circ$.

Тому $U_{\text{ст}}$ стабілітрона дорівнює

$$U_{\text{ст}} = U_{2\text{m}} \sin \alpha = 33,85 \frac{1}{\sqrt{2}} = 24 \text{ В.}$$

При збільшенні опорів R_1 та R_2 у два рази напруга $U_{ст}$ не зміниться, тому що не змінюється $\frac{R_2}{R_1 + R_2}$.

Задача 7.5

Дано: на вхід схеми (рис. 7.6) подано напругу трикутної форми з періодом $T = 8$ мс і амплітудним значенням вхідної напруги $U_m = 12$ В (рис. 7.7). Параметри схеми $R_0 = 2$ кОм, $R_H = 4$ кОм. Діод та стабілітрон вважають ідеальними. На резисторі R_H спостерігається імпульс тривалістю 2 мс.

Визначити:

напругу стабілізації $U_{ст}$ стабілітрона; побудувати часові графіки струму i_H і напруги u_H на резисторі R_H .

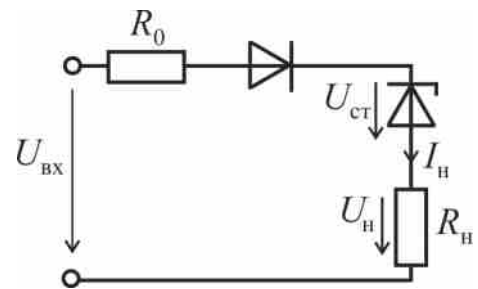


Рисунок 7.6

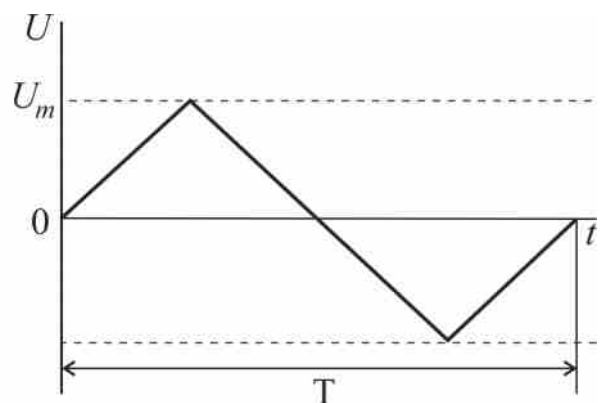


Рисунок 7.7

Розв'язання

Діод може бути відкритий на першому півперіоді напруги $U_{ВХ}$ тривалістю $\frac{T}{2} = \frac{8}{2} = 4$ мс.

Проходження струму i та, відповідно, наявність імпульсу напруги $U_H = R_H i_H$ можливі тільки при досягненні на стабілітроні напруги $U_{ст}$ і утриманні її на протязі всього імпульсу. Напруга на вході схеми змінюється лінійно, тому з подібності трикутників маємо

$$\frac{U_m - U_{CT}}{U_m} = \frac{t_{iМП}}{T/2}, \text{ звідки } U_{CT} = U_m \left(1 - \frac{2t_{iМП}}{T} \right) = 12 \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot 2}{8} \right) = 6 \text{ В.}$$

Під час проходження струму скрізь стабілітрон (2-й закон Кірхгофа)

$$U_{ВХ} = (R_0 + R_H) i_H + U_{CT}, \text{ що дає } i_H = \frac{U_{ВХ} - U_{CT}}{R_0 + R_H} = \frac{U_{ВХ} - 6}{2 + 4} \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

При $U_{ВХ} = U_m$ $I_{Hm} = \frac{12 - 6}{6} \cdot 10^{-3} = 1 \text{ мА}$. Таким чином i_H змінюється

від нуля до $I_{Hm} = 1 \text{ мА}$.

Напруга U_H змінюється від нуля до $U_{Hm} = R_H I_{Hm} = 4 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} = 4 \text{ В}$.

Задача 7.6

Дано: значення опору навантаження $R_H = 20 \text{ кОм}$ в схемі діодного моста (рис. 7.8), частота входної напруги $f_{ВХ} = 50 \text{ Гц}$.

Визначити: конденсатор якої ємності C_Φ треба підключити до резистора R_H , щоб отримати коефіцієнт згладжування пульсацій $q = 200$.

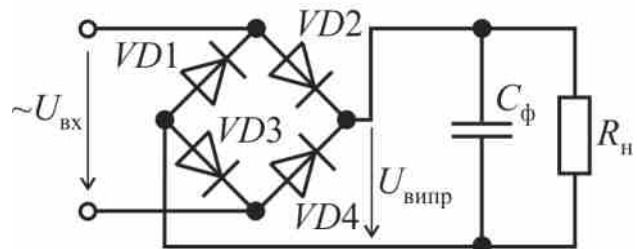


Рисунок 7.8

Розв'язання

Основна частота пульсацій

$$f_{осн} = 2f_{ВХ} = 100 \text{ Гц.}$$

Коефіцієнт основних пульсацій на вході фільтра $p_{ВХ} = 0,67$.

Коефіцієнт пульсацій на виході фільтра

$$p_{Вих} = \frac{p_{вх}}{q} = \frac{0,67}{200} = 3,35 \cdot 10^{-3}.$$

Стала часу на виході фільтра

$$\tau_{\phi} = \frac{1}{2\pi f_{\text{осн}} P_{\text{вих}}} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 3,35 \cdot 10^{-3}} = 0,48 \text{ с.}$$

Ємність конденсатора

$$C_{\phi} = \frac{\tau_{\phi}}{R_{\text{н}}} = \frac{0,48}{20 \cdot 10^3} = 24 \text{ мкФ.}$$

Задача 7.7

Дано: параметри кола на рис. 7.9 $U_{\text{ст}} = 12 \text{ В}$; $R_{\text{н}} = 48 \text{ кОм}$; $R_0 = 15 \text{ кОм}$;

$I_{\text{ст max}} = 150 \text{ мкА}$; $U_{\text{вх}} > 12 \text{ В}$.

Визначити: максимально допустиму вхідну напругу $U_{\text{вх max}}$, при якій зберігається стабілізація на $R_{\text{н}}$.

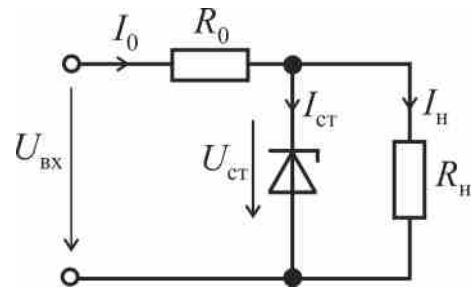


Рисунок 7.9

Розв'язання

Струм навантаження

$$I_{\text{н}} = \frac{U_{\text{ст}}}{R_{\text{н}}} = \frac{12}{48 \cdot 10^3} = 0,25 \text{ мА.}$$

Максимально допустимий загальний струм

$$I_{0 \text{ max}} = I_{\text{ст max}} + I_{\text{н}} = 0,15 + 0,25 = 0,4 \text{ мА.}$$

Максимально допустима вхідна напруга

$$U_{\text{вх max}} = R_0 \cdot I_{0 \text{ max}} + U_{\text{ст}} = 15 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3} + 12 = 18 \text{ В.}$$

Задача 7.8

Дано: напруга мережі $U_1 = 220 \text{ В}$, опор навантаження $R_{\text{н}} = 10 \text{ кОм}$, частота вхідної напруги $f_{\text{вх}} = 50 \text{ Гц}$ (рис. 7.10).

