



ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ОДНОФАЗНОГО СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"

ОСНОВНІ ПАРАМЕТРИ І ФОРМИ УЯВЛЕННЯ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

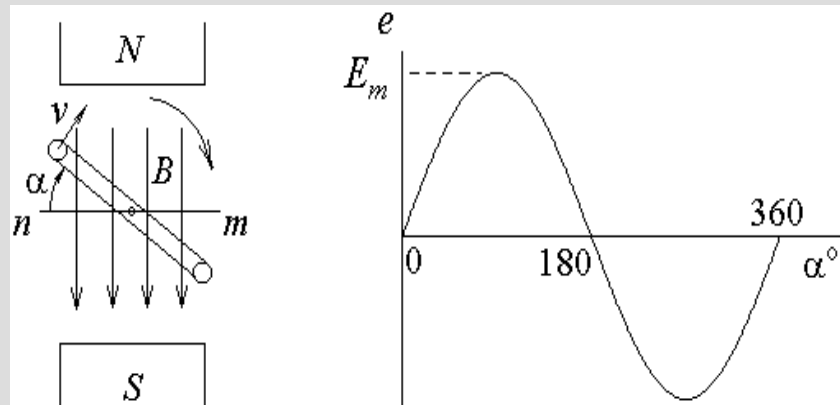
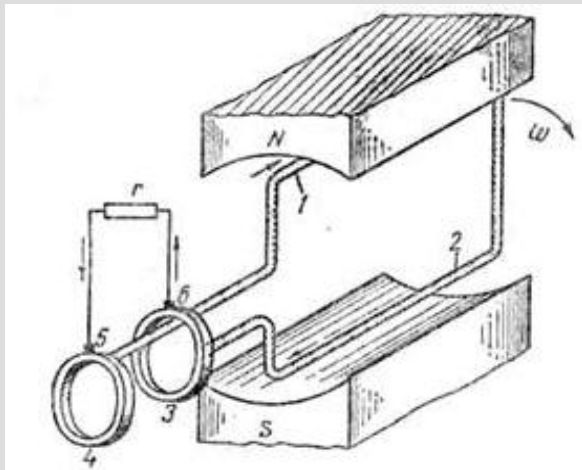
Під *змінним струмом* розуміють струм, значенням і напрямком якого періодично змінюються.

1. Змінний струм створити простіше, ніж постійний за допомогою електричних генераторів, ротор яких обертається стороннім приводом;
2. Змінний струм можна легко перетворити у струм іншої напруги за допомогою трансформаторів;
3. Змінний струм можна передавати на велику відстань з малими втратами.

Найбільш поширеною формою змінного струму є синусоїдальна, оскільки:

- 1) найпростіше отримати таку форму струму;
- 2) відносна простота розрахунку кіл синусоїдального струму;
- 3) ККД електричних машин і пристроїв вище при синусоїдальному струмі.

$$e = Blv_n \quad v_n = v \cdot \sin \alpha \quad e = Blv \sin \alpha = E_m \sin \alpha \quad E_m = Blv$$



Модель генератора змінного струму (а)
та графік синусоїдальної ЕРС

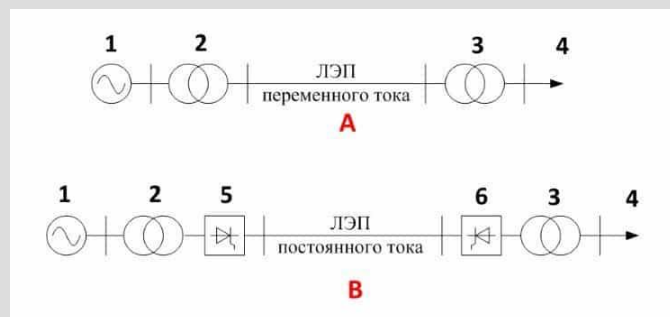
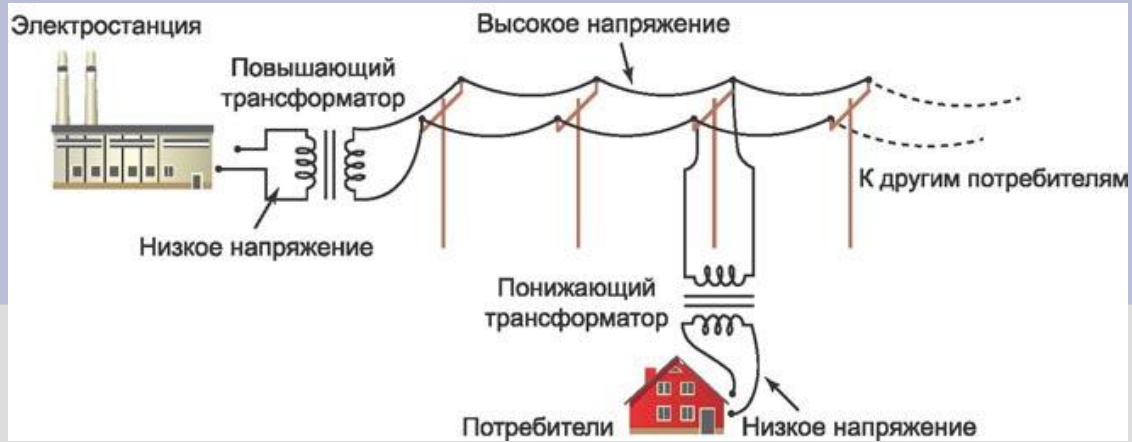


