Індивідуальні домашні завдання – 3

Числові та функціональні ряди

Завдання 1. Знайти суму ряда

1.1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{36n^2-12n-35}$. 1.2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{16n^2+8n-15}$. 1.3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6}{9n^2-3n-2}$.

1.4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{14}{49n^2+7n-12}$. 1.5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7}{49n^2-56n-33}$. 1.6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10}{25n^2-5n-6}$.

1.7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6}{36n^2+12n-35}$. 1.8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{14}{49n^2+21n-10}$. 1.9. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{2}{n^2+n-2}$.

1.10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{49n^2-35n-6}$. 1.11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{4n^2-9}$. 1.12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{25n^2+5n-6}$.

1.13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{16n^2-8n-15}$. 1.14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{14}{49n^2+21n-10}$. 1.15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{9n^2+3n-20}$.

1.16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7}{49n^2+42n-40}$. 1.17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{36n^2-24n-5}$. 1.18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{21}{49n^2-84n-13}$.

1.19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8}{4n^2+4n-3}$. 1.20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{16n^2-8n-15}$. 1.21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{9n^2+3n-20}$.

1.22. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{49n^2-70n-24}$. 1.23. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n(n^2-4)}$. 1.24. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(n^2-1)}$.

1.25. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{4}{n(n-1)(n-2)}$. 1.26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+4}{n(n+1)(n+2)}$. 1.27. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$.

1.28. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{3n+1}{n(n^2-1)}$. 1.29. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{9n^2+3n-2}$. 1.30. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n-4}{n(n-1)(n-2)}$.

Завдання 2. Дослідити ряд на збіжність.

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3+4n-1}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{27n^2+5n+1}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n^5+4n+3}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(e^{\frac{1}{n^3}}-1\right)$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin^2 \frac{1}{n}$.

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(n^2+4)}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n^4-3n+1}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1-\cos\frac{1}{n}\right)$.

10. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(e^{\frac{3}{n}}-1\right)$. 11. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{4}{n}\right)$. 12. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(e^{n^{\frac{5}{2}}}-1\right)$.

13. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{2}{n^3}\right)$. 14. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{2}{n^3}\right)$. 15. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{4}{\sqrt{n}}\right)$.

16. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{3}{n^4}\right)$. 17. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{3}{n^5}\right)$. 18. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{5}{\sqrt[3]{n}}\right)$.

19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+7)(2n^2-1)}$. 20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^3+5n+7}$. 21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4+3n^2-20}$

22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$. 23. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{2}{\sqrt{n}}\right)$. 24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(2^n+1)^2}$.

25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(n-10)}$. 26. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin^3\left(\frac{1}{n}\right)$. 27. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1-\cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right)$.

28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^5}+\sqrt{n^3}+n}$. 29. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{1}{\sqrt{n}}}-1\right)$. 30. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Завдання 3. Дослідити ряд на збіжність:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{5^n}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{3^n}$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{4^n}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$.

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{2^n}$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{(n+1)!}$.

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{5^n}$. 11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{n!}$. 12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{3^n}$.

13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\cdot 4\cdot 6\cdot\ldots\cdot(2n)}{n!}$. 14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}$. 15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{6^n}$.

16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$. 17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{(n+2)!}$. 18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[7]{n}}{2^n}$.

19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n}}{3^n}$. 20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[4]{n}}{6^n}$. 21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^{n+1}}$

22. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{3^n(n+2)!}$ 23. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)!}{5^n(3n-1)!}$ 24. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n n^3}{(2n+3)!}$

25. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+2)!}{(n+1)^n}$ 26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6^{2n}}{(3n+1)!}$ 27. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{2^n(3n)!}$

28. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{7^n}$ 29. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{2n}}{n^5}$ 30. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}}{(3n)!}$

Завдання 4. Дослідити ряд на збіжність:

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\arcsin^n\frac{1}{n}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{arctg}^n\frac{1}{n^2}$. 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{3n-1}\right)^n$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+3}{4n+5}\right)^n$. 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n-1}{3n+2}\right)^n$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty}\arcsin^n\frac{1}{\sqrt{n}}$.

7. $\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{arctg}^n\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$. 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+2}{3n-10}\right)^n$. 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+7}{2n-1}\right)^n$.

10. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n-7}{5n+2}\right)^n$. 11. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4n-1}{8n+5}\right)^n$. 12. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{7n+5}{9n-1}\right)^n$.

13. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-5}{7n+3}\right)^n$. 14. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+8}{2n-1}\right)^n$. 15. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{7n+11}{12n-1}\right)^n$.

16. $\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{arctg}^n\frac{2}{\sqrt{n}}$. 17. $\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{arctg}^n\frac{5}{\sqrt[3]{n}}$. 18. $\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{arctg}^n\frac{3}{\sqrt[3]{n}}$.

19. $\sum_{n=1}^{\infty}\arcsin^n\frac{3}{\sqrt{n}}$. 20. $\sum_{n=1}^{\infty}\arcsin^n\frac{1}{n^2}$. 21. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^2+3}{n^2+2}\right)^{-n}$

22. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}\frac{1}{3^n}$ 23. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^{n^2}$ 24. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$

25. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1+n}{n}\right)^{n^2}\frac{1}{2^n}$ 26. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{3n+2}\right)^{3n}$ 27. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2n-1}\right)^{n^2}$

28. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4+3n}{2n-1}\right)^{n}$ 29. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n-4}\right)^{2n}$ 30. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n-3}{2n-1}\right)^{4n}$

Завдання 5. Дослідити на абсолютну та умовну збіжність знакопереміжні числові ряди:

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{n+1}{2^n(n+3)}$. 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\operatorname{arctg}\dfrac{1}{3^n}$. 3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\arcsin\dfrac{1}{2^n}$.

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n(e^{\frac{1}{n^3}}-1)$. 5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{n^2}{5^n}$. 6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{n}{7^n}$.

7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\left(1+\dfrac{4}{n^3}\right)$. 8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\left(1+\dfrac{5}{n^2}\right)$. 9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\dfrac{4n-1}{5n+3}\right)^n$.

10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{1}{n^5+4}$. 11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(e^{\frac{4}{n^2}}-1\right)$. 12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\operatorname{arctg}\dfrac{1}{5^n}$.

13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\arcsin\dfrac{1}{4^n}$. 14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{n^2}{4^n}$. 15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\operatorname{arctg}\dfrac{1}{n^2}$.

16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{7^n}{n!}$. 17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{2^n}{n!}$. 18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{3^n}{n!}$.

19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\left(1+\dfrac{2}{n^5}\right)$. 20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(e^{\frac{7}{n^4}}-1\right)$. 21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2+n)\ln n}$

22. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n^3}{(n+1)!}$ 23. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\frac{n^2+1}{n^2}$ 24. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{3n+1}{2n}$

25. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{2^n}$ 26. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\sin\frac{1}{n}$ 27. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln(n+1)}$

28. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+3}{2n}$ 29. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin\frac{1}{n^2}$ 30. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(1-\cos\frac{1}{\sqrt{n}})$

Завдання 6. Знайти інтервал збіжності степеневих рядів:

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{2^n n^2}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{3^n n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^n}{n\sqrt{n}}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{3^n n^2}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{3^n\sqrt{n}}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{\sqrt[7]{n}}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^n}{\sqrt{n+1}}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{2^n n^3}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{2^n\sqrt{n}}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{\sqrt[5]{n}}$.
11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^n}{3^n\sqrt[5]{n}}$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{2^n\sqrt[7]{n^2}}$.
13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{5^n\sqrt{n}}$.
14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-6)^n}{2^n\sqrt[5]{n}}$.
15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+6)^n}{n\sqrt{n}}$.
16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-7)^n}{2^n\sqrt[5]{n^3}}$.
17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{3^n\sqrt[4]{n}}$.
18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^n}{3^n n\sqrt{n}}$.
19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{2^n n^2\sqrt{n}}$.
20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{3^n n^3\sqrt{n}}$.
21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n n!}{(n+1)^2}x^n$
22. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{nx^{2n}}{2^n(n+1)}$
23. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-2}{(n+1)^2}(x-3)^n$
24. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n x^n}{n2^n}$
25. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n3^n}(x-5)^n$
26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2(x-1)^n}{(n+1)2^n}$
27. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{(n+1)\ln(n+1)}$
28. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n2^n}$
29. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^3 x^n}{2n+1}$
30. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{(2n+1)3^n}$

Завдання 7. Скориставшись розкладом підінтегральної функції в степеневий ряд та почленним інтегруванням його, обчислити визначений інтеграл з заданою похибкою δ.

1. $\int_0^1\frac{e^{-x}-1}{x}dx$ $(\delta=0{,}1)$.
2. $\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{e^{-2x}-1}{x}dx$ $(\delta=0{,}1)$.

