Завдання 1. Знайти похідну скалярного поля φ(x,y,z) у заданому напрямку.

Завд. 1.1-1.12 по направленню нормалі до поверхні S, що складає гострий кут з додатним направленням віссі Oz .

1.1. $u = 4\ln\left(3 + x^2\right) - 8xyz, \quad S:\ x^2 - 2y^2 + 2z^2 = 1, \quad M\left(1,\ 1,\ 1\right).$

1.2. $u = x\sqrt{y} + y\sqrt{z}, \quad S:\ 4z + 2x^2 - y^2 = 0, \quad M\left(2,\ 4,\ 4\right).$

1.3. $u = -2\ln\left(x^2 - 5\right) - 4xyz, \quad S:\ x^2 + 2y^2 - 2z^2 = 1, \quad M\left(1,\ 1,\ 1\right).$

1.4. $u = \frac{1}{4}x^2 y - \sqrt{x^2 + 5z^2}, \quad S:\ z^2 = x^2 + 4y^2 - 4, \quad M\left(-2,\ \frac{1}{2},\ 1\right).$

1.5. $u = xz^2 - \sqrt{x^3 y}, \quad S:\ x^2 - y^2 - 3z + 12 = 0, \quad M\left(2,\ 2,\ 4\right).$

1.6. $u = x\sqrt{y} - yz^2, \quad S:\ x^2 + y^2 = 4z, \quad M\left(2,\ 1,\ -1\right).$

1.7. $u = 7\ln\left(1/13 + x^2\right) - 4xyz, \quad S:\ 7x^2 - 4y^2 + 4z^2 = 7, \quad M\left(1,\ 1,\ 1\right).$

1.8. $u = \mathrm{arctg}\left(y/x\right) - 8xyz, \quad S:\ x^2 + y^2 - 2z^2 = 10, \quad M\left(2,\ 2,\ -1\right).$

1.9. $u = \ln\left(1 + x^2\right) - xy\sqrt{z}, \quad S:\ 4x^2 - y^2 + z^2 = 16, \quad M\left(1,\ -2,\ 4\right).$

1.10. $u = \sqrt{x^2 + y^2} - z, \quad S:\ x^2 + y^2 = 24z, \quad M\left(3,\ 4,\ 1\right).$

1.11. $u = x\sqrt{y} - \left(z + y\right)\sqrt{x}, \quad S:\ x^2 - y^2 + z^2 = 4, \quad M\left(1,\ 1,\ -2\right).$

1.12. $u = \sqrt{xy} - \sqrt{4 - z^2}, \quad S:\ z = x^2 - y^2, \quad M\left(1,\ 1,\ 0\right).$

Завд. 1.13-1.30 у точці A в напрямку $\vec{\ell}$.

1.13. $\varphi = 3xz - \frac{z}{x}$ у точці A(-1,2,3) у напрямку $\vec{\ell} = \vec{i} - \vec{j} + \sqrt{2}\vec{k}$.

1.14. $\varphi = \sqrt{xy} + \sqrt{4 - z^2}$ у точці A(-1,-1,0) у напрямку $\vec{\ell} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

1.15. $\varphi = x^3 + \sqrt{4y^2 + z^2}$ у точці A(-2,2,-3) у напрямку $\vec{\ell} = -3\vec{i} + 4\vec{k}$.

1.16. $\varphi = 2\sqrt{y - z} + y\,\mathrm{arctg}\,x$ у точці A(1,4,-5) у напрямку $\vec{\ell} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

1.17. $\varphi = 2x^2 - \ln\left(z^2 + y^2\right)$ у точці A(2,-1,1) у напрямку $\vec{\ell} = \left\{0; -1; 0\right\}$.

1.18. $\varphi = \cos\left(x - 2y\right) + 4yz^2$ у точці A(π/2. π/4. 1) у напрямку $\vec{\ell} = \left\{2; -1; 2\right\}$.

1.19. $\varphi = y^2 + \mathrm{arctg}\left(x - z\right)$ у точці A(0,-2,-1) у напрямку $\vec{\ell} = \left\{2; -6; -3\right\}$.

1.20. $\varphi = xy^2 + \sqrt{yx^2 - z^3}$ у точці A(-1,1,-2) у напрямку $\vec{\ell} = 8\vec{i} - 4\vec{j} - 8\vec{k}$.

1.21. $\varphi = x^2 y^2 z + \ln\left(z + 1\right)$ у точці A(4,-3,0) у напрямку $\vec{\ell} = 2\vec{i} + \vec{k}$.

1.22. $\varphi = yz + \frac{z}{x}$ у точці A(-1,3,4) у напрямку $\vec{\ell} = \vec{i} - \vec{k}$.

1.23. $\varphi=\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{xz}$ у точці A(-1,-1,-1) у напрямку $\vec{\ell}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$.

1.24. $\varphi=3\sqrt{x-y}+2\sqrt{z-x}$ у точці A(1,-3,5) у напрямку $\vec{\ell}=-\vec{i}+2\vec{k}$.

1.25. $\varphi=x^2-5\operatorname{arcctg}(y+2z)$ у точці A(1,1,0) у напрямку $\vec{\ell}=2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$.

1.26. $\varphi=x^2+y^2-3x+2y$ у напрямку $\vec{AB}$, де A(0,0,0), B(3,4,0).

