

2. РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ – РГР № 2

2.1. Формулювання задач

РГР № 2 складається з шістьох задач. Зміст завдання, тобто загальне число задач та їх конкретні номери, викладач може змінювати залежно від обсягу навчального курсу.

Кожному студенту задається варіант вхідних даних по трьом споживачам ($Z_\alpha, Z_\beta, Z_\gamma$), що використовуються у всіх задачах (табл. 2.1).

Задача 1. Розрахунок електричного кола однофазного синусоїдного струму з одним джерелом електричної енергії при послідовному з'єднанні споживачів.

Провести розрахунок електричного кола за рис. 2.1 при послідовному з'єднанні споживачів $Z_\alpha, Z_\beta, Z_\gamma$, параметри яких треба взяти з табл. 2.1. Напруга джерела енергії $U = 220$ В при частоті $f = 50$ Гц.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему електричного кола за рис. 2.1 з ідеальними елементами заміщення кожного споживача; б) визначити струм в колі, напруги на кожному споживачеві, активні та реактивні потужності джерела та споживачів; в) побудувати векторну діаграму струму і напруг джерела та всіх споживачів; г) зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей; д) записати синусоїдні часові функції струму і напруги джерела енергії та побудувати графіки цих функцій.

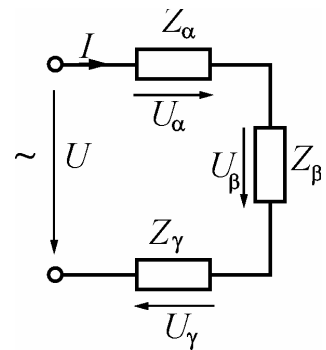


Рисунок 2.1

Задача 2. Розрахунок електричного кола однофазного синусоїдного струму з одним джерелом електричної енергії при паралельному з'єднанні споживачів.

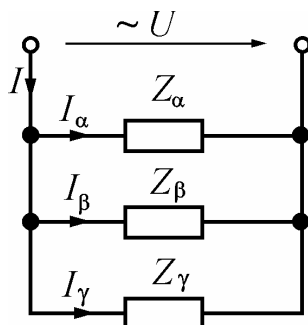


Рисунок 2.2

Провести розрахунок електричного кола за рис. 2.2 при паралельному з'єднанні споживачів $Z_\alpha, Z_\beta, Z_\gamma$, параметри яких визначені в задачі 1. Напруга джерела $U = 127$ В при частоті $f = 50$ Гц.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему електричного кола за рис. 2.2 з ідеальними елементами заміщення кожного споживача; б) визначити струми в колі, активні та реактивні потужності джерела та споживачів; в) побудувати векторну діаграму напруги і струмів усіх споживачів; г) зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей.

Задача 3. Розрахунок електричного кола однофазного синусоїдного струму з одним джерелом енергії за допомогою символічного метода.

Провести розрахунок електричного кола за рис. 2.3 при змішаному з'єднанні споживачів $Z_\alpha, Z_\beta, Z_\gamma$, параметри яких визначені в задачі 1. Напряга джерела енергії $U = 220$ В при частоті $f = 50$ Гц.

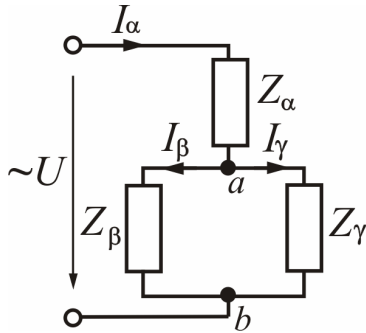


Рисунок 2.3

Обсяг розрахунку: а) зобразити електричну схему заміщення за рис. 2.3 з ідеальними елементами замість кожного споживача; б) визначити струми в колі, активні та реактивні потужності джерела енергії та споживачів; в) побудувати векторну діаграму напруг і струмів; г) зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу

активних і реактивних потужностей.

Задача 4. Розрахунок трифазного електричного кола при симетричному навантаженні і з'єднанні споживачів "зіркою".

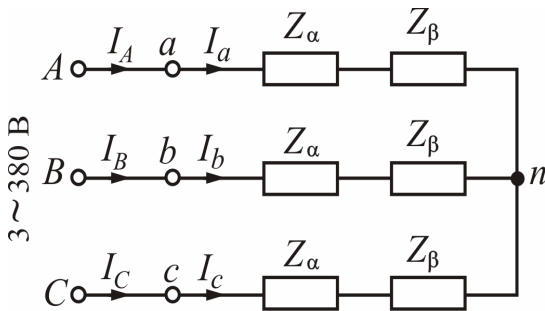


Рисунок 2.4

У трифазну мережу з лінійною напругою $U_L = 380$ В увімкнено симетричне навантаження при з'єднанні послідовно споживачів Z_α, Z_β в кожній фазі (рис. 2.4). Параметри споживачів Z_α і Z_β взяти з задачі 1.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему заміщення трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б) визначити

фазні і лінійні струми, а також споживані активну та реактивну потужності; в) побудувати векторну діаграму.

Задача 5. Розрахунок трифазного електричного кола при симетричному навантаженні і з'єднанні споживачів "трикутником".

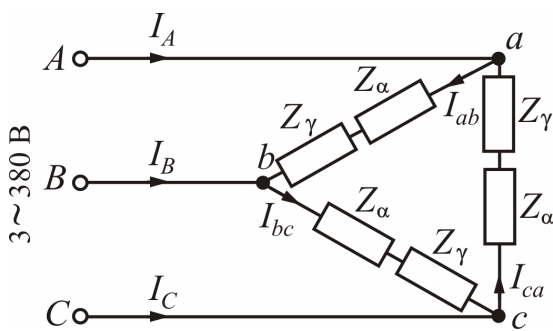


Рисунок 2.5

В трифазну мережу з лінійною напругою $U_L = 380$ В увімкнено симетричне навантаження при з'єднанні послідовно споживачів Z_α, Z_γ в кожній фазі (рис. 2.5). Параметри споживачів Z_α і Z_γ взяти з задачі 1.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему заміщення трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б)

визначити фазні і лінійні струми, а також споживані активну та реактивну потужності; в) побудувати векторну діаграму.

Задача 6. Розрахунок трифазного електричного кола при несиметричному навантаженні і з'єднанні споживачів «зіркою» з нейтральним проводом.

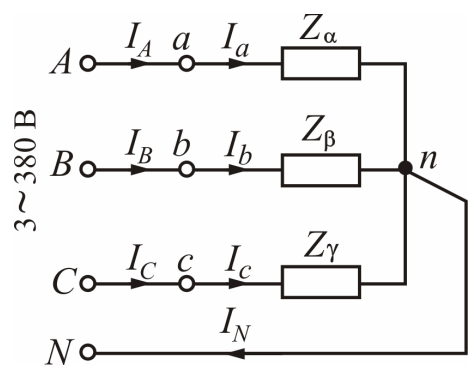


Рисунок 2.6

В трифазну мережу з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ при частоті $f = 50 \text{ Гц}$ увімкнуті пофазно споживачі Z_{α} , Z_{β} і Z_{γ} (рис. 2.6), що в силу їхньої неоднаковості призводить до несиметричного навантаження. Параметри споживачів Z_{α} , Z_{β} і Z_{γ} взяти з задачі 1.

Обсяг розрахунку: а) зобразити електричну схему трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б) визначити фазні і лінійні струми, а також струм у нейтральному проводі; в) визначити споживані активну та реактивну потужності; г) побудувати векторну діаграму.

2.2. Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Розрахувати електричне коло з послідовним з'єднанням споживачів Z_{α} , Z_{β} і Z_{γ} , схему якого зображено на рис. 2.1. Діюче значення напруги $U = 200 \text{ В}$, її частота $f = 50 \text{ Гц}$. Параметри ідеальних елементів споживачів: $R_{\alpha} = 20 \text{ Ом}$; $L_{\alpha} = 47,77 \text{ мГн}$; $R_{\beta} = 23,3 \text{ Ом}$; $C_{\gamma} = 79,62 \text{ мкФ}$.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему електричного кола за рис. 2.1 з ідеальними елементами заміщення кожного споживача; б) визначити струм в колі, напруги на кожному споживачеві, активні та реактивні потужності джерела та споживачів; в) побудувати векторну діаграму струму і напруг джерела та всіх споживачів; г) зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей; д) записати синусоїдні часові функції струму і напруги джерела енергії та побудувати графіки цих функцій.

Розв'язання. На рис. 2.7 зображено схему заміщення електричного кола за рис. 2.1 з ідеальними елементами споживачів Z_{α} , Z_{β} , Z_{γ} .

