



# ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ОДНОФАЗНОГО СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

*National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"*

# ОСНОВНІ ПАРАМЕТРИ І ФОРМИ УЯВЛЕННЯ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

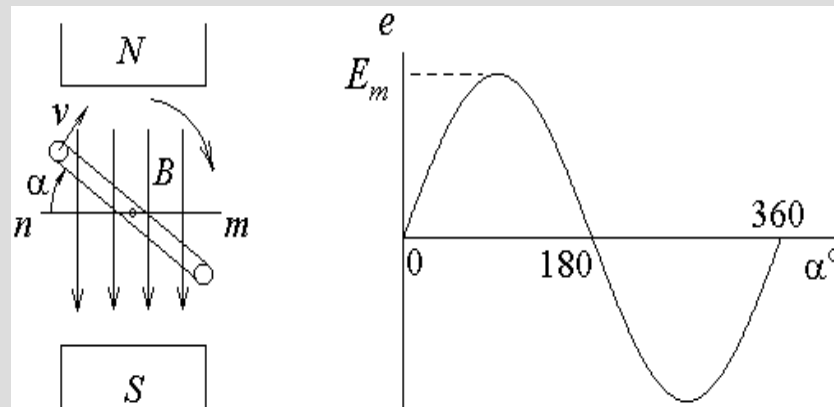
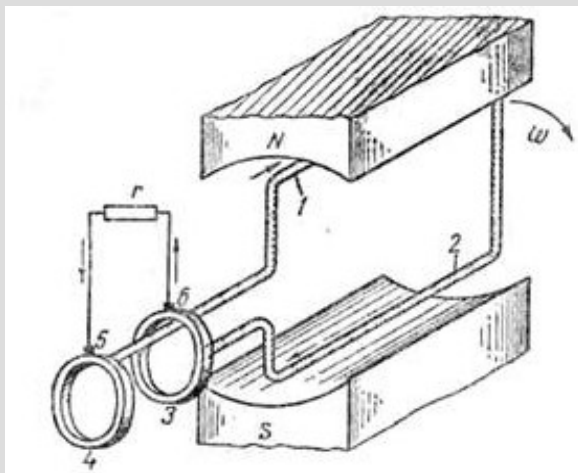
Під *змінним струмом* розуміють струм, значенням і напрямком якого періодично змінюються.

1. Змінний струм створити простіше, ніж постійний за допомогою електричних генераторів, ротор яких обертається стороннім приводом;
2. Змінний струм можна легко перетворити у струм іншої напруги за допомогою трансформаторів;
3. Змінний струм можна передавати на велику відстань з малими втратами.

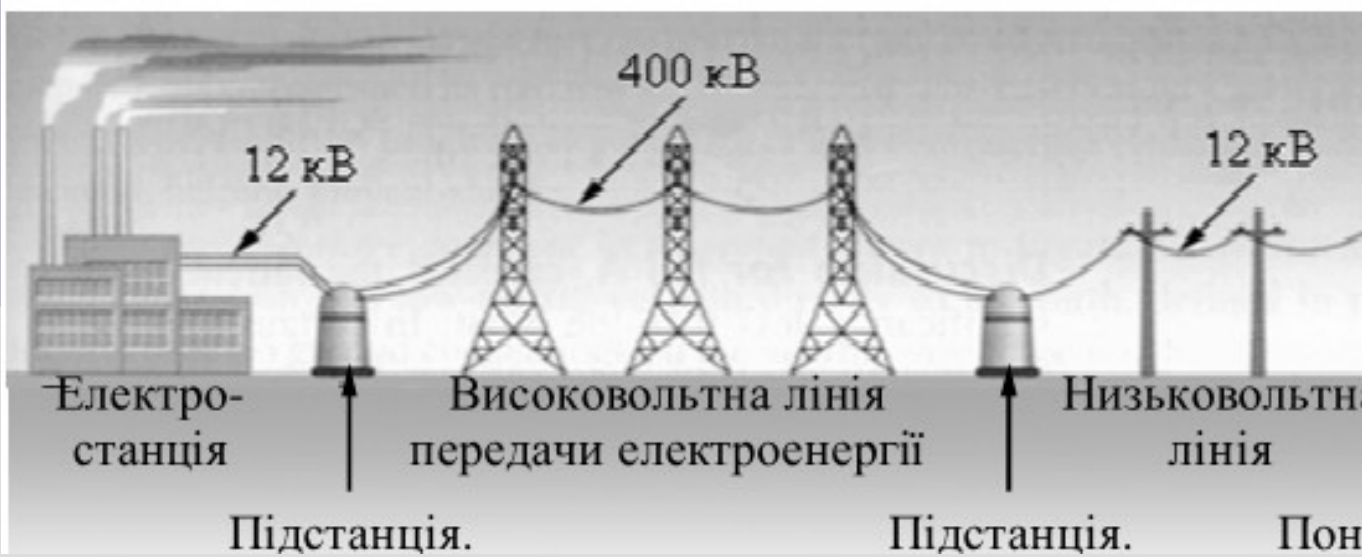
Найбільш поширеною формою змінного струму є синусоїдальна, оскільки:

- 1) найпростіше отримати таку форму струму;
- 2) відносна простота розрахунку кіл синусоїдального струму;
- 3) ККД електричних машин і пристроїв вище при синусоїдальному струмі.