Визначити: коефіцієнт трансформації, що забезпечує середнє значення випрямленої напруги на навантаженні $U_{н.ср.} = 24$ В, а також ємність C_{ϕ} , що забезпечує коефіцієнт згладжування пульсацій $q = 105$.

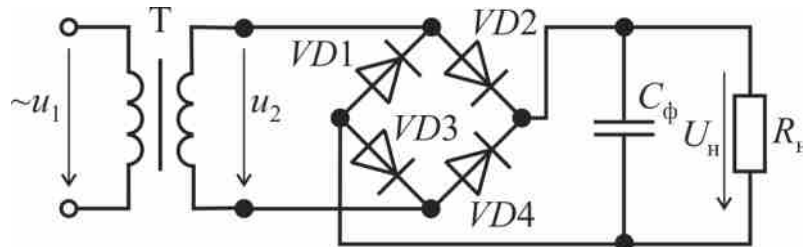


Рисунок 7.10

Розв'язання

Середнє значення випрямленої напруги

$$U_{н.ср.} = 0,9U_2, \text{ тобто } U_2 = \frac{U_{н.ср.}}{0,9} = 26,66 \text{ В}$$

Коефіцієнт трансформації

$$K_{1,2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220}{26,66} = 8,25$$

Коефіцієнт згладжування пульсацій

$$q = \frac{P_{вх}}{P_{вих}}, \text{ звідки } P_{вих} = \frac{P_{вх}}{q} = \frac{0,67}{105} = 0,00638 \text{ Вт.}$$

Ємність конденсатора

$$C_{\phi} = \frac{1}{2\pi 2 f_1 R_{н} P_{вих}} = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 10^4 \cdot 0,00638} = 25 \text{ мкФ.}$$

Задача № 7.9

Дано: первинна напруга на трансформаторі $U_1 = 220$ В у колі (рис.7.11) з частотою $f_1 = 50$ Гц; напруга на навантаженні $U_{н} = 24$ В.

Визначити: частоту основної гармоніки $f_{\text{осн}}$; коефіцієнт трансформації трансформатора, що забезпечує $U_{\text{н}} = 24 \text{ В}$.

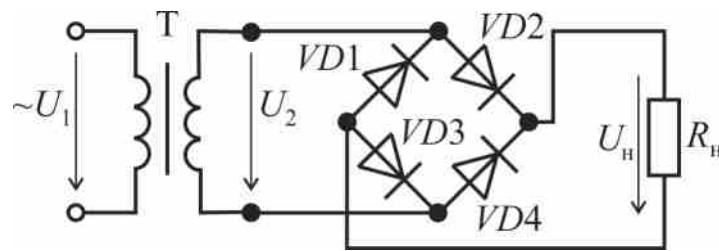


Рисунок 7.11

Розв'язання

Частота основної гармоніки $f_{\text{осн}}$

$$f_{\text{осн}} = 2f_1 = 2 \cdot 50 = 100 \text{ Гц.}$$

Амплітудне значення вторинної напруги

$$U_{2m} = \frac{\pi}{2} U_{\text{н}} = \frac{3,14}{2} \cdot 24 = 37,7 \text{ В.}$$

Діюче значення вторинної напруги

$$U_2 = \frac{U_{2m}}{\sqrt{2}} = 26,6 \text{ В.}$$

Таким чином, коефіцієнт трансформації

$$k_{12} \approx \frac{U_1}{U_2} = \frac{220}{26,6} = 8,27.$$

8. ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

Задача 8.1

Дано: в електричному колі (рис. 8.1)

$$E = 300 \text{ В}, R_0 = 2 \text{ Ом}, R_1 = R_6 = 20 \text{ Ом}, R_2 = 30 \text{ Ом},$$

$$R_3 = R_5 = 10 \text{ Ом}, R_4 = 60 \text{ Ом}, R_6 = 20 \text{ Ом}.$$

Визначити: показання вимірювальних приладів (струм I_A , напругу U_V , потужність P_W).

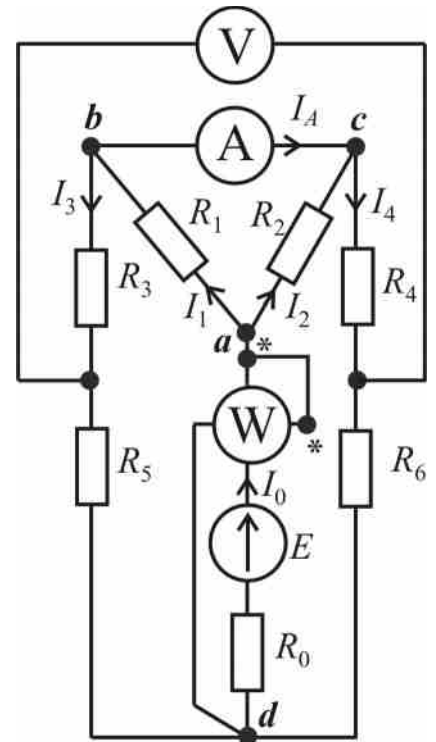


Рисунок 8.1

Відповідь: - 2 А; 40 В; 2800 Вт.

Задача 8.2

Дано: струм у вітці bc (рис. 8.2) з

опором R_1 дорівнює 2 А, а опори кола

$$R_0 = 2 \text{ Ом}, R_1 = 30 \text{ Ом}, R_2 = R_5 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 40 \text{ Ом}, R_4 = R_6 = 10 \text{ Ом}.$$

Визначити: ЕРС джерела енергії, а також показання амперметрів.

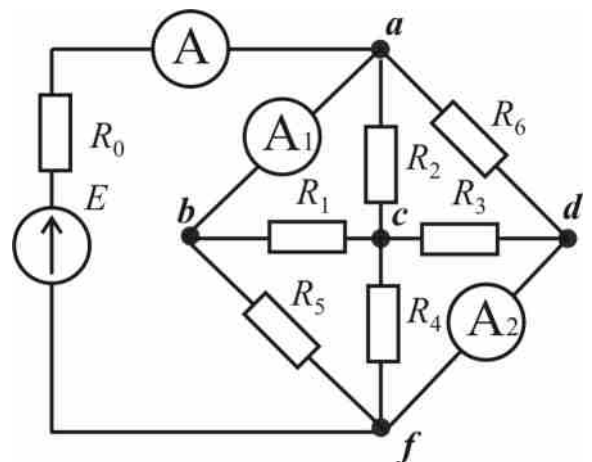


Рисунок 8.2

Відповідь: 140 В; 20 А; 7 А; 11 А.

Задача 8.3

Дано: напруга між вузлами a і d в колі на рис. 8.3 дорівнює 44 В, а параметри споживачів наступні: $R_1 = R_3 = 30$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_4 = 11$ Ом, $R_5 = 2$ Ом, $R_6 = 12$ Ом.

Визначити: струми у вітках кола та ЕРС джерела енергії.

