Контрольні завдання до теми “Ряди”

Завдання 1.Знайти суму ряду.

1.1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{36n^2-12n-35}$. 1.2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{16n^2+8n-15}$. 1.3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6}{9n^2-3n-2}$.

1.4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{14}{49n^2+7n-12}$. 1.5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7}{49n^2-56n-33}$. 1.6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10}{25n^2-5n-6}$.

1.7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6}{36n^2+12n-35}$. 1.8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{14}{49n^2+21n-10}$. 1.9. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{2}{n^2+n-2}$.

1.10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{49n^2-35n-6}$. 1.11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{4n^2-9}$. 1.12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{25n^2+5n-6}$.

1.13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{16n^2-8n-15}$. 1.14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{14}{49n^2+21n-10}$. 1.15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{9n^2+3n-20}$.

1.16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7}{49n^2+42n-40}$. 1.17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{36n^2-24n-5}$. 1.18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{21}{49n^2-84n-13}$.

1.19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8}{4n^2+4n-3}$. 1.20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{16n^2-8n-15}$. 1.21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{9n^2+3n-20}$.

1.22. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{49n^2-70n-24}$. 1.23. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n(n^2-4)}$. 1.24. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(n^2-1)}$.

1.25. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{4}{n(n-1)(n-2)}$. 1.26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+4}{n(n+1)(n+2)}$. 1.27. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$.

1.28. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{3n+1}{n(n^2-1)}$. 1.29. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{9n^2+3n-2}$. 1.30. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n-4}{n(n-1)(n-2)}$.

Завдання 2. Дослідити збіжність числових рядів.

2.1. $u_n = \dfrac{1}{\sqrt{(n+1)n}}$.

2.2. $u_n = \dfrac{1}{n(10n+1)}$.

2.3. $u_n = \dfrac{2n-1}{\left(\sqrt{2}\right)^n}$.

2.4. $u_n = \dfrac{1}{(n+1)^2-1}$.

2.5. $u_n = \dfrac{1}{(3n-2)(3n+1)}$.

2.6. $u_n = \dfrac{n^2}{2n^2+1}$.

2.7. $u_n = \dfrac{n}{n^2+1}$.

2.8. $u_n = \left(\dfrac{3n}{3n+1}\right)^n$.

2.9. $u_n = \dfrac{n}{6n-5}$.

2.10. $u_n = \dfrac{2n+1}{n(n+1)}$.

2.11. $u_n = \left(\dfrac{2n+1}{3n+1}\right)^n$.

2.12. $u_n = \dfrac{(n+1)^5}{2n+1}$.

2.13. $u_n = \dfrac{n}{2n^3+1}$.

2.14. $u_n = \dfrac{1}{n2^n}$.

2.15. $u_n = \dfrac{1}{3n^2-2}$.

2.16. $u_n = \left(\dfrac{n+1}{2n-1}\right)^n$.

2.17. $u_n = \dfrac{1}{n\sqrt{n+1}}$.

2.18. $u_n = \dfrac{1}{(2n-1)^2}$.

2.19. $u_n = \dfrac{n^5}{2^n+3^n}$.

2.20. $u_n = \dfrac{1}{n\ln n}$.

2.21. $u_n = \dfrac{2^n+1}{5^n+1}$.

2.22. $u_n = \dfrac{1}{2n^2-1}$.

2.23. $u_n = \dfrac{1}{\sqrt{(2n-1)(2n+1)}}$.

2.24. $u_n = \dfrac{2^n}{5^n+1}$.

2.25. $u_n = \dfrac{4^n}{(2^n+1)^2}$.

2.26. $u_n = \dfrac{2n-1}{3^n}$.

2.27. $u_n = \dfrac{2^{n-1}}{n^n}$.

2.28. $u_n = \dfrac{n+1}{n^2+n+1}$.

2.29. $u_n = \dfrac{2^n+1}{5^n+1}$.

2.30. $u_n = \left(\dfrac{2n+1}{3n+1}\right)^n$.