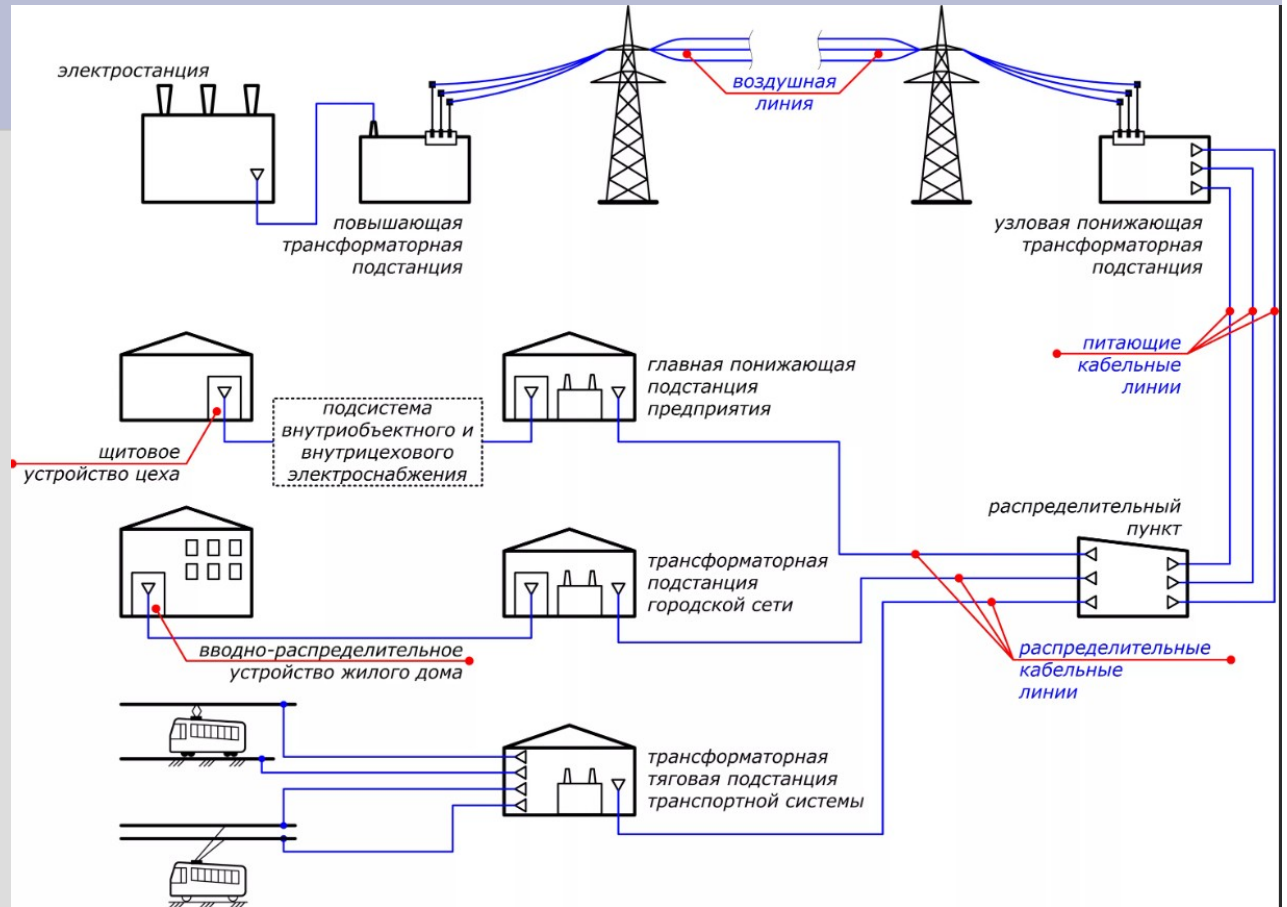
$$e = Blv_n \quad v_n = v \cdot \sin \alpha \quad e = Blv \sin \alpha = E_m \sin \alpha \quad E_m = Blv$$



Модель генератора змінного струму (а)  
та графік синусоїдальної ЕРС



**Електрична підстанція** — електроустановка, призначена для прийому, перетворення та розподілу електричної енергії, що складається з трансформаторів або інших перетворювачів електричної енергії, пристроїв керування, розподільчих та допоміжних пристроїв.



Комплектна трансформаторна підстанція (у сільській місцевості)

## Схема распределения электроэнергии



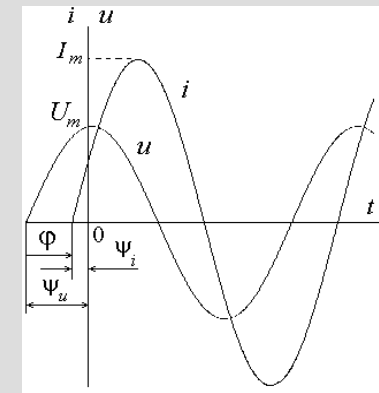
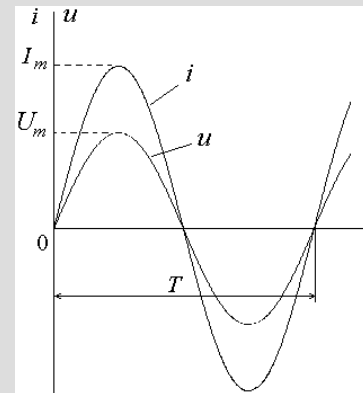
### Форми подання синусоїдального струму:

- 1) математична – у вигляді формул;
- 2) графічна – у вигляді графіків у часі;
- 3) векторна – у вигляді векторів;
- 4) символічна – у вигляді комплексних чисел.

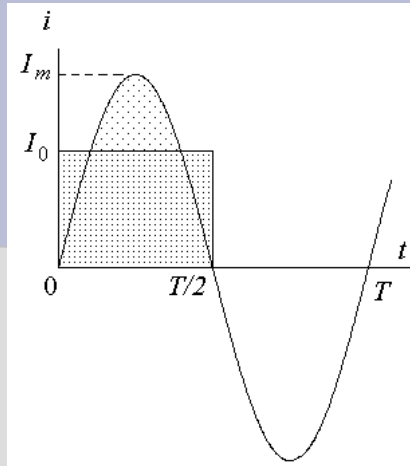
$$u = U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \psi_u\right); \quad i = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \psi_i\right)$$

$$f = \frac{1}{T} \quad \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \omega \quad (\omega t + \psi_u) \quad \psi_u, \psi_i$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$



## Середнє значення змінного струму



$$I_0 \frac{T}{2} = \int_0^{T/2} i dt \quad I_0 = \frac{\int_0^{T/2} i dt}{T/2} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i dt \quad i = I_m \sin \omega t \quad I_0 = -\frac{2}{T} \frac{I_m}{\omega} \cos \omega t$$

$$\omega T = 2\pi \quad \begin{cases} [\cos \pi] = -1 \\ [\cos 0] = 1 \end{cases} \quad I_0 = -\frac{2}{2\pi} I_m \left[ \cos \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{2} - \cos 0 \right] = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m$$

$$I_0 = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m \quad U_0 = \frac{2}{\pi} U_m \approx 0,637 U_m \quad E_0 = \frac{2}{\pi} E_m \approx 0,637 E_m$$