1.27. $\varphi=x^2z-2xyz+z^2$ у точці A(3,1,1) у напрямку $\vec{\ell}=\vec{i}+\sqrt{2}\vec{j}+\vec{k}$.

1.28. $\varphi=xyz$ у точці A(5,1,- 8) у напрямку, що йде від цієї точки до точки B(9,4,4).

1.29. $\varphi=\sqrt{xy}+\sqrt{4-z^2}$ у точці A(1,1,1) у напрямку $\vec{\ell}=-2\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$.

1.30. $\varphi=5x^2yz-7xy^2z+5xyz^2$ у точці A(1,1,1) у напрямку $\vec{\ell}=8\vec{i}-4\vec{j}+8\vec{k}$.

Завдання 2. Знайти вектори нормалей поверхні $F(x,y,z)=0$ у точці $A(x_0,y_0,z_0)$.

2.1. $-x^2+y^2+z^2-6y+4z-12=0$, A(2,8,0).

2.2. $x^2-y^2-3z=0$, A(-3,0,3).

2.3. $x^2+y^2-3z^2+2y=0$, A(0,-3,1).

2.4. $x^2+y^2-z^2-2x=0$, A(0,-1,1)

2.5. $-x^2-y^2+z=0$, A(1,2,5).

2.6. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{z^2}{8}=0$, A(4,3,4).

2.7. $x^2+y^2+z^2-4z=0$, A(2cosα,2sinα,2).

2.8. $3xyz-z^3=8$, A(0,2,-2).

2.9. $z=\dfrac{x^2}{2}-y^2$, A(2,-1,1).

2.10. $z=x^2+y^2+xy+x-y+1$, A(2,-2,9).

2.11. $z=x^3+y^3-3xy$, A(1,1,-1).

2.12. $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{48}+\dfrac{z^2}{27}=1$, у т. A(2,4,3)

2.13. $x^2-2y^2+2z^2=1$, A(1,-1,1). 2.14. $x^2+2y^2-2z^2=1$, A(-1,1,-1).

2.15. $4x^2-y^2+z^2=16$, A(-2,1,-1). 2.16. $x^2+y^2-4z^2=0$, A(2,-2,$-\sqrt{2}$).

2.17. $x^2-y^2+z^2=4$, A(1,1,-2). 2.18. $x^2+y^2+z-4=0$, A(-1,-1,2).

2.19. $x^2-y^2=z^2$, A(-2,1,$-\sqrt{3}$). 2.20. $x^2+4y^2-z^2=4$, A(-2,-2,4).

2.21. $x^2+9y^2-6x+z^2-4z+4=0$, A(3,-1,2). 2.22. $x^2+y^2-2z-10=0$, A(2,2,-1).

2.23. $x^2+4y^2-z^2-4=0$, A(0,-1,0). 2.24. $x^2+y^2-4z=9$, A(2,-1,-1).

2.25. $x^2-y^2-z^2=0$, A(-3,2,$-\sqrt{5}$). 2.26. $x^2-y^2-z^2+6y-4z+12=0$, A(2,8,0).

2.27. $x^2-y^2-3z=0$, A(-3,0,3). 2.28. $x^2+y^2-3z^2-2y=0$, A(0,3,1).

2.29. $x^2+y^2-z=0$, A(-1,2,5). 2.30. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{3}+\dfrac{z^2}{8}=0$, A(4,3,4).

Завдання 3. (Завд. 3.1 - 3.9). Знайти поверхню рівня скалярного поля φ, яка проходить через т. A, а також значення і напрямок найбільшої швидкості зміни поля у точці A

3.1. $\varphi = (xyz)^2$, A(1,-1, 3).

3.2. $\varphi = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz$, A(1,-1, 2).

3.3. $\varphi = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$, A(-1, 1,-1).

3.4. $\varphi = \ln\left(x^2 - y^2 + z^2\right)$, A(1, 1, 1).

3.5. $\varphi = e^x\left(x - y^3 + 3y\right)$, A(0, 2).

3.6. $\varphi = xy + yz + xz$, A(1, 1, 1).

3.7. $\varphi = x^2y + y^2z + xz^2$, A(1, 0, 0).

3.8. $\varphi = \frac{10}{x^2 + y^2 + z^2 + 1}$, A(-1, 2,-2).

3.9. $\varphi = x^3 + y^2 + 3x^2 + 6xy$, A(4,-12).

(Завд. 3.10 - 3.12).Знайти найбільшу крутизну підіймання поверхні $\varphi(x, y, z) = 0$ у точці A

3.10. $\frac{1}{3}\left(9 - x^2 - 4y^2\right) - z = 0$, A(-2, 1, 1/3).

3.11. $\ln\left(x^2 + 4y^2\right) - z = 0$, A(0, 5, 2ln10).

3.12. $\frac{x + \sqrt{y}}{y} - z = 0$, A(2, 1, 3).

(Завд. 3.13 - 3.30). Знайти кут нахилу градієнта поля φ до нормалі поверхні $z = 0$ у точці A

3.13. $\varphi = \ln\left(x^2 + y^2\right) - 3xyz$, A(1,-1, 0).

3.14. $\varphi = \sqrt{xy} - \sqrt{9 - z^2}$, M(-1,-1, 2).

3.15. $\varphi = \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}$, A(1,-2, 2).

3.16. $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{y}{x} + yz$, M(-1,-1, 2).