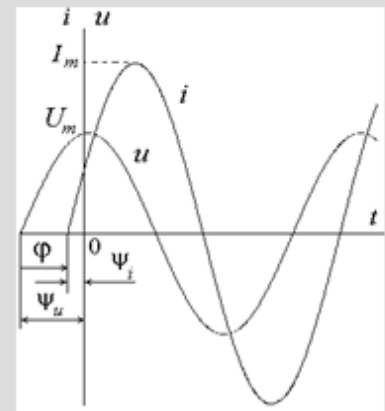
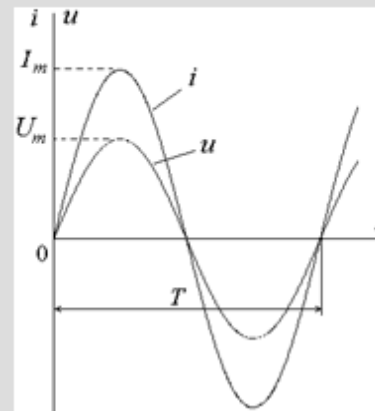
Схема распределения электроэнергии



Форми подання синусоїдального струму:

- 1) математична – у вигляді формул;
- 2) графічна – у вигляді графіків у часі;
- 3) векторна – у вигляді векторів;
- 4) символічна – у вигляді комплексних чисел.

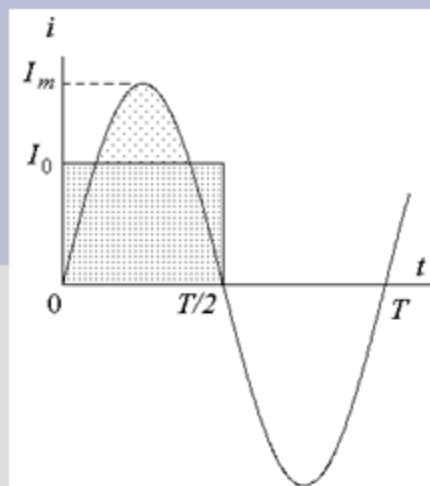
$$u = U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \psi_u\right); \quad i = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \psi_i\right)$$



$$f = \frac{1}{T} \quad \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \omega \quad (\omega t + \psi_u) \quad \psi_u, \psi_i$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

Середнє значення змінного струму



$$I_0 \frac{T}{2} = \int_0^{T/2} i dt \quad I_0 = \frac{\int_0^{T/2} i dt}{T/2} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i dt \quad i = I_m \sin \omega t \quad I_0 = -\frac{2}{T} \frac{I_m}{\omega} \cos \omega t$$

$$\omega T = 2\pi \quad \begin{cases} [\cos \pi] = -1 \\ [\cos 0] = 1 \end{cases} \quad I_0 = -\frac{2}{2\pi} I_m \left[\cos \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2} - \cos 0 \right] = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m$$

$$I_0 = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m \quad U_0 = \frac{2}{\pi} U_m \approx 0,637 U_m \quad E_0 = \frac{2}{\pi} E_m \approx 0,637 E_m$$

Діюче значення змінного струму

Діюче значення змінного струму дорівнює такому значенню постійного струму I , яке в опорі R за час $t=T$ виділяє таку ж кількість тепла W , як і даний змінний струм.

$$W_{i \text{ змін}} = I^2 R T \quad W_{i \text{ змін}} = \int_0^T i^2 R dt \quad W_{i \text{ змін}} = W_{i \text{ постій}} \quad I^2 R T = \int_0^T i^2 R dt \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

$$i = I_m \sin \omega t \quad I = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt} \quad \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

$$I = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \int_0^T dt - \frac{I_m^2}{2T} \int_0^T \cos 2\omega t dt} \quad I = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} T} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot I_m \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m$$

$$\int_0^T dt = T \quad \int_0^T \cos 2\omega t dt = 0 \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0,707 E_m$$

Для діючого значення напруги $U=220$ В, максимальне значення дорівнює $U_m \approx 311$ В.

Зображення синусоїдальних функцій векторами і комплексними числами

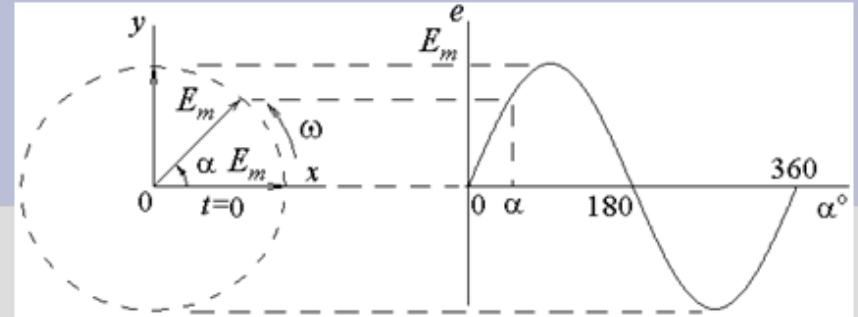
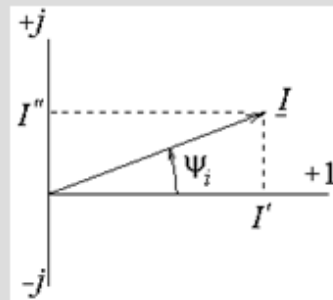
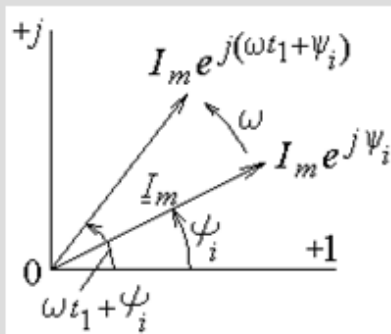
$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ У момент $t=0$ струм $i = I_m \sin \omega t$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad e = E_m \sin \omega t$$