Завдання 3. Дослідити збіжність числових рядів.

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+1}}{n^2 \cos^2 n}$.

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{1+(-1)^n}{2}}{2^n+n}$.

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}\left(3+(-1)^n\right)}{\ln\left(1+n^2\right)}$.

3.4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{3n}}{\sqrt[3]{n^3+1}}$.

3.5. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \sqrt[4]{n^4-1}}{\sqrt{n^2-n}}$.

3.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n^5+n^3}}$.

3.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\sin \frac{\pi n}{3}}{n^3} ctg \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

3.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \frac{\pi n}{4}}{2^n+3}$.

3.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3+n+2}$.

3.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+2n^2}{n^3\left(3+\sin \frac{\pi n}{3}\right)}$.

3.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cos^2 n}{n^4+3}$.

3.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln \sqrt[3]{n^3+2n}}{\sqrt{n^2+3n}}$.

3.13. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arccos \frac{n-1}{n}}{\sqrt{n^2+2n}}$.

3.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arcctg}(-1)^n}{\sqrt{n^2(n+2)}}$.

3.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{3^{n+3}}$.

3.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{2\pi}{2n+1}}{n\left(2+\sin \frac{\pi n}{6}\right)}$.

3.17. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^2 \ln n+\sqrt[3]{\ln^2 n}}$.

3.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 2^n}{n^2}$.

3.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt[3]{n}}{n\sqrt[3]{n}}$.

3.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{2+(-1)^n}{2} n}{n^3+3}$.

3.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^9}}$.

3.22. $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \arcsin \frac{2+(-1)^n}{n^2}$.

3.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{\pi n}{4}}{n(n+2)(n+3)}$.

3.24. $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{3+(-1)^n}{n^3}$.

3.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\ln n}{\sqrt{n^3}}$.

3.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{n-\ln n}$.

3.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{2+(-1)^n}{2} n^2}{n^4+3}$.

3.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\cos \pi n}{3n^2-1}$.

3.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{2+(-1)^n}{3} \pi}{\sqrt[3]{n^4}}$.

3.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{(-1)^n n}{n+1}}{n^2+1}$.

Завдання 4. Дослідити збіжність числових рядів.

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n+1}}$.

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^n} \cdot n!$.

4.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{3^n \sqrt[4]{n^3}}$.

4.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2(n+1))!}{4^n (n+1)!}$.

4.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}$.

4.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(n+2)!}{\sqrt[3]{2^n+1}}$.

4.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} \sqrt[3]{n^2+4}}{(n+2)!}$.

4.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n!(3n-1)!}$.

4.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{(3n)!}$.

4.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1}}{(n!)^2}$.

4.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n^2+2)}{(2n)!}$.

4.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^n}$.

4.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n!} \operatorname{tg} \frac{3}{2^n}$.

4.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{5^n \cdot 2n!}$.

4.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)}{2^{n^2}}$.

4.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2)}{5^n n!}$.

4.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n+1)!}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n+1)}$.

4.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{(2n+1)!}$.

4.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \sqrt[4]{n+1}}{4^n+3}$.

4.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n n^3}{(2n+3)!}$.

4.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{8 \cdot 11 \cdot 14 \cdots (3n+5)}$.

4.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{7^n (3+n)!}$.

4.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}$.

4.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{(n+1)^n}$.

4.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2^n+1)(3n)!}$.

4.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdots (4n-3)}{2^n (2n+3)!}$.

4.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^{2n}}{(3n+1)!}$.

4.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2(n+1))!} \sin \frac{1}{6^n}$.

4.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{2}{n^2}}{n!}$.

4.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+2} (n^3+3)}{(2+n)!}$.

Завдання 6. Дослідити збіжність числових рядів.

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \arcsin^{2n} \frac{\pi}{3n}$.

6.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{3^n}$.

6.3. $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{2n+1}{3n+2}\right)^{3n}$.

6.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{3^n}$.

6.5. $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{2n+2}{3n+7}\right)^{n}$.