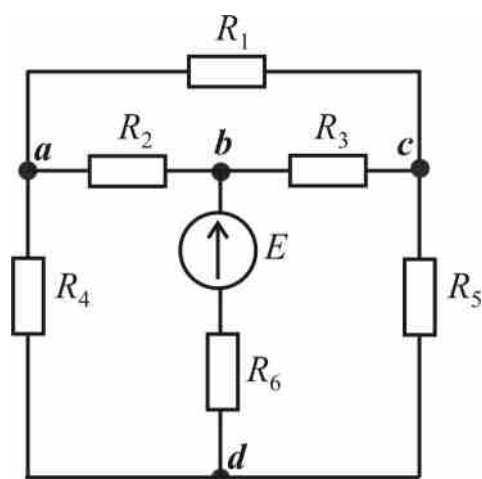


Рисунок 8.3

Відповідь: 1,6 А; 5,6 А; 4,4 А; 4 А; 6 А; 10 А; 220 В.

Задача 8.4

Дано: в електричному колі на рис. 8.4 ЕРС дорівнює $E = 48$ В, а опори відповідно $R_1 = R_3 = 8$ Ом, $R_2 = R_4 = 4$ Ом; $R_5 = R_6 = 2$ Ом.

Визначити: показання амперметра (струм I_A).

Відповідь: 10 А.

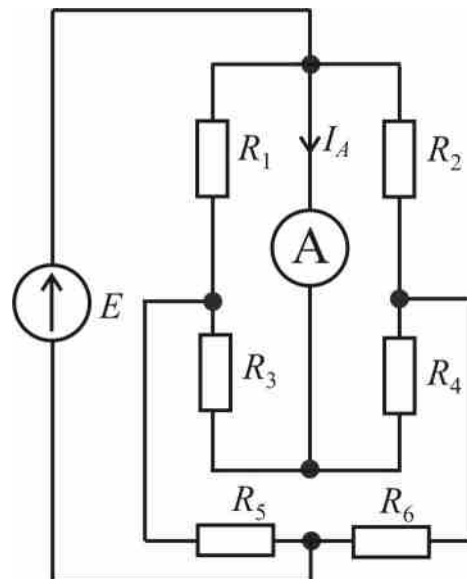


Рисунок 8.4

Задача 8.5

Дано: в електричному колі на рис. 8.5 ЕРС дорівнює $E = 51,25$ В, а опори в вітках

$$R_1 = R_3 = 5 \text{ Ом}; R_2 = 2 \text{ Ом};$$

$$R_4 = R_5 = R_6 = 10 \text{ Ом}.$$

Визначити: показання вимірювальних приладів.

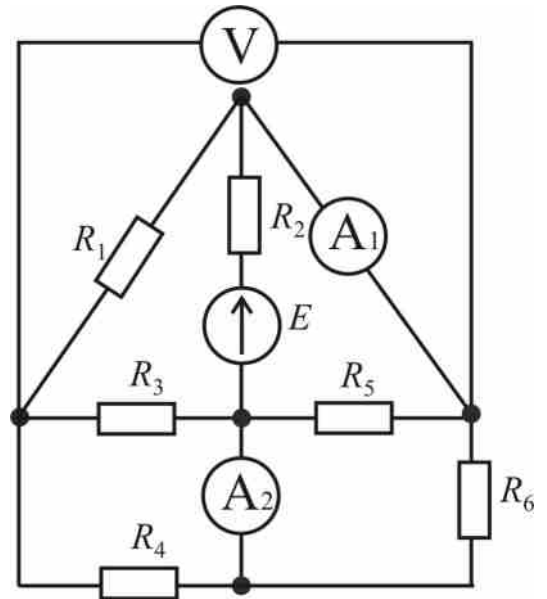


Рисунок 8.5

Відповідь: 18,75 В; 6,25 А; 4,38 А.

Задача 8.6

Дано: в електричному колі на рис. 8.6 відомо показання амперметра $I_{A2} = 1$ А, а опори в вітках:

$$R_0 = 1 \text{ Ом}; R_1 = 6 \text{ Ом};$$

$$R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_6 = 20 \text{ Ом}.$$

Визначити: значення ЕРС E , показання вимірювальних приладів амперметра.

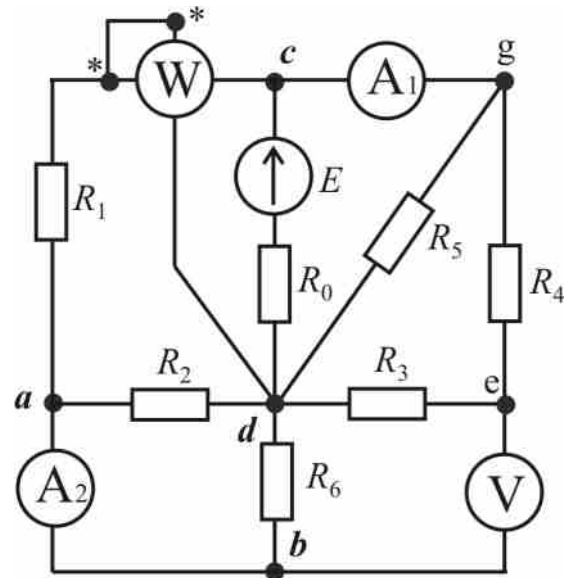


Рисунок 8.6

Відповідь: 70 В; 250 Вт; 15 А; 5 В.

Задача 8.7

Дано: у колі на рис. 8.7 струм

$I_2 = 2$ А, опори елементів

$R_2 = R_3 = X_{L1} = X_{L2} = X_{C1} = X_{C2} = 5$ Ом,

$R_1 = 10$ Ом, $R_4 = 20$ Ом.

Визначити: значення струмів I_1, I_3 , а також показання вимірювальних приладів ватметра P_W та вольтметрів U_{V1}, U_{V2}, U_{V3} .

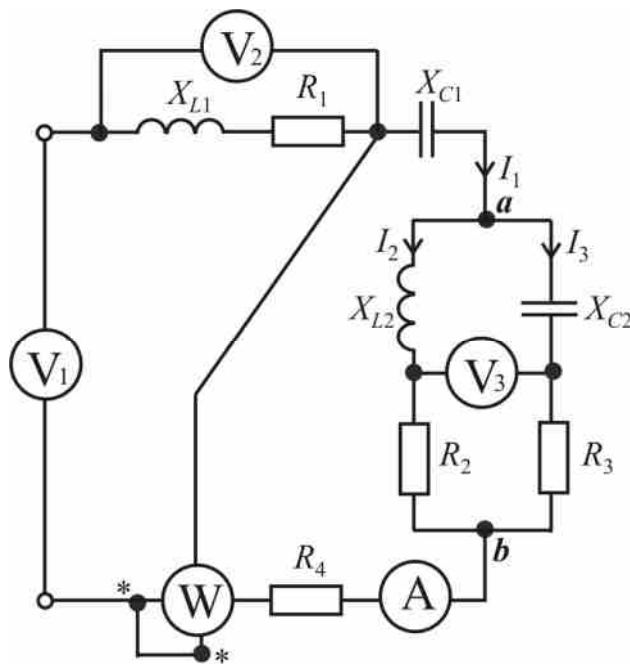


Рисунок 8.7

Відповідь: 2,83 А; 2 А; 98,84 В; 31,63 В; 14,14 В; 200 Вт.

Задача 8.8

Дано: у колі на рис. 8.8 відомі показання

трьох вольтметрів $U_V = 120$ В; $U_{V1} = 80$ В;

$U_{V2} = 60$ В, а також опір $R_1 = 20$ Ом.