В момент часу t_1 вектор повернеться на кут ωt_1 і проекція струму на вертикальну вісь буде складати $I_m \sin(\omega t_1 + \psi_i)$.

$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ при $t=0$

відповідає комплексне число $\underline{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$



ЕРС можна представити вектором, що обертається проти годинникової стрілки з постійною кутовою швидкістю ω - один оборот за період

$$\underline{I} = I_m e^{j\psi_i}$$

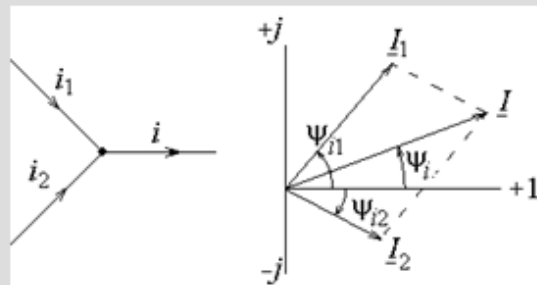
$\underline{I} = I_m (\cos \psi_i + j \sin \psi_i)$ - тригонометрична форма

$\underline{I} = I' + jI''$ - алгебраїчна форма

$$\underline{I} = I_m e^{j\psi_i} = I_m (\cos \psi_i + j \sin \psi_i) = I' + jI''$$

струму $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$

відповідає вектор $\underline{I} = I_m e^{j\psi_i} \quad \underline{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i} = I e^{j\psi_i}$



$$i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_1)$$

$$i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \psi_2)$$

$$i = i_1 + i_2$$

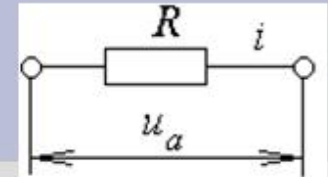
Сукупність векторів на комплексній площині називають **векторною діаграмою**

ЕЛЕМЕНТИ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ

Активний опір

Активний опір R характеризує властивість елемента незворотно перетворювати електричну енергію у теплову. Активний опір є параметром резистивного елемента R в колі змінного струму

$$u_a = i \cdot R$$



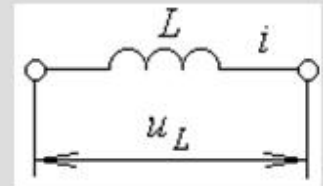
Індуктивність

Індуктивність L характеризує властивість елемента електричного кола, наприклад, котушки індуктивності, під дією струму в ньому створювати власне магнітне поле:

$$L = \frac{\Psi}{i}$$

$$W = \frac{L \cdot i^2}{2}$$

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt} \quad e_L = -L \frac{di}{dt} \quad u_L = -e_L = L \frac{di}{dt}$$

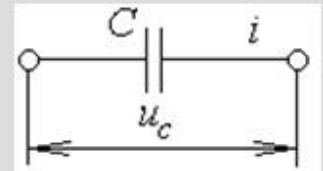


Ємність

Ємність C характеризує властивість елемента електричного кола, наприклад, конденсатора, накопичувати електричні заряди і створювати електричне поле

$$C = \frac{q}{u_c}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad q = C \cdot u_c \quad i = \frac{d(C \cdot u_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \quad u_c = \frac{1}{C} \int i dt$$



Катушка індуктивності



Конденсатори

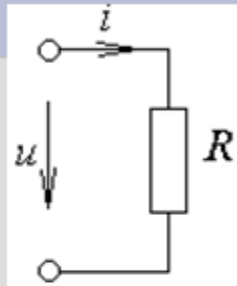


Резистори



Співвідношення синусоїдальних струмів і напруги на ідеальних R, L, C – елементах

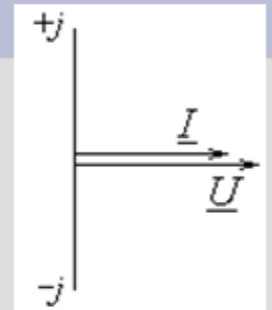
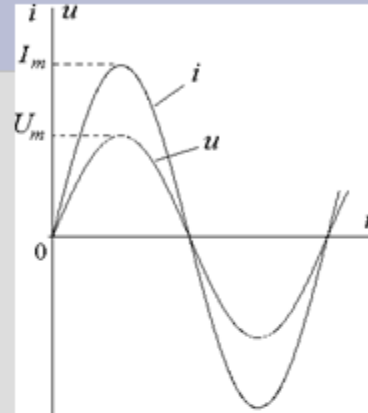
Коло змінного струму з ідеальним резистором