6.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+5}\right)^{n^2}$.

6.7. $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-4}\right)^{n^2}$.

6.8. $\sum_{n=2}^{\infty} \sqrt{n} \left(\frac{n-2}{3n+1}\right)^{n^2}$.

6.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1}}{\left(n^2+2\right)^{n/2}}$.

6.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 2^n}{(2n+1)^n}$.

6.11. $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \left(\frac{2n+1}{3n+4}\right)^{n}$.

6.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{10n+5}\right)^{n^2}$.

6.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+5}{2+n}\right)^{n^2}$.

6.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n-2}\right)^{n/3}$.

6.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{3^{2n}}$.

6.16. $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg}^n \frac{\pi}{3n}$.

6.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$.

6.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n-1}\right)^{n^2}$.

6.19. $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \operatorname{arctg}^n \frac{\pi}{2n}$.

6.20. $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)^2 \left(\frac{3n+2}{4n+1}\right)^{n}$.

6.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{3}{n}}{(n+2)!}$.

6.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{2^{n+2}\left(n^2+1\right)}$.

6.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{(2n)!} \operatorname{arctg} \frac{2}{5^n}$.

6.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n-1}\right)^{n^3}$.

6.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+3}{2+n^2}\right)^{-n^2}$.

6.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+7}{5n+9}\right)^{n^3}$.

6.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^n} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n}$.

6.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+7}{(2n+3)!} 3^n$.

6.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+n}{2^n (n-2)!}$.

6.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{(n+1)^n}$.

Завдання 7. Дослідити збіжність числових рядів.

7.1. $\sum_{n=2}^{\infty} \sqrt[4]{n}\left(\frac{n-2}{2n-1}\right)^{2n}$.

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{1+n}\right)^{n^2} \frac{1}{3^n}$.

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(3n^2+1\right)^{n/2}}{(n+1)^n}$.

7.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3+4n}\right)^{2n}$.

7.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^n}{n^3 5^n}$.

7.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n-1}\right)^{n^3}$.

7.7. $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 tg^n \frac{\pi}{2n}$.

7.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{n/3}$.

7.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3+n}\right)^{n^2}$.

7.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{4n-1}\right)^{n^2}$.

7.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{1+4n}\right)^{n} (n+1)^3$.

7.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{4n+5}\right)^{n} n^4$.

7.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{5^n}$.

7.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} \frac{1}{2^n}$.

7.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{2+n^2}\right)^{-n^2}$.

7.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-1}\right)^{n^2}$.

7.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}\left(\frac{3n+1}{n}\right)^{-2n}$.

7.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n+2}{4n-3}\right)^{-n^2}$.

7.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{7n-1}\right)^{n} (n+1)^3$.

7.20. $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n}{n-1}\right)^{n} \frac{3^n}{n}$.

7.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{n \cdot 2^{n+2}}$.

7.22. $\sum_{n=1}^{\infty} n arctg^n \frac{\pi}{3n}$.

7.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3+4n}\right)^{n^2}$.

7.24. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n+1} e^{-n}$.

7.25. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{(\ln n)^n}$.

7.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{n^{n+1}}$.

7.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+4}{5n-1}\right)^{n} (n+1)^2$.

7.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n+1}$.

7.29. $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 arctg^{2n} \frac{\pi}{3n}$.

7.30. $\sum_{n=3}^{\infty} \sqrt[3]{n}\left(\frac{n-3}{2n-1}\right)^{3n}$.

Завдання 8. Дослідити збіжність числових рядів.

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(n^2+1)\ln 2n}$.

8.2. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{(n^2-4)\ln n}$.

8.3. $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{2+n}{(5n^2-9)\ln(n-2)}$.

8.4. $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{n-1}{(n^2-3)\ln^2 n}$.

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n\ln^2(n+6)}$.

8.6. $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{n}{(3n+1)\sqrt{\ln(n-2)}}$.

8.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{n}{2}\sqrt{\ln(3n+1)}}$.