## Діюче значення змінного струму

Діюче значення змінного струму дорівнює такому значенню постійного струму  $I$ , яке в опорі  $R$  за час  $t=T$  виділяє таку ж кількість тепла  $W$ , як і даний змінний струм.

$$W_{i \dot{i} \dot{n} \dot{o}} = I^2 R T \quad W_{\dot{c} \dot{i} \dot{z} \dot{i}} = \int_0^T i^2 R dt \quad W_{i \dot{i} \dot{n} \dot{o}} = W_{\dot{c} \dot{i} \dot{z} \dot{i}} \quad I^2 R T = \int_0^T i^2 R dt \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

$$i = I_m \sin \omega t \quad I = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt} \quad \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

$$I = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \int_0^T dt - \frac{I_m^2}{2T} \int_0^T \cos 2\omega t dt} \quad I = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} T} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot I_m \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m$$

$$\int_0^T dt = T \quad \int_0^T \cos 2\omega t dt = 0 \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0,707 E_m$$

Для діючого значення напруги  $U=220$  В, максимальне значення дорівнює  $U_m \approx 311$  В.

## Зображення синусоїдальних функцій векторами і комплексними числами

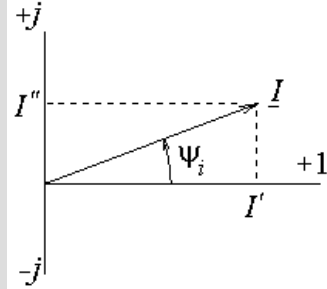
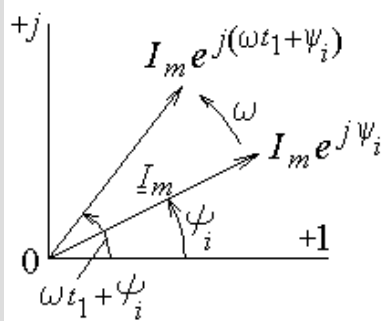
$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  У момент  $t=0$  струм  $i = I_m \sin \psi_i$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad e = E_m \sin \omega t$$

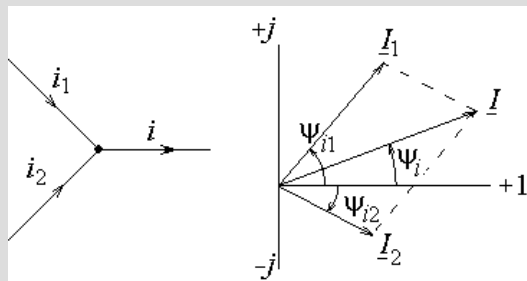
В момент часу  $t_1$  вектор повернеться на кут  $\omega t_1$  і проєкція струму на вертикальну вісь буде складати  $I_m \sin(\omega t_1 + \psi_i)$ .

$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  при  $t=0$

відповідає комплексне число  $\underline{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$



струму  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  відповідає вектор:

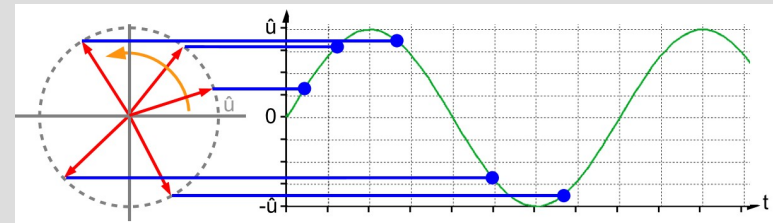
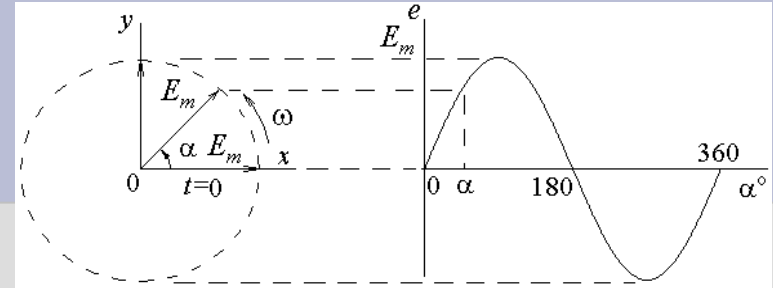


$$\underline{I} = I_m e^{j\psi_i} \qquad \underline{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i} = I e^{j\psi_i}$$

$$i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_1)$$

$$i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \psi_2)$$

$$i = i_1 + i_2$$



ЕРС представляється вектором, що обертається проти годинникової стрілки з швидкістю  $\omega$

$\underline{I} = I_m e^{j\psi_i}$  - показова форма;

$\underline{I} = I_m (\cos \psi_i + j \sin \psi_i)$  - тригонометрична форма

$\underline{I} = I' + jI''$  - алгебраїчна форма

$$\underline{I} = I_m e^{j\psi_i} = I_m (\cos \psi_i + j \sin \psi_i) = I' + jI''$$

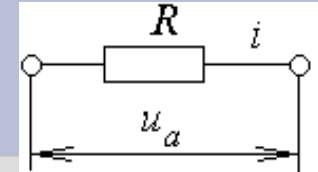
Сукупність векторів на комплексній площині називають **векторною діаграмою**

# ЕЛЕМЕНТИ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ

## Активний опір

Активний опір  $R$  характеризує властивість елемента незворотно перетворювати електричну енергію у теплову. Активний опір є параметром резистивного елемента  $R$  в колі змінного струму

$$u_a = i \cdot R$$

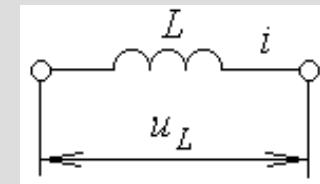
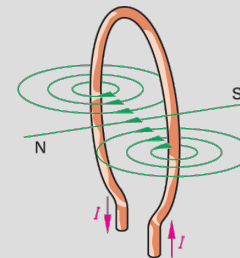


## Індуктивність

Індуктивність  $L$  характеризує властивість елемента електричного кола, наприклад, котушки індуктивності, під дією струму в ньому створювати власне магнітне поле:

$$L = \frac{\Psi}{i} \quad W = \frac{L \cdot i^2}{2}$$

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt} \quad e_L = -L \frac{di}{dt} \quad u_L = -e_L = L \frac{di}{dt}$$