Кутова частота струму і напруг

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ с}^{-1}.$$

Індуктивний опір споживача Z_{α}

$$X_{L\alpha} = \omega \cdot L_{\alpha} = 314 \cdot 47,77 \cdot 10^{-3} = 15 \text{ Ом}.$$

Ємнісний опір споживача Z_{γ}

$$X_{C\gamma} = \frac{1}{\omega \cdot C_{\gamma}} = \frac{1}{314 \cdot 79,62 \cdot 10^{-6}} = 40 \text{ Ом}.$$

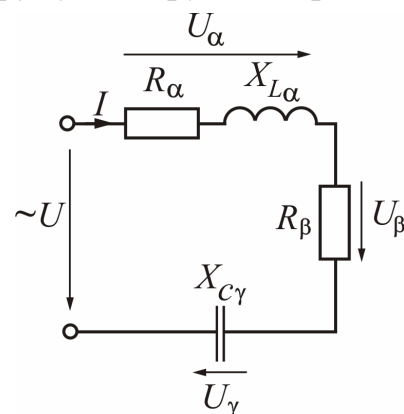


Рисунок 2.7

Таблиця 2.1 – Параметри споживачів змінного струму

Ва- рі- ант	Z_{α}			Z_{β}			Z_{γ}		
	R_{α} , Ом	L_{α} , мГн	C_{α} , мкФ	R_{β} , Ом	L_{β} , мГн	C_{β} , мкФ	R_{γ} , Ом	L_{γ} , мГн	C_{γ} , мкФ
1	12	50,96	-	12	-	199,04	-	76,43	-
2	7	76,43	-	5	-	265,39	20	-	-
3	20	-	212,31	10	95,54	-	-	-	127,39
4	25	-	-	12	50,96	-	10	-	90,99
5	8	19,11	-	-	-	176,93	10	63,69	-
6	-	79,62	-	20	47,77	-	-	-	127,4
7	12	50,96	-	12	-	79,62	-	152,87	-
8	5	-	265,39	15	63,69	-	25	-	-
9	16	38,22	-	7	76,43	-	-	-	63,69
10	12	50,96	-	12	-	199,04	-	-	133
11	-	-	144,76	24	101,91	-	12	15,92	-
12	7	76,43	-	12	-	636,94	-	-	83,81
13	-	63,69	-	24	22,29	-	16	-	265,39
14	10	-	-	12	-	199,04	7	76,43	-
15	12	50,96	-	8	-	530,79	-	-	106,16
16	24	-	176,93	6	25,48	-	-	101,91	-
17	20	-	-	15	63,69	-	5	-	265,39
18	-	63,69	-	10	-	318,47	10	31,85	-
19	18	76,43	-	-	-	79,62	12	-	199,04
20	17	25,48	-	5	38,22	-	-	-	199,52
21	-	-	96,51	30	41,4	-	15	63,69	-
22	15	25,48	-	5	38,22	-	-	-	159,24
23	27	114,65	-	-	-	63,69	13	44,59	-
24	9	41,4	-	13	28,66	-	-	-	106,16
25	7	-	132,7	7	76,43	-	25	-	-
26	-	105,1	-	20	-	212,31	24	-	454,96
27	12	-	199,04	12	50,96	-	20	-	-
28	-	-	90,99	20	47,77	-	20	-	212,31
29	16	38,22	-	12	50,96	-	-	-	199,04
30	-	-	79,62	20	63,69	-	20	63,69	-
31	20	-	-	7	-	132,7	5	38,22	-
32	12	-	199,04	12	50,96	-	22	-	-
33	15	63,69	-	20	47,77	-	-	-	144,76
34	30	-	79,62	30	127,39	-	-	159,24	-

Продовження таблиці 2.1

Варіант	Z_{α}			Z_{β}			Z_{γ}		
	R_{α} , Ом	L_{α} , мГн	C_{α} , мкФ	R_{β} , Ом	L_{β} , мГн	C_{β} , мкФ	R_{γ} , Ом	L_{γ} , мГн	C_{γ} , мкФ
35	-	79,62	-	10	-	212,31	15	-	318,47
36	6	25,48	-	16	38,22	-	-	-	72,38
37	-	-	95,51	15	41,4	-	15	63,69	-
38	24	57,32	-	15	31,85	-	-	-	113,74
39	18	-	132,7	10	-	212,31	-	124,2	-
40	11	-	167,17	11	60,67	-	-	121,34	-
41	24	57,32	-	24	-	176,93	-	-	114,65
42	18	-	132,7	18	76,43	-	14	-	-
43	-	127,39	-	30	-	79,62	15	-	159,24
44	5	-	265,39	15	63,69	-	10	-	-
45	12	50,96	-	8	-	530,78	-	-	106,16
46	6	25,48	-	16	38,22	-	-	-	159,24
47	7	76,43	-	-	-	66,35	12	-	636,94
48	-	-	106,16	20	47,77	-	10	143,31	-
49	8	19,11	-	12	50,96	-	-	-	144,76
50	14	-	66,35	14	152,87	-	50	-	-
51	20	95,54	-	10	31,85	-	-	-	159,24
52	-	-	127,39	20	-	212,31	20	127,39	-
53	24	-	99,52	24	101,92	-	40	-	-
54	-	105,1	-	30	-	244,98	20	-	159,24
55	30	-	212,31	10	47,77	-	-	79,62	-
56	-	63,69	-	20	63,69	-	20	-	212,31
57	16	-	132,7	-	-	132,7	24	76,43	-
58	18	82,8	-	26	57,32	-	-	-	53,08
59	20	-	-	18	-	132,7	18	76,43	-
60	-	-	117,96	10	117,83	-	12	-	318,47
61	40	95,54	-	7	76,43	-	-	-	318,47
62	20	-	-	12	-	199,04	12	50,96	-
63	25	111,46	-	20	-	212,31	22	-	-
64	22	-	-	5	38,22	-	5	-	265,39
65	-	159,42	-	40	95,54	-	14	-	66,35
66	18	76,43	-	18	-	-	9	-	79,62
67	-	-	159,24	30	111,46	-	20	-	212,31

Продовження таблиці 2.1

Варіант	Z_{α}			Z_{β}			Z_{γ}		
	R_{α} , Ом	L_{α} , мГн	C_{α} , мкФ	R_{β} , Ом	L_{β} , мГн	C_{β} , мкФ	R_{γ} , Ом	L_{γ} , мГн	C_{γ} , мкФ
68	18	-	132,7	18	-	-	9	127,39	-
69	20	-	212,31	30	111,46	-	-	-	159,24
70	40	-	106,16	7	-	132,7	-	31,85	-
71	20	-	-	12	50,96	-	12	-	199,04
72	-	127,39	-	20	-	159,24	20	63,69	-
73	15	-	66,35	15	146,5	-	50	-	-
74	-	114,65	-	20	-	212,31	20	-	88,46
75	20	63,69	-	25	-	159,24	-	114,65	-
76	8	19,11	-	8	-	530,79	20	-	-
77	-	-	127,39	25	15,92	-	25	-	636,94
78	40	-	79,62	-	127,39	-	20	63,69	-
79	17	31,85	-	12	15,92	-	-	-	127,39
80	-	-	117,95	27	104,14	-	15	63,69	-
81	-	159,24	-	24	-	132,7	20	-	79,62
82	-	-	95,64	20	58,28	-	20	-	174,03
83	10	-	183,87	10	55,16	-	30	-	-
84	12	38,6	-	18	-	-	30	-	79,62
85	-	-	83,81	19	60,51	-	11	63,69	-
86	12	-	199,04	25	-	-	12	50,96	-
87	25	-	-	12	50,96	-	9	-	79,62
88	22	-	-	22	-	83,59	22	121,34	-
89	-	89,17	-	28	-	113,74	12	50,96	-
90	35	-	90,99	30	-	-	10	31,85	-
91	12	50,96	-	20	-	212,31	-	-	144,76
92	18	-	132,7	-	63,69	-	20	47,77	-
93	-	70,06	-	24	-	454,96	25	-	127,39
94	-	-	144,76	27	88,46	-	15	-	398,09
95	16	28,66	-	-	-	144,76	12	-	636,94
96	-	-	127,39	20	47,77	-	15	-	159,24
97	-	79,62	-	15	-	159,24	7	76,43	-
98	-	-	144,76	18	76,43	-	12	50,96	-
99	20	-	212,31	-	70,06	-	18	-	132,76
100	15	63,69	-	22	-	83,59	25	-	-

Активний, реактивний та повний опори кола:

$$R = R_\alpha + R_\beta = 20 + 23,3 = 43,3 \text{ Ом}; \quad X = X_{L\alpha} - X_{C\gamma} = 15 - 40 = -25 \text{ Ом};$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{43,3^2 + (-25)^2} = 50 \text{ Ом}.$$

Струм у колі $I = \frac{U}{Z} = \frac{200}{50} = 4 \text{ А}.$

Кут зсуву фаз між векторами струму та напругою джерела

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{-25}{43,3} = -30^\circ.$$

Повні опори споживачів:

$$Z_\alpha = \sqrt{R_\alpha^2 + X_{L\alpha}^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ Ом}; \quad Z_\beta = R_\beta = 23,3 \text{ Ом}; \quad Z_\gamma = X_{C\gamma} = 40 \text{ Ом}.$$

Напруги на споживачах:

$$U_\alpha = I Z_\alpha = 4 \cdot 25 = 100 \text{ В}; \quad U_\beta = I Z_\beta = 4 \cdot 23,3 = 93,2 \text{ В}; \quad U_\gamma = I Z_\gamma = 4 \cdot 40 = 160 \text{ В}.$$

Кути зсуву фаз між векторами струму I і напругами $\underline{U}_\alpha, \underline{U}_\beta, \underline{U}_\gamma$

споживачів:

$$\varphi_\alpha = \arctg \frac{X_{L\alpha}}{R_\alpha} = \arctg \frac{15}{20} = 36,87^\circ;$$

$$\varphi_\beta = \arctg \frac{0}{R_\beta} = \arctg \frac{0}{23,3} = 0^\circ;$$

$$\varphi_\gamma = \arctg \frac{-X_{C\gamma}}{0} = \arctg \frac{-40}{0} = -90^\circ.$$

На рис. 2.8 побудовано векторну діаграму. Пояснимо порядок будовання.