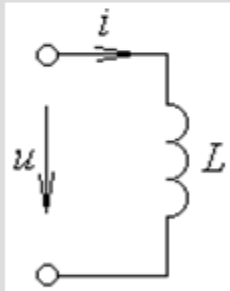
$$u = U_m \sin \omega t \quad i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

$$I_m = \frac{U_m}{R} \quad I = \frac{U}{R} \quad \varphi = 0$$

$$\Psi_i = \Psi_u, \quad Ie^{j\Psi_i} = \frac{Ue^{j\Psi_u}}{R} \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{R}$$



Коло змінного струму з ідеальною котушкою індуктивності



$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt} \quad i = \frac{1}{L} \int u dt = \frac{1}{L} \int U_m \sin \omega t dt = -\frac{U_m}{\omega L} \cos \omega t = \frac{U_m}{\omega L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_m \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

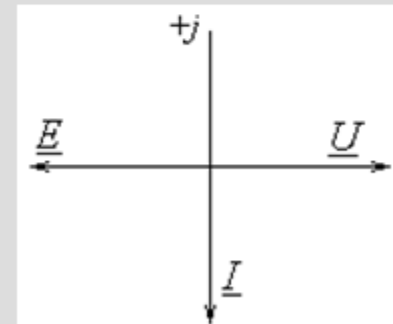
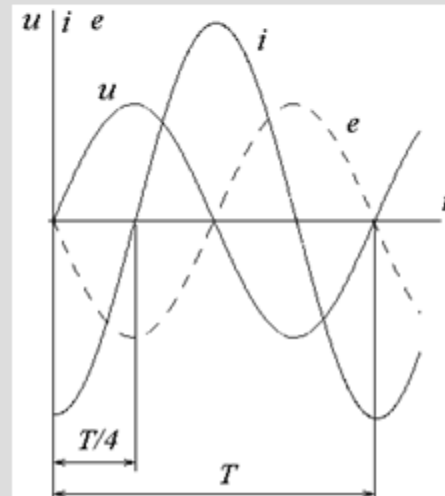
$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{U_m}{x_L} \quad x_L = \omega L = 2\pi fL$$

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{x_L}$$

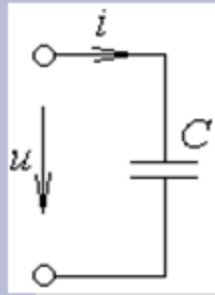
$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -u = -U_m \sin \omega t = E_m \sin \omega t$$

$$\underline{U}_L = U_L e^{j(\Psi_i + 90^\circ)} = x_L I \cdot e^{j(\Psi_i + 90^\circ)} = x_L I e^{j\Psi_i} e^{j90^\circ} = jx_L \underline{I}$$

$$e^{j90^\circ} = \cos 90^\circ + j \sin 90^\circ = j \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{j\omega L} = \frac{\underline{U}}{jx_L}$$



Кола змінного струму з ідеальним конденсатором



$$u = U_m \sin \omega t$$

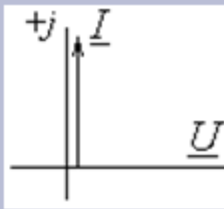
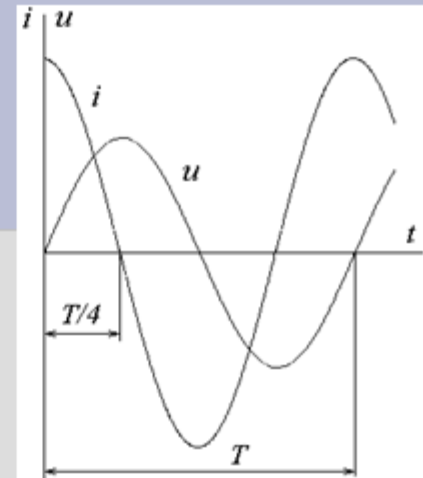
$$i = C \frac{du_c}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$I_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_m}{x_c}$$

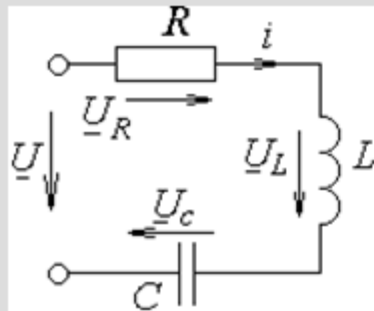
$$x_c = \frac{1}{\omega C}$$

$$I = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U}{x_c}$$

$$\underline{U} = U e^{j(\psi_i - \frac{\pi}{2})} = x_c I e^{j(\psi_i - \frac{\pi}{2})} = I e^{j\psi_i} x_c e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j x_c I \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{-j \omega C} = \frac{\underline{U}}{-j x_c}$$



Співвідношення синусоїдальних напруги і струмів у колі з послідовним з'єднанням ідеальних R , L , C – елементів



$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$u = u_R + u_L + u_C = i \cdot R + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = \underline{I} R + j x_L \underline{I} - j x_C \underline{I}$$

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = (IR)^2 + (I x_L - I x_C)^2 = I^2 [R^2 + (x_L - x_C)^2]$$

