



## Силабус освітнього компонента

Програма навчальної дисципліни



# Диференціальні та різницеві рівняння

### Шифр та назва спеціальності

F4 – Системний аналіз та наука про дані

### Спеціалізація

### Освітня програма

Системний аналіз і управління

### Рівень освіти

Перший (бакалаврський)

### Семестр

3

### Інститут

ННІ Комп'ютерних наук та інформаційних технологій

### Кафедра

Системного аналізу та інформаційно-аналітичних технологій (322)

### Тип дисципліни

Спеціальна (фахова), Обов'язкова

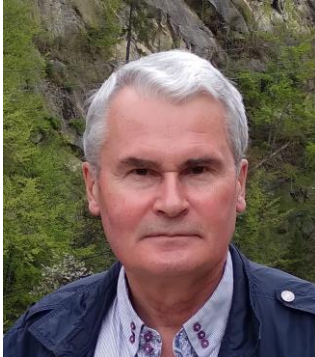
### Форма навчання

Денна,

### Мова викладання

Українська

## Викладачі, розробники



### Северин Валерій Петрович

[valerii.severyn@khp.edu.ua](mailto:valerii.severyn@khp.edu.ua)

Доктор технічних наук, професор, професор кафедри САІТ НТУ «ХПІ»

Підготував та опублікував понад 200 наукових та навчально-методичних праць

Google Scholar:

<https://scholar.google.com/citations?user=Nv0Mc00AAAAJ>

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2969-6780>

Scopus:

<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8287183900>.

[Детальніше про викладача на сайті кафедри](#)

## Загальна інформація

### Анотація

Дисципліна спрямована на освоєння сучасної теорії та методів дослідження і розв'язання диференціальних та різницевих рівнянь і систем таких рівнянь.

### Мета та цілі дисципліни

Мета дисципліни – вивчення студентами основних понять теорії диференціальних та різницевих рівнянь, засвоєння аналітичних методів дослідження і розв'язання диференціальних та різницевих рівнянь і систем таких рівнянь, оволодіння навичками дослідження стійкості руху за допомогою диференціальних та різницевих рівнянь.

### Формат занять

Лекції, практичні заняття, самостійна робота, консультації. Підсумковий контроль – іспит.

## Компетентності

ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК4. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

СК2. Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.

СК3. Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів.

СК4. Здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, виокремлювати в них стохастичні та невизначені показники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів та досліджувати залежності між ними.

## Результати навчання

РН1. Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу.

РН4. Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики.

## Обсяг дисципліни

Загальний обсяг дисципліни 150 год. (5 кредитів ECTS): лекції – 32 год., практичні заняття – 32 год., самостійна робота – 86 год.

## Передумови вивчення дисципліни (пререквізити)

Основою вивчення дисципліни є загальна математична підготовка студентів і зміст дисциплін "Фізика", "Алгебра і геометрія", "Математичний аналіз".

## Особливості дисципліни, методи та технології навчання

Лекції проводяться інтерактивно з використанням мультимедійних технологій. Застосовуються активні форми проведення занять: лекційне опитування, практичні заняття, консультації. На заняттях використовується компетентністний підхід до навчання.

## Програма навчальної дисципліни

### Навчальні заняття

#### Лекції

Теми лекцій	Кількість годин
<b>Тема 1.</b> Вступ до диференціальних рівнянь Диференціальні рівняння (ДР). Предмет теорії ДР. Загальні поняття теорії ДР. ДР зі змінними, що розділяються. Геометричний смисл ДР першого порядку. Загальний та частинні розв'язки ДР.	2
<b>Тема 2.</b> Диференціальні рівняння першого порядку ДР, що інтегруються в квадратурах. Однорідні ДР першого порядку. Лінійні ДР першого порядку. Існування розв'язку ДР. Теорема Коші про існування розв'язку ДР першого порядку. Особливі розв'язки ДР першого порядку.	2
<b>Тема 3.</b> ДР вищих порядків	2

Пониження порядку ДР. Задача Коші для ДР вищих порядків. Теорема Коші для ДР вищих порядків.

