Приклад: $$x^2 + xy + y = 0$$

Ця функція задана неявно, але її можна задати явно: $y = -\frac{x^2}{1+x}$.

$2x^2 + y + y^3 + xy^2 = a^2$. Ця функція задана неявно, але її можна представити в явному вигляді.

Задання функціональної залежності між x і y у вигляді двох функцій називають ***параметричним заданням функції.***

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases} \qquad \alpha \le t \le \beta$$

Приклади:

$$\begin{cases} x = r\ sin\ \ t \\ y = r\ cos\ \ t \end{cases} \qquad t \text{ – параметр}$$

Якщо перше і друге рівняння піднести до квадрата і додати, отримаємо $x^2 + y^2 = r^2$
Це рівняння кола.

$$\begin{cases} x = 2 + 5cos\ \ t \\ y = -3 + 5\ sin\ \ t \Rightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 5^2 \end{cases}$$

Це рівняння кола.

3. Класифікація функцій

а) Парні і непарні функції.

Функція $y = f(x)$ називається ***парною***, якщо $f(-x) = f(x)$ для будь-яких $X \in D(f)$.

Графік парної функції розташований симетрично відносно осі ординат (осі *Oy*).

Приклади: $y = x^2$; $y = \cos x$

Функція $y = f(x)$ називається ***непарною***, якщо $f(-x) = -f(x)$ для будь-яких $X \in D(f)$.

Графік непарної функції симетричний відносно початку координат.

Приклади:

$$y = x^3; \qquad y = \frac{1}{x}; \qquad y = \sin x$$

Якщо ці умови не виконуються, то функція загального вигляду.

б) Періодичні функції.

Функція $f(x)$, визначена на всій числовій прямій, називається ***періодичною***, якщо існує таке число T, що

$$f(x+T)=f(x).$$

Число T – період функції.

Приклади:

$$y=\sin\ x,\quad y=\cos\ x\quad (T=2\pi)$$
$$y=\mathrm{tg}\ x,\quad y=\mathrm{ctg}\ x\quad (T=\pi)$$

в) Складена функція.

Нехай функція $y=f(U)$ визначена на множині A $(U\in A)$. Функція $U=\varphi(x),\ (X\in B)$.

Тоді $y=f(\varphi(x))$ – ***складена функція***.

Приклад:

$$y=2^U;\quad U\in[-1;1]$$
$$U=\sin\ x,\quad X\in(-\infty;+\infty)$$
$$\Rightarrow y=2^{\sin\ x}$$

г) Обернені функції.

Нехай задана функція $y=f(x)$ з областю визначень і значень: $D(f), E(f)$.

Будемо вимагати, щоб різним значенням x відповідали різні значення y.

Тоді можна визначити функцію $x=\varphi(y)$ (обернену) так, щоб виконувались співвідношення:

$$D(f)=E(\varphi),\quad f(\varphi(x))=X\quad X\in D(\varphi)$$
$$E(f)=D(\varphi),\quad \varphi(f(x))=X\quad X\in D(f).$$

Алгоритм знаходження оберненої функції:

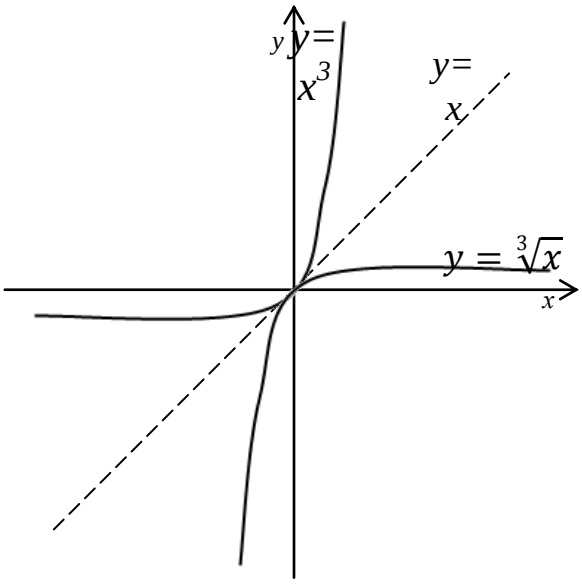
1) $y=f(x)$

2) $x=\varphi(y)$

3) $x\leftrightarrow y$

4) $y=\varphi(x)$.