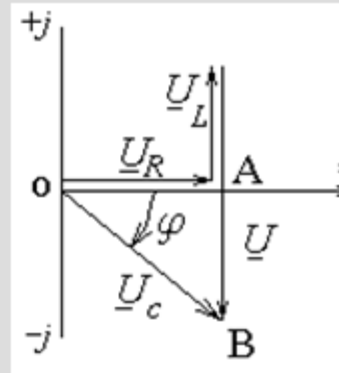
Закон Ома для кола змінного струму:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}} = \frac{U}{Z}$$

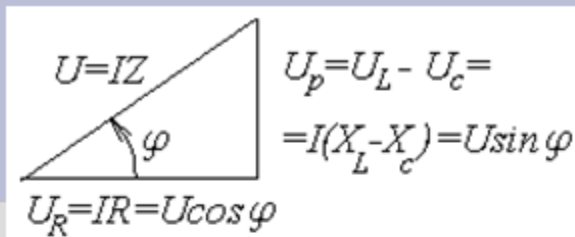
$$Z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}$$

$$Z = \sqrt{(\sum R_k)^2 + (\sum x_{L_k} - \sum x_{C_k})^2}$$

$$X = X_L - X_C$$



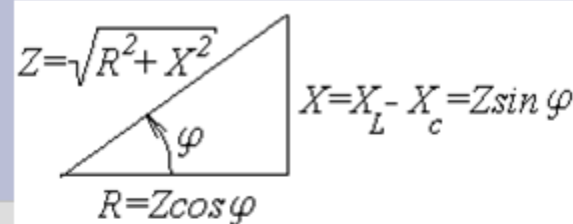
Трикутник напруг та опорів електричного кола з послідовним з'єднанням ідеальних R , L , C - елементів



$$U = IZ$$

$$U_p = U_L - U_c = I(X_L - X_c) = U \sin \varphi$$

$$U_R = IR = U \cos \varphi$$



$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$X = X_L - X_c = Z \sin \varphi$$

$$R = Z \cos \varphi$$

$$\varphi = \arctg \frac{U_L - U_c}{U_R} = \arctg \frac{X_L - X_c}{R} \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}; \quad \sin \varphi = \frac{X_L - X_c}{Z}$$

Закони Кірхгофа для кіл синусоїдального струму

1-й закон Кірхгофа: Алгебраїчна сума миттєвих значень струмів у вузлі дорівнює нулю.

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$

Алгебраїчна сума комплексних значень струмів у вузлі дорівнює нулю. Або геометрична сума векторів, що зображають струми у вузлі, дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^n \underline{I}_k = 0$$

2-й закон Кірхгофа: Якщо кожна ділянка контуру електричного кола має R , L , C елементи, тоді миттєві значення ЕРС, діючі у замкненому контурі, дорівнюють алгебраїчній сумі миттєвих значень падінь напруги на ділянках цього контуру:

$$\sum_{k=1}^n e_k = \sum_{k=1}^m \left(i_k R_k + L_k \frac{di_k}{dt} + \frac{1}{C_k} \int i_k dt \right)$$

Сума комплексних значень ЕРС, діючих у замкненому контурі, дорівнює сумі комплексних значень падінь напруги на ділянках цього контуру:

$$\sum_{k=1}^n \underline{E}_k = \sum_{k=1}^m \underline{I}_k \underline{Z}_k$$

Активні, реактивні і повні провідності кола

$$G = 1/R$$

Комплексна провідність кола в показовій формі $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Ze^{j\varphi}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi} = Ye^{-j\varphi}$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{1}{R + jX} \cdot \frac{R - jX}{R - jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} - j \frac{X}{Z^2} = G - jB$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} \quad \text{— активна провідність кола}$$

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2} \quad \text{— реактивна провідність кола}$$

При $X = X_L - X_C > 0$ реактивна провідність $B > 0$, а при $X = X_L - X_C < 0$ реактивна провідність $B < 0$

$$X = X_L - X_C \quad B = \frac{X_L - X_C}{Z^2} = \frac{X_L}{Z^2} - \frac{X_C}{Z^2} = B_L - B_C \quad B_L, B_C \text{ — відповідно індуктивна та ємнісна провідності.}$$

$$\underline{Y} = G - jB = G - j(B_L - B_C)$$

Закон Ома:

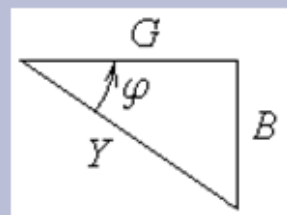
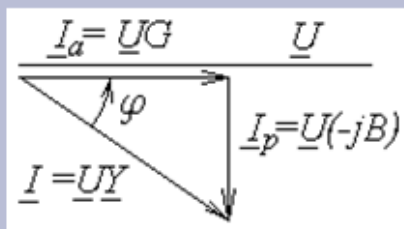
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \underline{U} \underline{Y}$$

$$\underline{I} = \underline{U} \underline{Y} = \underline{U} (G - jB) = \underline{U} G - j \underline{U} B = \underline{I}_a + \underline{I}_p$$

$$\underline{I}_a = \underline{U} G \quad \text{— активна складова струму } I$$

$$\underline{I}_p = j \underline{U} B \quad \text{— реактивна складова струму } I$$

Векторна діаграма електричного кола



$$G = Y \cos \varphi; \quad B = Y \sin \varphi; \quad Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