3.17. $\varphi = \sqrt{x^2 + y^2} + 4z$, A(-3,-4, 2).

3.18. $\varphi = \sqrt{16 + x^2} + \sqrt{yz}$, A(-3,-4, -9).

3.19. $\varphi = \ln\left(1 + y^2\right) + x\sqrt{z}$, A(1,-2, 4).

3.20. $x^2 - 2y^2 + 2z^2 = 1$, M(-1, 2,-2).

3.21. $\varphi = xy^2 - 2\sqrt{x^3z}$, A(2, 4, 2).

3.22. $\varphi = 2\ln\left(x^2 + 5\right) + 3xyz$, A(-1, 2, 3).

3.23. $\varphi = \ln\left(1 + x^2\right) - \sqrt{z^2 + y^2}$, A(-1, 0, 2).

3.24. $\varphi = \sqrt{x^2 + z^2} - 4y$, A(-2, 3, 0).

3.25. $\varphi = 2\ln\left(5 + x^2\right) - 3xyz$, A(-1,2,3).

3.26. $\varphi = (xyz)^2$, A(1,-1, 3).

3.27. $\varphi = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz$, A(1,-1, 2).

3.28. $\varphi = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$, A(-1, 1,-1).

3.29. $\varphi = \ln\left(x^2 - y^2 + z^2\right)$, A(1, 1, 1).

3.30. $\varphi = e^x\left(x - y^3 + 3z\right)$, A(0, 2, 1).

Завдання 4. Знайти векторні (силові) лінії наведених полів.

4.1. $\mathbf{a} = 4y\mathbf{i} - 9x\mathbf{j}$.

4.2. $\mathbf{a} = 2y\mathbf{i} + 3x\mathbf{j}$.

4.3. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 4y\mathbf{j}$.

4.4. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j}$.

4.5. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 4y\mathbf{j}$.

4.6. $\mathbf{a} = 3x\mathbf{i} + 6z\mathbf{k}$.

4.7. $\mathbf{a} = 4z\mathbf{i} - 9x\mathbf{k}$.

4.8. $\mathbf{a} = 2z\mathbf{i} + 3x\mathbf{k}$.

4.9. $\mathbf{a} = 4y\mathbf{j} + 8z\mathbf{k}$.

4.10. $\mathbf{a} = y\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$.

4.11. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 8z\mathbf{k}$.

4.12. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 3z\mathbf{k}$.

4.13. $\mathbf{a} = 4z\mathbf{j} - 9y\mathbf{k}$.

4.14. $\mathbf{a} = 2z\mathbf{j} + 3y\mathbf{k}$.

4.15. $\mathbf{a} = 5x\mathbf{i} + 10y\mathbf{j}$.

4.16. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 6y\mathbf{j}$.

4.17. $\mathbf{a} = y\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$.

4.18. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$.

4.19. $\mathbf{a} = 9y\mathbf{i} - 4x\mathbf{j}$.

4.20. $\mathbf{a} = 5y\mathbf{i} + 7x\mathbf{j}$.

4.21. $\mathbf{a} = 6x\mathbf{i} + 12z\mathbf{k}$.

4.22. $\mathbf{a} = 2y\mathbf{j} + 6z\mathbf{k}$.

4.23. $\mathbf{a} = 4x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$.

4.24. $\mathbf{a} = 9z\mathbf{i} - 4x\mathbf{k}$.

4.25. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + z\mathbf{k}$.

4.26. $\mathbf{a} = 5z\mathbf{i} + 7x\mathbf{k}$.

4.27. $\mathbf{a} = 7y\mathbf{j} + 14z\mathbf{k}$.

4.28. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 6z\mathbf{k}$.

4.29. $\mathbf{a} = 4x\mathbf{i} + z\mathbf{k}$.

4.30. $\mathbf{a} = 5z\mathbf{j} + 7y\mathbf{k}$.

4.31. $\mathbf{a} = 9z\mathbf{j} - 4y\mathbf{k}$.

Задача 5. Найти течію вектора $\boldsymbol{a}$ крізь частину площини P, яка розташована в першому октанті (нормаль складає гострий кут з віссю Oz).

5.1. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ x + y + z = 1.$

5.2. $\mathbf{a} = y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ x + y + z = 1.$

5.3. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ x + y + z = 1.$

5.4. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$
$P:\ x + y + z = 1.$

5.5. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j}$
$P:\ x + y + z = 1.$

5.6. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ x/2 + y + z = 1.$

5.7. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ x/2 + y + z = 1.$

5.8. $\mathbf{a} = y\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$
$P:\ x/2 + y + z = 1.$

5.9. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ x + y/2 + z/3 = 1.$

5.10. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ x + y/2 + z/3 = 1.$

5.11. $\mathbf{a} = 3x\mathbf{i} + 2z\mathbf{k}$
$P:\ x + y/2 + z/2 = 1.$

5.12. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ x/3 + y + z/2 = 1.$

5.13. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$
$P:\ x/3 + y + z/2 = 1.$

5.14. $\mathbf{a} = -2x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$
$P:\ x/3 + y + z/2 = 1.$

5.15. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + 6z\mathbf{k}$
$P:\ x/2 + y/3 + z = 1.$

5.16. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 5y\mathbf{j} + 5z\mathbf{k}$
$P:\ x/2 + y/3 + z = 1.$