3. $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{e^{-3x}-1}{x} dx \ \ (\delta = 0{,}1)$.

4. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{e^{-2x}-1+2x}{x^2} dx \ \ (\delta = 0{,}1)$.

5. $\int_0^{2} \frac{e^{-\frac{x}{2}}-1}{x} dx \ \ (\delta = 0{,}1)$.

6. $\int_0^{3} \frac{e^{-\frac{x}{3}}-1}{x} dx \ \ (\delta = 0{,}1)$.

7. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1-\cos x}{x} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

8. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1-\cos x}{x^2} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

9. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1-\cos 2x}{x} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

10. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1-\cos 2x}{x^2} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

11. $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{1-\cos 3x}{x} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

12. $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{1-\cos 3x}{x^2} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

13. $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{\sin 3x}{x} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

14. $\int_0^{1} \frac{x-\sin x}{x^2} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

15. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin 2x}{x} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

16. $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin 4x}{x} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

17. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{2x-\sin 2x}{x^2} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

18. $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{3x-\sin 3x}{x^2} dx \ \ (\delta = 0{,}01)$.

19. $\int_0^{1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx \ \ (\delta = 0{,}1)$.

20. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(1+2x)-2x}{x^2} dx \ \ (\delta = 0{,}1)$.

21. $\int_{0,1}^{0,5} e^{-2x^2}\, dx \ \ (\delta = 0{,}01)$

22. $\int_{0,1}^{0,5} \frac{dx}{1+x^4} \ \ (\delta = 0{,}01)$

23. $\int_{0,1}^{0,5} \cos\sqrt{x}\, dx \ \ (\delta = 0{,}01)$

24. $\int_{0,1}^{0,5} \frac{\sin x^2}{x^2}\, dx \ \ (\delta = 0{,}01)$

25. $\int_{0,1}^{0,5} \sqrt{1+x^2}\, dx \ \ (\delta = 0{,}01)$

26. $\int_{0,1}^{0,5} \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}\, dx \ \ (\delta = 0{,}01)$

27. $\int_{0,1}^{0,5} x^3 \ln(1+x)\, dx \ \ (\delta = 0{,}01)$

28. $\int_{0,1}^{0,5} \frac{\sin x}{\sqrt{x}}\, dx \ \ (\delta = 0{,}01)$

29. $\int_{0,1}^{0,5} \sqrt{x} \sin x\, dx \ \ (\delta = 0{,}01)$

30. $\int_{0,1}^{0,25} \frac{\sin x}{x}\, dx \ \ (\delta = 0{,}01)$

Завдання 8. Методом послідовного диференціювання знайти три перших, відмінних від нуля, члени розкладу в степеневий ряд розв'язку диференціального рівняння при заданих початкових умовах.

1. $y' - \sin\frac{x^2}{y} + 2x - 3 = 0;\ y(0) = 2.$

2. $y' + \cos\frac{x+1}{y} - 2y + 4 = 0;\ y(-1) = 1.$

3. $y'' + \sin(xy) - 5 = 0,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 1.$

4. $y'' - \cos(xy) + 3 = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1.$

5. $y' + \cos(x+y) - 2 = 0,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$

6. $y' - 2\cos x + xy^2 = 0, y(0) = 1.$

7. 7) $y' + 3e^{xy} - 2 = 0,\ y(0) = 1.$

8. $y' - 4e^{\frac{x}{y}} + 5 = 0, y(0) = 3.$

9. $y'' + \sin x - \cos y' + 4 = 0,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,\ y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$

10. $y'' - 2\sin x + \cos y' - 3 = 0,\ y(0) = \frac{\pi}{2},\ y'(0) = \frac{\pi}{2}.$

11. $y' - 4e^{\frac{x}{y}} + 3y = 0,\ y(0) = 1.$

12. $y' + x^3y^2 + x - 2y - 3 = 0,\ y(0) = 2.$

13. $y' - x^2y^3 - y + 5 = 0,\ y(0) = 1.$

14. $y' + x^2 - y^3 + 5y + 1 = 0$, $y(1) = 1$.

15. $y'' - xy' + 2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

16. $y' - \dfrac{y^2}{x} - 2yx = 0$, $y(1) = 2$.

17. $y'x - y^3 + 2x - y + 1 = 0$, $y(1) = 1$.

18. $\dfrac{y''}{x} + y' + xy - 5y + 1 = 0$, $y(2) = 1$, $y'(2) = 1$.

19. $e^{xy} + 2y' - x + 2 = 0$, $y(1) = 0$.