Приклад: $y=x^3\Rightarrow x=\sqrt[3]{y}\Rightarrow y=\sqrt[3]{x}$ – обернена функція.



Пряма і обернена функції симетричні відносно прямої *y=x*.

II. ГРАНИЦЯ ПОСЛІДОВНОСТІ ГРАНИЦЯ ФУНКЦІЇ

1. Границя послідовності

Розглянемо числову послідовність $\{x_1,\ x_2 \dots x_n\} = \{x_n\}$.

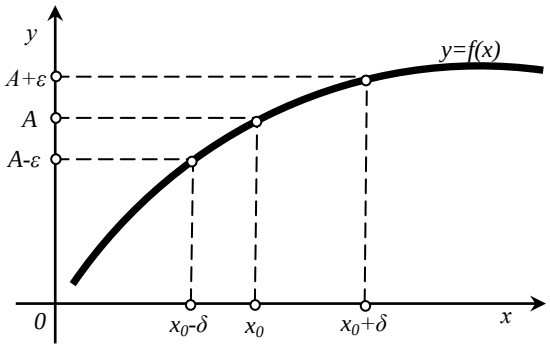
Означення 1. Число x_0 називається *границею послідовності* $\{x_n\}$, якщо для довільного числа $\varepsilon > 0$ існує такий номер *N=N(ε)*, що при всіх $n > N$ виконується нерівність $|x_n - x_0| < \varepsilon$.

Якщо число x_0 є границею послідовності $\{x_n\}$, то пишуть $\lim_{n\to\infty} x_n = x_0$. Розглянемо зміну функції $y = f(x)$ при $x \to x_0$.

Нехай функція $y = f(x)$ визначена в деякому околі точки x_0, крім, можливо, самої точки x_0.

Означення 2. Число *A* називають границею функції $y = f(x)$ в точці x_0, якщо для довільного числа $\varepsilon > 0$ існує число $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ таке, що для всіх $x \in X$, які задовольняють нерівність $0 < |x - x_0| < \delta$, виконується нерівність $|f(x) - A| < \varepsilon$.

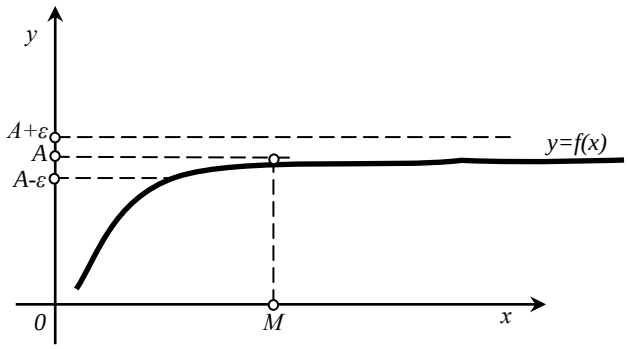
Записують: $\lim_{n\to\infty} f(x) = A$.



3. Границя функції при $x \to \infty$.

Нехай функція $y = f(x)$ визначена на проміжку $(-\infty; \infty)$.

Означення 3. Число A називають *границею функції* $f(x)$ при $x \to \infty$ і пишуть $\lim_{x\to\infty} f(x) = A$, якщо для довільного числа $\varepsilon > 0$ існує таке число $M = M(\varepsilon) > 0$, що при $|x| > M$ виконується нерівність $|f(x) - A| < \varepsilon$.



4. Односторонні границі.

Нехай $x \to x_0$, при чому $x < x_0$. Якщо $f(x) \to B$, то B називається *лівою границею* і позначається так

$$\lim_{\substack{x\to x_0 \\ (x>x_0)}} f(x) = \lim_{x\to x_0+0} f(x) = f(x_0 + 0)$$

Аналогічно визначається права границя функції $f(x)$ в точці x_0.

5. Нескінченно велика функція.