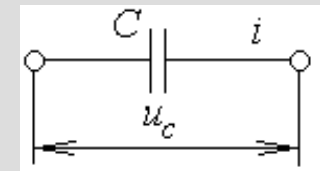


## Ємність

Ємність  $C$  характеризує властивість елемента електричного кола, наприклад, конденсатора, накопичувати електричні заряди і створювати електричне поле

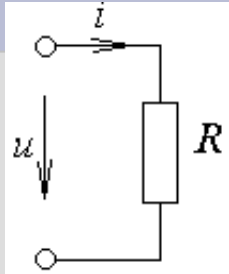
$$C = \frac{q}{u_C}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad q = C \cdot u_C \quad i = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \quad u_C = \frac{1}{C} \int idt$$



# Співвідношення синусоїдальних струмів і напруги на ідеальних $R, L, C$ – елементах

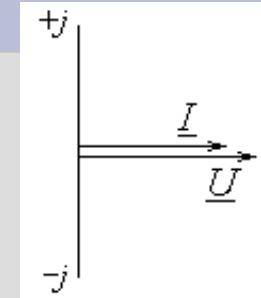
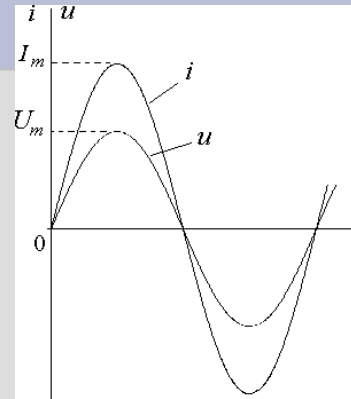
## Коло змінного струму з ідеальним резистором



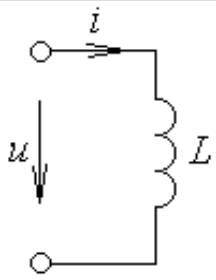
$$u = U_m \sin \omega t \quad i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

$$I_m = \frac{U_m}{R} \quad I = \frac{U}{R} \quad \varphi = 0$$

$$\Psi_i = \Psi_u, \quad Ie^{j\Psi_i} = \frac{Ue^{j\Psi_u}}{R} \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{R}$$



## Коло змінного струму з ідеальною котушкою індуктивності



$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt} \quad i = \frac{1}{L} \int u dt = \frac{1}{L} \int U_m \sin \omega t dt = -\frac{U_m}{\omega L} \cos \omega t = \frac{U_m}{\omega L} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

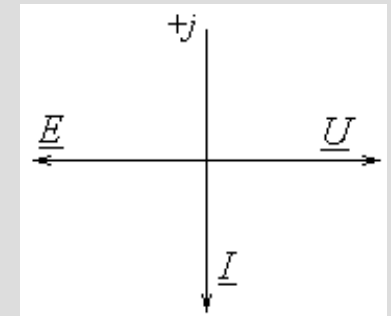
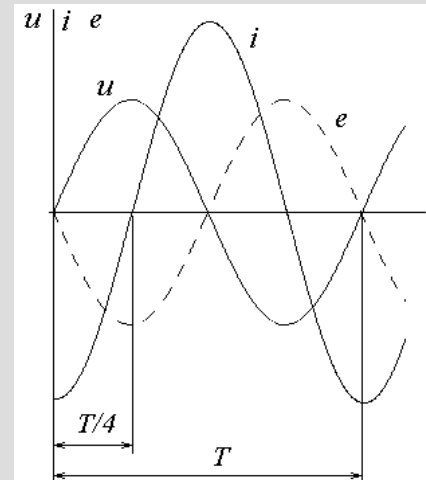
$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{U_m}{x_L} \quad x_L = \omega L = 2\pi fL$$

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{x_L}$$

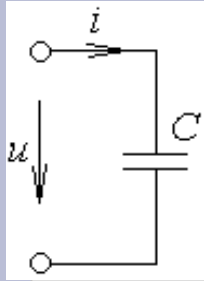
$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -u = -U_m \sin \omega t = E_m \sin \omega t$$

$$\underline{U}_L = U_L e^{j(\psi_i + 90^\circ)} = x_L I \cdot e^{j(\psi_i + 90^\circ)} = x_L I e^{j\psi_i} e^{j90^\circ} = jx_L \underline{I}$$

$$e^{j90^\circ} = \cos 90^\circ + j \sin 90^\circ = j \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{j\omega L} = \frac{\underline{U}}{jx_L}$$



## Коло змінного струму з ідеальним конденсатором



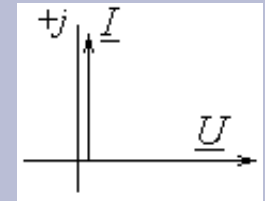
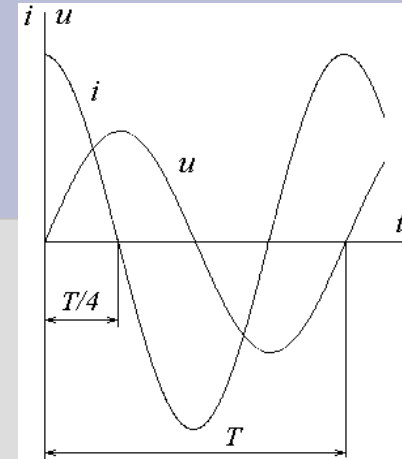
$$u = U_m \sin \omega t$$

$$i = C \frac{du_c}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_m}{x_C}$$

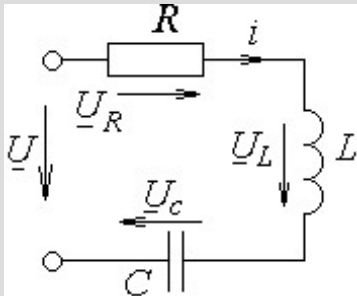
$$x_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$I = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U}{x_C}$$



$$\underline{U} = U e^{j(\psi_u - \frac{\pi}{2})} = x_C I e^{j(\psi_i - \frac{\pi}{2})} = I e^{j\psi_i} x_C e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j x_C I \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{-j\omega C} = \frac{\underline{U}}{-j x_C}$$

## Співвідношення синусоїдальних напруги і струмів у колі з послідовним з'єднанням ідеальних R, L, C – елементів



$$u = u_R + u_L + u_C = i \cdot R + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