Для схеми за рис. 2.7 загальним є струм, для якого приймаємо початкову фазу $\psi_i = 0^\circ$. Вибираємо масштаб струму і проводимо вектор I по горизонтальній осі. Далі вибираємо масштаб напруг і проводимо вектор напруги джерела під кутом φ за рухом годинникової стрілки відносно вектора

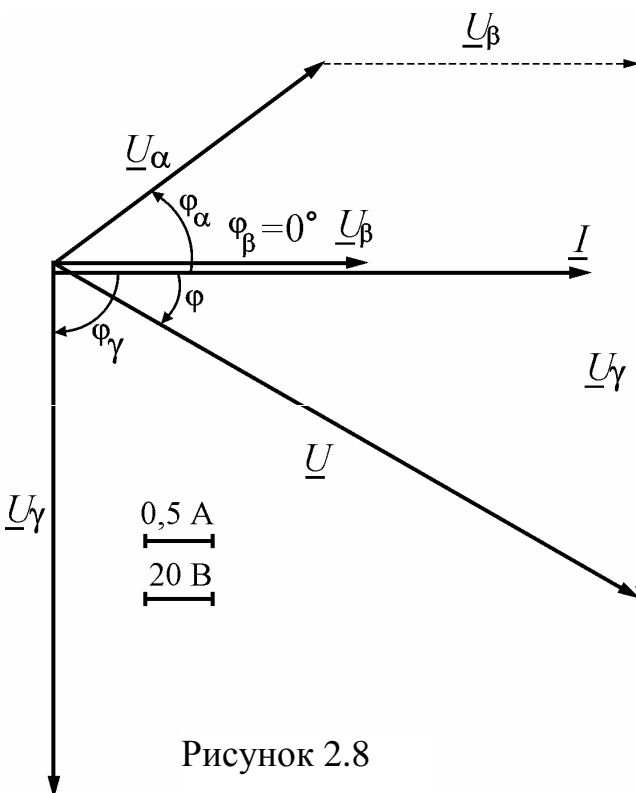


Рисунок 2.8

струму I , а також вектори напруг на споживачах $\underline{U}_\alpha, \underline{U}_\beta, \underline{U}_\gamma$ під відповідними кутами зсуву фаз $\varphi_\alpha, \varphi_\beta, \varphi_\gamma$ відносно вектора I .

Користуючись векторною діаграмою, зробимо перевірку рішення на основі другого закону Кірхгофа для кола за рис. 2.7. Векторна сума напруг споживачів дає вектор напруги джерела енергії, тобто $\underline{U} = \underline{U}_\alpha + \underline{U}_\beta + \underline{U}_\gamma$ (рис. 2.8), який за прийнятим масштабом повинен дорівнювати 200 В.

Повна, активна та реактивна потужності джерела енергії:

$$S = U \cdot I = 200 \cdot 4 = 800 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 200 \cdot 4 \cdot \cos(-30^\circ) = 692,8 \text{ Вт};$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 200 \cdot 4 \cdot \sin(-30^\circ) = -400 \text{ вар.}$$

Співвідношення цих потужностей зображено на рис. 2.9 за допомогою їх трикутника.

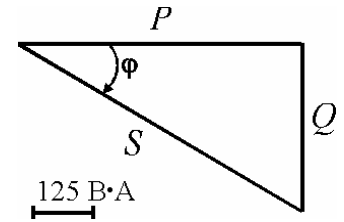


Рисунок 2.9

Відповідно до балансу активних потужностей

$$P = R_\alpha \cdot I^2 + R_\beta \cdot I^2 = 20 \cdot 4^2 + 23,3 \cdot 4^2 = 692,8 \text{ Вт},$$

що співпадає з активною потужністю джерела.

Відповідно до балансу реактивних потужностей

$$Q = X_{L\alpha} \cdot I^2 - X_{C\gamma} \cdot I^2 = 15 \cdot 4^2 - 40 \cdot 4^2 = -400 \text{ вар.},$$

що співпадає з реактивною потужністю джерела.

Амплітудні значення струму і напруги джерела енергії:

$$I_m = \sqrt{2} \cdot I = \sqrt{2} \cdot 4 = 5,66 \text{ А}; \quad U_m = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2} \cdot 200 = 282 \text{ В.}$$

Синусоїдні часові функції струму і напруги джерела енергії:

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i) = 5,66 \cdot \sin 314 t \text{ А};$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = 282,8 \cdot \sin(314t - 30^\circ) \text{ В},$$

де початкова фаза струму вже обрана ($\psi_i = 0^\circ$), а початкову фазу ψ_u знаходимо, пам'ятаючи, що кут $\varphi = \psi_u - \psi_i$: $\psi_u = \varphi + \psi_i = -30^\circ + 0^\circ = -30^\circ$.

Графіки синусоїд струму і напруги зображаються при використанні не масштабу часу t , а кратного йому масштабу ωt , що більш зручно при побудові цих графіків. У табл. 2.2 наведені розрахунки струму і напруги для різних значень ωt , а на рис. 2.10 зображено графіки функцій $i(t)$ та $u(t)$.

Таблиця 2.2 – Значення струму і напруги джерела енергії залежно від часу

ωt , рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
ωt , град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
i , А	0	2,83	4,9	5,66	4,9	2,83	0	-2,83	-4,9	-5,66	-4,9	-2,83	0
u , В	-141	0	141	245	283	245	141	0	-141	-245	-283	-245	-141

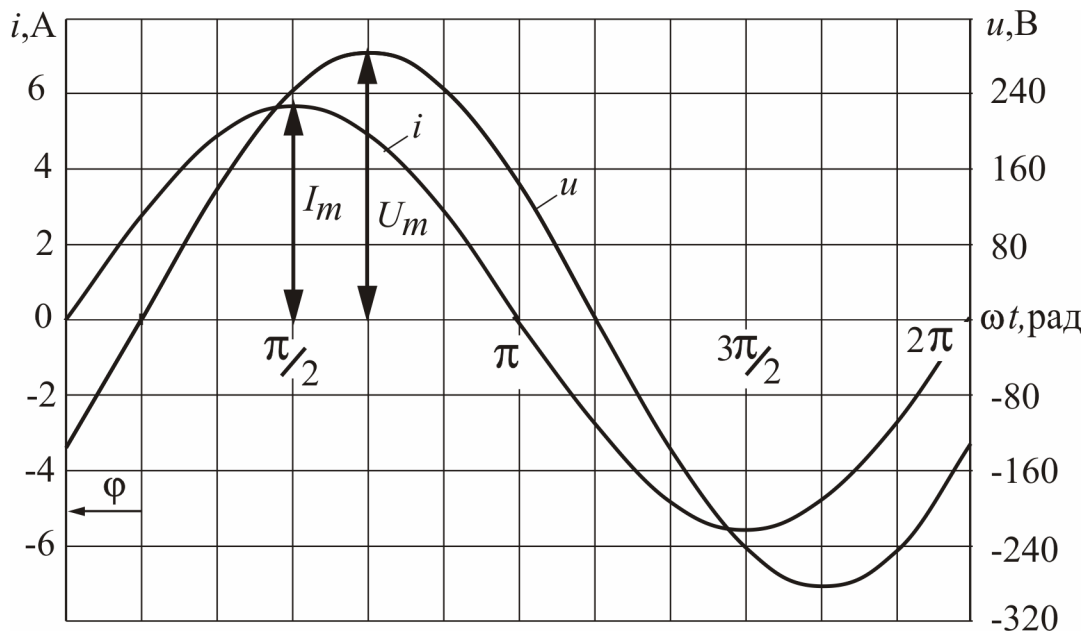


Рисунок 2.10

Приклад 2. Розрахувати електричне коло при паралельному з'єднанні споживачів Z_α , Z_β і Z_γ , схему якого зображено на рис. 2.2. Діюче значення напруги $U = 220$ В. Параметри ідеальних елементів споживачів: $R_\alpha = 24$ Ом; $X_{C\alpha} = 32$ Ом; $R_\beta = 20$ Ом; $X_{L\beta} = 20$ Ом; $X_{L\gamma} = 80$ Ом.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему електричного кола за рис. 2.2 з ідеальними елементами заміщення кожного споживача; б) визначити струми в колі, активні та реактивні потужності джерела та споживачів; в) побудувати векторну діаграму напруги і струмів усіх споживачів; г) зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей.