Означення 4. Функція $y = f(x)$ при $x \to x_0$ називається *нескінченно великою*, якщо вона визначена в деякому околі точки x_0, крім, можливо, самої точки x_0 і для довільного числа $M > 0$ існує таке число $\delta = \delta(M) > 0$, що при $0 < |x - x_0| < \delta$, виконується нерівність $|f(x)| > M$. Записується це так:

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$$

Приклад:

$$\lim_{x\to\infty} x^2 = \infty \qquad \lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$

6. Нескінченно малі величини.

Нескінченно малою величиною називається змінна величина, границя якої дорівнює нулю.

Якщо $\lim_{x\to x_0} \alpha(x) = 0$, то $\alpha(x)$ нескінченно мала величина.

Приклад: $y = (x-3)^3$ при $x \to 3$, є нескінченно малою величиною.

$$\lim_{x\to 3}(x-3)^3 = 0$$

<u>Властивості нескінченно малих величин</u>

1. Для того щоб число A було границею функції $f(x)$ при $x \to x_0$, необхідно і достатньо, щоб різниця $f(x)$ – A була нескінченно малою величиною, тобто

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A \leftrightarrow f(x) = A+, \text{ де} \lim_{x\to x_0} \alpha(x) = 0.$$

2. Якщо функція $\alpha(x)$ – нескінченно мала величина при $x \to x_0$ $(\alpha \neq 0)$, то функція $\frac{1}{\alpha(x)}$ є нескінченно великою величиною при $x \to x_0$, і навпаки, якщо функція $\beta(x)$ – нескінченно велика величина при $x \to x_0$, то $\frac{1}{\beta(x)}$ є нескінченно малою величиною при $x \to x_0$.

3. Сума нескінченного числа нескінченно малих величин є величина нескінченно мала.

4. Добуток обмеженої функції на нескінченно малу є величина нескінченно мала.

5. Частка від ділення нескінченно малої величини на функцію, яка має відмінну від нуля границю, є величина нескінченно мала.

7. Основні теореми про границі.

Теорема 1 *(про границю суми, добутку і частки). Якщо кожна з функцій $f(x)$ та $\varphi(x)$ має скінченну границю в точці x_0, то в цій точці існують також границі функцій $f(x) \pm \varphi(x)$, $f(x)\varphi(x)$, $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$, (остання за умови, що $\lim\limits_{x\to x_0} \varphi(x) \neq 0$)і справедливі формули*

$$\lim_{x\to x_0}\big(f(x) \pm \varphi(x)\big) = \lim_{x\to x_0} f(x) \pm \lim_{x\to x_0} \varphi(x);$$

$$\lim_{x\to x_0}\big(f(x)\varphi(x)\big) = \lim_{x\to x_0} f(x) \pm \lim_{x\to x_0} \varphi(x);$$

$$\lim_{x\to x_0}\left(\frac{f(x)}{\varphi(x)}\right) = \frac{\lim\limits_{x\to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x\to x_0} \varphi(x)}.$$

Приклади:

1. Обчислити $\lim\limits_{x\to 2}(5x^2 - 13x + 5)$.

Використовуючи теорему про границю суми і наслідки 1)-3), маємо

$$\lim_{x\to 2}(5x^2 - 13x + 5) = 5\lim_{x\to 2}x^2 - 13\lim_{x\to 2}x + 5\lim_{x\to 2} = -1.$$

2. Обчислити $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+1}{2x-1}$.

За теоремою про границі частки дістанемо

Тут немає проблем. Але якщо отримаємо невизначеність, треба застосовувати спеціальні методи. Операцію знаходження границі у цих випадках називають розкриттям невизначеності.

<u>Методи розкриття невизначеності:</u>

1. Невизначеність виду $\frac{\infty}{\infty}$ задана відношенням двох многочленів.