5.17. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ 2x + y/2 + z = 1.$

5.18. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + y\mathbf{j} - 2z\mathbf{k}$
$P:\ 2x + y/2 + z = 1.$

5.19. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$
$P:\ 2x + y/2 + z = 1.$

5.20. $\mathbf{a} = -x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + 12z\mathbf{k}$
$P:\ 2x + y/2 + z = 1.$

5.21. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j} + 8z\mathbf{k}$
$P:\ x + 2y + z/2 = 1.$

5.22. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + 6z\mathbf{k}$
$P:\ x + 2y + z/2 = 1.$

5.23. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 5z\mathbf{k}$
$P:\ x + 2y + \dfrac{z}{2} = 1.$

5.24. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 4y\mathbf{j} + 5z\mathbf{k}$
$P:\ x + 2y + \dfrac{z}{2} = 1.$

5.25. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ 2x + 3y + z = 1.$

5.26. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ 2x + 3y + z = 1.$

5.27. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ 2x + 3y + z = 1.$

5.28. $\mathbf{a} = 2x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$
$P:\ 2x + 3y + z = 1.$

5.29. $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + 9y\mathbf{j} + 8z\mathbf{k}$
$P:\ x + 2y + 3z = 1.$

5.30. $\mathbf{a} = 8x\mathbf{i} + 11y\mathbf{j} + 17z\mathbf{k}$
$P:\ x + 2y + 3z = 1.$

5.31. $\mathbf{a} = -x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
$P:\ x + 2y + 3z = 1.$

Завдання 6. Обчислити течію вектора $\vec{a}$ крізь зазначену поверхню *S*.

6.1. $\vec{a} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$, де *S* - частина сфери $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, що лежить у другому октанті (нормаль утворює гострий кут з віссю *OZ*).

6.2. $\vec{a} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, де S - бічна поверхня конуса $x^2 + y^2 = z^2$, z = -4 (нормаль утворює гострий кут з віссю OZ).

6.3. $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, де S - зовнішня сторона бічної поверхні прямого кругового конуса з основою в площині XOY і вершиною на осі OZ (r =2. h=1).

6.4. $\vec{a} = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$, де S - зовнішня сторона бічної поверхні піраміди з вершинами в точках A(2, 0, 0), B(0,1,0), D(0, 0, 2) та основою OAB.

6.5. $\vec{a} = xy\vec{i} + xz\vec{j} + yz\vec{k}$, де S - площадка, що вирізується на площині $x+y+z$=2 площинами x=0. y=0. $x+y$=1 (нормаль утворює гострий кут з віссю OZ).

6.6. $\vec{a} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$, де S – верхня частина поверхні $x^2 + y^2 + 2bz = b^2$, розміщеної в другому октанті ($b > 0$).

6.7. $\vec{a} = xy\vec{i} - 5z^2\vec{j} + 8\vec{k}$, де S – коло, що вирізується на площині $x+y$=3 сферою $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ (нормаль утворює тупий кут з віссю $OУ$).

6.8. $\vec{a} = x^2\vec{i} + x\vec{j} + xz\vec{k}$, де S – частина зовнішньої сторони параболоїда $y = x^2 + z^2$, що лежить у першому октанті й обмежена площиною y=1.

6.9. $\vec{a} = x\vec{i} + (y+z)\vec{j} + (z-y)\vec{k}$, де S – верхня сторона частини сферичної поверхні $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, розташованої у першому октанті.

6.10. $\vec{a} = (x-z)\vec{i} + (z^2 - y^2)\vec{j} + (x+z)\vec{k}$, де S – зовнішня сторона частини циліндричної поверхні $x^2 + y^2 = R^2$, обмеженої площинами z=0, z=8.

6.11. $\vec{a} = 3x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$, де S - зовнішня сторона параболоїда $x^2 + y^2 = 9 - z$, розташованого у першому октанті.

6.12. $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, де S - верхня сторона кола, що вирізується конусом $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ на площині z=3.

6.13. $\vec{a} = -\vec{i}x^2 - \vec{j}y^2 - \vec{k}z^2$, де S – верхня сторона частини сферичної поверхні $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, розташованої у третьому октанті.

6.14. $\vec{a} = xy\vec{i} - yz\vec{j} + z^2\vec{k}$, де S - частина площини $x + 3y - 4z = 12$, відтятої координатним кутом (нормаль утворює гострий кут з віссю OZ).

6.15. $\vec{a} = 3\vec{i} + 3x^2\vec{j} - 8xz\vec{k}$, де S - верхня сторона частини конуса $4x^2 + 9y^2 = (z-4)^2$, що лежить над площиною XOY.

6.16. $\vec{a} = 2x\vec{i} + (x-z)\vec{j} + (z-x)\vec{k}$, де S – верхня сторона частини параболоїда $4 - z = x^2 + y^2$, яка розташована у другому октанті.

6.17. $\vec{a} = xz\vec{i} + xy\vec{j} + yz\vec{k}$, де S – частина зовнішньої сторони параболоїда $x = y^2 + z^2$, що лежить у першому октанті й обмежена площиною x=1.

6.18. $\vec{a} = -2x\vec{i} + 4y\vec{j} - 12z\vec{k}$, де S – частина площини $x - 2y + 6z - 12 = 0$, що відтята координатними площинами (нормаль утворює гострий кут з віссю OZ).