8.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\ln^2(n+2)}$.

8.9. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln^2(n+1)}$.

8.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\ln(n+2)}$.

8.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\ln n}$.

8.12. $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(2+n)\ln(n-3)}$.

8.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)\ln^2(n\sqrt{3}+1)}$.

8.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)\ln^2(5n-3)}$.

8.15. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)\ln^2(4n-7)}$.

8.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\ln^2(3n+2)}$.

8.17. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2n-1}{(n^2+2)\ln\frac{n}{2}}$.

8.18. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n}{(3n^2+4)\ln n}$.

8.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n^2+3)\ln^2(2n+1)}$.

8.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+5)\ln^2(4n+7)}$.

8.21. $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{n}{2}-1\right)\ln^2\frac{n}{2}}$.

8.22. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{(n^3+1)\ln n}$.

8.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\ln^2(n+1)}$.

8.24. $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(2+n)\sqrt[3]{\ln(n-3)}}$.

8.25. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n\ln(n-1)}$.

8.26. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+4)\ln^2(2n)}$.

8.27. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-3)\ln(2n+1)}$.

8.28. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)\ln n}$.

8.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n+1)\ln(2n)}$.

8.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\sqrt{3}+1)\ln^2(n\sqrt{2}+1)}$.

Завдання 9. Дослідити на абсолютну та умовну збіжність знакопереміжні числові ряди.

9.1. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n^2}{(n+2)!}$.

9.2. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \ln\frac{n^2+1}{n^2}$.

9.3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \sin^2\frac{1}{n}$.

9.4. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(1-\cos\frac{1}{n}\right)$.

9.5. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(1-\cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$.

9.6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^3+\sin^2 n}$.

9.7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n+\cos\frac{1}{\sqrt{n+2}}}$.

9.8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(3n+2)2^{2n+1}}$.

9.9. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n+4}{\sqrt{n^3}}$.

9.10. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{3n+1}{2n}$.

9.11. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n arctg\frac{2\pi}{3^n}$.

9.12. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{tg\left(n\sqrt[3]{n}\right)^{-1}}{n+2}$.

9.13. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\sin\frac{\pi}{2\sqrt{n}}}{\sqrt{3n+1}}$.

9.14. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n+3}{\ln(n+2)}$.

9.15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(4/5)^n}$.

9.16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\cos\frac{\pi}{2\sqrt{n}}\sqrt[3]{3n+\ln^2 n}}$.

9.17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n}{n\sqrt{n}}$.

9.18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln(2n)}$.

9.19. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cos\frac{\pi}{3n}$.

9.20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\sqrt[3]{2n+1}}$.

9.21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2+n)\ln n}$.

9.22. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln n(\ln\ln n)}$.

9.23. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2n-1}{n}\right)^n$.

9.24. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n-1}{n(2n+1)}$.

9.25. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\sin 2^n}{3^n}$.

9.26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+2}}{(n+1)3^{2n}}$.

9.27. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\sin\frac{1}{n}$.

9.28. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\sin\frac{\pi}{2\sqrt{n}}}{\sqrt{2n+1}}$.

9.29. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\sin n}{(n+1)!}$.

9.30. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln(n+3)}$.

Завдання 10. Дослідити на абсолютну та умовну збіжність знакопереміжні числові ряди.

10.1. $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\cdots.$ 10.2. $\frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\cdots.$ 10.3. $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots.$

10.4. $\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 10}+\cdots.$ 10.5. $\frac{1}{4}+\frac{1\cdot 3}{4\cdot 8}+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{4\cdot 8\cdot 12}+\cdots.$ 10.6. $\frac{1}{101}+\frac{1}{102}+\frac{1}{103}+\cdots.$

10.7. $\frac{1}{\sqrt{1\cdot 3}}+\frac{1}{\sqrt{3\cdot 5}}+\frac{1}{\sqrt{5\cdot 7}}+\cdots.$ 10.8. $1+\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\cdots.$ 10.9. $\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{3}}+\frac{1}{3\sqrt{4}}+\cdots.$