Наприклад $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+2x+5}{3x^3+x^2+1}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$

[розділемо чисельник і знаменник на x у найвищому степені]

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3}{x^3}+\frac{2x}{x^3}+\frac{5}{x^3}}{\frac{3x^3}{x^3}+\frac{x^2}{x^3}+\frac{1}{x^3}}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\overset{0}{\frac{2}{x^2}}+\overset{0}{\frac{5}{x^3}}}{3+\underset{0}{\frac{1}{x}}+\underset{0}{\frac{1}{x^3}}}=\frac{1}{3}.$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{2x+1}{3x^2+5}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{3x^2}{x^2}+\frac{5}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\overset{0}{\frac{2}{x}}+\overset{0}{\frac{1}{x^2}}}{3+\underset{0}{\frac{5}{x^2}}}=\frac{0}{3}=0$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^3+2n-1}}{n+2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{\frac{n^3}{n^3}+\frac{2n}{n^3}-\frac{1}{n^3}}}{\frac{n}{n}+\frac{2}{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{1+\frac{2n}{n^2}-\frac{1}{n^3}}}{1+\frac{2}{n}}=1.$$

2. Невизначеність виду $\frac{0}{0}$

Для того, щоб розкрити цю невизначеність, треба скоротити множник, який робить цю невизначеність.

Нагадаємо деякі формули.

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

x_1, x_2 – корені квадратного тричлена

$$ax^2+bx+c=0;\qquad D=b^2-4ac;\qquad x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}.$$

Наприклад, $6x^2-5x+1=6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=(2x-1)(3x-1)$.

$$\left[\begin{array}{ll}6x^2-5x+1=0, & D=(-5)^2-4\cdot6\cdot1=25-24=1\\ x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2\cdot6}=\frac{5\pm1}{12}; & x_1=\frac{6}{12}=\frac{1}{2};\qquad x_2=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}.\end{array}\right]$$

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b);$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2);$$
$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2);$$

Приклади:

$$\lim_{n\to\frac{1}{2}} \frac{8x^3-1}{6x^2-5x+1} = \left[\frac{8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3-1}{6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2-5\cdot\frac{1}{2}+1}\right] = \frac{0}{0} = \lim_{n\to\frac{1}{2}} \frac{(2x-1)(4x^2+2x+1)}{(2x-1)(3x-1)} =$$

$$= \frac{4\cdot\frac{1}{4}+2\cdot\frac{1}{2}+1}{3\cdot\frac{1}{2}-1} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+2-x}{x^3-x^2-x+1} = \left[\frac{1+1-2}{1-1-1+1} = \frac{0}{0}\right] =$$

$$x^2-x-2 = (x+2)(x-1);$$
$$D = 1+2\cdot 4\cdot 1 = 9$$
$$x_{1,2} = \frac{-1\pm 3}{2};\ x_1 = -2;\ \ x_2 = 1$$

$$x^3-x^2-x+1 = x^2(x-1)-(x-1) =$$
$$= (x-1)(x^2-1)$$

$$= \lim_{n\to 1} \frac{(x^2+2)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x^2-1)} = \lim_{n\to 1} \frac{3}{\underset{0}{x^2-1}} = \underset{0}{\infty}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

(Домножим і поділим чисельник і знаменник на спражене до $\sqrt{1+x^2-1}$)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\left(\sqrt{1+x^2}-1\right)\left(\sqrt{1+x^2}+1\right)}{x\cdot\left(\sqrt{1+x^2}+1\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{1+x^2-1}{x\cdot\left(\sqrt{1+x^2}+1\right)} =$$
$$= \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}+1} = \frac{0}{2} = 0.$$

3. Невизначеність виду $\infty-\infty$.

Приклад:

$$\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+2x}-x\right) = [\infty\ -\infty] = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)\left(\sqrt{x^2+2x}+x\right)}{\sqrt{x^2+2x}-x} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2x-x^2}{\sqrt{x^2+2x}+x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+2x}+x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2x}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}+\frac{x}{x}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2}{\sqrt{1+\frac{2}{x}}+1} = 1.$$

Невизначеність $[\infty \ -\infty]$ звели до $\frac{\infty}{\infty}$.

9. Перша важлива границя.

$$\lim_{x\to 0} \frac{sinx}{x} = 1.$$

Приклади:

$$\lim_{x\to 0} \frac{sinkx}{x} = \lim_{k\to 0} \frac{k \cdot sinkx}{kx} = k\lim_{x\to 0} \frac{sinkx}{kx} = k.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{tgx}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{\overset{\to 0}{sinx}}{cosx \cdot x} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{cosx} = \frac{1}{1} = 1.$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-cosx}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{2sin^2\frac{x}{2}}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \cdot sin\frac{x}{2} = 0.$$

Функції $\alpha(x)$ і $\beta(x)$ називаються ***еквівалентними*** нескінченно малими, якщо

$$\lim_{x\to x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$$

і $\alpha(x)$, $\beta(x)$ нескінченно малі при $x \to x_0$.