<b>Тема 4.</b> Лінійні ДР вищих порядків Лінійні ДР (ЛДР) вищих порядків. Лінійний диференціальний оператор. Лінійно-залежні та незалежні функції. Визначник Вронського.	2
<b>Тема 5.</b> Однорідні ЛДР Однорідні ЛДР (ОЛДР). Загальні теореми про ОЛДР. Фундаментальна система розв'язків ОЛДР. Загальний розв'язок ОЛДР. ОЛДР з постійними коефіцієнтами (ПК). Випадки коренів характеристичного рівняння: прості дійсні корені, прості комплексні корені, кратні дійсні корені, кратні комплексні корені.	2
<b>Тема 6.</b> Неоднорідні ЛДР Неоднорідні ЛДР (НЛДР). Загальні теореми про НЛДР. Загальний розв'язок НЛДР. Метод варіації довільних сталих для інтегрування НЛДР. ЛДР з ПК та правою частиною спеціального вигляду: поліному, добутку поліному та експоненти, добутку поліному, експоненти та гармонічної функції.	2
<b>Тема 7.</b> Системи ДР Системи ДР (СДР). Нормальні СДР. Перші інтегральні нормальних СДР. Зв'язок між ДР вищого порядку і нормальною СДР. Фізичний смисл розв'язку нормальної СДР. Нормальні лінійні СДР (ЛСДР).	2
<b>Тема 8.</b> Однорідні ЛСДР Властивості розв'язків однорідних ЛСДР (ОЛСДР). Простір розв'язків ОЛСДР. Фундаментальна матриця ОЛСДР та її властивості. ОЛСДР з ПК. Розв'язок ОЛСДР з ПК для простих коренів характеристичного рівняння. Кратні корені характеристичного рівняння ОЛСДР з ПК. Представлення розв'язку ОЛСДР з ПК у вигляді матричної експоненти.	4
<b>Тема 9.</b> Неоднорідні ЛСДР Неоднорідні ЛСДР (НЛСДР). Загальний розв'язок НЛСДР. Метод варіації довільних постійних для розв'язку НЛСДР. Представлення розв'язку НЛСДР з матрицею Коші. НЛСДР з ПК.	2
<b>Тема 10.</b> Теорія стійкості розв'язків ДР та СДР Основи теорії стійкості розв'язків ДР та СДР. Стійкість руху за Ляпуновим. Дослідження стійкості за першим наближенням. Теорема Ляпунова. Алгебраїчні критерії стійкості. Необхідний признак стійкості Стодоли. Критерій Рауса. Критерій Гурвиця.	4
<b>Тема 11.</b> ДР з частинними похідними. Рівняння математичної фізики ДР з частинними похідними (ДРЧП). Основні поняття та означення теорії ДРЧП. Лінійні однорідні ДРЧП першого порядку. Квазілінійні ДРЧП першого порядку. Основні рівняння математичної фізики. Хвильове рівняння. Рівняння теплопровідності. Рівняння Лапласа.	4
<b>Тема 12.</b> Різницеві рівняння Різницеві рівняння (РР). Основні поняття теорії РР. Решітчасті функції. Скінченні різниці функцій. Основні поняття та означення теорії РР. Лінійні РР. Лінійні РР (ЛРР) зі сталими коефіцієнтами. Однорідні ЛРР зі сталими коефіцієнтами. Неоднорідні ЛРР зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих. Системи ЛРР.	4
<b>Загальна кількість годин</b>	<b>32</b>

### Практичні заняття

Практичні заняття в рамках дисципліни не передбачені.