10.10. $1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\cdots$ 10.11. $\frac{1000}{1!}+\frac{1000^2}{2!}+\frac{1000^3}{3!}+\cdots.$ 10.12. $\frac{(1!)^2}{2!}+\frac{(2!)^2}{4!}+\frac{(3!)^2}{6!}+\cdots.$

10.13. $\frac{4}{2}+\frac{4\cdot 7}{2\cdot 6}+\frac{4\cdot 7\cdot 10}{2\cdot 6\cdot 10}+\cdots.$ 10.14. $2+\frac{2^2 2!}{2^2}+\frac{2^3 3!}{3^3}+\cdots.$ 15. $3+\frac{3^2 2!}{2^2}+\frac{3^3 3!}{3^3}+\cdots.$

16. $\frac{(1!)^2}{2}+\frac{(2!)^2}{2^4}+\frac{(3!)^2}{2^9}+\cdots.$ 10.17. $\frac{1000}{1}+\frac{1000\cdot 1001}{1\cdot 3}+\frac{1000\cdot 1001\cdot 1002}{1\cdot 3\cdot 5}+\cdots.$

10.18. $1+\frac{2!}{2^2}+\frac{3!}{3^2}+\cdots.$ 10.19. $\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^3+\cdots.$ 10.20. $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{4}{7}\cdots.$

10.21. $\frac{1}{\sqrt{1\cdot 2}}+\frac{1}{\sqrt{2\cdot 3}}+\frac{1}{\sqrt{3\cdot 4}}+\cdots.$ 10.22. $\frac{1}{11}+\frac{1}{21}+\frac{1}{31}+\cdots.$ 10.23. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt[3]{2}}{3\sqrt{2}}+\frac{\sqrt[3]{3}}{4\sqrt{3}}+\cdots.$

10.24. $\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{3}{2}+\frac{5}{2\sqrt{2}}+\cdots.$ 10.25. $\frac{2}{1}+\frac{2\cdot 5}{1\cdot 5}+\frac{2\cdot 5\cdot 8}{1\cdot 5\cdot 9}+\cdots.$ 10.26. $\frac{2}{1}+\left(\frac{3}{3}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^3+\cdots.$

10.27. $\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{5}\right)^3+\left(\frac{3}{8}\right)^5+\cdots.$ 10.28. $\frac{1}{3}+\frac{4}{9}+\frac{9}{19}\cdots.$ 10.29. $\frac{3}{2^2\cdot 3^2}+\frac{5}{3^2\cdot 4^2}+\frac{7}{4^2\cdot 5^2}+\cdots.$

10.30. $\left(\frac{3}{4}\right)^{1/2}+\frac{5}{7}+\left(\frac{7}{10}\right)^{3/2}+\cdots.$

Завдання 11. Знайти інтервал збіжності степеневих рядів.

11.1. $u_n = \dfrac{(-1)^n (x-3)^n}{(2n+1)\sqrt{n+1}}$.

11.2. $u_n = \dfrac{3^n n! x^n}{(n+1)^2}$.

11.3. $u_n = \dfrac{(x-3)^n (3n-2)}{(n+1)^2 2^{n+1}}$.

11.4. $u_n = \dfrac{nx^{2n}}{2^n (n+1)}$.

11.5. $u_n = \dfrac{(-1)^n \sqrt[3]{n}(x-2)^n}{(n+1)}$.

11.6. $u_n = \dfrac{x^n 2^n}{\sqrt{3^n (2n-1)}}$.

11.7. $u_n = \dfrac{(x-3)^{2n}}{(n+1)\ln(n+1)}$.

11.8. $u_n = \dfrac{x^{n+1} 9^n}{n+1}$.

11.9. $u_n = \dfrac{(x+2)^n (2n-1)^n}{2^n n^n}$.

11.10. $u_n = \dfrac{x^{2n-1} 2^{n-1}}{(4n-3)^2}$.