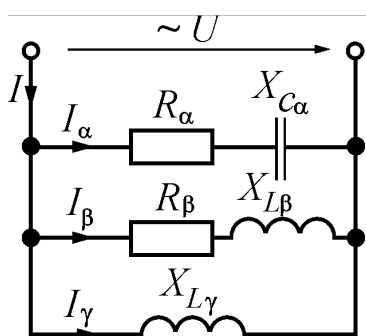


Рисунок 2.11

Розв'язання. На рис. 2.11 зображено схему заміщення кола за рис. 2.2 з ідеальними елементами замість Z_α , Z_β , Z_γ .

Повні опори паралельних віток:

$$Z_\alpha = \sqrt{R_\alpha^2 + (-X_{C\alpha})^2} = \sqrt{24^2 + (-32)^2} = 40 \text{ Ом};$$

$$Z_\beta = \sqrt{R_\beta^2 + X_{L\beta}^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28,28 \text{ Ом};$$

$$Z_\gamma = X_{L\gamma} = 80 \text{ Ом}.$$

Струми в паралельних вітках:

$$I_\alpha = \frac{U}{Z_\alpha} = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ А}; \quad I_\beta = \frac{U}{Z_\beta} = \frac{220}{28,28} = 7,78 \text{ А}; \quad I_\gamma = \frac{U}{Z_\gamma} = \frac{220}{80} = 2,75 \text{ А}.$$

Кути зсуву фаз між векторами струмів I_α , I_β і I_γ та вектором напруги \underline{U} :

$$\varphi_{\alpha} = \arctg \frac{-X_{C\alpha}}{R_{\alpha}} = \arctg \frac{-32}{24} = -53,13^{\circ}; \quad \varphi_{\beta} = \arctg \frac{X_{L\beta}}{R_{\beta}} = \arctg \frac{20}{20} = 45^{\circ};$$

$$\varphi_{\gamma} = 90^{\circ} \text{ (індуктивний елемент).}$$

Для визначення струму джерела скористаємося векторною діаграмою (рис. 2.12), де вектори будуються в зазначених масштабах. Першим будемо вектор напруги \underline{U} . Його початкову фазу приймаємо довільно ($\psi_u = 0^{\circ}$). Вектори струмів \underline{I}_{α} , \underline{I}_{β} і \underline{I}_{γ} будемо користуватись початковими фазами. Тому що $\psi_u = 0^{\circ}$, початкові фази визначаємо за формулами:

$$\psi_{i_{\alpha}} = -\varphi_{\alpha} = 53,13^{\circ}; \quad \psi_{i_{\beta}} = -\varphi_{\beta} = -45^{\circ}; \quad \psi_{i_{\gamma}} = -\varphi_{\gamma} = -90^{\circ}.$$

За першим законом Кірхгофа (рис. 2.11) вектор струму джерела є векторна сума струмів паралельних віток, тобто $\underline{I} = \underline{I}_{\alpha} + \underline{I}_{\beta} + \underline{I}_{\gamma}$ (рис. 2.12). Геометричне складання цих векторів дає на основі вимірів значення струму джерела $I \approx 9,7 \text{ A}$ і кут зсуву фаз $\varphi \approx 24^{\circ}$.

Точніші результати можна одержати безпосереднє розрахунками, застосовуючи розкладання векторів струмів на активні й реактивні складові: перші – паралельні вектору \underline{U} , а другі – перпендикулярні до нього. Розклад векторів на складові подано на векторній діаграмі (рис. 2.12).

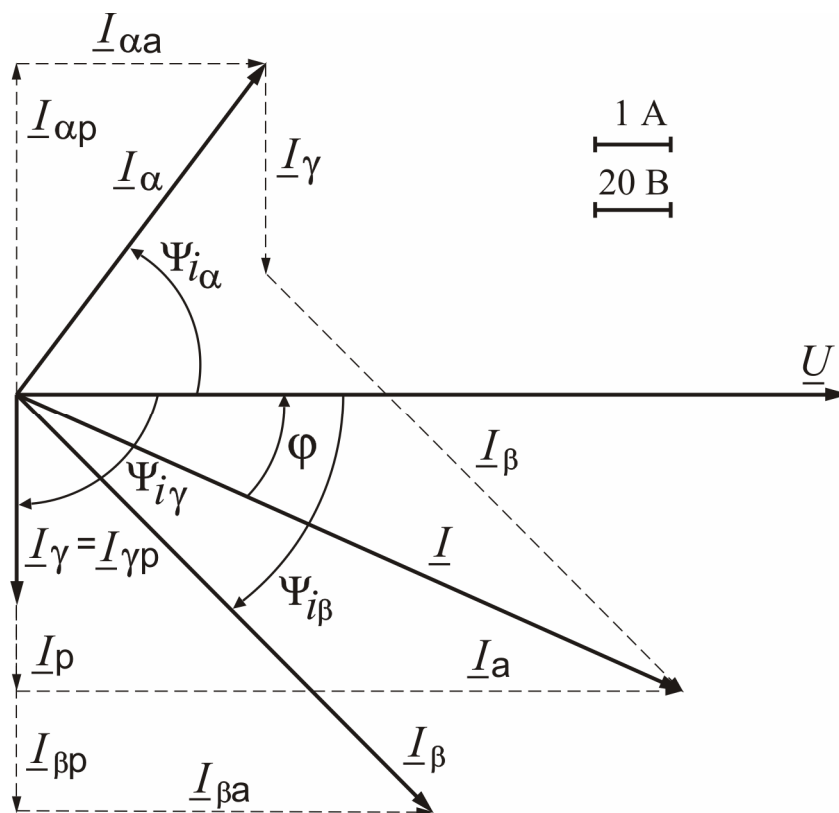


Рисунок 2.12

Активні та реактивні складові струмів споживачів:

$$I_{\alpha a} = I_{\alpha} \cos \psi_{i_{\alpha}} = 5,5 \cos 53,13^{\circ} = 3,3 \text{ A};$$

$$I_{\beta a} = I_{\beta} \cos \psi_{i_{\beta}} = 7,78 \cos(-45^{\circ}) = 5,5 \text{ A};$$

$$I_{\gamma a} = I_{\gamma} \cos \psi_{i_{\gamma}} = 2,75 \cos(-90^{\circ}) = 0 \text{ A};$$

$$I_{\alpha p} = I_{\alpha} \sin \psi_{i_{\alpha}} = 5,5 \sin 53,13^{\circ} = 4,4 \text{ A};$$

$$I_{\beta p} = I_{\beta} \sin \psi_{i_{\beta}} = 7,78 \sin(-45^{\circ}) = -5,5 \text{ A};$$

$$I_{\gamma p} = I_{\gamma} \sin \psi_{i_{\gamma}} = 2,75 \sin(-90^{\circ}) = -2,75 \text{ A}.$$

Активна та реактивна складові струму джерела та його діюче значення:

$$I_a = I_{\alpha a} + I_{\beta a} + I_{\gamma a} = 3,3 + 5,5 + 0 = 8,8 \text{ A};$$

$$I_p = I_{\alpha p} + I_{\beta p} + I_{\gamma p} = 4,4 - 5,5 - 2,75 = -3,85 \text{ A};$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{8,8^2 + (-3,85)^2} = 9,61 \text{ A}.$$

Кут фазового зсуву вектора струму I відносно вектора напруги U

$$\varphi = -\psi_i = -\arctg \frac{I_p}{I_a} = -\arctg \frac{-3,85}{8,8} = 23,63^{\circ}.$$

Повна, активна та реактивна потужності джерела:

$$S = U \cdot I = 220 \cdot 9,61 = 2114,2 \text{ В} \cdot \text{А}; \quad P = S \cos \varphi = 2114,2 \cdot \cos 23,63^{\circ} = 1936,9 \text{ Вт};$$

$$Q = S \sin \varphi = 2114,2 \cdot \sin 23,63^{\circ} = 847,4 \text{ вар}.$$

Відповідно до балансу активних та реактивних потужностей:

$$P = R_{\alpha} \cdot I_{\alpha}^2 + R_{\beta} \cdot I_{\beta}^2 = 24 \cdot 5,5^2 + 20 \cdot 7,78^2 = 1936,6 \text{ Вт},$$

$$Q = -X_{C\alpha} \cdot I_{\alpha}^2 + X_{L\beta} \cdot I_{\beta}^2 + X_{L\gamma} \cdot I_{\gamma}^2 = -32 \cdot 5,5^2 + 20 \cdot 7,78^2 + 80 \cdot 2,75^2 = 847,6 \text{ вар}.$$

Приклад 3. Розрахувати електричне коло за рис. 2.3 при змішаному з'єднанні споживачів Z_{α}, Z_{β} і Z_{γ} символічним методом, тобто з використанням комплексних чисел. Напруга джерела енергії $U = 127 \text{ В}$, її частота $f = 50 \text{ Гц}$. Параметри ідеальних елементів споживачів: $R_{\alpha} = 8 \text{ Ом}$; $X_{L\alpha} = 15 \text{ Ом}$; $R_{\beta} = 16 \text{ Ом}$; $X_{C\beta} = 12 \text{ Ом}$; $X_{L\gamma} = 42 \text{ Ом}$.