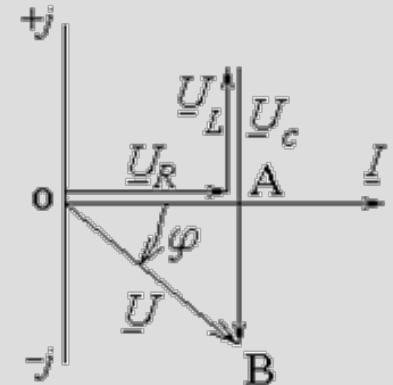
$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = \underline{I}R + jx_L \underline{I} - jx_C \underline{I}$$

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = (IR)^2 + (Ix_L - Ix_C)^2 = I^2 [R^2 + (x_L - x_C)^2]$$

Закон Ома для кола змінного струму:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}} = \frac{U}{z}$$

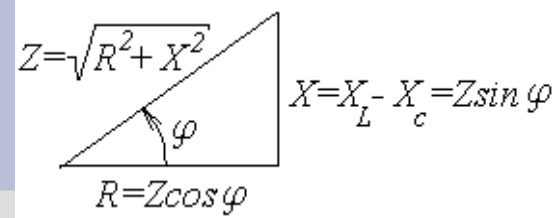
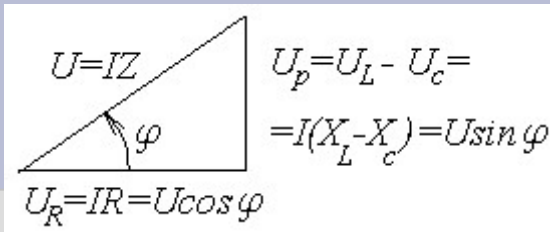


$$z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}$$

$$z = \sqrt{(\sum R_k)^2 + (\sum x_{L_k} - \sum x_{C_k})^2}$$

$$X = X_L - X_C$$

Трикутник напруг та опорів електричного кола з послідовним з'єднанням ідеальних  $R$ ,  $L$ ,  $C$  - елементів



$$\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_a} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}; \quad \sin \varphi = \frac{X_L - X_C}{Z}$$

## Закони Кірхгофа для кіл синусоїдального струму

**1-й закон Кірхгофа:** Алгебраїчна сума миттєвих значень струмів у вузлі дорівнює нулю.

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$

Алгебраїчна сума комплексних значень струмів у вузлі дорівнює нулю. Або геометрична сума векторів, що зображають струми у вузлі, дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^n \underline{I}_k = 0$$

**2-й закон Кірхгофа:** Якщо кожна ділянка контуру електричного кола має  $R$ ,  $L$ ,  $C$  елементи, тоді миттєві значення ЕРС, діючі у замкненому контурі, дорівнюють алгебраїчній сумі миттєвих значень падінь напруги на ділянках цього контуру:

$$\sum_{k=1}^n e_k = \sum_{k=1}^m \left( i_k R_k + L_k \frac{di_k}{dt} + \frac{1}{C_k} \int i_k dt \right)$$

Сума комплексних значень ЕРС, діючих у замкненому контурі, дорівнює сумі комплексних значень падінь напруги на ділянках цього контуру:

$$\sum_{k=1}^n \underline{E}_k = \sum_{k=1}^m \underline{I}_k \underline{Z}_k$$

## Активні, реактивні і повні провідності кола

$$G = 1/R$$

Комплексна провідність кола в показовій формі  $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Ze^{j\varphi}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi} = Ye^{-j\varphi}$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{1}{R + jX} \cdot \frac{R - jX}{R - jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} - j \frac{X}{Z^2} = G - jB$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} \quad \text{– активна провідність кола}$$

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2} \quad \text{– реактивна провідність кола}$$

При  $X = X_L - X_C > 0$  реактивна провідність  $B > 0$ , а при  $X = X_L - X_C < 0$  реактивна провідність  $B < 0$

$$X = X_L - X_C \quad B = \frac{X_L - X_C}{Z^2} = \frac{X_L}{Z^2} - \frac{X_C}{Z^2} = B_L - B_C \quad B_L, B_C \text{ – відповідно індуктивна та ємнісна провідності.}$$

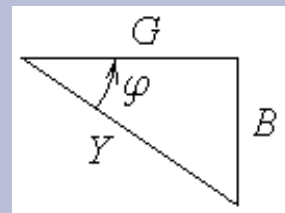
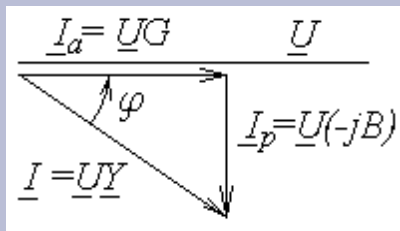
$$\underline{Y} = G - jB = G - j(B_L - B_C)$$

Закон Ома:  $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \underline{U}\underline{Y} \quad \underline{I} = \underline{U}\underline{Y} = \underline{U}(G - jB) = \underline{U}G - j\underline{U}B = \underline{I}_a + \underline{I}_p$

$$\underline{I}_a = \underline{U}G \quad \text{– активна складова струму } I$$

$$\underline{I}_p = j\underline{U}B \quad \text{– реактивна складова струму } I$$

## Векторна діаграма електричного кола



$$G = Y \cos \varphi; \quad B = Y \sin \varphi; \quad Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

## ЕНЕРГІЯ І ПОТУЖНІСТЬ У КОЛАХ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СТРУМУ

$$i = I_m \sin \omega t \quad \psi_i = 0 \quad \varphi = \psi_u - \psi_i \quad \psi_u = \varphi.$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$p = u \cdot i = U_m \sin(\omega t + \varphi) \cdot I_m \sin \omega t$$

$$U_m I_m = \sqrt{2}U \sqrt{2}I = 2UI$$

$$\sin(\omega t + \varphi) \cdot \sin \omega t = \frac{1}{2} [\cos(\omega t + \varphi - \omega t) - \cos(\omega t + \varphi + \omega t)] = \frac{1}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

$$p = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi)$$

- миттєва потужність кола змінного струму складається з двох складових: постійної величини та гармонійної складової, яка змінюється з подвоєною кутовою частотою

Енергія, що надходить у коло, визначається середнім значенням потужності за період:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos \varphi dt - \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(2\omega t + \varphi) dt$$