11.11. $u_n = \dfrac{(x-2)^n}{(2n-1)2^n}$.

11.12. $u_n = \dfrac{x^{4n}}{(n+2)5^n}$.

11.13. $u_n = \dfrac{(x+1)^n}{(n+1)\ln^2(n+1)}$.

11.14. $u_n = \dfrac{(n+1)x^n}{(n^2+1)2^n}$.

11.15. $u_n = \dfrac{(-1)^{n-1}(x-1)^{2n}}{2n3^n}$.

11.16. $u_n = \dfrac{(n+1)^{n/3} x^n}{n!}$.

11.17. $u_n = \dfrac{(x-1)^{2n}}{n9^n}$.

11.18. $u_n = \left(\dfrac{x \cdot n}{2n+1}\right)^{2n-1}$.

11.19. $u_n = \dfrac{nx^{2n}}{(5n+2^n)(n+1)}$.

11.20. $u_n = \dfrac{(n+1)^5 x^{2n}}{(2n+1)}$.

11.21. $u_n = \dfrac{7^n x^n}{5^n + 3^n}$.

11.22. $u_n = \dfrac{(-1)^{n-1}(x-5)^n}{n3^n}$.

11.23. $u_n = \dfrac{(n+1)x^n}{(n+2)+3^n}$.

11.24. $u_n = \dfrac{3^n x^n}{\sqrt{(2n-1)2^n}}$.

11.25. $u_n = \dfrac{5^n x^n}{n2^n}$.

11.26. $u_n = \dfrac{x^{2n}}{(n+1)n}$.

11.27. $u_n = \dfrac{5^n x^{4n}\sqrt{n}}{4^n}$.

11.28. $u_n = \dfrac{x^{3n} n}{(n+1)7^n}$.

11.29. $u_n = \dfrac{nx^{5n}}{3n+2}$.

11.30. $u_n = \dfrac{(x-1)^n n^2}{(n+1)2^n}$.

Завдання 12. Знайти суму ряда.

12.1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+(-1)^n}{n(n-1)} x^n$.

12.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n-3)(2n-2)}$.

12.3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos^{n+1} x}{n(n+1)}$.

12.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{2n+2}}{4^n (2n-1)}$.

12.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$.

12.6. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(1-\frac{1}{n}\right) \frac{1}{x^n}$.

12.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2^n + \frac{(-1)^n}{n}\right) x^n$.

12.8. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+(-1)^{n-1}}{2n+1} x^{2n+3}$.

12.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}\right) x^n$.

12.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{2n-1}}{2^n (2n+1)}$.

12.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1) x^{n+1}}$.

12.12. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+2}}{8^n (2n+1)}$.

12.13. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos^{n+1} x}{n(n+1)}$.

12.14. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}\right) x^n$.

12.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n-1)(2n+1)}$.

12.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{n}$.

12.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)(n+2)}$.

12.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \left((-1)^{n-1} + \frac{1}{n}\right) x^{2n}$.

12.19. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+3)(2n+1)}$.

12.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1) x^{n+1}}$.

12.21. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin^n x}{n(n+1)}$.

12.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{n(n+1)}$.

12.23. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1+\frac{1}{n}\right) x^{n-1}$.

12.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+2}}{(2n+1)(2n+2)}$.

12.25. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right) x^{n+3}$.

12.26. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{n+2}}{n(n+1)}$;

12.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}$.

12.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{(-1)^n}{n}\right) x^{n+1}$.

12.29. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n(n-1)}$.

12.30. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{n+1}}{(n+1)(n+2)}$.

Завдання 13. Розкласти функцію в ряд Тейлора по степенях x.

13.1. $(x+1)\operatorname{sh} x$.

13.2. $\ln\left(2+x-3x^2\right)$.

13.3. $\dfrac{1}{3+4x+x^2}$.

13.4. $\dfrac{\cos 3x}{x}-\sin 3x$.

13.5. $x\sqrt[3]{27-x}$.

13.6. $\ln\left(2+x-x^2\right)$.