Визначити: активну потужність котушки індуктивності.

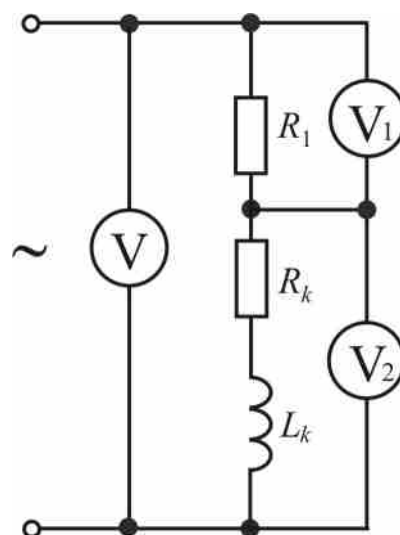


Рисунок 8.8

Відповідь: 110 Вт.

Задача 8.9

Дано: у колі на рис. 8.9 відома частота напруги джерела $f = 50$ Гц, а також значення ємності $C_1 = 106,1$ мкФ та показання вимірювальних приладів $\varphi = -60^\circ$,

$$U_V = 80 \text{ В},$$

$P_W = 200$ Вт, а також опір

$$R_1 = 20 \text{ Ом}.$$

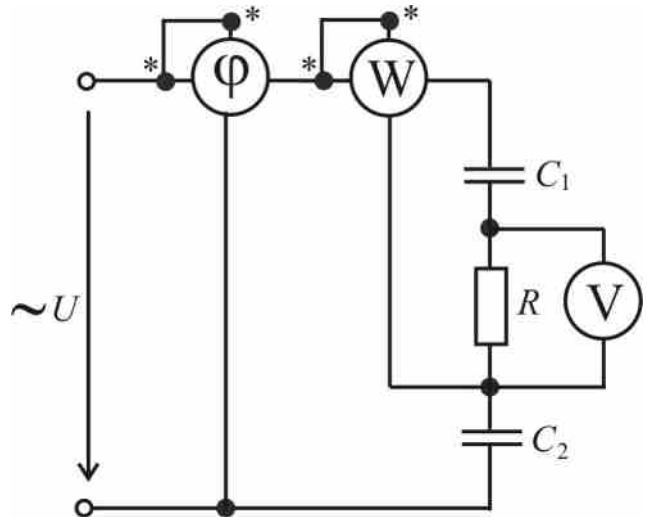


Рисунок 8.9

Визначити: діюче значення

напруги джерела U та струму кола I , напруги на ємностях U_{C1} , U_{C2} значення активного опору R , повну S та реактивну Q потужності.

Відповідь: 160 В; 2,5 А; 75 В; 63,5 В; 32 Ом; 400 ВА; - 346,4 вар.

Задача 8.10

Дано: у колі на рис.8.10 відомо показання амперметрів $I_{A1} = 4$ А, $I_{A2} = 3$ А, а також значення активних опорів $R_0 = 20$ Ом, $R_1 = 10$ Ом.

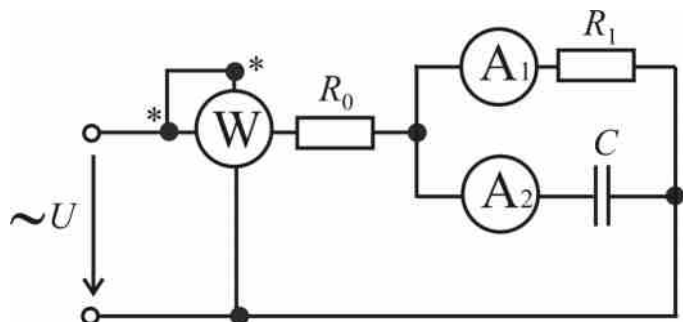


Рисунок 8.10

Визначити: активну

потужність P , напругу джерела U , значення ємності C .

Відповідь: 660 Вт; 134,5 В; 239 мкФ.

Задача 8.11

Дано: значення опорів
 $R_1 = 30 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$,
 $X_{C1} = 40 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 15 \text{ Ом}$ у колі
на рис. 8.11, а також відомо
показання ватметра 440 Вт.

Визначити: показання
інших вимірювальних приладів.

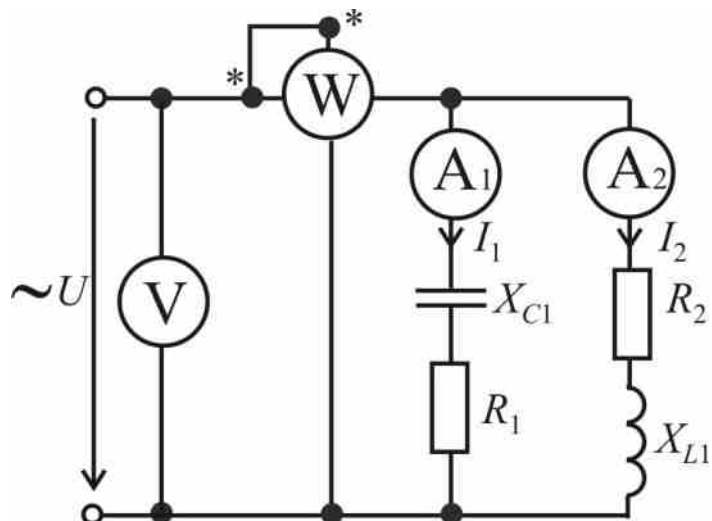


Рисунок 8.11

Відповідь: 100 В; 2 А; 4 А.

Задача 8.12

Дано: в електричному
колі (рис. 8.12) значення опорів
 $R_1 = 32 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$,
 $R_3 = 7 \text{ Ом}$, $X_{C1} = 7 \text{ Ом}$,
 $X_{C2} = 27 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 31 \text{ Ом}$,
 $X_{L2} = 11 \text{ Ом}$, а також відомо
показання амперметра $I_2 = 3 \text{ А}$.

Визначити: показання
інших вимірювальних приладів.

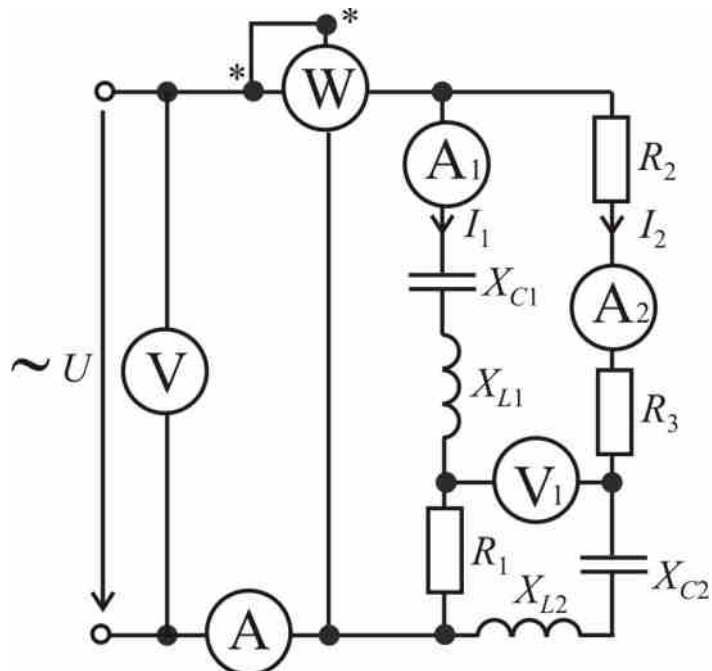


Рисунок 8.12

Відповідь: 60 В; 3,35 А; 180 Вт; 1,5 А; 0 В.