6.19. $\vec{a} = (5+2x)\vec{i} + 3y\vec{j} - (8+6z)\vec{k}$, де S – нижня сторона кола: $\begin{cases} 4z = x^2 + y^2 \\ z = 4 \end{cases}$.

6.20. $\vec{a} = (1+2x)\vec{i} + (3z^2 - 4)\vec{j} + (2-5z)\vec{k}$, де S – верхня сторона частини поверхні $x^2 + y^2 + 6z = 9$, розташованої у третьому октанті.

6.21. $\vec{a} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (y^2 + z^2)\vec{j} + (z^2 + x^2)\vec{k}$, де S – частина площини $x + y + z = 4$, відтята координатними площинами (нормаль утворює гострий кут з віссю OZ).

6.22. $\vec{a} = (3z - 2x)\vec{i} + (2y - 4xz^2)\vec{j} + (2-z)\vec{k}$, де S – зовнішня сторона частини поверхні конуса з першого октанта $(z-4)^2 = x^2 + y^2$, $z \in [0,4]$.

6.23. $\vec{a} = -2x\vec{i} + 4y\vec{j} - 12z\vec{k}$, де S – частина площини $x - 2y + 6 - 12 = 0$, відтята координатними площинами (нормаль утворює гострий кут з віссю OZ).

6.24. $\vec{a} = (x+2z)\vec{i} + (y+2x)\vec{j} + (z+2y)\vec{k}$, де S – зовнішня сторона частини сфери $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, розташованої у другому октанті.

6.25. $\vec{a} = (z-3x)\vec{i} + (2x-y)\vec{j} + (y-z)\vec{k}$, де S - частина площини $-x + 2y + 3z = -6$, відтята координатним кутом (нормаль утворює гострий кут з віссю OZ).

6.26. $\vec{a} = (x-2z)\cdot\vec{i} + (3z-4x)\cdot\vec{j} + (5x+y)\cdot\vec{k}$, де S – верхня сторона трикутника з вершинами $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$.

6.27. $\vec{a} = x^2\vec{i} + x\vec{j} + xz\vec{k}$, де S – частина зовнішньої сторони параболоїда обертання $x^2 + z^2 = y$, що лежить у першому октанті і обмежений площиною $y = 0,\ y \in [0,1]$.

6.28. $\vec{a} = 2\vec{i} - x\vec{j} + 5z\vec{k}$, де S – верхня сторона трикутника ABC, отримана при перетинанні площини $x + 2y + 3z - 6 = 0$ з координатними площинами.

6.29. $\vec{a} = 4\vec{i} - 9\vec{j}$, де S – зовнішня сторона поверхні параболоїда обертання $y = x^2 + z^2$, обмежена площиною $y = 4$, що лежить у другому октанті.

6.30. $\vec{a} = (x-z)\cdot\vec{i} + (z^2 - y^2)\cdot\vec{j} + (x+z)\cdot\vec{k}$, де S – частина циліндричної поверхні $x^2 + y^2 = R^2$, обмежена площинами $z = 0,\ z = b$ (нормаль утворює гострий кут з віссю OZ).

Завдання 7. Обчислити течію вектора $\vec{a}$ крізь замкнену поверхню S (безпосередньо та за теоремою Остроградського-Гауса).

7.1. $\vec{a} = x^3\vec{i} + y^3\vec{j} + z^3\vec{k}$, S: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

7.2. $\vec{a} = 2x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ 0 \le z \le 1 \end{cases}$.

7.3. $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0 \end{cases}$.

7.4. $\vec{a} = 3x\vec{i} - 2z\vec{j} + y\vec{k}$, S: $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0 \end{cases}$.

7.5. $\vec{a} = (x+z)\vec{i} + (y+x)\vec{j} + (y+z)\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \\ x = z \end{cases}$.

7.6. $\vec{a} = yz\vec{i} - x\vec{j} - y\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 1 \\ z = 1,\ z = 0 \end{cases}$.

7.7. $\vec{a} = 2x\vec{i} + (1-2y)\vec{j} + 2z\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + 2y + z^2 = 1 \\ y \ge 0,\ z = 0 \end{cases}$.

7.8. $\vec{a} = (1+2x)\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ z = 4,\ z \ge 0 \end{cases}$.

7.9. $\vec{a} = x\vec{i} + xz\vec{j} + y\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z = 4 \\ z = 0,\ z \ge 0 \end{cases}$.

7.10. $\vec{a} = (y^2 + z^2)\vec{i} - y^2\vec{j} + 2yz\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + z^2 = y^2 \\ y = 1,\ y \ge 0 \end{cases}$.

7.11. $\vec{a} = 2x\vec{i} - (z-1)\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = 0,\ z = 1 \end{cases}$.

7.12. $\vec{a} = x\vec{i} - 2y\vec{j} - z\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z = 1 \\ z = 0 \end{cases}$.

7.13. $\vec{a} = 3x\vec{i} + 2y\vec{j} - e^x\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z = 3 \\ z = 0 \end{cases}$.

7.14. $\vec{a} = 2x\vec{i} - 2^x\vec{j} - (z+1)\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 = z + 4 \\ z = 8 \end{cases}$.

7.15. $\vec{a} = 3x\vec{i} - 2y\vec{j} + z\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ z = 0,\ z = 1 \end{cases}$.

7.16. $\vec{a} = 5x\vec{i} + 2z\vec{j} - y\vec{k}$, S: $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0 \end{cases}$.