13.7. $2x\sin^2\left(\dfrac{x}{2}\right)-x$.

13.8. $\dfrac{1}{\sqrt{16+5x}}$.

13.9. $\dfrac{chx+1}{x^3}$.

13.10. $\ln\left(5+x-4x^2\right)$.

13.11. $\dfrac{2}{6-x-x^2}$.

13.12. $x\sin^2\left(\dfrac{x}{3}\right)-x$.

13.13. $\dfrac{x^2}{\sqrt{4-3x}}$.

13.14. $\dfrac{15}{1+x-2x^2}$.

13.15. $\sqrt[3]{27-x}$.

13.16. $\dfrac{arctg\, x^2}{x}$.

13.17. $\ln\left(x^2+x-2\right)$.

13.18. $\dfrac{3}{x^2-7x+6}$.

13.19. $2x\sin^2\left(\dfrac{x}{2}\right)-x$.

13.20. $x^2\sqrt[3]{8-3x}$.

13.21. $\dfrac{\arcsin x}{x}-x$.

13.22. $\ln\left(2x^2+3x-20\right)$.

13.23. $\dfrac{3}{14-13x-x^2}$.

13.24. $(x-2)\sin 3x$.

13.25. $\dfrac{x}{\sqrt[3]{27-4x}}$.

13.26. $\dfrac{\operatorname{sh} 3x}{x}-3$.

13.27. $\ln\left(1+x-6x^2\right)$.

13.28. $\dfrac{8}{x^2+2x-15}$.

13.29. $\dfrac{1-e^{-x/2}}{x}$.

13.30. $\dfrac{1-e^{-x}}{x}$.

Завдання 14. Обчислити визначений інтеграл з точністю до 0,001, розклавши підінтегральну функцію в ряд і почленно інтегруючи цей ряд.

14.1. $\int_{0,1}^{0,5} \ln(1+x^2)dx$.

14.2. $\int_{0,1}^{0,5} x\ln(1+x)dx$.

14.3. $\int_{0,1}^{0,5} \ln\left(1+\sqrt{x}\right)dx$.

14.4. $\int_{0,1}^{0,5} \sqrt{1+x^2}\,dx$.

14.5. $\int_{0,1}^{0,25} \cos\sqrt[3]{x}dx$.

14.6. $\int_{0,1}^{0,5} \sqrt{x}e^x dx$.

14.7. $\int_{0,1}^{0,5} \cos\sqrt{x}dx$.

14.8. $\int_{0,1}^{0,5} arctgx^2 dx$.

14.9. $\int_{0,1}^{0,5} x\sin x^2 dx$.

14.10. $\int_{0,1}^{0,5} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.

14.11. $\int_{0,1}^{0,5} \frac{\sin x^2}{x^2} dx$.

14.12. $\int_{0,1}^{0,5} x\ln(1+x^3)dx$.

14.13. $\int_{0,1}^{0,5} x^2 \sin x dx$.

14.14. $\int_{0,1}^{0,5} \frac{\sqrt{x}}{1+x^2} dx$.

14.15. $\int_{0,1}^{0,5} \frac{dx}{1+x^4}$.

14.16. $\int_{0,1}^{0,5} x\cos x^2 dx$.

14.17. $\int_{0,1}^{0,4} \sqrt{x}e^{-0,25x} dx$.

14.18. $\int_{0,1}^{0,5} e^{-2x^2} dx$.

14.19. $\int_{0,1}^{0,5} x^3 \cos x dx$.

14.20. $\int_{0,1}^{0,25} \frac{\sin 5x}{x} dx$.

14.21. $\int_{0,1}^{0,5} e^{-0,9x^2} dx$.

14.22. $\int_{0,1}^{0,25} \frac{\sin 4x}{x} dx$.

14.23. $\int_{0,1}^{0,4} e^{-0,5x^2} dx$.

14.24. $\int_{0,1}^{0,5} \ln\frac{1}{1-x} dx$.