Еквівалентність позначається так: $\alpha(x) \sim \beta(x)$.

Розглянемо такі еквівалентні нескінченно малі величини: при $x \to x_0$

$$x \sim sinx \sim tgx \sim arcsinx \sim arctgx \sim e^x - 1 \sim \ln(1+x).$$

При знаходженні границі відношення двох нескінченно малих функцій, ці функції можна заміняти еквівалентними.

Приклади:

$$\lim_{x\to 0} \frac{sin5x}{tg2x} = \begin{bmatrix} sin5x \sim 5x \\ tg2x \sim 2x \end{bmatrix} = \lim_{x\to 0} \frac{5x}{2x} = \frac{5}{2};$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-cosx}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{2sin^2\frac{x}{2}}{x^2} = 2\lim_{x\to 0} \frac{\frac{x^2}{4}}{x^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

10. Друга важлива границя $[\mathbf{1}^\infty]$.

$$\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$$

e – ірраціональне число, $e \approx 2{,}718281828\ldots$.

$\log_e x = lnx$ – натуральний логарифм.

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e \qquad \lim_{\alpha\to 0}(1+\alpha)^{1/2} = e$$

Приклади:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{3x} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x}{2}}\right)^{\frac{x}{2}\cdot 2} = e^2;$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{2x-1} = \left[\frac{x+1}{x-2} = \frac{x-2+3}{x-2} = \frac{x-2}{x-2} + \frac{3}{x-2} = 1 + \frac{1}{\frac{x-2}{3}}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{\frac{x-2}{3}}\right)^{\frac{x-2}{3}\cdot\frac{3}{x-2}(2x-1)} = \lim_{x\to 0} e^{\frac{3(2x-1)}{x-2}} = e^6;$$

III. НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЇ.

Нехай функція $f(x)$ визначена в точці x_0 і в деякому околі цієї точки.

Функція $y = f(x)$ називається *неперервною в точці* x_0, якщо границя функції і її значення в цій точці рівні, тобто.

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$$

Якщо порівняти це означення з означенням границі функції $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A$, то при означенні границі функції число x_0 могло й не належати області визначення функції, а якщо число x_0 належало області визначення, то значення функції $f(x_0)$ в цій точці могло й не збігатися з границею A.

Функція $y = f(x)$, буде неперервною в точці x_0, тоді і тільки тоді, коли виконуються такі умови:

1) функція визначена в точці x_0 і в деякому околі цієї точки;

2) існує границя $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$;

3) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Поняття неперервності можна визначити за допомогою границь зліва і справа.

Часто зустрічається поняття *односторонньої неперервності.* Функція $f(x)$ називається *неперервною в точці* x_0*, зліва,* якщо вона визначена на

півінтервалі $(x_0-\varepsilon; x_0]$, де $\varepsilon>0$ і $\lim\limits_{x\to x_{0-0}} f(x)=f(x_0)$; якщо функція $f(x)$ визначена на півінтервалі $[x_0;\ x_0+\varepsilon)$ і $\lim\limits_{x\to x_{0+0}} f(x)=f(x_0)$, то функція називається *неперервною в точці x_0 справа.*

Функція $y=f(x)$ буде неперервною в точці x_0 тоді і тільки тоді, коли вона визначена в деякому околі точки x_0 і

$$\lim_{x\to x_0-0} f(x)=\lim_{x\to x_0+0} f(x)=f(x_0) \qquad (1)$$

Якщо хоча б одна з цих умов не виконується, то функція називається ***розривною*** в точці x_0, а сама точка x_0 називається ***точкою розриву***.

Види розривів:

а) Якщо $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=A,\quad \lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)=B$

При $A\neq B$ – ***розрив I роду***.

б) Якщо $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)\neq f(x_0)$,

то у точці x_0 – усувний розрив.

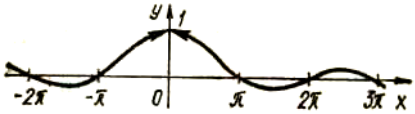
В точці x_0 можна довизначити функцію $f(x_0)=f(x_0\pm 0)$.