7.17. $\vec{a} = 2x\vec{i} + x^2z\vec{j} + y\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z = 9 \\ z = 0 \end{cases}$.

7.18. $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x \le 0,\ y \le 0,\ z \le 0 \end{cases}$.

7.19. $\vec{a}=(2x+z)\vec{i}+(2y+x)\vec{j}+(y+2z)\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x=z, \quad z=0 \end{cases}$.

7.20. $\vec{a}=(2+3x)\vec{i}-y\vec{j}+2z\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2=z^2 \\ z=3 \end{cases}$.

7.21. $\vec{a}=5x\vec{i}-2z\vec{j}+y\vec{k}$, S: $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0 \end{cases}$.

7.22. $\vec{a}=2x^3\vec{i}+2y^3\vec{j}+2z^3\vec{k}$, S: $x^2+y^2+z^2=9$.

7.23. $\vec{a}=(y^2+z^2)\vec{i}+y^2\vec{j}-3yz\vec{k}$, S: $\begin{cases} y^2+z^2=x^2 \\ x=1 \end{cases}$.

7.24. $\vec{a}=xy\vec{i}-yz\vec{j}+xz\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x\le 0,\ y\le 0,\ z\le 0 \end{cases}$.

7.25. $\vec{a}=y\vec{i}+y^2\vec{j}+yz\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2=2z \\ x\ge 0,\ z=1,\ y\ge 0 \end{cases}$.

7.26. $\vec{a}=x\vec{i}+2y\vec{j}-z\vec{k}$ S: $x^2+y^2+z^2=4$.

7.27. $\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}+(1-z)\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2=z^2 \\ 0\le z\le H \end{cases}$.

7.28. $\vec{a}=x^3\vec{i}+y^3\vec{j}+z^3\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{R^2}{H^2}z^2 \\ 0\le z\le H \end{cases}$.

7.29. $\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}+(1-z)\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2=z^2 \\ 0\le z\le H \end{cases}$.

7.30. $\vec{a}=2x\vec{i}+2y\vec{j}-2(2z-1)\cdot\vec{k}$, S: $\begin{cases} x^2+y^2=1-2z \\ z=0 \end{cases}$.

Завдання 8. Обчислити лінійний інтеграл векторного поля $\vec{a}$ вздовж означеної лінії *L*.

8.1. $\vec{a}=(2c-y)\vec{i}+(y-c)\vec{j}$. *L* – перша арка циклоїди $\begin{cases} x=c(t-\sin t) \\ y=c(1-\cos t) \end{cases}$, у напрямку зростання параметра *t*.

8.2. $\vec{a}=-(m\cos t\cdot\vec{i}+n\sin t\cdot\vec{j})$. *L* - дуга еліпса $\begin{cases} \dfrac{x^2}{m^2}+\dfrac{y^2}{n^2}=1 \\ z=0 \end{cases}$ від $A(m,0,0)$ до $B(0,n,0)$.

8.3. $\vec{a}=(x^2-yz)\vec{i}+(y^2-xz)\vec{j}+(z^2-xy)\vec{k}$. *L* - дуга гвинтової лінії: $x=b\cos\varphi$, $y=b\sin\varphi$, $z=h\varphi/2\pi$ від $A(b.\ 0.\ 0)$ до $B(b.\ 0.\ h)$.

8.4. $\vec{a}=yz\vec{i}+z\sqrt{9-y^2}\,\vec{j}+xy\vec{k}$, *L* - дуга гвинтової лінії: $x=3\cos t$, $y=3\sin t$, $z=2t/\pi$ від точки *A* перетину кривої з площиною *XOY* до точки *B* перетину з площиною *Z*=4.

8.5. $\vec{a}=\left(y^2-z^2\right)\vec{i}+2yz\vec{j}-x^2\vec{k}$. L: $x=t$, $y=t$, $z=t^3$ в напрямку зростання параметра $t\in[0,1]$.

8.6. $\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}+(x+y-1)\vec{k}$. L – відрізок прямої AB, де $A(1, 1, 1)$, а $B(2, 3, 4)$, у напрямку від точки A до точки B.

8.7. Обчислити роботу силового поля $\vec{a}=(2xy-y)\vec{i}+\left(x^2+x\right)\vec{j}$ при переміщенні уздовж кривої L: $\begin{cases} x^2+y=9 \\ y\geq 0 \end{cases}$ від точки $M(3, 0)$ до точки $N(-3, 0)$.

8.8. Обчислити роботу силового поля $\vec{a}=y\vec{i}-x\vec{j}$ при переміщенні уздовж кривої L: $\begin{cases} 2x^2+y^2=1 \\ y\geq 0 \end{cases}$ від точки $M(\frac{\sqrt{2}}{2},0)$ до точки $N(-\frac{\sqrt{2}}{2},0)$.

8.9. Обчислити роботу сили $\vec{f}$ при переміщенні точки M вздовж дуги еліпса $x=a\cos t; y=a\sin t; z=0$, що лежить у першому квадранті, в напрямку зростання параметра t. Сила $\vec{f}$ за значенням дорівнює відстані від точки M до центру еліпса і спрямована до центра.

8.10. Знайти роботу сили $\vec{f}$ при русі точки M під дією цієї сили по колу $x=\cos t; y=1; z=\sin t$ від точки $M(1,1,0)$ до точки $N(0,1,1)$. Сила $\vec{f}$ за значенням обернено пропорційна відстані точки її прикладання до осі OZ, перпендикулярна цій осі і спрямована до неї.