14.25. $\int_{0,1}^{0,5} x^2 \ln(1+x)dx$.

14.26. $\int_{0,1}^{0,5} x^3 \ln(1+x)dx$.

14.27. $\int_{0,1}^{0,5} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$.

14.28. $\int_{0,1}^{0,25} \sqrt[3]{x}\cos x dx$.

14.29. $\int_{0,1}^{0,5} \sqrt{x}\sin x dx$.

14.30. $\int_{0,1}^{0,25} \frac{\sin x}{x} dx$.

Завдання 15.

15.1. Розкласти в ряд Фур'є функцію $y = |\sin x|$;

15.2. Розкласти в ряд Фур'є по синусах функцію $f(x) = x^2$ на проміжку $[0;\pi)$. Зобразити графік функції та графіки трьох часткових сум ряду Фур'є;

15.3. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 \le x < \pi \end{cases}$

15.4. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = \begin{cases} x, & -\pi \le x < 0 \\ \pi, & 0 < x \le \pi \end{cases}$

15.5. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \le x < 0 \\ x, & 0 < x \le 1 \end{cases}$

15.6. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = \sin ax$ (a – неціле) у проміжку $-\pi < x < \pi$.

15.7. Розкласти в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x)=\cos x$ на проміжку $(0;\pi)$;

15.8. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0 \\ 2, & 0 < x < 2 \end{cases}$

15.9. Розкласти в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x < l/2 \\ l - x, & l/2 \le x \le l \end{cases}$

15.10. Розкласти в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \le l/2 \\ x - l/2, & l/2 \le x < l \end{cases}$

15.11. Розкласти в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x) = \begin{cases} \frac{l}{2} - x, & 0 < x \le l/2 \\ 0, & l/2 < x < l \end{cases}$

15.12. Розкласти в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x) = \frac{x}{2}$ на проміжку $0 \le x \le 2$;

15.13. Подати у вигляді ряду Фур'є функцію $y = \begin{cases} 2, & x \in (0;\pi) \\ -4, & x \in (-\pi;0) \end{cases}$;

15.14. Розкласти в ряд Фур'є за синусами функцію $y = \mathrm{sh}4x$, $x \in (-4;4)$;

15.15. Розкласти в ряд Фур'є функцію $y = \mathrm{ch}4x$, $x \in (-1;1)$;

15.16. Розкласти в ряд Фур'є за косинусами функцію $y = \sin 2x$, $x \in (0;l)$.

15.17. Розкласти в ряд Фур'є з періодом 2π функцію $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ \sin x, & 0 \le x \le \pi \end{cases}$

15.18. Розкласти в ряд Фур'є з періодом $2l$ функцію $f(x) = \begin{cases} l, & x \in (0;l) \\ 0, & x \in (l;2l) \end{cases}$

15.19. Розкласти в ряд Фур'є з періодом $2l$ функцію $f(x) = 3 - |x|$ на (-5;5);

15.20. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = x\cos x$ на $(-\pi;\pi)$;

15.21. а) Розкласти в ряд Фур'є по синусах функцію $f(x) = \mathrm{ch}x$ на $(0;\pi)$.

15.22. Розкласти в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x) = x\sin x$ на $(0;\pi)$.

15.23. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = e^x - 1$ на (-2;2);

15.24. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x)=e^{|x|}$ на (-1;1).

15.25. Розкласти в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x)=\begin{cases} x-2, & x<0 \\ x, & x>0 \end{cases}$ на (-1;1).

15.26. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x)=\begin{cases} 1, & -1\le x<0 \\ x, & 0<x\le 1 \end{cases}$

15.27. Розкласти в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x)=\begin{cases} 0, & 0<x\le l/2 \\ x-l/2, & l/2\le x<l \end{cases}$

15.28. Розкласти в ряд Фур'є функцію $y = \mathrm{ch}4x,\ x\in(-1;1)$;

15.29. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = x\cos x$ на $(-\pi;\pi)$;

15.30. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = e^x - 2$ на (-2;2);