ЕНЕРГІЯ І ПОТУЖНІСТЬ У КОЛАХ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

$$i = I_m \sin \omega t \quad \psi_i = 0 \quad \varphi = \psi_u - \psi_i \quad \psi_u = \varphi.$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$p = u \cdot i = U_m \sin(\omega t + \varphi) \cdot I_m \sin \omega t$$

$$U_m I_m = \sqrt{2} U \sqrt{2} I = 2 UI$$

$$\sin(\omega t + \varphi) \cdot \sin \omega t = \frac{1}{2} [\cos(\omega t + \varphi - \omega t) - \cos(\omega t + \varphi + \omega t)] = \frac{1}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

$$p = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi)$$

- миттєва потужність кола змінного струму складається з двох складових: постійної величини та гармонійної складової, яка змінюється з подвоєною кутовою частотою

Енергія, що надходить у коло, визначається середнім значенням потужності за період:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos \varphi dt - \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(2\omega t + \varphi) dt$$

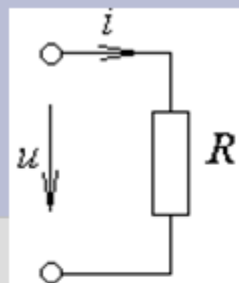
$$\frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(2\omega t + \varphi) dt = 0$$

$$P = UI \cos \varphi$$

Із трикутника напруг $U \cos \varphi = IR$, тому середнє значення потужності за період є активною потужністю

$$P = UI \cos \varphi = I^2 R$$

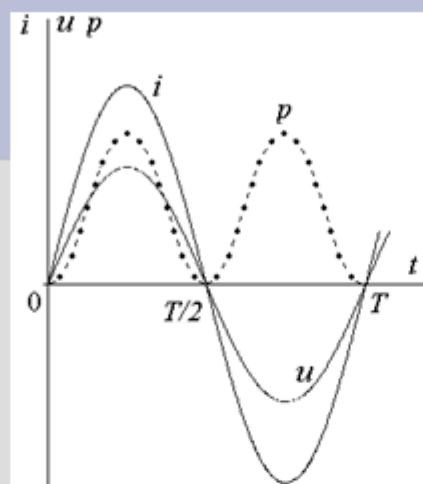
Коло з ідеальним резистивним елементом



$$\varphi = 0 \quad p = ui = UI(1 - \cos 2\omega t) = UI - UI \cos 2\omega t$$

$$p = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi)$$

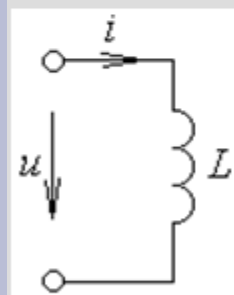
$$P = UI \cos \varphi$$



$$W = \int_0^{T/2} p dt = \int_0^{T/2} u i dt = \int_0^{T/2} i r \cdot i dt = I^2 R \frac{T}{2}$$

електрична енергія джерела на активному елементі перетворюється в теплову

Коло з ідеальним індуктивним елементом

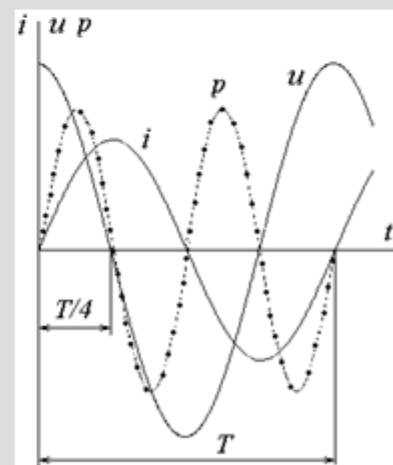


$$\varphi = \pi/2 \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos \varphi dt - \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(2\omega t + \varphi) dt$$

$$p = -UI \cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = UI \sin 2\omega t$$

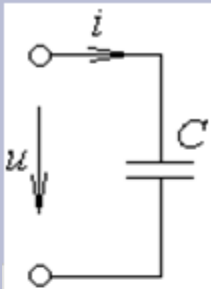
$$W = \int_0^{T/4} p dt = \int_0^{T/4} u i dt = \int_0^{T/4} L \frac{di}{dt} i dt = L \int_0^{I_m} i di = \frac{LI_m^2}{2}$$

часу $t=0$ відповідає струм $i=0$; часу $t=T/4$ відповідає струм $i=I_m$



енергія, що надходить у коло з ідеальним індуктивним елементом, перетворюється в енергію магнітного поля

Коло з ідеальним ємнісним елементом

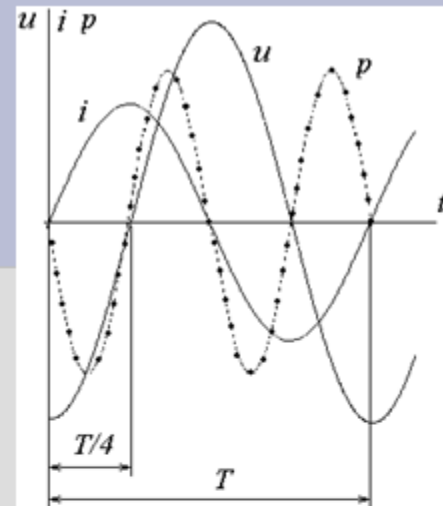


$$\varphi = -\pi/2 \quad p = -UI \cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -UI \sin 2\omega t$$