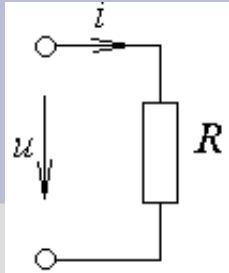
$$\frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(2\omega t + \varphi) dt = 0$$

$$P = UI \cos \varphi$$

Із трикутника напруг  $U \cos \varphi = IR$ , тому середнє значення потужності за період є активною потужністю

$$P = UI \cos \varphi = I^2 R$$

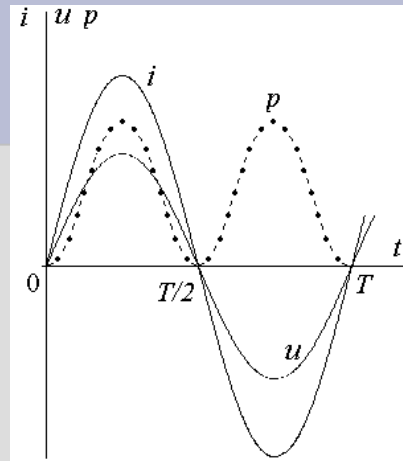
## Коло з ідеальним резистивним елементом



$$\varphi = 0 \quad p = ui = UI(1 - \cos 2\omega t) = UI - UI \cos 2\omega t$$

$$p = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi)$$

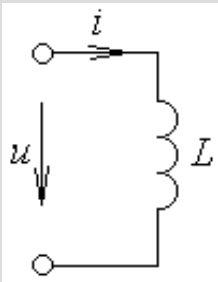
$$P = UI \cos \varphi$$



$$W = \int_0^{T/2} p dt = \int_0^{T/2} u i dt = \int_0^{T/2} i r \cdot i dt = I^2 R \frac{T}{2}$$

електрична енергія джерела на активному елементі перетворюється в теплову

## Коло з ідеальним індуктивним елементом

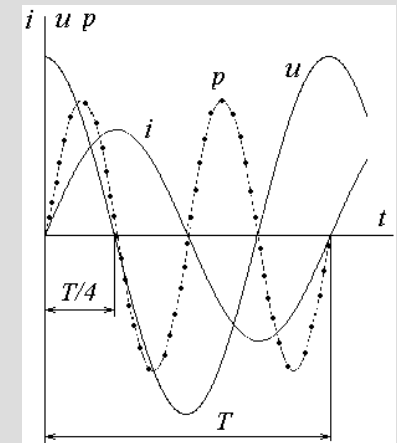


$$\varphi = \pi/2 \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos \varphi dt - \frac{1}{T} \int_0^T UI \cos(2\omega t + \varphi) dt$$

$$p = -UI \cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = UI \sin 2\omega t$$

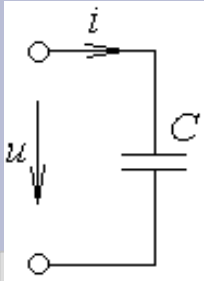
$$W = \int_0^{T/4} p dt = \int_0^{T/4} u i dt = \int_0^{T/4} L \frac{di}{dt} i dt = L \int_0^{I_m} i di = \frac{LI_m^2}{2}$$

часу  $t=0$  відповідає струм  $i=0$ ; часу  $t=T/4$  відповідає струм  $i=I_m$



енергія, що надходить у коло з ідеальним індуктивним елементом, перетворюється в енергію магнітного поля

## Коло з ідеальним ємнісним елементом

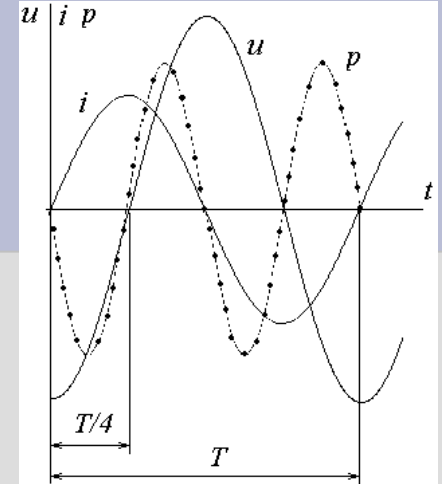


$$\varphi = -\pi/2 \quad p = -UI \cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -UI \sin 2\omega t$$

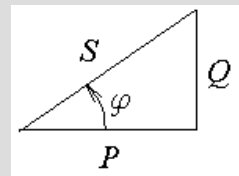
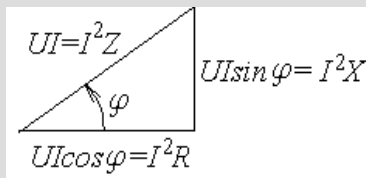
$$W = \int_0^{T/4} p dt = \int_0^{T/4} u idt = \int_0^{T/4} u \cdot C \frac{du}{dt} dt = C \int_{-U_m}^0 u du = \frac{CU_m^2}{2}$$

часу  $t=0$  відповідає напруга  $u=-U_m$ ; часу  $t=T/4$  відповідає напруга  $u=0$

енергія, що надходить у коло з ідеальним ємнісним елементом, перетворюється в енергію електричного поля



## Повна, активна і реактивна потужності



Активна потужність, яка перетворюється у тепло або механічну роботу, Вт:

$$P = I^2 R = UI \cos \varphi$$

Реактивна потужність, яка витрачається на створення магнітних і електричних полів в реактивних  $L$ ,  $C$  елементах, а потім повертається до джерела, вар:

$$Q = I^2 X = I^2 X_L - I^2 X_C = UI \sin \varphi$$

Повна потужність, ВА:  $S = UI = I^2 Z = \sqrt{P^2 + Q^2}$

$$P = S \cos \varphi \quad Q = S \sin \varphi$$

Коефіцієнт потужності  $\cos \varphi = \frac{P}{S}$



## Потужність у символічній формі

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

У комплексній формі

$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = U e^{j\psi_u}$$

$$\underline{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i} = I e^{j\psi_i}$$

комплексно спряжене значення струму  $\underline{I}^* = I e^{-j\psi_i}$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

$$\underline{U}\underline{I}^* = U e^{j\psi_u} \cdot I e^{-j\psi_i} = UI e^{j(\psi_u - \psi_i)} = UI e^{j\varphi} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ = \underline{S}$$

$$\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^* = P + jQ$$

## Рівняння балансу потужностей

Баланс потужностей для електричних кіл змінного струму складається окремо для активних і окремо для реактивних потужностей.

