ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"
Кафедра «Загальна електротехніка»

Професор, д-р техн. наук
Болюх Володимир Федорович

ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ КОЛІ

Перехідні процеси виникають в електричному колі при різного роду комутаційних переключеннях, пов'язаних з підключенням і відключенням споживачів, джерел електричної енергії, аварійними ситуаціями та іншим. Електричне коло переходить з одного рівня напруг і струмів (початкових) на інший. По закінченні цього процесу встановлюються нові, усталені значення напруги $u_у$ й струму $i_у$, які визначаються відповідно до зміненого електричного кола.

Перехідні ж струми й напруги мають дві складові – крім усталеної ще й вільну, яка відповідає протіканню перехідного процесу без впливу джерел електричної енергії до його повного нівелювання.

Таким чином напруга й струм під час перехідного процесу можуть бути подані у вигляді

$$u = u_у + u_в; \; i = i_у + i_в,$$

де $u_у$, $i_у$ – усталені значення напруги й струму;

$u_в$, $i_в$ – вільні значення напруги й струму.

Закони комутації

Струм при проходженні крізь індуктивність не може змінюватися стрибком.

Пояснюється це тим, що зміна струму змінює енергію магнітного поля, пов'язаного з індуктивністю L. Якщо це відбувається за проміжок часу $\Delta t = t_2 - t_1$, то витрачається потужність

$$P = \frac{\Delta W_{\text{м}}}{\Delta t} = \frac{L}{2} \cdot \frac{i^2(t_2) - i^2(t_1)}{t_2 - t_1},$$

яка не може сягати безкінечності при $(t_2 - t_1) \to 0$, що відповідало би кінцевій різниці струму $[i(t_2) - i(t_1)]$, тобто його стрибку.

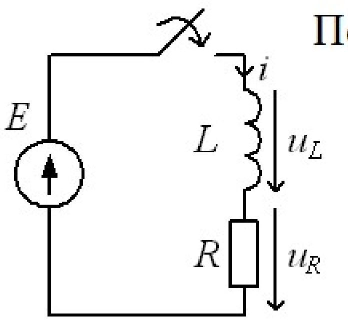
Напруга прикладена до ємності C не може змінюватися стрибком.

Пояснюється це тим, що зміна напруги змінює енергію електричного поля, пов'язаного з ємністю C. Потужність, що витрачається на цю зміну

$$P = \frac{\Delta W_{\text{е}}}{\Delta t} = \frac{C}{2} \cdot \frac{u^2(t_2) - u^2(t_1)}{t_2 - t_1},$$

не може сягати безкінечності при $(t_2 - t_1) \to 0$, що відповідало би кінцевій різниці напруги $[u(t_2) - u(t_1)]$, тобто її стрибку.

Вмикання котушки індуктивності у коло постійного струму

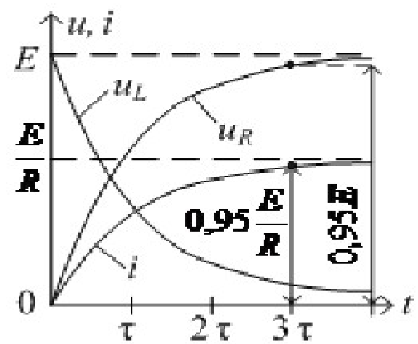


Початкові умови: при $t=0$ $i=0$. За другим законом Кірхгофа

$$u_L + u_R = E, \text{ де } u_L = L\frac{di}{dt}, \; u_R = Ri.$$

$i = i_у + i_в$, де $i_у = \dfrac{E}{R}$, а $i_в$ знаходимо з диференційного рівняння $L\dfrac{di_в}{dt} + Ri_в = 0$ (вилучено E).

Характеристичне рівняння для цього диференційного рівняння таке $Lp + R = 0$, що дає $p = -\dfrac{R}{L}$.



Вводимо поняття "стала часу" $\tau = \dfrac{L}{R}$, тоді рішення диференційного рівняння для $i_в$ має вигляд $i_в = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, а $i = \dfrac{E}{R} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.