8.11. Знайти роботу сили $\vec{f}$ при русі матеріальної точки по прямій від точки $A(1,1,1)$ до точки $B(2,2,2)$, якщо за значенням сила $\vec{f}$ обернено пропорційна відстані від точки її прикладання до площини XOY і спрямована на початок координат.

8.12. Знайти роботу сили $\vec{f}=2xy\vec{i}+x^2\vec{j}$ вздовж дуги кола одиничного радіуса від точки $A(1,0)$ до точки $B(0,1)$.

8.13. Знайти роботу сили $\vec{f}=2xy\vec{i}+x^2\vec{j}$ вздовж дуги кола одиничного радіуса від точки $A(0,1)$ до точки $B(-1,0)$.

8.14. Знайти роботу сили $\vec{f}=(x-y)\vec{i}+x\vec{j}+z^2\vec{k}$ вздовж кола L: $\begin{cases} x^2+y^2-4z^2=0 \\ z=\frac{1}{2} \end{cases}$, що пробігається у додатному напрямку.

8.15. Знайти роботу сили $\vec{f}=2y\vec{i}+2z\vec{j}+3z\vec{k}$ вздовж L: $\begin{cases} 2x^2+y^2=1 \\ x+y+z=3 \end{cases}$, що пробігається в додатному напрямку.

8.16. Знайти роботу сили $\vec{f}=(2-y)\vec{i}+(y-1)\vec{j}$ вздовж першої арки циклоїди L: $\begin{cases} x=2(t-\sin t) \\ y=2(1-\cos t) \end{cases}$, що пробігається в напрямку спадання параметра.

8.17. Знайти роботу сили $\vec{f}=\left(x^2-yz\right)\vec{i}+\left(y^2-xz\right)\vec{j}+\left(z^2-xy\right)\vec{k}$ вздовж гвинтової лінії $x=2\cos\varphi;\quad y=2\sin\varphi;\quad z=\dfrac{3\varphi}{2\pi}$ від точки $A(2,0,0)$ до точки $B(2,0,3)$.

8.18. Знайти роботу сили $\vec{f}=\left(y^2-z^2\right)\vec{i}+2yz\vec{j}+x^2\vec{k}$ вздовж кривої L: $x=t,$ $y=t^2,\ z=t^3$ від точки $A(1,1,1)$ до точки $B(2,4,8)$.

8.19. Знайти роботу сили $\vec{f}=yz\,\vec{i}+z\sqrt{9-yz}\,\vec{j}+xy\,\vec{k}$ вздовж гвинтової лінії $x=3\cos t,\ y=3\sin t,\ z=\dfrac{2t}{\pi}$ від точки $M_1(0,3,1)$ до точки $M_2(3,0,0)$.

8.20. Знайти роботу сили $\vec{f}=3\cos t\cdot\vec{i}+5\sin t\cdot\vec{j}$, вздовж дуги еліпса L: $\dfrac{x^2}{3^2}+\dfrac{y^2}{5^2}=1,\ z=0$ від точки $A(3,0,0)$ до точки $B(0,-5,0)$.

8.21. Знайти роботу сили $\vec{f}=yz\,\vec{i}+z\sqrt{16-y^2}\,\vec{j}+xy\,\vec{k}$ вздовж гвинтової лінії $x=4\cos t,\ y=4\sin t,\ z=\dfrac{2t}{\pi}$ від точки перетину з площиною XOY до точки перетину з площиною Z=4.

8.22. Знайти роботу сили $\vec{f}=(4-y)\,\vec{i}+(y-2)\,\vec{j}$ вздовж другої арки циклоїди L: $\begin{cases}x=2(t-\sin t)\\ y=2(1-\cos t)\end{cases}$ у напрямку спадання параметра t.

8.23. Сила за значенням дорівнює відстані від точки M еліпса $x=2\cos t,\ y=3\sin t,\ z=0$ до центру еліпса і спрямована до центра. Обчислити роботу при переміщенні точки M вздовж дуги еліпса від $M_1(-2,0,0)$ до $M_2(0,3,0)$.

8.24. Знайти роботу сили $\vec{f}=(2xy-y)\,\vec{i}+\left(x^2+x\right)\vec{j}$ вздовж дуги параболи $y=9-x^2$ від точки $M_1(-3,0)$ до точки $M_2(0,9)$.

8.25. Знайти роботу сили $\vec{f}=\left(x^2-yz\right)\vec{i}+\left(y^2-xz\right)\vec{j}+\left(z^2-xy\right)\vec{k}$ вздовж гвинтової лінії $x=3\cos\varphi,\ y=3\sin\varphi,\ z=\dfrac{\varphi}{\pi}$ від точки $A(3,0,2)$ до точки $B(3,0,0)$.

8.26. Знайти роботу сили $\vec{f}=2xy\vec{i}+y^2\vec{j}$ вздовж дуги кола одиничного радіуса від точки $A(1,0)$ до точки $B(0,1)$.

8.27. Знайти роботу сили $\vec{f}=xy\vec{i}+y^2\vec{j}$ вздовж дуги кола одиничного радіуса від точки $A(0,1)$ до точки $B(-1,0)$.