Задача 8.13

Дано: у трифазному електричному колі (рис.8.13) лінійна напруга джерела $U_{\text{Л}} = 380 \text{ В}$, значення опорів $R_1 = 11 \text{ Ом}$, $X_L = 11\sqrt{3} \text{ Ом}$.

Визначити: показання вимірювальних приладів.

Відповідь: 1992 Вт; 10 А; 191 В.

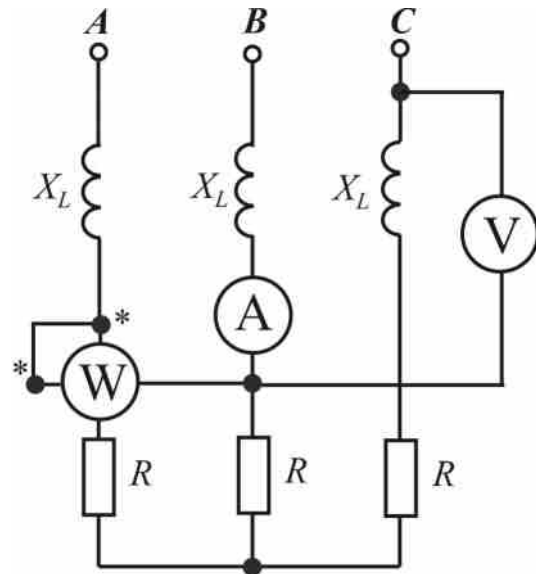


Рисунок 8.13

Задача 8.14

Дано: до трифазної мережі (рис. 8.14) підключені два симетричних споживача, один з яких з'єднаний зіркою, а другий трикутником. Струм $I_{bc} = 5 \text{ А}$, а значення опорів фаз $R_1 = 10\sqrt{3} \text{ Ом}$, $X_L = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 30\sqrt{3} \text{ Ом}$, $X_C = 30 \text{ Ом}$.

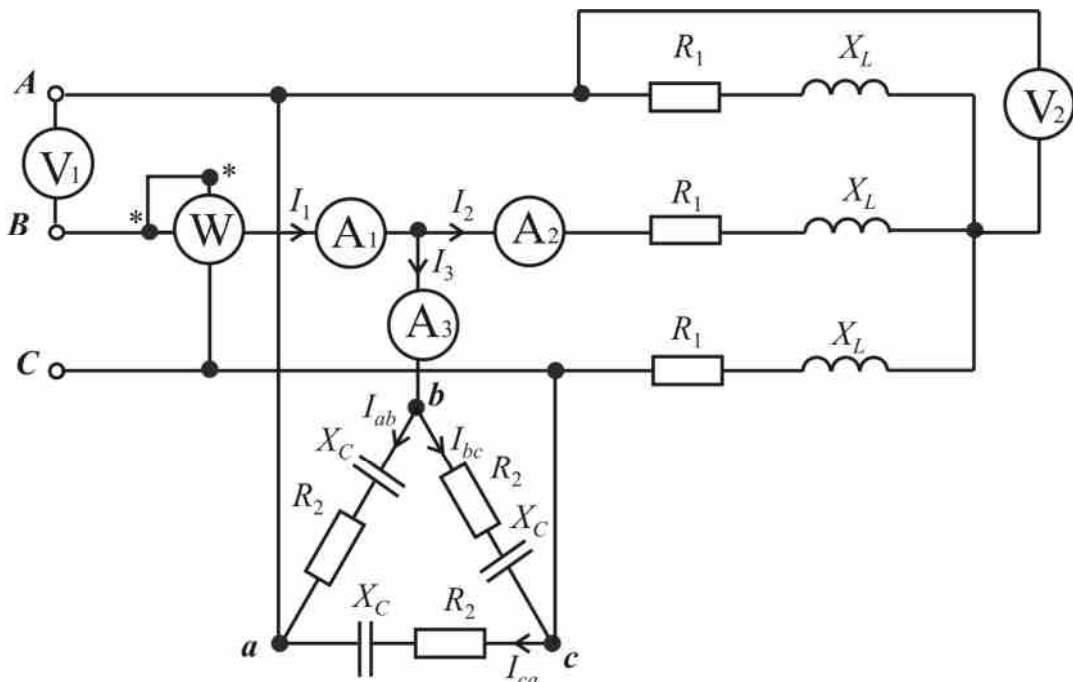


Рисунок 8.14

Визначити: показання інших вимірювальних приладів.

Відповідь: 300 В; 173,4 В; 8,65 А; 8,65 А; 15 А; 3897 Вт.

Задача 8.15

Дано: у трифазному колі (рис.8.15) відомі опори фаз $R = X_L = X_C = 10$ Ом та фазний струм $I_\phi = 13,5$ А.

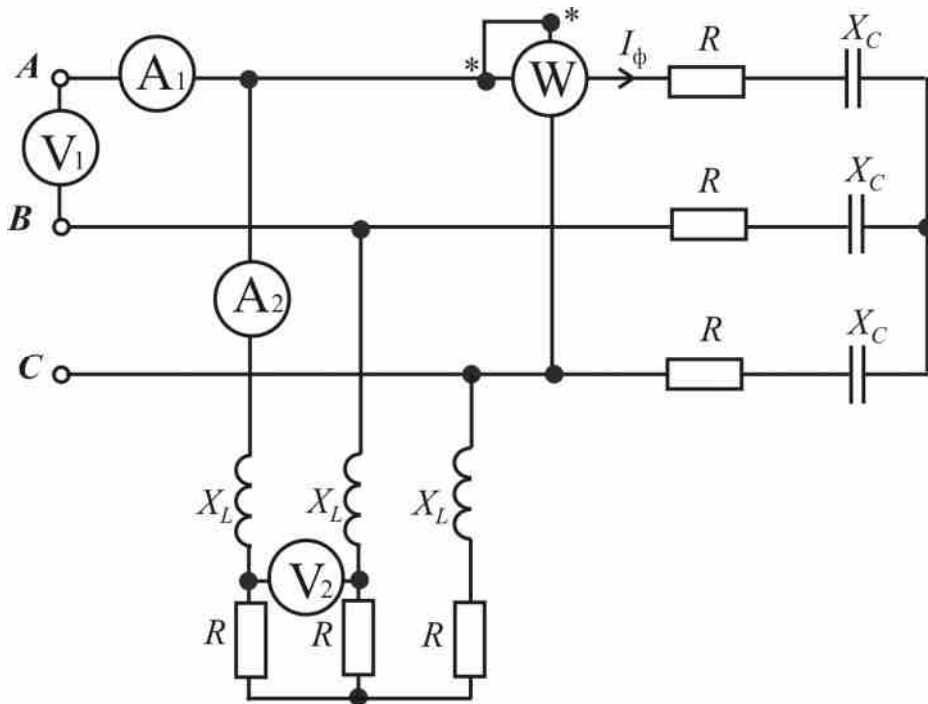


Рисунок 8.15

Визначити: показання інших вимірювальних приладів.