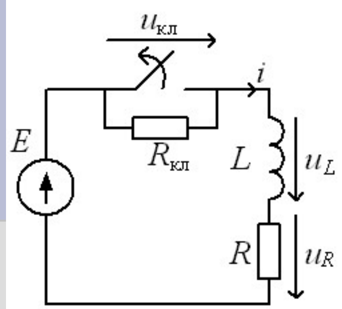
Сталу інтегрування A знаходимо з початкових умов: $0 = \dfrac{E}{R} + Ae^{-\frac{0}{\tau}}$. Звідки $A = -\dfrac{E}{R}$.

Відповідно

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); \quad u_R = Ri = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); \quad u_L = L\frac{di}{dt} = Ee^{-\frac{t}{\tau}}.$$

У більшості випадків перехідний процес можна вважати таким, що закінчився при $t = 3\tau$ (до усталеного значення не дістає 5 % його величини).

Вимикання котушки індуктивності з кола постійного струму



Початкові умови: при $t = 0$ $\quad i = \dfrac{E}{R}$. За другим законом Кірхгофа

$u_{кл} + u_L + u_R = E$, або, згрупувавши $R_{кл}$ і R,

$$L\frac{di}{dt} + (R_{кл} + R)\,i = E, \text{ де } R_{кл} >> R. \qquad i = i_у + i_в,$$

де $i_у = \dfrac{E}{R_{кл} + R}$, а $i_в$ знаходимо з диференційного рівняння

$$L\frac{di_в}{dt} + (R_{кл} + R)\,i_в = 0 \qquad (\text{вилучено } E).$$

Його рішення має вигляд $\quad i_в = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, де $\tau = \dfrac{L}{R_{кл} + R}$ – стала часу.

Сталу інтегрування A знаходимо з початкових умов:

$$\frac{E}{R} = \frac{E}{R_{кл} + R} + Ae^{-\frac{0}{\tau}},$$

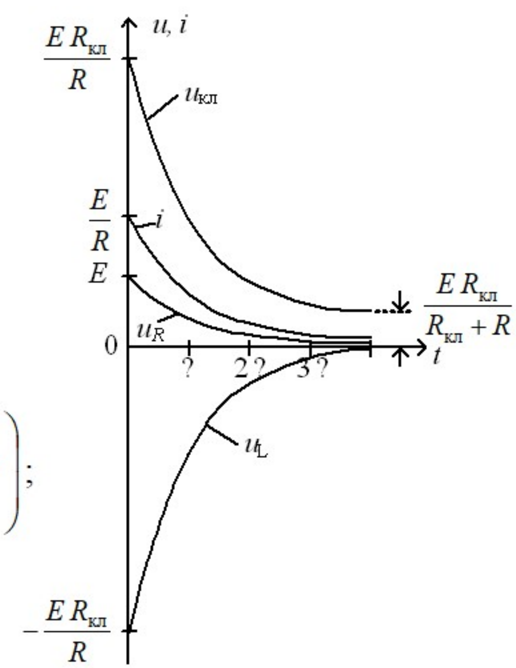
Загальне рішення для струму

$$i = i_у + i_в = \frac{E}{R_{кл} + R} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}. \quad \text{звідки } A = \frac{E\,R_{кл}}{R(R_{кл} + R)}$$

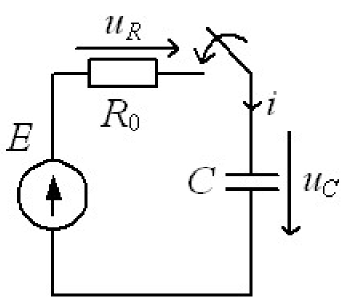
Відповідно

$$i = \frac{E}{R_{кл} + R}\left(1 + \frac{R_{кл}}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\right); \qquad u_R = \frac{E\,R}{R_{кл} + R}\left(1 + \frac{R_{кл}}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\right);$$

$$u_{кл} = \frac{E\,R_{кл}}{R_{кл} + R}\left(1 + \frac{R_{кл}}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\right); \qquad u_L = -\frac{E\,R_{кл}}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}.$$