В електричному колі сума активних (реактивних) потужностей, що віддає джерело, дорівнює сумі активних (реактивних) потужностей, що споживають приймачі.

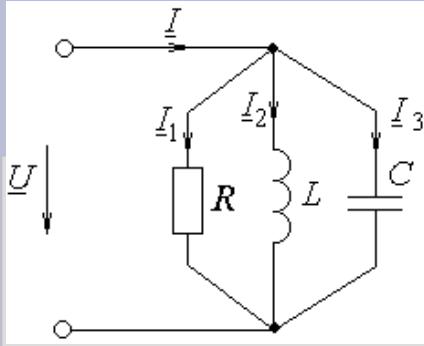
Для активних потужностей (реальна частина комплексу повної потужності)

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Re}(\underline{E}_k \underline{I}_k^*) = \sum_{k=1}^m \operatorname{Re}(\underline{U}_k \underline{I}_k^*)$$

для реактивних потужностей (мніма частина комплексу повної потужності)

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Im}(\underline{E}_k \underline{I}_k^*) = \sum_{k=1}^m \operatorname{Im}(\underline{U}_k \underline{I}_k^*)$$

## Електричне коло з паралельним з'єднанням ідеальних $R$ , $L$ , $C$ елементів



$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{R}; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{jX_L}; \quad \underline{I}_3 = -\frac{\underline{U}}{jX_C}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

$$\underline{Y} = G - j(B_L - B_C)$$

$$\underline{I}_1 = G\underline{U}; \quad \underline{I}_2 = -jB_L\underline{U}; \quad \underline{I}_3 = jB_C\underline{U}$$

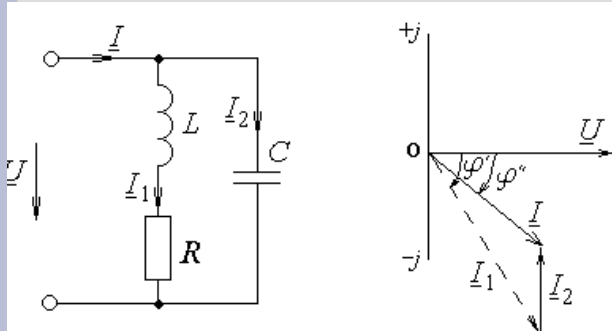
$$\underline{I}_a = \underline{I}_1 = G\underline{U} \quad \text{– активна складова струму}$$

$$\underline{I}_p = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = -j(B_L - B_C)\underline{U} = -jB\underline{U} \quad \text{– реактивна складова струму}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_a + \underline{I}_p \quad I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}$$



## Підвищення коефіцієнту потужності



Значне зниження  $\cos\varphi$  в колах змінного струму призведе до негативних наслідків, насамперед, до неповного використання в електричних мережах установленної потужності генераторів електростанцій та силових трансформаторів.

Для підвищення  $\cos\varphi$  до кола з активно-індуктивними елементами, що є типовим для багатьох споживачів, паралельно підключають компенсаційний конденсатор  $C$ , це забезпечує

- зменшення зсуву фаз між струмом джерела і його напругою  $\varphi' > \varphi$ ;
- підвищення коефіцієнта потужності кола  $\cos\varphi$
- зменшення струму джерела  $I < I^1$

Це дозволяє зменшити втрати в провідниках, що з'єднують джерело зі споживачем, та зменшити поперечний перетин цих провідників, заощаджуючи матеріальні ресурси.

Практично економічним та вигідним є підвищення коефіцієнта потужності електроустаткування до 0,95

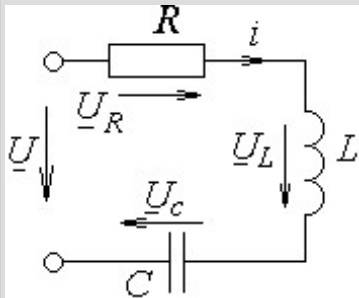
# Резонансні явища в електричних колах змінного струму

Під резонансом розуміють такий режим, в якому опір кола з  $R, L, C$  елементами відносно джерела є чисто активним. При цьому  $\varphi = 0$ , струм і напруга співпадають по фазі, реактивна потужність, тобто коло споживає тільки активну потужність

$$Q = UI \sin \varphi = 0$$

## Резонанс напруг

Резонанс напруг можливий у колі з послідовним з'єднанням  $R, L, C$



$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Якщо  $X_L = X_C$ , то  $Z = R$  і опір кола буде чисто активним

Умова резонансу напруг  $X_L = X_C$ ,

резонансна частота  $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

При резонансі напруг опір кола стає мінімальним, а струм набуває максимального значення

$$I_p X_L = I_p X_C \quad U_L = U_C \quad U = U_R + U_L + U_C$$

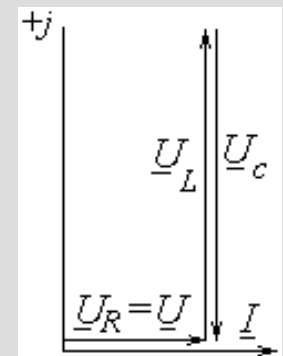
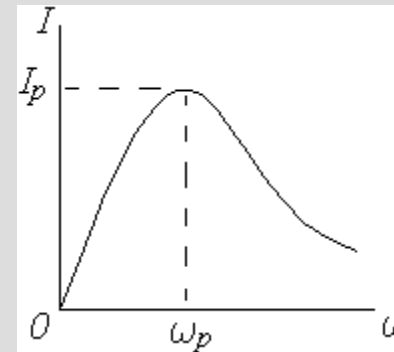
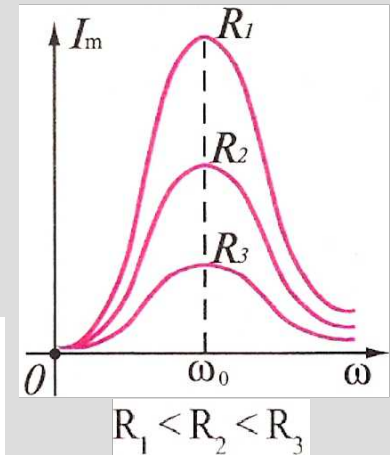
$$I_p = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} \quad U = U_R$$

Резонанс напруг можна отримати, змінюючи один з параметрів  $\omega, L, C$ .