Відповідь: 329,3 В; 233,55 В; 13,5 А; 1150,5 Вт.

Задача 8.16

Дано: у трифазному колі (рис. 8.16) відомі показання вимірювальних приладів $U_V = 137$ В, $I_{A1} = I_{A2} = 10$ А, $I_{A3} = 0$ А.

Визначити: значення R , L , C , активну P та реактивну Q потужності.

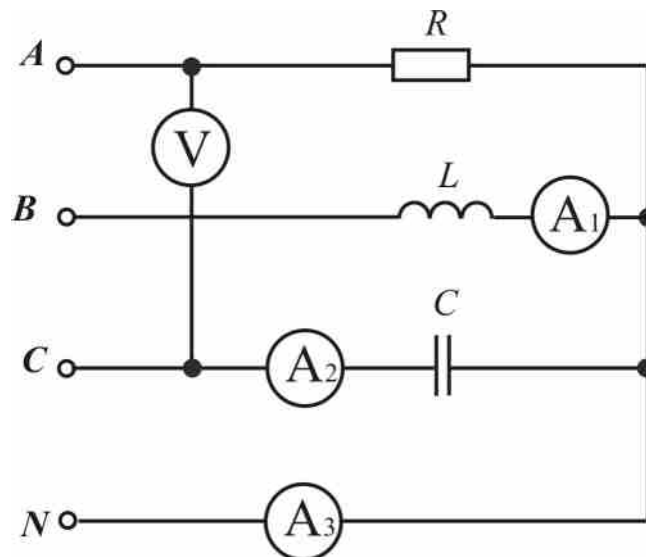


Рисунок .8.16

Відповідь: 4,57 Ом; 25,2 мГн; 402,6 мкФ; 1368,43 Вт; 0 вар.

Задача 8.17

Дано: у трифазному електричному колі (рис. 8.17) лінійна напруга джерела $U_{\text{Л}} = 220$ В, значення опорів $R = 2$ Ом, $X_L = \sqrt{3}$ Ом, $X_C = 3\sqrt{3}$ Ом.

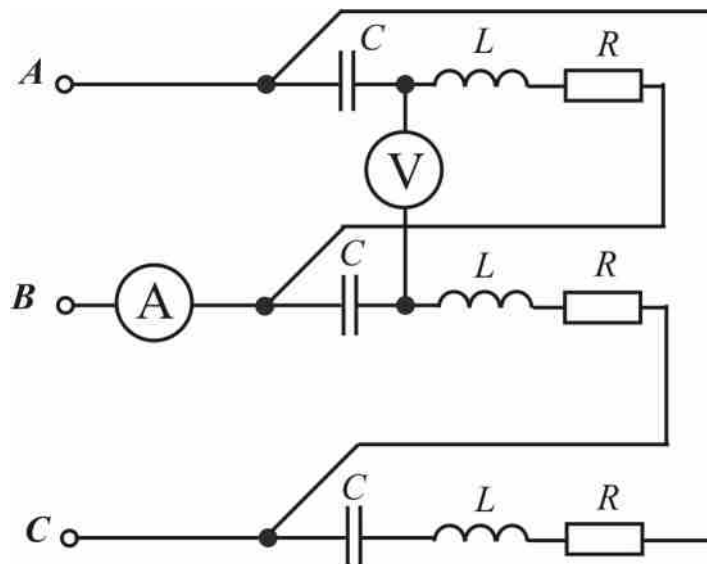


Рисунок 8.17

Визначити: показання вимірювальних приладів

Відповідь: 95,26 А; 275 В.

Задача 8.18

Дано: в трифазному колі (рис.8.18) відомі лінійна напруга $100\sqrt{3}$ В та значення опорів $R = X_C = X_L = 50$ Ом.

Визначити: показання амперметра.

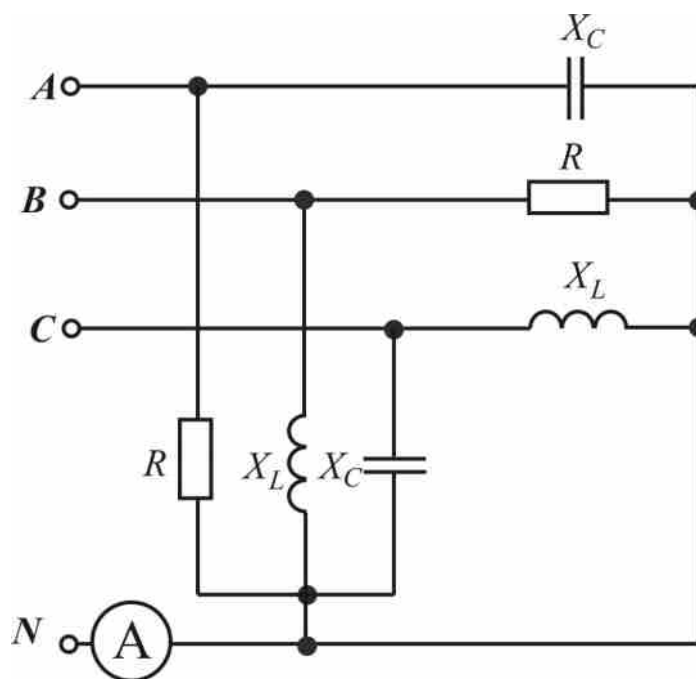


Рисунок 8.18

Відповідь: 1,46 А.

Задача 8.19

Номінальні дані однофазного двохобмоткового трансформатора такі: $S_{\text{НОМ}} = 4$ кВа; $U_{1\text{НОМ}} = 660$ В; $U_{2\text{НОМ}} = 230$ В; струм у режимі неробочого ходу $i_x = 8,3\%$ (у відсотках від номінального); втрати потужності $P_0 = 35$ Вт; $P_K = 125$ Вт; напруга $U_K = 3,5\%$; коефіцієнт потужності навантаження $\cos\varphi_H = 0,85$.

Визначити:

1) коефіцієнт трансформації n , номінальні струми обмоток $I_{1\text{НОМ}}$ і $I_{2\text{НОМ}}$, струм первинної обмотки у режимі неробочого ходу I_0 , напругу короткого замикання U_K і струм аварійного короткого замикання первинної обмотки $I_{1К}$ та його кратність $I_{1К}/I_{1\text{НОМ}}$, якщо $U_1 = U_{1\text{НОМ}}$;

2) максимальне значення ККД трансформатора η_{\max} , а також струм обмоток I_1' , I_2' в цьому режимі;

3) ККД трансформатора η і напругу на його вихідних затискачах U_2 при коефіцієнті навантаження $\beta = I_2/I_{2\text{ном}}=1,3$;

4) напругу U_K' при дослідному короткому замиканні, щоб потужність втрат $P_K' = 2P_K'$;

5) повні Z_1 , Z_2 активні R_1 , R_2 і реактивні X_1 , X_2 опори обмоток трансформатора.

Відповідь: $n=2,87$; $I_{1\text{ном}}=6,06$ А; $I_{2\text{ном}}=17,4$ А; $I_0=0,5$ А; $U_K=23,1$ В; $I_{1K}=173$ А; $\eta_{\max}=0,9625$; $I_1'=3,21$ А; $I_2'=9,2$ А; $\eta=0,947$; $U_2=219,6$ В; $U_K'=32,7$ В; $Z_1=1,903$ Ом, $Z_2=0,232$ Ом; $R_1=1,7$ Ом; $R_2=0,207$ Ом; $X_1=0,855$ Ом; $X_2=0,104$ Ом.