Обсяг розрахунку: а) зобразити електричну схему заміщення за рис. 2.3 з ідеальними елементами замість кожного споживача; б) визначити струми в колі, активні та реактивні потужності джерела енергії та споживачів; в) побудувати векторну діаграму напруг і струмів; г) зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей.

Розв'язання. Схему заміщення кола за рис. 2.3 з ідеальними елементами зображено на рис. 2.13. Струми і напруги, а також потужності будемо визначати символічним методом, тому ідеальні елементи, які з'єднані послідовно, об'єднуємо у повні комплексні опори. Від початкової схеми за рис. 2.13 переходимо до схеми з комплексними опорами віток (рис. 2.14, а), де струми і напруга також зображені у комплексній формі.

Значення комплексних опорів віток у алгебраїчній та показовій формах:

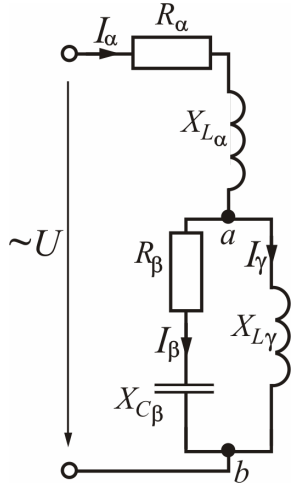


Рисунок 2.13

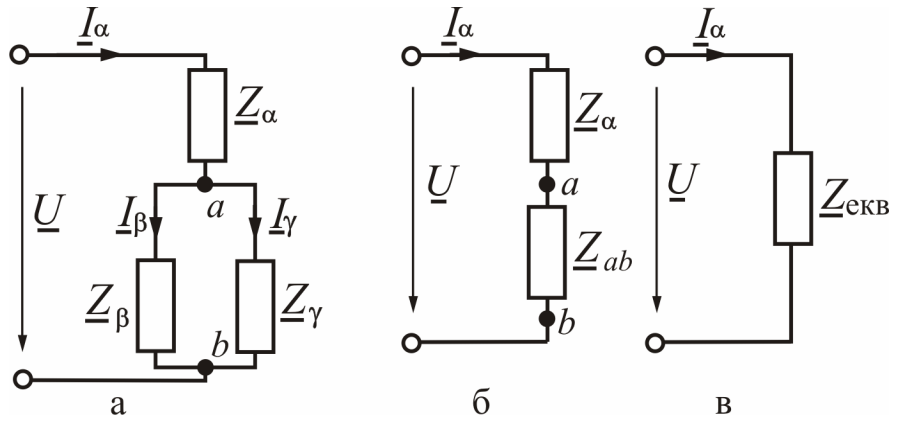


Рисунок 2.14

$$\underline{Z}_\alpha = R_\alpha + jX_{L\alpha} = 8 + j15 = \sqrt{8^2 + 15^2} \cdot e^{j \arctg \frac{15}{8}} = 17 \cdot e^{j61,93^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_\beta = R_\beta - jX_{C\beta} = 16 - j12 = \sqrt{16^2 + (-12)^2} \cdot e^{j \arctg \frac{-12}{16}} = 20 \cdot e^{-j36,87^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_\gamma = jX_{L\gamma} = j42 = 42 \cdot e^{j \arctg \frac{42}{0}} = 42 \cdot e^{j90^\circ} \text{ Ом}.$$

Ділянку кола з паралельним з'єднанням \underline{Z}_β і \underline{Z}_γ заміняємо еквівалентним комплексним опором

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{ab} &= \frac{\underline{Z}_\beta \cdot \underline{Z}_\gamma}{\underline{Z}_\beta + \underline{Z}_\gamma} = \frac{20 \cdot e^{-j36,87^\circ} \cdot 42 \cdot e^{j90^\circ}}{16 - j12 + j42} = \frac{840 \cdot e^{j53,13^\circ}}{16 + j30} = \frac{840 \cdot e^{j53,13^\circ}}{\sqrt{16^2 + 30^2} \cdot e^{j \arctg \frac{30}{16}}} = \\ &= \frac{840 \cdot e^{j53,13^\circ}}{34 \cdot e^{j61,93^\circ}} = 24,71 \cdot e^{-j8,8^\circ} = 24,71 [\cos(-8,8^\circ) + j \sin(-8,8^\circ)] = 24,42 - j3,78 \text{ Ом} \end{aligned}$$

і одержуємо більш просту схему за рис. 2.14, б.

Два послідовно з'єднаних опори \underline{Z}_α і \underline{Z}_{ab} за рис. 2.14, б заміняємо одним опором, який є еквівалентним опором усього кола (рис. 2.14, в).

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{екв}} &= \underline{Z}_\alpha + \underline{Z}_{ab} = 8 + j15 + 24,42 - j3,78 = 32,42 + j11,22 = \\ &= \sqrt{32,42^2 + 11,22^2} \cdot e^{j \arctg \frac{11,22}{32,42}} = 34,3 \cdot e^{j19,09^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Комплексне значення напруги джерела $\underline{U} = U \cdot e^{j\psi_u} = 127 \cdot e^{j0^\circ} = 127 \text{ В}$, якщо початкову фазу цієї напруги прийняти $\psi_u = 0^\circ$.

Струм джерела за законом Ома (рис. 2.14, в)

$$\underline{I}_\alpha = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{екв}}} = \frac{127 \cdot e^{j0^\circ}}{34,3 \cdot e^{j19,09^\circ}} = 3,7 \cdot e^{-j19,09^\circ} = 3,5 - j1,21 \text{ А.}$$

Напруга на споживачеві \underline{Z}_α (рис. 2.14, б)

$$\underline{U}_\alpha = \underline{Z}_\alpha \cdot \underline{I}_\alpha = 17 \cdot e^{j61,93^\circ} \cdot 3,7 \cdot e^{-j19,09^\circ} = 62,9 \cdot e^{j42,84^\circ} = 46,1 + j42,8 \text{ В.}$$

Напруга на затискачах $a-b$ (рис. 2.14, б) і, відповідно, на споживачах \underline{Z}_β і \underline{Z}_γ (рис. 2.14, а)

$$\underline{U}_{ab} = \underline{Z}_{ab} \cdot \underline{I}_\alpha = 24,71 \cdot e^{-j8,8^\circ} \cdot 3,7 \cdot e^{-j19,09^\circ} = 91,4 \cdot e^{-j27,89^\circ} = 80,8 - j42,8 \text{ В.}$$

Струми у паралельних вітках (рис. 2.14, а):

$$\underline{I}_\beta = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_\beta} = \frac{91,4 \cdot e^{-j27,89^\circ}}{20 \cdot e^{-j36,87^\circ}} = 4,57 \cdot e^{j8,98^\circ} = 4,51 + j0,71 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_\gamma = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_\gamma} = \frac{91,4 \cdot e^{-j27,89^\circ}}{42 \cdot e^{j90^\circ}} = 2,18 \cdot e^{-j117,89^\circ} = -1,02 - j1,93 \text{ А.}$$

Перевірка струмів за першим законом Кірхгофа (рис. 2.14, а): $\underline{I}_\beta + \underline{I}_\gamma = \underline{I}_\alpha$; $4,51 + j0,71 - 1,02 - j1,93 = 3,49 - j1,22 \text{ А}$ (знайдене раніше $\underline{I}_\alpha = 3,5 - j1,21 \text{ А}$).

Перевірка напруг за другим законом Кірхгофа (рис. 2.14, а): $\underline{U}_\alpha + \underline{U}_{ab} = \underline{U}$; $46,1 + j42,8 + 80,8 - j42,8 = 126,9 \text{ В}$ (прийняте $U = 127 \text{ В}$).

Невелика різниця в значеннях обумовлена округленням при розрахунках.

Співвідношення напруг $\underline{U} = \underline{U}_\alpha + \underline{U}_{ab}$ і струмів $\underline{I}_\alpha = \underline{I}_\beta + \underline{I}_\gamma$ зображено на рис. 2.15 за допомогою векторної діаграми в зазначених масштабах. Будова діаграми виконується за діючими значеннями струмів і напруг та їх початковими фазами. Діюче значення напруги і струму визначається як модуль, а початкова фаза є аргумент у показовій формі кожного комплексного числа, яке визначає струм або напругу.