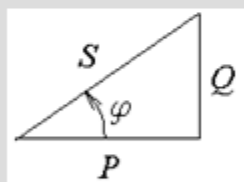
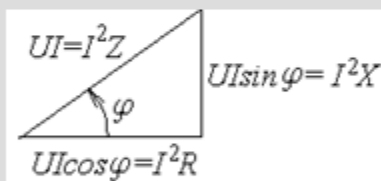
$$W = \int_0^{T/4} p dt = \int_0^{T/4} u i dt = \int_0^{T/4} u \cdot C \frac{du}{dt} dt = C \int_{-U_m}^0 u du = \frac{CU_m}{2}$$

часу $t=0$ відповідає напруга $u=-U_m$; часу $t=T/4$ відповідає напруга $u=0$

енергія, що надходить у коло з ідеальним ємнісним елементом, перетворюється в енергію електричного поля



Повна, активна і реактивна потужності



Активна потужність, яка перетворюється у тепло або механічну роботу, Вт:

$$P = I^2 R = UI \cos \varphi$$

Реактивна потужність, яка витрачається на створення магнітних і електричних полів в реактивних L , C елементах, а потім повертається до джерела, вар:

$$Q = I^2 X = I^2 X_L - I^2 X_C = UI \sin \varphi$$

Повна потужність, ВА: $S = UI = I^2 Z = \sqrt{P^2 + Q^2}$

$$P = S \cos \varphi \quad Q = S \sin \varphi$$

Коефіцієнт потужності $\cos \varphi = \frac{P}{S}$

Потужність у символічній формі

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

У комплексній формі

$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = U e^{j\psi_u} \quad \underline{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i} = I e^{j\psi_i}$$

комплексно спряжене значення струму

$$\underline{I}^* = I e^{-j\psi_i} \quad \varphi = \psi_u - \psi_i$$

$$\underline{U} \underline{I}^* = U e^{j\psi_u} \cdot I e^{-j\psi_i} = UI e^{j(\psi_u - \psi_i)} = UI e^{j\varphi} = UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi = P + jQ = \underline{S}$$

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = P + jQ$$

Рівняння балансу потужностей

Баланс потужностей для електричних кіл змінного струму складається окремо для активних і окремо для реактивних потужностей.

В електричному колі сума активних (реактивних) потужностей, що віддає джерело, дорівнює сумі активних (реактивних) потужностей, що споживають приймачі.

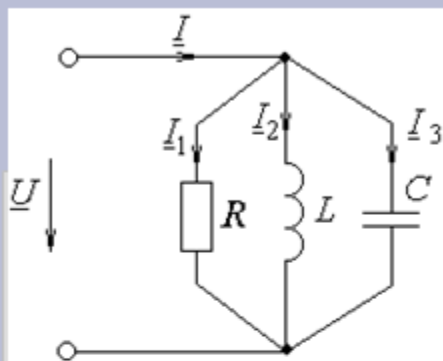
Для активних потужностей (реальна частина комплексу повної потужності)

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Re}(\underline{E}_k \underline{I}_k^*) = \sum_{k=1}^m \operatorname{Re}(\underline{U}_k \underline{I}_k^*)$$

для реактивних потужностей (мніма частина комплексу повної потужності)

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Im}(\underline{E}_k \underline{I}_k^*) = \sum_{k=1}^m \operatorname{Im}(\underline{U}_k \underline{I}_k^*)$$

Електричне коло з паралельним з'єднанням ідеальних R , L , C елементів



$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{R}; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{jX_L}; \quad \underline{I}_3 = -\frac{\underline{U}}{jX_C}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

$$\underline{Y} = G - j(B_L - B_C)$$

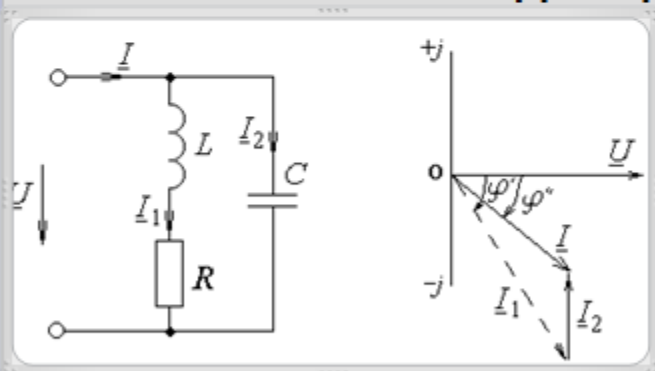
$$\underline{I}_1 = G\underline{U}; \quad \underline{I}_2 = -jB_L\underline{U}; \quad \underline{I}_3 = jB_C\underline{U}$$

$$\underline{I}_a = \underline{I}_1 = G\underline{U} \quad \text{— активна складова струму}$$

$$\underline{I}_p = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = -j(B_L - B_C)\underline{U} = -jB\underline{U} \quad \text{— реактивна складова струму}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_a + \underline{I}_p \quad I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}$$

Підвищення коефіцієнту потужності



Значне зниження $\cos\varphi$ в колах змінного струму призведе до негативних наслідків, насамперед, до неповного використання в електричних мережах установленної потужності генераторів електростанцій та силових трансформаторів.