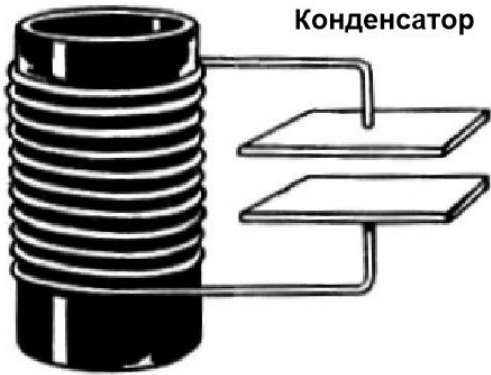
$$U_L = U_C = I_p X_L = I_p X_C = \frac{U}{R} X_L = \frac{U}{R} X_C$$

добротність резонансного контуру  $Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{U}{R \cdot U} \omega L = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R}$

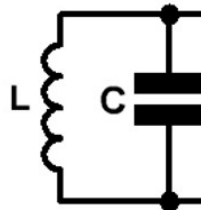
При підстановці  $\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q = \sqrt{\frac{L}{C}} / R$



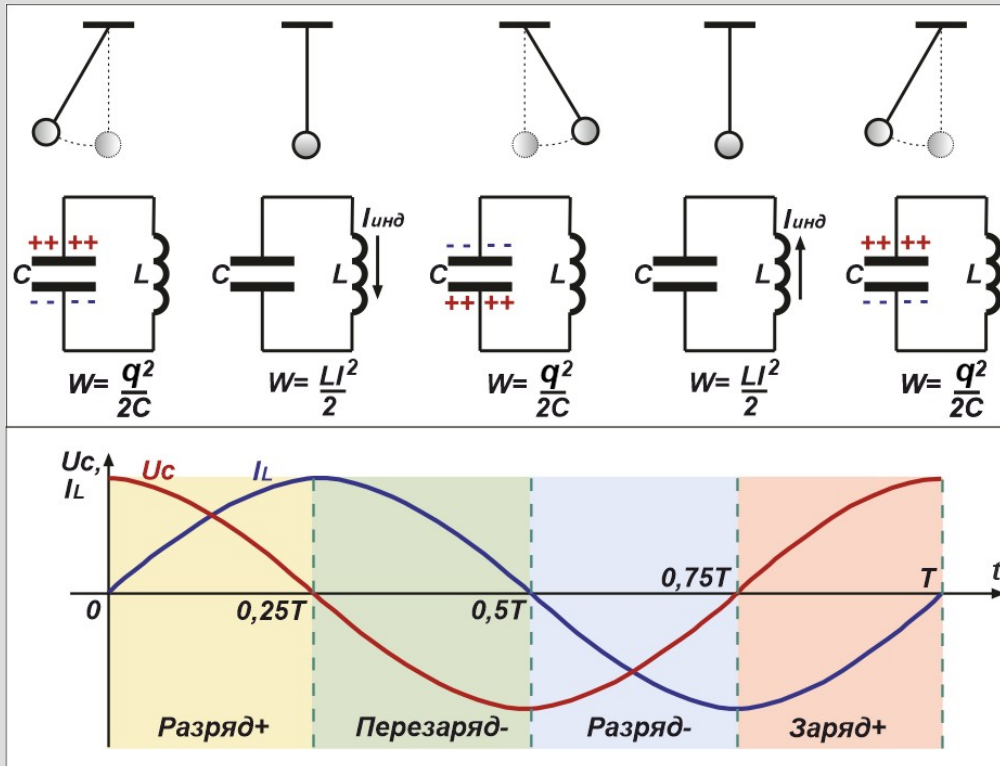
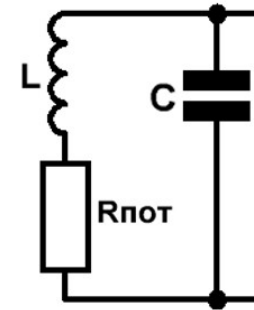
Катушка  
индуктивности



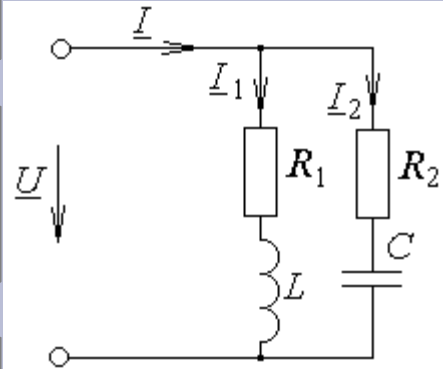
Идеальный  
колебательный  
контур



Реальный  
колебательный  
контур



## Резонанс струмів



Резонанс струмів можливий на ділянці електричного кола змінного струму, яка має паралельно з'єднані індуктивний та ємнісний елементи.

При наявності в вітках активних опорів  $R_1$  та  $R_2$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{Y}_1 \underline{U} + \underline{Y}_2 \underline{U} = \underline{U} (G_1 - jB_1) + \underline{U} (G_2 + jB_2) = \underline{U} [(G_1 + G_2) - j(B_1 - B_2)]$$

Для того, щоб вхідна напруга співпадала за фазою зі струмом, тобто щоб відбувся резонанс струмів, необхідно, щоб реактивна провідність кола дорівнювала нулю

$$B = B_1 - B_2 = 0$$

умовою резонансу струмів є рівність між індуктивною та ємнісною провідностями паралельних віток

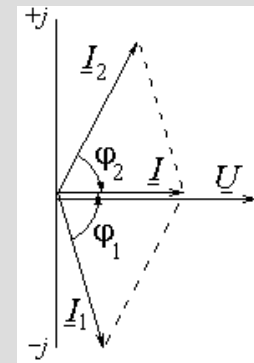
$$\frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2}$$

$$\varphi = 0$$

$$\frac{\omega L}{R_1^2 + \omega^2 L^2} = \frac{1}{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

Якщо активні опори віток істотно менше за реактивні опори, то таке коло називають коливальним контуром.

Резонанс струмів широко використовується, наприклад, в електроустановках для компенсації ємністю індуктивного зсуву фаз (паралельна компенсація), в техніці високих напруг, електрофільтрах, електровимірних приладах та у багатьох радіотехнічних пристроях, в яких коливальні контури є одним з головних елементів кола.



***Thanks for your attention***