Діючі значення струмів і напруг та їхні початкові фази: $I_\alpha = 3,7 \text{ А}$; $\psi_{i_\alpha} = -19,09^\circ$; $I_\beta = 4,57 \text{ А}$; $\psi_{i_\beta} = 8,98^\circ$; $I_\gamma = 2,18 \text{ А}$; $\psi_{i_\gamma} = -117,89^\circ$; $U_\alpha = 62,9 \text{ В}$; $\psi_{u_\alpha} = 42,84^\circ$; $U_{ab} = 91,4 \text{ В}$; $\psi_{U_{ab}} = -27,89^\circ$; $U = 127 \text{ В}$; $\psi_u = 0^\circ$.

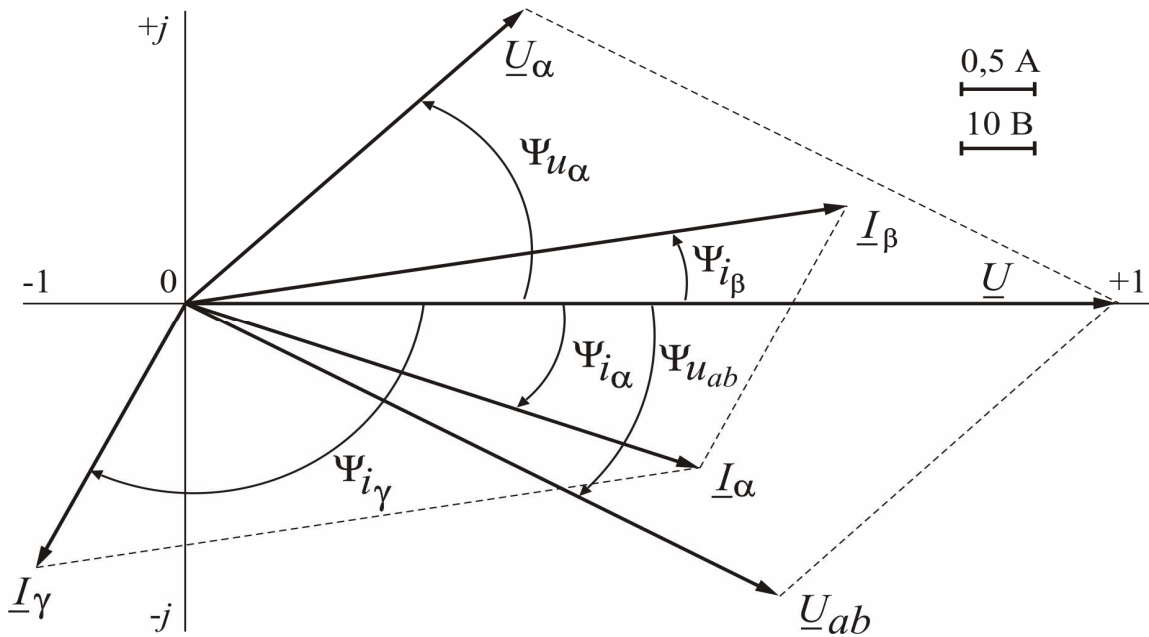


Рисунок 2.15

Векторна діаграма може також бути побудована за дійсними та уявними частинами комплексних діючих значень струмів та напруг:

$$\underline{I}_\alpha = 3,5 - j1,21 \text{ A}; \underline{I}_\beta = 4,51 + j0,71 \text{ A}; \underline{I}_\gamma = -1,02 - j1,93 \text{ A};$$

$$\underline{U}_\alpha = 46,1 + j42,8 \text{ B}; \underline{U}_{ab} = 80,8 - j42,8 \text{ B}; \underline{U} = 127 \text{ B},$$

де дійсні значення величин:

$$I'_\alpha = 3,5 \text{ A}; I'_\beta = 4,51 \text{ A}; I'_\gamma = -1,02 \text{ A}; U'_\alpha = 46,1 \text{ B}; U'_{ab} = 80,8 \text{ B}; U' = 127 \text{ B},$$

уявні значення величин:

$$I''_\alpha = -1,21 \text{ A}; I''_\beta = 0,71 \text{ A}; I''_\gamma = -1,93 \text{ A}; U''_\alpha = 42,8 \text{ B}; U''_{ab} = -42,8 \text{ B}; U'' = 0 \text{ B}.$$

Комплексна потужність джерела енергії $\underline{S}_{\text{дж}} = \underline{U} \cdot \underline{I}_\alpha^* = P_{\text{дж}} + jQ_{\text{дж}}$ визначається як добуток комплексів напруги і спряженого струму джерела енергії, які визначаються у показовій (або в алгебраїчній) формі.

Спряжений комплекс струму $\underline{I}_\alpha^* = \underline{I}_\alpha \cdot e^{-j\psi_{i\alpha}}$ визначається з вихідного $\underline{I}_\alpha = \underline{I}_\alpha \cdot e^{j\psi_{i\alpha}}$ зміною знака у показнику (або перед уявній частиною, якщо використовується алгебраїчна форма комплексного числа).

Підставимо комплекси напруги і спряженого комплексу струму джерела і проведемо перетворення:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{\text{дж}} &= \underline{U} \cdot \underline{I}_\alpha^* = 127 \cdot 3,7 \cdot e^{j19,09^\circ} = 469,9 \cdot e^{j19,09^\circ} = \\ &= 469,9 \cdot (\cos 19,09^\circ + j \sin 19,09^\circ) = 444,1 + j153,7 \text{ B} \cdot \text{A}, \end{aligned}$$

де повна потужність $S_{\text{дж}} = 469,9 \text{ B} \cdot \text{A}$ є модуль у показовій формі комплексної потужності, а потужності: активна $P_{\text{дж}} = 444,1 \text{ Вт}$ і реактивна $Q_{\text{дж}} = 153,7 \text{ вар}$ — дійсна і уявна частини з алгебраїчної форми комплексного числа.

Аналогічно визначаються потужності споживачів:

$$\underline{S}_\alpha = \underline{U}_\alpha \cdot \underline{I}_\alpha^* = 62,9 \cdot e^{j42,84^\circ} \cdot 3,7 \cdot e^{j19,09^\circ} = 232,7 \cdot e^{j61,93^\circ} = 109,5 + j205,3 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_\beta = \underline{U}_{ab} \cdot \underline{I}_\beta^* = 91,4 \cdot e^{-j27,89^\circ} \cdot 4,57 \cdot e^{-j8,98^\circ} = 417,7 \cdot e^{-j36,87^\circ} = 334,2 - j250,6 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_\gamma = \underline{U}_{ab} \cdot \underline{I}_\gamma^* = 91,4 \cdot e^{-j27,89^\circ} \cdot 2,18 \cdot e^{j117,89^\circ} = 199,3 \cdot e^{j90^\circ} = j199,3 \text{ В} \cdot \text{А},$$

де $\underline{I}_\alpha^*, \underline{I}_\beta^*, \underline{I}_\gamma^*$ – спряжені струми споживачів;

активні потужності споживачів: $P_\alpha = 109,5 \text{ Вт}$; $P_\beta = 334,2 \text{ Вт}$; $P_\gamma = 0$,

реактивні потужності споживачів: $Q_\alpha = 205,3 \text{ вар}$; $Q_\beta = -250,6 \text{ вар}$;

$Q_\gamma = 199,3 \text{ вар}$.

Рівняння балансу активних потужностей

$$P_{\text{дж}} = P_\alpha + P_\beta + P_\gamma; \quad 444,1 \text{ Вт} \approx 109,5 + 334,2 + 0 = 443,7 \text{ Вт}.$$

Рівняння балансу реактивних потужностей

$$Q_{\text{дж}} = Q_\alpha + Q_\beta + Q_\gamma; \quad 153,7 \text{ вар} \approx 205,3 - 250,6 + 199,3 = 154 \text{ вар}.$$

Приклад 4. В трифазну мережу з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ увімкнено симетричне навантаження, яке з'єднується “зіркою”. Навантаження складається з двох послідовно з'єднаних споживачів Z_α, Z_β у кожній фазі з параметрами $R_\alpha = 16 \text{ Ом}$; $X_{L\alpha} = 30 \text{ Ом}$; $R_\beta = 22,1 \text{ Ом}$; $X_{C\beta} = 8 \text{ Ом}$.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему заміщення трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б) визначити фазні і лінійні струми, а також споживані активну та реактивну потужності; в) побудувати векторну діаграму.

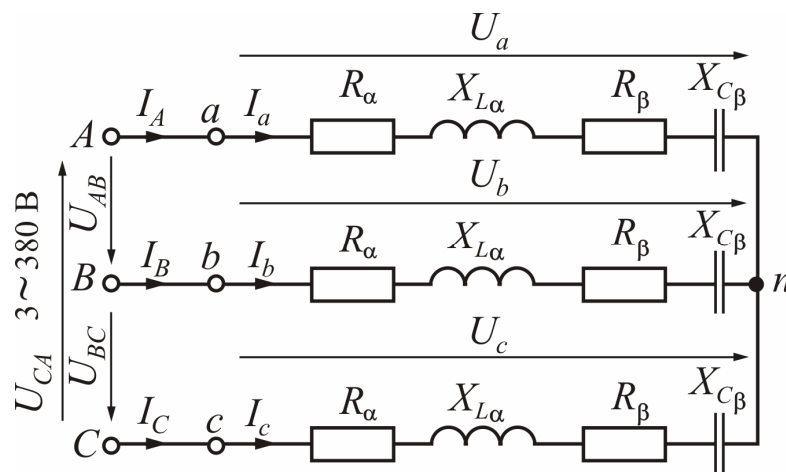


Рисунок 2.16

Розв’язання. На рис. 2.16 зображена схема заміщення трифазного кола при з’єднанні навантаження “зіркою”.

$$\text{Фазні напруги у мережі } U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

При симетричному навантаженні фазні напруги на споживачах дорівнюють фазним напругам мережі U_{ϕ} , тобто $U_a = U_b = U_c = U_{\phi} = 220 \text{ В}$.