Задача 8.20

Основні технічні дані двигуна постійного струму з паралельним збудженням наведені в табл.8.1.

Таблиця 8.1.

$P_{2\text{ном}}$, кВт	$U_{\text{ном}}$, В	$n_{\text{ном}}$, об/хв	$\eta_{\text{ном}}$	$R_{\text{я}}$, Ом	$R_{\text{оз}}$, Ом
7,5	220	1500	0,83	0,318	82

Визначити:

1) накреслити електричну схему двигуна з включенням регулювальних реостатів з опорами R_p в коло якоря та $R_{зб}$ в коло обмотки збудження;

2) при номінальному режимі роботи двигуна: струми двигуна $I_{\text{ном}}$, якоря $I_{\text{яном}}$ і збудження $I_{зб\text{ном}}$; ЕРС якоря $E_{\text{ном}}$; електромагнітну потужність $P_{\text{емном}}$ та обертальний момент $M_{\text{ном}}$; побудувати природну механічну характеристику двигуна $n(M)$;

3) для випадків, коли здійснюється реостатний пуск двигуна і окремо його пуск при зниженні напруги U джерела живлення, визначити, відповідно, опір реостата R_p в колі якоря і напругу $U_{\text{пуск}}$ джерела, щоб пусковий струм $I_{\text{пуск}}$ не перевищував допустимий струм двигуна $I_{\text{доп}}=2,2I_{\text{ном}}$ (тобто $I_{\text{пуск}} \leq I_{\text{доп}} = 2,2I_{\text{ном}}$);

4) електромагнітну потужність $P_{\text{ем}}$ двигуна в режимі, коли струм збудження $I_{\text{зб}}$ зменшили до рівня, при якому магнітний потік $\Phi = 0,85 \cdot \Phi_{\text{ном}}$, а частота обертання $n = 1700$ об/хв. Побудувати відповідну штучну механічну характеристику;

5) опір регулювального реостата R_p в колі якоря двигуна і частоту обертання якоря n в режимі, коли споживана потужність $P_1 = 8820$ Вт, а витрати потужності в регулювальному реостаті ΔP_p дорівнюють 40% від P_1 ;

б) напругу джерела U , щоб забезпечити режим роботи двигуна, при якому частота обертання n і обертальний момент M залишаються такими ж, як і при увімкненні регулювального реостата з опором R_p , значення якого було визначено у пункті (5); побудувати штучні механічні характеристики, які відповідають цим двом випадкам.

7) визначити опір регулювального реостата R_p , який необхідно увімкнути в коло якоря, щоб при напрузі джерела $U = 0,6 \cdot U_{\text{ном}}$ забезпечити режим, при якому $M = 0,9 \cdot M_{\text{ном}}$ та $n = 0,4 \cdot n_{\text{ном}}$; побудувати відповідну штучну механічну характеристику $n(M)$.

Задача 8.21

Основні технічні дані трифазного асинхронного двигуна наведені в табл.8.2.

Таблиця 8.2.

$P_{2\text{ном}}$, кВт	P	$S_{\text{ном}}$	$\lambda_M = M_{\text{max}}/M_{\text{ном}}$	$\lambda_I = I_{\text{пуск}}/I_{\text{ном}}$	$\eta_{\text{ном}}$	$\cos\varphi_{\text{ном}}$
3,2	2	0,07	2,2	6,0	0,765	0,82

Номинальна напруга двигуна $U_{\text{НОМ}} = 220/380$ В. Лінійна напруга мережі, до якої підключається двигун, $U_{\text{с}} = 220$ В. Частота напруги мережі $f_1 = 50$ Гц.

Визначити:

- 1) необхідну схему з'єднання обмотки статора (“зіркою” або “трикутником”) і накреслити електричну схему двигуна;
- 2) при номінальному режимі роботи двигуна наступні параметри (які використовуються потім при розрахунках будь-яких інших режимів): синхронну частоту обертання магнітного поля статора n_1 ;
- 3) номінальну частоту обертання ротора $n_{2\text{НОМ}}$;
- 4) потужність $P_{1\text{НОМ}}$, яку двигун споживає з мережі;
- 5) лінійний струм обмотки статора $I_{\text{НОМ}}$;
- 6) пусковий струм двигуна $I_{\text{ПУСК}}$;
- 7) обертальний момент на валу двигуна $M_{\text{НОМ}}$;
- 8) максимальний обертальний момент двигуна $M_{\text{МАХ}}$;
- 9) втрати потужності у двигуні $\Delta P_{\text{НОМ}}$.

Відповідь: схема – «трикутник»; $n_1 = 1500$ об/хв; $n_{2\text{НОМ}} = 1395$ об/хв;
 $P_{1\text{НОМ}} = 4,18$ кВт; $I_{\text{НОМ}} = 13,38$ А; $I_{\text{ПУСК}} = 80,3$ А; $M_{\text{НОМ}} = 21,91$ Н·м;
 $M_{\text{МАХ}} = 48,2$ Н·м; $\Delta P_{\text{НОМ}} = 0,98$ кВт.

Задача 8.22

Для асинхронного двигуна за даними задачі 8.21

Визначити:

а) пусковий обертальний момент $M_{\text{ПУСК}}$; кратність пускового обертального моменту $k_{\text{ПУСК}} = M_{\text{ПУСК}}/M_{\text{НОМ}}$ відносно номінального моменту; допустимий гальмовий момент механізму $M_{\text{ГПУСК}}$, при якому можливий пуск двигуна.

б) діапазон частот обертання ротора, які відповідають стійким режимам роботи двигуна.

Відповідь: $M_{\text{пуск}} = 25,87 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $k_{\text{пуск}} = M_{\text{пуск}} / M_{\text{ном}} = 1,18$; $M_{\Gamma} < M_{\text{пуск}}$;
 $n_1 > n_2 > n_{2\text{кр}}$, тобто $1500 \text{ об/хв} > n_2 > 1063 \text{ об/хв}$.

Задача 8.23

Для асинхронного двигуна за даними задачі 8.21

Визначити: а) обертальний момент M' , якщо $n'_2 = 0,7n_{2\text{ном}}$; якій ділянці механічної характеристики (стійким або нестійким режимам роботи) відповідає ця точка;

б) механічну потужність двигуна $P_{\text{мех}}$, якщо при перевантаженні гальмовий момент $M_{\Gamma} = 1,1M_{\text{ном}}$, а також частоту ЕРС f_2 , яка індукується в провідниках обмотки ротора.

Необхідні значення: $n_1 = 1500 \text{ об/хв}$; $n_{2\text{ном}} = 1395 \text{ об/хв}$; $M_{\text{ном}} = 21,91 \text{ Н}\cdot\text{м}$;
 $M_{\text{max}} = 48,2 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $S_{\text{кр}} = 0,291$ були визначені у задачах 8.21 і 8.22.

Відповідь: оскільки $n'_2 = 976,5 \text{ об/хв} < n_{2\text{кр}} = 1063 \text{ об/хв}$, точка з координатами $M' = 47,4 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $n'_2 = 976,5 \text{ об/хв}$ належить ділянці механічної характеристики, яка відповідає нестійким режимам роботи. Тобто такий сталий режим роботи двигуна неможливий; $P_{\text{мех}} = 3,5 \text{ кВт}$; $f_2 = 3,9 \text{ Гц}$.