8.28. Знайти роботу сили $\vec{f}=y\vec{i}+z\vec{j}+z\vec{k}$ вздовж L: $\begin{cases}2x^2+y^2=1\\ x+y+z=5\end{cases}$, що пробігається у додатному напрямку.

8.29. Знайти роботу сили $\vec{f}=(2-y)\vec{i}+(y-1)\vec{j}$ вздовж першої арки циклоїди L: $\begin{cases} x=(t-\sin t) \\ y=(1-\cos t) \end{cases}$, що пробігається в напрямку зростання параметра.

8.30. Знайти роботу сили $\vec{f}$ при русі матеріальної точки по прямій від точки $A(1,1,1)$ до точки $B(3,3,3)$, якщо за значенням сила $\vec{f}$ обернено пропорційна відстані від точки її прикладення до площини XOY і спрямована від початку координат.

Завдання 9. Знайти циркуляцію вектора $\vec{a}$ по замкненому контуру L а) безпосередньо, б) за теоремою Стокса (обхід у додатному напрямку).

9.1. $\vec{a}=y^2\vec{i}+x^2\vec{j}-z^2\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}$.

9.2. $\vec{a}=x^2y^3\vec{i}+\vec{j}+z\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2=R^2 \\ z=1 \end{cases}$.

9.3. $\vec{a}=z\vec{i}-y\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x+2z=5 \end{cases}$.

9.4. $\vec{a}=xy\vec{i}+yz\vec{j}+xz\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x+y+z=1 \end{cases}$.

9.5. $\vec{a}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(x-y)\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ y=\sqrt{3}x \end{cases}$.

9.6. $\vec{a}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(x-y)\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ \frac{x}{2}+\frac{z}{4}=1 \end{cases}$.

9.7. $\vec{a}=y^2z^2\vec{i}+x^2z^2\vec{j}+x^2y^2\vec{k}$, L: $\begin{cases} x=R\cos t \\ y=R\cos 2t, \\ z=R\cos 3t \end{cases}$ $t\in\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

9.8. $\vec{a}=(x-2z)\vec{i}+(x+3y+z)\vec{j}+(5x+y)\vec{k}$, L: $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}$.

9.9. $\vec{a}=y\vec{i}-x\vec{j}+z\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ x=z \end{cases}$.

9.10. $\vec{a}=(xz+y)\vec{i}+(yz-x)\vec{j}-(x^2+y^2)\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ z=3 \end{cases}$.

9.11. $\vec{a}=zy^2\vec{i}+xz^2\vec{j}+x^2y\vec{k}$, L: $\begin{cases} y^2+z^2=x \\ x=9 \end{cases}$.

9.12. $\vec{a}=(xz+y)\vec{i}+(xy-z)\vec{j}-(y^2+z^2)\vec{k}$, L: $\begin{cases} y^2+z^2=1 \\ x=1 \end{cases}$.

9.13. $\vec{a}=y^2\vec{i}-x^2\vec{j}+z^2\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}$.

9.14. $\vec{a}=x^2y^3\vec{i}+\vec{j}+z\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2=R^2 \\ z=0 \end{cases}$.

9.15. $\vec{a}=xy\vec{i}+yz\vec{j}+xz\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ x+y+z=3 \end{cases}$.

9.16. $\vec{a}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(x-y)\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x+\dfrac{z}{2}=1 \end{cases}$.

9.17. $\vec{a}=y^2z^2\vec{i}+x^2z^2\vec{j}+x^2y^2\vec{k}$, L: $\begin{cases} x=2\cos t \\ y=2\cos 2t, \quad t\in[0,\ 2\pi] \\ z=2\cos 3t \end{cases}$.

9.18. $\vec{a}=y\vec{i}+x\vec{j}-z\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x=z \end{cases}$.

9.19. $\vec{a}=y\vec{i}-z\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+z^2=4 \\ x+2y=5 \end{cases}$.

9.20. $\vec{a}=(xz+y)\vec{i}-(xy+z)\vec{j}-(y^2+z^2)\vec{k}$, L: $\begin{cases} y^2+z^2=4 \\ x=1 \end{cases}$.

9.21. $\vec{a}=x\vec{i}-y\vec{j}+zk$, L: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x=z \end{cases}$.

9.22. $\vec{a}=x\vec{i}-y\vec{j}+z\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=9 \\ y=x \end{cases}$.

9.23. $\vec{a}=2yz\vec{i}+xz\vec{j}-x^2\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=25 \\ x^2+y^2=9,\ z>0 \end{cases}$.

9.24. $\vec{a}=(x-y)\vec{i}+x\vec{j}+z^2\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2-4z^2=0 \\ z=\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

9.25. $\vec{a}=-3z\vec{i}+y^2\vec{j}+2y\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x-3y-2z=1 \end{cases}$.

9.26. $\vec{a}=y^2\vec{i}+x^2\vec{j}-z^2\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=16 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}$.

9.27. $\vec{a}=y^2x^3\vec{i}+\vec{j}+z\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ z=1 \end{cases}$.

9.28. $\vec{a}=z\vec{i}-y\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2+y^2=16 \\ x+z=4 \end{cases}$.

9.29. $\vec{a} = yz\vec{i} + yx\vec{j} + xz\vec{k}$, L: $\begin{cases} y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$.

9.30. $\vec{a} = (y - x)\vec{i} + (x - z)\vec{j} + (z - y)\vec{k}$, L: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ y = \sqrt{3}z \end{cases}$.