Повний опір кожної фази

$$Z_{\phi} = \sqrt{(R_{\alpha} + R_{\beta})^2 + (X_{L\alpha} - X_{C\beta})^2} = \sqrt{(16 + 22,1)^2 + (30 - 8)^2} = 44 \text{ Ом.}$$

Фазовий зсув між фазними напругою і струмом у кожній фазі

$$\varphi = \arctg \frac{X_{L\alpha} - X_{C\beta}}{R_{\alpha} + R_{\beta}} = \arctg \frac{30 - 8}{16 + 22,1} = 30^{\circ}.$$

Фазні та лінійні струми:

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{220}{44} = 5 \text{ А; } I_a = I_b = I_c = I_{\phi} = 5 \text{ А; } I_A = I_B = I_C = I_{\text{л}} = I_{\phi} = 5 \text{ А.}$$

Активна та реактивна потужності усього кола:

$$P_Y = 3P_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi}\cos\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 5 \cdot \cos 30^{\circ} = 2858 \text{ Вт;}$$

$$Q_Y = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi}\sin\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 5 \cdot \sin 30^{\circ} = 1650 \text{ вар.}$$

Векторна діаграма зображена на рис. 2.17. Вона будується таким чином. Вибираємо масштаби струмів та напруг і початкову фазу $\Psi_{U_A} = 0^{\circ}$ вектора напруги \underline{U}_A та по горизонтальній осі проводимо цей вектор. Вектори фазних напруг споживачів $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c$ при симетричному навантаженні дорівнюють векторам напруг мережі $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ і створюють трифазну симетричну систему, тобто мають однакові діючі значення і зсунуті за фазою одна відносно одної на кут 120° . Вектор напруги \underline{U}_B відстає від вектора \underline{U}_A на кут 120° , тому він повертається на цей кут за рухом годинникової стрілки, а вектор напруги \underline{U}_C випереджає вектор \underline{U}_A на кут 120° , тому він повертається на цей кут проти руху годинникової стрілки.

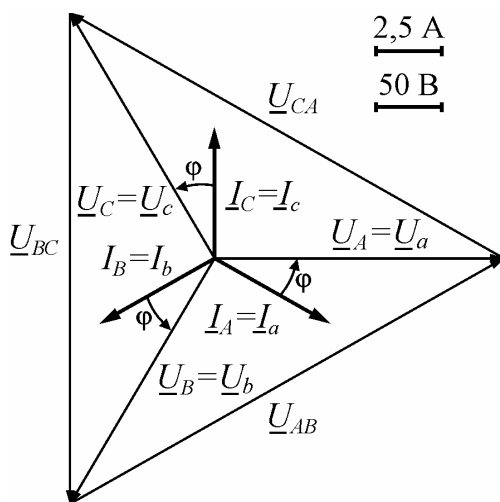


Рисунок 2.17

Вектори лінійних напруг $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$ будуюмо з використанням другого закону Кірхгофа за формулами:

$$U_{AB} = U_A - U_B; \quad U_{BC} = U_B - U_C; \quad U_{CA} = U_C - U_A,$$

тобто з'єднаємо кінці векторів напруг U_A, U_B, U_C між собою і одержимо вектори лінійних напруг, як це зображено на рис. 2.17.

Кожний фазний струм відстає від своєї фазної напруги на кут $\varphi=30^\circ$, тому він повертається за рухом годинникової стрілки на цей кут відносно своєї фазної напруги.

Приклад 5. В трифазну мережу з лінійною напругою $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ увімкнено симетричне навантаження, яке з'єднується “трикутником”. Навантаження складається з двох послідовно з'єднаних споживачів Z_α, Z_γ у кожній фазі з параметрами $R_\alpha = 20 \text{ Ом}; R_\gamma = 10 \text{ Ом}; X_{C\gamma} = 30 \text{ Ом}$.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему заміщення трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б) визначити фазні і лінійні струми, а також споживані активну та реактивну потужності; в) побудувати векторну діаграму.

Розв'язання. На рис. 2.18 зображена схема заміщення трифазного кола при з'єднанні споживачів “трикутником”.

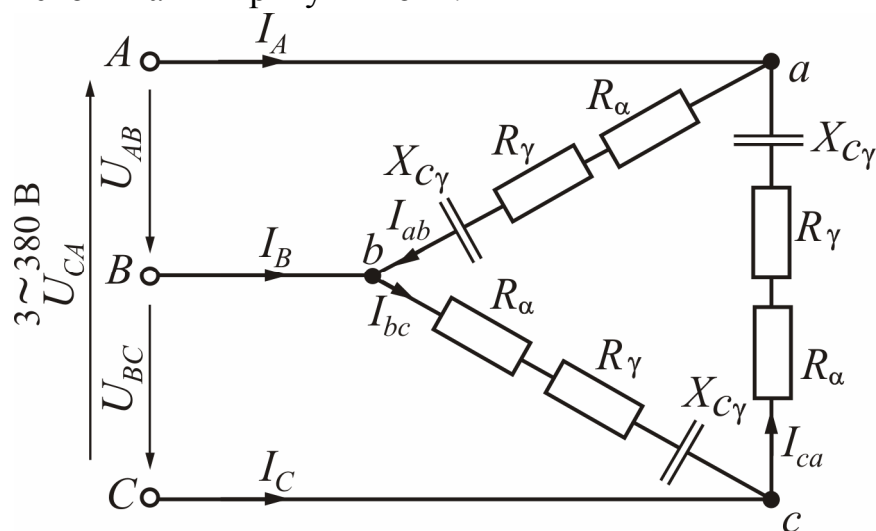


Рисунок 2.18

Повній опір кожної фази

$$Z_\phi = \sqrt{(R_\alpha + R_\gamma)^2 + (-X_{C\gamma})^2} = \sqrt{(20 + 10)^2 + (-30)^2} = 42,43 \text{ Ом.}$$

Фазовий зсув між фазними напругою і струмом у кожній фазі

$$\varphi = \arctg \frac{-X_{C\gamma}}{R_\alpha + R_\gamma} = \arctg \frac{-30}{20 + 10} = -45^\circ.$$

При з'єднанні споживачів у “трикутник” фазні напруги U_{ab}, U_{bc}, U_{ca} співпадають з відповідними лінійними напругами мережі U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} ,

тому фазні напруги споживачів $U_\phi = U_\Delta = 380$ В.

$$\text{Фазні струми: } I_\phi = \frac{U_\phi}{Z_\phi} = \frac{380}{42,43} = 8,96 \text{ А; } I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_\phi = 8,96 \text{ А.}$$

$$\text{Лінійні струми: } I_A = I_B = I_C = I_\Delta = \sqrt{3}I_\phi = \sqrt{3} \cdot 8,96 = 15,52 \text{ А.}$$

Активна та реактивна потужності усього кола:

$$P_\Delta = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos\varphi = 3 \cdot 380 \cdot 8,96 \cdot \cos(-45)^\circ = 7222 \text{ Вт;}$$

$$Q_\Delta = 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin\varphi = 3 \cdot 380 \cdot 8,96 \cdot \sin(-45)^\circ = -7222 \text{ вар.}$$

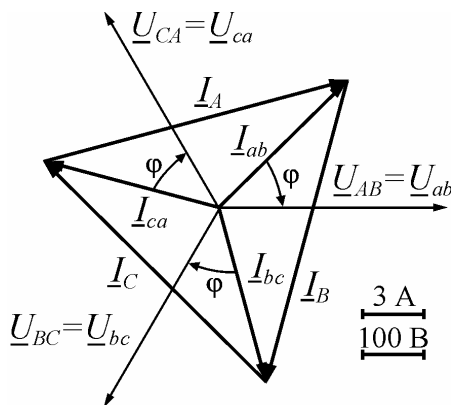


Рисунок 2.19

Векторна діаграма зображена на рис. 2.19. Діаграма будується таким чином. Визначаємо масштаби струмів та напруг і вибираємо початкову фазу $\Psi_{U_{AB}} = 0^\circ$ вектора напруги U_{AB} та по горизонтальній осі проводимо цей вектор. Вектори лінійних напруг мережі U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} (які також є фазними напругами на споживачах U_{ab} , U_{bc} , U_{ca}) створюють трифазну симетричну систему, тобто вони мають однакові діючі значення і зсувені за фазою одна відносно одної на кут 120° . Вектор напруги U_{BC} відстає

від вектора U_{AB} на кут 120° , тому він повертається на цей кут за рухом годинникової стрілки, а вектор напруги U_{CA} випереджає вектор U_{AB} на кут 120° , тому він повертається на цей кут проти руху годинникової стрілки.