в) Якщо хоча б одна з односторонніх границь у формулі (1) не існує або дорівнює нескінченності, то розрив в точці x_0 називається ***розривом II роду.***

Приклади:

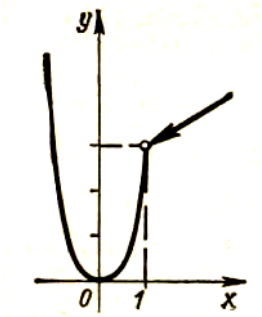
1. Функція $f(x)=\frac{\sin x}{x}$ не визначено в точці *x=0*, але має в цій точці границю, тому *x=0* – точка усувного розриву; досить покласти $f(0)=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$, щоб функція стала неперервною. Отже, функція

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}, & x\neq 0\\ 1, & x=0\end{cases}$$



Є неперервною в точці *x=0*.

2. Функція $y=\begin{cases}3x^2, & x\le 1\\ x+2, & x>1\end{cases}$; в точці *x=1* буде неперервною , тому що функція визначена в точці *x=1* і в будь-якому околі цієї точки. Крім того,

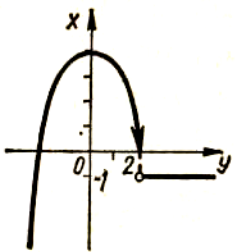


$$f(1)=3;$$

$$\lim_{x\to 1-0} f(x)=\lim_{\substack{x\to 1\\ x<0}} 3x^2=3;$$

$$\lim_{x\to 1+0} f(x)=\lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}}(x+2)=3.$$

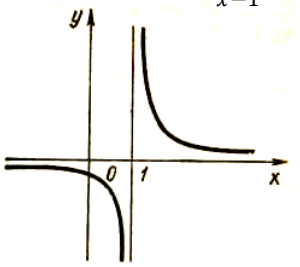
3. Функція $y=\begin{cases}4-x^2, & x<2\\ -1, & x\ge 2\end{cases}$; має в точці *x=2* розрив першого роду:



$$\lim_{x\to 2-0} f(x) = \lim_{\substack{x\to 2\\ x<2}}(4-x^2) = 0; \quad \lim_{x\to 2+0} f(x) = \lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}}(-1) = -1.$$

Стрибок функції в точці *x=2* дорівнює $\delta = |-1-0| = 1$.

4. Функція $f(x) = \frac{1}{x-1}$ в точці *x=1* має розрив другого роду, тому що

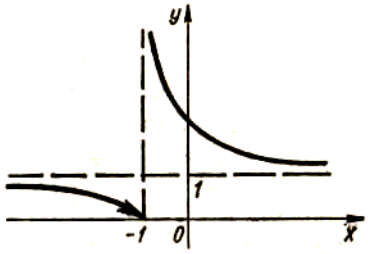


$$\lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} \frac{1}{x-1} = +\infty; \qquad \lim_{\substack{x\to 1\\ x<1}} \frac{1}{x-1} = -\infty.$$

5. Дослідити на неперервність функцію $f(x) = 2^{\frac{1}{x+1}}$ в точці *x=1*.

Функція не визначена в точці *x=1*, тому функція в цій точці розривна. Щоб визначити характер розриву, знайдемо границі зліва і справа:

$$\lim_{x\to -1-0} f(x) = \lim_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} 2^{\frac{1}{x+1}} = 0; \quad \lim_{x\to -1+0} f(x) = \lim_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} 2^{\frac{1}{x+1}} = +\infty.$$



Отже, точка *x=-1* є точкою розриву другого порядку.

Теорема 1. *Якщо функція $f(x)$ і $\varphi(x)$ неперервні в точці x_0, то в цій точці неперервними є функції $f(x) \pm \varphi(x)$; $f(x)\cdot\varphi(x)$; $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$ $(\varphi(x_0) \neq 0)$.*

Теорема 2. *Будь-яка елементарна функція неперервна в кожній точці, в якій вона визначена.*

Елементарна – це функція, яку можна задати однією формулою, яка містить скінчене число арифметичних дій і суперпозицій основних елементарних функцій.