Задача 8.24

Основні технічні дані трифазного асинхронного двигуна наведені у табл.8.3 .

Таблиця 8.3.

$P_{\text{ном}}$, кВт	p	$S_{\text{ном}}$	$\lambda_M = M_{\text{max}} / M_{\text{ном}}$	$\lambda_I = I_{\text{пуск}} / I_{\text{ном}}$	$\eta_{\text{ном}}$	$\cos\varphi_{\text{ном}}$
1,2	3	0,078	2,1	3,5	0,665	0,73

Номинальна напруга двигуна $U_{\text{НОМ}} = 220/380$ В. Частота напруги мережі $f_1 = 50$ Гц. Лінійна напруга мережі, до якої підключається двигун, $U_c = 220$ В.

Визначити:

а) при номінальному режимі роботи двигуна схему з'єднання обмотки статора; частоти обертання магнітного поля n_1 і ротора $n_{2\text{НОМ}}$, потужність $P_{1\text{НОМ}}$; струми обмотки статора $I_{\text{НОМ}}$ та $I_{\text{пуск}}$, обертальні моменти $M_{\text{НОМ}}$ і M_{max} ; втрати потужності $\Delta P_{\text{НОМ}}$; критичне ковзання $S_{\text{кр}}$; діапазон частот обертання ротора, при яких можлива стійка робота двигуна;

б) напругу джерела U'_c ; при якій максимальний обертальний момент M'_{max} зменшиться вдвічі; тобто $M'_{\text{max}} = 0,5 M_{\text{max}}$;

в) у разі з'єднання обмотки статора “зіркою” і $U_c = 220$ В гальмовий момент механізму M_T , при якому двигун зупиняється;

г) механічну потужність двигуна $P_{\text{мех}}$ у режимі, коли $n_2 = 0,75 n_1$.

Задача 8.25

Дано: на трансформатор однопівперіодного випрямляча подається напруга $U_1 = 20$ В. Коефіцієнт трансформації $k_{12} = 0,4$. Опір навантаження $R_H = 2,5$ кОм (рис.8.19).

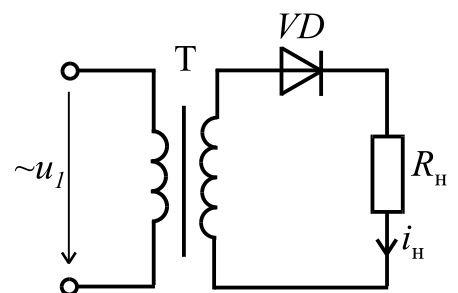


Рисунок 8.19

Визначити: амплітудне значення струму крізь R_H , вважаючи, що прямий опір діода $R_{\text{пр}} = 0$.

Відповідь: $I_{\text{нм}} = 28,3$ мА.

Задача 8.26

Дано: на трансформатор двохпівперіодного мостового випрямляча подається змінна напруга з амплітудним значенням $U_{1m} = 100$ В (рис. 8.20).

Коефіцієнт трансформації $k_{12} = 0,5$.

Опір навантаження $R_H = 120$ Ом, а
прямий опір кожного діода
 $R_{пр} = 10$ Ом.

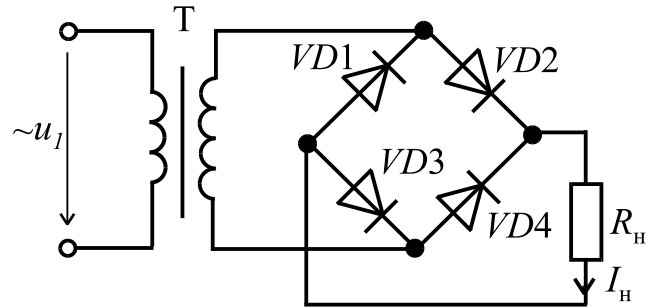


Рисунок 8.20

Визначити: значення струму I_H .

Відповідь: $I_H = 0,91$ А.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Милых В. И. Электрические цепи / В. И. Милых: учебное пособие. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2002, – 159 с.
2. Милых В. И. Магнитные цепи и электротехнические устройства / В. И. Милых: учебное пособие. – Харків: НТУ “ХП”, 2003. – 184 с.
3. Збірник задач з електротехніки / За ред. В. Г. Данька: навчальний посібник. – Харків: НТУ “ХП”, 2004. – 119 с.
4. Мілих В. І. Електротехніка та електромеханіка / В. І. Мілих: навч. посібник. – Київ: Каравела, 2005. – 376 с.
5. Мілих В. І. Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка / Мілих В. І., Шавьолкін О. О.: підручник; за ред. В. І. Мілих. – Київ: Каравела, 2007. – 688 с.
6. Збірник тестів з електротехніки / В. Ф. Болюх, С. М. Кожемякін, В. С. Марков та інш. – Харків: НТУ “ХП”, 2012. – 170 с.
7. Электричні кола / В. Г. Данько, С. М. Кожемякін, В. С. Марков, та ін. : навч.-метод. посібник, за ред. В. Г. Данька. – Харків: НТУ “ХП”, 2010. – 108 с.
8. В. Ф. Болюх Розрахунок електротехнічних пристроїв / В. Ф. Болюх, С. М. Кожемякін, В. С. Марков; за ред. В. Ф. Болюха: навч.посібник. – Харків: НТУ “ХП”, 2016. – 116 с.
9. Електротехніка та електромеханіка: навч. посібник/ В. Ф. Болюх, П. А. Бондарук, К. В. Коритченко та ін. – Харків: ВІТВ НТУ «ХП», 2020. – 352 с.
10. Конкурсні задачі з електротехніки / Н. П. Мусихіна, В. І. Коруд, І. І. Васильчишин, та ін. – Львів: Львівська політехніка, 2020, – 200 с.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
1. РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ.....	5
2. РОЗРАХУНОК ОДНОФАЗНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ЗМІННОГО СТРУМУ..	39
3. РОЗРАХУНОК ТРИФАЗНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ.....	78
4. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОФАЗНОГО ТРАНСФОРМАТОРА.....	119
5. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК ДВИГУНІВ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ.....	139
6. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК ТРИФАЗНИХ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ	157
7. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕКТРОННИХ ПРИЛАДІВ ТА ПРИСТРОЇВ.....	169
8. ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ.....	178
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	194

Навчальне видання

Укладачі: БОЛЮХ Володимир Федорович
КОРИТЧЕНКО Костянтин Володимирович
МАРКОВ Владислав Сергійович
та ін.

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

для студентів усіх неелектротехнічних спеціальностей та викладачів

Відповідальний за випуск проф. Коритченко К. В.
Комп'ютерне верстання та рисунки В. С. Марков та І. В. Поляков

Роботу рекомендував до видання проф. Борисенко А. М.

В авторській редакції

Коректор С. В. Маркова

План 2021, поз.52

Підписано до друку. 14.07.2021. Формат 60x84 1/16. Папір друк.
Друк ризографія. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 14.
Наклад 200 прим. Зам. № . Ціна договірна

Видавничий центр НТУ «ХП».
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2014 р.
61002, Харків, вул. Кирпичова, 2

Друкарня ООО «Планета-Принт» , Харків, 61002, вул. Багалія 16.