20. $e^{xy} - x^3 + y'x - 2 = 0$, $y(1) = 0$.

21. $y' = x^2 + y^2 - e^{-x}$, $y(0) = 0$

22. $y' = x^2 + \sin y + 1$, $y(0) = 0$

23. $y'' = xy' - y$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

24. $y' = e^y + xy$, $y(0) = 0$

25. $y' = \sin x + \frac{1}{2}y^2$, $y(0) = 1$

26. $y'' = x^2 y$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

27. $y' = y + y^2$, $y(0) = 3$

28. $y' = x + x^2 + y^2$, $y(0) = 5$

29. $y' = 2e^y - xy$, $y(0) = 0$

30. $y' = y^2 + xy$, $y(0) = 1$

Завдання 9. Розкласти в ряд Фур'є функцію, задану на вказаному інтервалі:

1. $y = \begin{cases} -1, & x \in [-2;0), \\ x, & x \in [0;2]. \end{cases}$

2. $y = \begin{cases} -x, & x \in [-2;0), \\ 2, & x \in [0;2]. \end{cases}$

3. $y = \begin{cases} -x, & x \in [-4;0), \\ 2, & x \in [0;4]. \end{cases}$

4. $y = \begin{cases} 2, & x \in [-\pi;0), \\ 3x + 5, & x \in [0;\pi]. \end{cases}$

5. $y=\begin{cases}-x, x\in[-\pi;0),\\ -2, x\in[0;\pi].\end{cases}$ 6. $y=\begin{cases}-2x+1, x\in[-\pi;0),\\ -1, x\in[0;\pi].\end{cases}$

Розкласти в ряд Фур'є за синусами функцію, задану на вказаному інтервалі

7. $y=2x-1, x\in[0;\pi]$. 8. $y=-2x+3, x\in[0;\pi]$.

9. $y=-x+\pi, x\in[0;\pi]$. 10. $y=x+1, x\in[0;\pi]$.

11. $y=3x, x\in[0;\pi]$. 12 . $y=-x+4, x\in[0;\pi]$.

Розкласти в ряд Фур'є за косинусами функцію, задану на вказаному інтервалі:

13. $y=x+2, x\in[0;\pi]$. 14. $y=-x+1, x\in[0;\pi]$.

15. $y=2x+1, x\in[0;\pi]$. 16. $y=-x+\pi, x\in[0;\pi]$.

17. $y=2x, x\in[0;\pi]$. 18. $y=-2x+1, x\in[0;\pi]$.

19. $y=-2x+4, x\in[0;\pi]$. 20. $y=2x+5, x\in[0;\pi]$.

Розкласти в ряд Фур'є функцію, задану на вказаному інтервалі:

21. $y=\begin{cases}0; & [-\pi;0)\\ 3x; & (0;\pi]\end{cases}$ 22. $=\begin{cases}x; & [-\pi;0)\\ \pi-x; & (0;\pi]\end{cases}$

23. $y=4x+2;\ x\in[-2;2]$ 24. $y=x^2+1;\ x\in[-1;1]$

25. $y=\begin{cases}x-2; & [-1;0)\\ x; & (0;1]\end{cases}$ 26. $=\begin{cases}x+2; & [-2;0)\\ x; & (0;2]\end{cases}$

27. $y=x^2-1;\ x\in[-\pi;\pi]$ 28. $y=5-x;\ x\in[-1;1]$

29. $y=|2x|;\ x\in[-1;1]$ 30. $=\begin{cases}2x; & [-\pi;0)\\ 3x; & (0;\pi]\end{cases}$

Контрольні питання

1. Дайте означення числового ряду. Який ряд називається збіжним, розбіжним?
2. Необхідна умова збіжності рядів.
3. Ознаки порівняння рядів з додатними членами.
4. Інтегральна ознака Коші.
5. Ознака Даламбера.
6. Радикальна ознака Коші.

7. Ознака збіжності ряду з довільними членами. Умовна та абсолютна збіжність.

8. Знакопереміжний ряд. Умова Лейбніца.

9. Функціональний ряд. Точка його збіжності.

10. Область збіжності функціонального ряду. Як використовують ознаку Даламбера та радикальну ознаку Коші для знаходження області збіжності функціональних рядів?

11. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус збіжності степеневого ряду.

12. Ряди Тейлора та Маклорена.

13. Означення ряду Фур'є. Теорема Діріхле.

14. Розкладання в ряд Фур'є парних і непарних функцій.