Для підвищення $\cos\varphi$ до кола з активно-індуктивними елементами, що є типовим для багатьох споживачів, паралельно підключають компенсаційний конденсатор C , це забезпечує

- зменшення зсуву фаз між струмом джерела і його напругою $\varphi' < \varphi$;
- підвищення коефіцієнта потужності кола $\cos\varphi$
- зменшенн струму джерела $I < I^1$

Це дозволяє зменшити втрати в провідниках, що з'єднують джерело зі споживачем, та зменшити поперечний перетин цих провідників, заощаджуючи матеріальні ресурси.

Практично економічним та вигідним є підвищення коефіцієнта потужності електроустаткування до 0,95

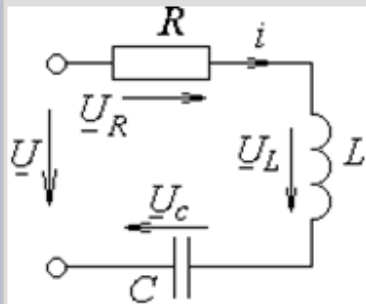
Резонансні явища в електричних колах змінного струму

Під резонансом розуміють такий режим, в якому опір кола з R, L, C елементами відносно джерела є чисто активним. При цьому $\varphi = 0$, струм і напруга співпадають по фазі, реактивна потужність, тобто коло споживає тільки активну потужність

$$Q = UI \sin \varphi = 0$$

Резонанс напруг

Резонанс напруг можливий у колі з послідовним з'єднанням R, L, C



$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Якщо $X_L = X_C$, то $Z = R$ і опір кола буде чисто активним

Умова резонансу напруг

$$X_L = X_C,$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

резонансна частота

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

При резонансі напруг опір кола стає мінімальним, а струм набуває максимального значення

$$I_p X_L = I_p X_C \quad U_L = U_C \quad \underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$$
$$I_p = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R}$$
$$U = U_R$$

Резонанс напруг можна отримати, змінюючи один з параметрів ω, L, C .

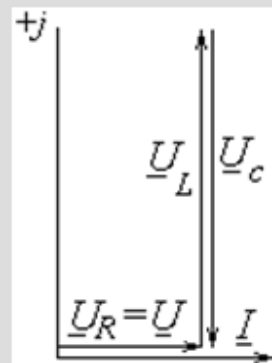
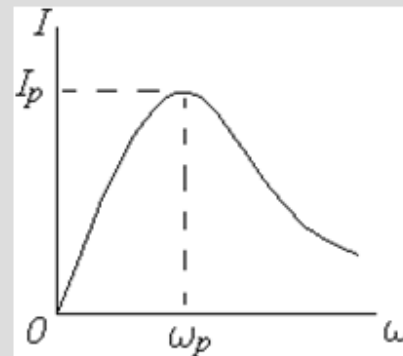
$$U_L = U_C = I_p X_L = I_p X_C = \frac{U}{R} X_L = \frac{U}{R} X_C$$

добротність резонансного контуру

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{U}{R \cdot U} \omega L = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R}$$

При підстановці

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q = \sqrt{\frac{L}{C}} / R$$



Резонанс струмів

Резонанс струмів можливий на ділянці електричного кола змінного струму, яка має паралельно з'єднані індуктивний та ємнісний елементи.

При наявності в вітках активних опорів R_1 та R_2

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{Y}_1 \underline{U} + \underline{Y}_2 \underline{U} = \underline{U} (G_1 - jB_1) + \underline{U} (G_2 + jB_2) = \underline{U} [(G_1 + G_2) - j(B_1 - B_2)]$$

Для того, щоб вхідна напруга співпадала за фазою зі струмом, тобто щоб відбувся резонанс струмів, необхідно, щоб реактивна провідність кола дорівнювала нулю

$$B = B_1 - B_2 = 0$$

умовою резонансу струмів є рівність між індуктивною та ємнісною провідностями паралельних віток

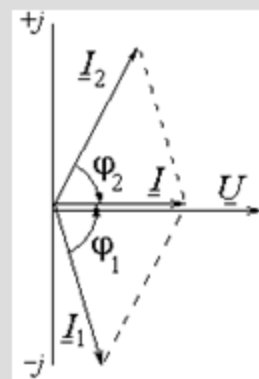
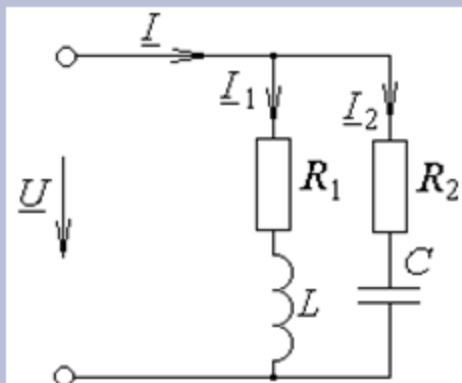
$$\frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2}$$

$$\varphi = 0$$

$$\frac{\omega L}{R_1^2 + \omega^2 L^2} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

Якщо активні опори віток істотно менше за реактивні опори, то таке коло називають коливальним контуром.

Резонанс струмів широко використовується, наприклад, в електроустаткуванні для компенсації ємністю індуктивного зсуву фаз (паралельна компенсація), в техніці високих напруг, електрофільтрах, електровимірювальних приладах та у багатьох радіотехнічних пристроях, в яких коливальні контури є одним з головних елементів кола.



Thanks for your attention