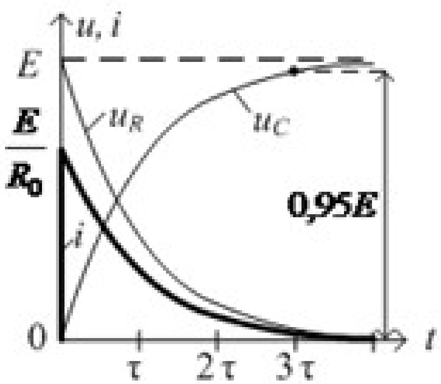
Зарядка конденсатора



Початкові умови: при $t=0$ $u_C=0$. Струм крізь ємність $i=C\dfrac{du_C}{dt}$.

За другим законом Кірхгофа $u_R+u_C=E$, що дає диференційне рівняння відносно u_C

$$R_0C\frac{du_C}{dt}+u_C=E.$$



$u_C=u_{Cу}+u_{Cв}$, де $u_{Cу}=E$, а $u_{Cв}$ знаходимо з рівняння (вилучено E).

$$R_0C\frac{du_{Cв}}{dt}+u_{Cв}=0$$

Його рішення має вигляд $u_{Cв}=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, де $\tau=R_0C$ – стала часу.

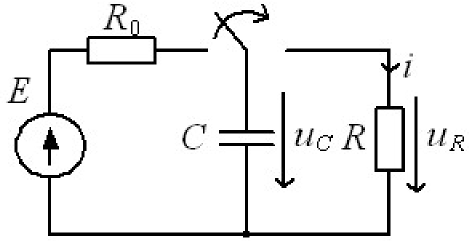
Загальне рішення $u_C=u_{Cу}+u_{Cв}=E+Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.

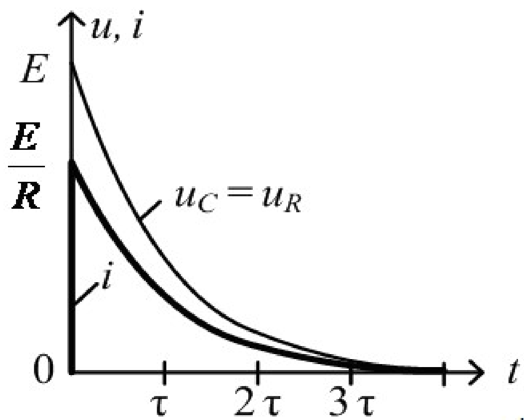
Сталу інтегрування A знаходимо з початкових умов: $0=E+Ae^{-\frac{0}{\tau}}$, звідки $A=-E$. Відповідно,

$$u_C=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right);\ \ i=C\frac{du_C}{dt}=\frac{E}{R_0}e^{-\frac{t}{\tau}};\ \ u_R=R_0i=Ee^{-\frac{t}{\tau}}.$$

при зарядці конденсатора в першу мить виникає стрибок струму $\left(i|_{t=0}=\dfrac{E}{R_0}\right)$, який обмежує опір R_0.

Розрядка конденсатора на резистор





Початкові умови: при $t = 0 \quad u_C = E$.

Струм крізь ємність спрямований зустрічно до u_C, тому $i = -C\dfrac{du_C}{dt}$. У контурі розрядки відсутнє джерело ЕРС, тому $u_C = u_{Cв}$, і у відповідності з другим законом Кірхгофа $u_R - u_C = 0$, що дає диференційне рівняння відносно u_C (помножуємо на "мінус одиницю"):

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0.$$

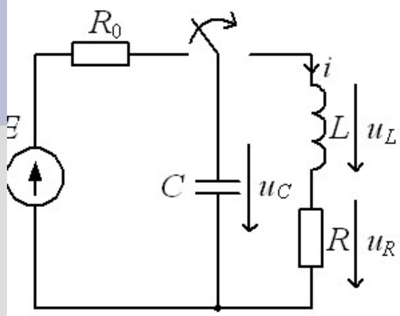
Його рішення $u_C = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, де $\tau = RC$ – стала часу.