Кожний вектор фазного струму I_{ab} , I_{bc} , I_{ca} випереджає свій фазний вектор напруги на кут $\varphi = -45^\circ$, тому він повертається проти руху годинникової стрілки на цей кут відносно фазної напруги.

Вектори лінійних струмів I_A , I_B , I_C будуюмо з використанням першого закону Кірхгофа за формулами:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}, \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc},$$

тобто з'єднаємо кінці векторів струмів I_{ab} , I_{bc} , I_{ca} між собою і одержимо вектори лінійних струмів, як це зображено на рис. 2.19.

Приклад 6. В трифазну мережу з лінійною напругою $U_\Delta = 380$ В увімкнено несиметричне навантаження споживачів Z_α , Z_β і Z_γ зіркою з нейтраллю (по одному споживачу в кожену фазу). Параметри споживачів: $R_\alpha = 12$ Ом, $X_{L\alpha} = 16$ Ом, $R_\beta = 32$ Ом, $X_{C\beta} = 24$ Ом, $X_{L\gamma} = 20$ Ом.

Обсяг розрахунку: а) зобразити електричну схему трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б) визначити фазні і лінійні струми, а також струм у нейтральному проводі; в) визначити споживані активну та реактивну потужності; г) побудувати векторну діаграму.

Розв'язання. На рис. 2.20 зображена електрична схема трифазного кола.

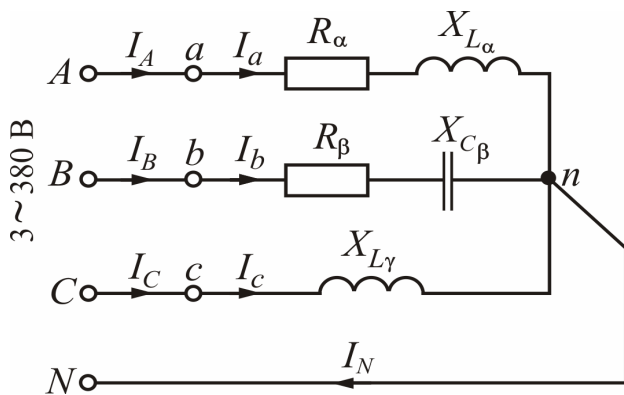


Рисунок 2.20

Фазні напруги мережі

$$U_A = U_B = U_C = U_\phi = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

За наявності нейтрального проводу фазні напруги мережі дорівнюють фазним напругам на споживачах:

$$U_A = U_a; U_B = U_b; U_C = U_c.$$

$$U_a = U_b = U_c = U_\phi = 220 \text{ В.}$$

Повні опори й кути зсуву фаз навантаження:

$$Z_\alpha = \sqrt{R_\alpha^2 + X_{L\alpha}^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ Ом}, Z_\beta = \sqrt{R_\beta^2 + (-X_{C\beta})^2} = \sqrt{32^2 + (-24)^2} = 40 \text{ Ом},$$

$$Z_\gamma = X_{L\gamma} = 20 \text{ Ом}, \varphi_\alpha = \arctg \frac{X_{L\alpha}}{R_\alpha} = \arctg \frac{16}{12} = 53,13^\circ;$$

$$\varphi_\beta = \arctg \frac{-X_{C\beta}}{R_\beta} = \arctg \frac{-24}{32} = -36,87^\circ; \varphi_\gamma = 90^\circ.$$

Діючі значення фазних струмів, які дорівнюють лінійним,

$$I_a = I_A = \frac{U_a}{Z_\alpha} = \frac{220}{20} = 11 \text{ А}, I_b = I_B = \frac{U_b}{Z_\beta} = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ А}, I_c = I_C = \frac{U_c}{Z_\gamma} = \frac{220}{20} = 11 \text{ А}.$$

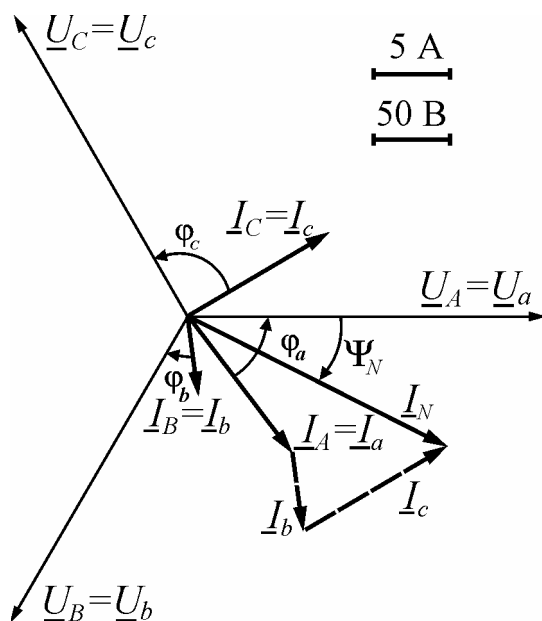


Рисунок 2.21

Побудуємо векторну діаграму (рис. 2.21). Приймаємо початкову фазу напруги для фази A $\psi_{U_A} = 0^\circ$ і будуємо векторну діаграму напруг і струмів, як у прикладі 4. Визначаємо діюче значення струму в нейтральному проводі ($I_N = I_a + I_b + I_c$) прямим вимірюванням довжини вектора I_N і множенням її на масштаб струму ($I_N = 19 \text{ А}$). Початкова фаза струму нейтрального проводу, яка визначена за допомогою транспортира, дорівнює $\psi_{i_N} = -27,5^\circ$.

Можна перевірити здобуті результати, звернувшись до символічного методу.

Фазні синусоїдні напруги утворюють трифазну симетричну систему:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_a = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_B = \underline{U}_b = 220 e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_C = \underline{U}_c = 220 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Комплексні повні опори фаз споживачів:

$$\underline{Z}_\alpha = Z_\alpha e^{j\varphi_\alpha} = 20 e^{j53,13^\circ} \text{ В}, \quad \underline{Z}_\beta = Z_\beta e^{j\varphi_\beta} = 40 e^{-j36,87^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{Z}_\gamma = Z_\gamma e^{j\varphi_\gamma} = 20 e^{j90^\circ} \text{ В}.$$

Лінійні і фазні струми:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_\alpha} = \frac{220 e^{j0^\circ}}{20 e^{j53,13^\circ}} = 11 e^{-j53,13^\circ} = 6,6 - j8,8 \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_\beta} = \frac{220 e^{-j120^\circ}}{40 e^{-j36,87^\circ}} = 5,5 e^{-j83,13^\circ} = 0,66 - j5,46 \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_\gamma} = \frac{220 e^{j120^\circ}}{20 e^{j90^\circ}} = 11 e^{j30^\circ} = 9,53 + j5,5 \text{ А},$$

де діючі значення фазних струмів, які дорівнюють лінійним,

$$I_a = I_A = 11 \text{ А}; \quad I_b = I_B = 5,5 \text{ А}; \quad I_c = I_C = 11 \text{ А};$$

початкові фази струмів:

$$\psi_{i_a} = -53,13^\circ; \quad \psi_{i_b} = -83,13^\circ; \quad \psi_{i_c} = 30^\circ.$$

Струм в нейтральному проводі

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 6,6 - j8,8 + 0,66 - j5,46 + 9,53 + j5,5 = 16,79 - j8,76 =$$

$$= 18,94 e^{-j27,55^\circ} \text{ А},$$

де діюче значення струму в нейтральному проводу $I_N = 18,94 \text{ А}$, а його початкова фаза $\psi_{i_N} = -27,55^\circ$.

Як видно, розрахункові значення струму та його початкової фази практично збігаються зі значеннями, здобутими із векторної діаграми.

Активна та реактивна потужності усього кола:

$$P = P_\alpha + P_\beta + P_\gamma = U_a \cdot I_a \cdot \cos \varphi_\alpha + U_b \cdot I_b \cdot \cos \varphi_\beta + U_c \cdot I_c \cdot \cos \varphi_\gamma =$$

$$= 220 \cdot 11 \cdot \cos 53,13^\circ + 220 \cdot 5,5 \cdot \cos(-36,87^\circ) + 220 \cdot 11 \cdot \cos 90^\circ = 2420 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_\alpha + Q_\beta + Q_\gamma = U_a \cdot I_a \cdot \sin \varphi_\alpha + U_b \cdot I_b \cdot \sin \varphi_\beta + U_c \cdot I_c \cdot \sin \varphi_\gamma =$$

$$= 220 \cdot 11 \cdot \sin 53,13^\circ + 220 \cdot 5,5 \cdot \sin(-36,87^\circ) + 220 \cdot 11 \cdot \sin 90^\circ = 3630 \text{ Вт}.$$