З початкових умов знаходимо $A = E$. Відповідно

$$u_C = u_R = Ee^{-\frac{t}{\tau}}; \qquad i = -C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Як і при зарядці конденсатора, у першу мить його розрядки, виникає стрибок струму $\left(i\big|_{t=0} = \dfrac{E}{R}\right)$, який обмежує розрядний резистор R.

Розрядка конденсатора на котушку індуктивності



Початкові умови: $t = 0$ $i = 0$, $u_C = E$.

Струм крізь ємність спрямований зустрічно до u_C, тому $i = -C\dfrac{du_C}{dt}$. У контурі розрядки відсутнє джерело ЕРС, тому $u_C = u_{C\text{в}}$, і у відповідності з другим законом Кірхгофа $u_L + u_R - u_C = 0$, що дає диференційне рівняння відносно u_C (помножуємо на "мінус одиницю"):

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0.$$

Його характеристичне рівняння

$$LCp^2 + RCp + 1 = 0.$$

Звідки $p_{1,2} = -\dfrac{R}{2L} \pm \sqrt{\dfrac{R^2}{4L^2} - \dfrac{1}{LC}}$, а загальне рішення диференційного рівняння $u_C = A_1e^{p_1t} + A_2e^{p_2t}$.

Сталі інтегрування A_1, A_2 знаходяться відповідно до початкових умов.

У залежності від того, як співвідносяться $\dfrac{R^2}{4L^2}$ й $\dfrac{1}{LC}$ можливі два варіанти перехідного процесу.

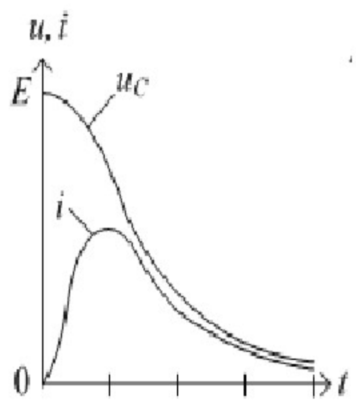
Аперіодичний процес $\left(\dfrac{R^2}{4L^2} > \dfrac{1}{LC}\right)$ з коефіцієнтом загасання $\delta = \dfrac{R}{2L}$.

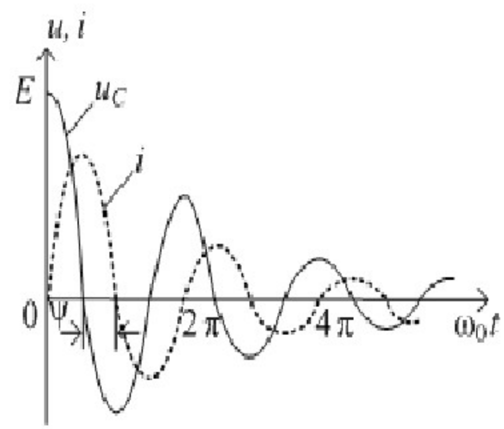
При цьому $u_C = E(1+\delta t)e^{-\delta t}$, $i = \dfrac{E}{L} t e^{-\delta t}$.

Періодичний процес $\left(\dfrac{R^2}{4L^2} < \dfrac{1}{LC}\right)$ з власною кутовою частотою $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}}$. При цьому між напругою u_C й струмом i виникає кут фазного зсуву $\psi = \mathrm{arctg}\dfrac{\omega_0}{\delta}$, а напруга й струм будуть такими:

$u_C = \dfrac{E}{\omega_0\sqrt{LC}} e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t + \psi)$, де $\dfrac{E}{\omega_0\sqrt{LC}} e^{-\delta t}$ – загасаюча амплітуда напруги;

$i = \dfrac{E}{\omega_0 L} e^{-\delta t} \sin\omega_0 t$, де $\dfrac{E}{\omega_0 L} e^{-\delta t}$ – загасаюча амплітуда струму.





Thanks for your attention