## Практичні заняття

Теми практичних занять	Кількість годин	Вагові коефіцієнти $a$
<b>Тема 1.</b> ДР зі змінними, що розділяються ДР зі змінними, що розділяються. Геометричний смисл ДР першого порядку. Загальний та частинні розв'язки ДР.	2	1,0
<b>Тема 2.</b> ДР, що інтегруються в квадратурах Однорідні ДР першого порядку. Лінійні ДР першого порядку. Особливі розв'язки ДР першого порядку.	2	1,0
<b>Тема 3.</b> ДР вищих порядків Пониження порядку ДР.	2	1,0
<b>Тема 4.</b> Однорідні ЛДР ОЛДР з постійними коефіцієнтами (ПК). Випадки коренів характеристичного рівняння: прості дійсні корені, прості комплексні корені, кратні дійсні корені, кратні комплексні корені.	2	1,0
<b>Тема 5.</b> Неоднорідні ЛДР Метод варіації довільних сталих для інтегрування НЛДР. ЛДР з ПК та правою частиною спеціального вигляду: поліному, добутку поліному та експоненти, добутку поліному, експоненти та гармонічної функції.	4	1,0
<b>Тема 6.</b> Системи ДР Нормальні СДР. Перші інтеграли нормальних СДР. Зв'язок між ДР вищого порядку і нормальною СДР.	4	1,0
<b>Тема 7.</b> Однорідні ЛСДР Розв'язок ОЛСДР з ПК для простих коренів характеристичного рівняння. Представлення розв'язку ОЛСДР з ПК у вигляді матричної експоненти.	4	1,0
<b>Тема 8.</b> Неоднорідні ЛСДР Метод варіації довільних постійних для розв'язку НЛСДР. Представлення розв'язку НЛСДР з матрицею Коші. НЛСДР з ПК.	4	1,0
<b>Тема 9.</b> ДР з частинними похідними Лінійні однорідні ДРЧП першого порядку. Квазілінійні ДРЧП першого порядку.	4	1,0
<b>Тема 10.</b> Стійкість розв'язків ДР та СДР Дослідження стійкості за першим наближенням. Необхідний признак стійкості Стодоли. Критерій Рауса. Критерій Гурвиця.	4	1,0
<b>Загальна кількість годин</b>	<b>32</b>	$\sum_{i=1}^n a_i$

## Лабораторні заняття

Лабораторні заняття в рамках дисципліни не передбачені.

## Контрольні роботи

Теми контрольних робіт

Вагові коефіцієнти  $b$

Тема 1. Диференціальні рівняння	1,0
Тема 2. Системи диференціальних рівнянь	1,0
Загалом	$\sum_{i=1}^m b_i$

## Самостійна робота

**До самостійної роботи відноситься самостійне опрацювання теоретичного матеріалу та виконання індивідуального завдання**

### Опрацювання теоретичного матеріалу

Теми для самостійного вивчення	Кількість годин
<b>Тема 1.</b> Диференціальні рівняння першого порядку Рівняння Бернуллі. Рівняння у повних диференціалах. Інтегруючий множник. Рівняння Ріккати. Рівняння Лагранжа. Рівняння Клеро.	20
<b>Тема 2.</b> Теорема Коші про існування розв'язку ДР першого порядку Доведення теореми Коші про існування розв'язку ДР першого порядку.	10
<b>Тема 3.</b> Застосування ДР до розв'язання фізичних задач Задачі механіки. Теплові задачі. Електричні задачі.	20
<b>Тема 4.</b> Матричні методи інтегрування СДР Метод матричної експоненти для розв'язання ОЛСДР. Матричний метод інтегрування НЛСДР. Матричний метод інтегрування нелінійних СДР.	20
<b>Загальна кількість годин</b>	<b>70</b>

### Тематика індивідуальних завдань

Відомості щодо індивідуального завдання: розрахункова робота. Робота передбачає розв'язання трьох лінійних диференціальних рівнянь, які дозволяють закріпити практичні навички з теорії диференціальних рівнянь. Наприкінці оформлюється звіт з описом теорії та методів, реалізованих у розрахунковому завданні з додаванням результатів розв'язання ДР. Обсяг звіту 10-12 сторінок. Термін виконання - за 10 діб до закінчення теоретичного навчання.

Теми індивідуального завдання

<b>Тема 1. Лінійні ДР першого порядку</b> Знайти частинний розв'язок лінійного диференціального рівняння першого порядку методом варіації довільної сталої.	
<b>Тема 2. Метод варіації довільних сталих</b> Знайти частинний розв'язок лінійного диференціального рівняння другого порядку методом варіації довільних сталих.	
<b>Тема 2. Метод невизначених коефіцієнтів</b> Знайти загальний розв'язок лінійного диференціального рівняння зі сталими коефіцієнтами та правою частиною спеціального вигляду методом невизначених коефіцієнтів.	
<b>Загальна кількість годин</b>	<b>16</b>

## Неформальна освіта

### Рекомендовані курси, тренінги, стажування

1. Онлайн курс: [https://www.youtube.com/watch?v=20\\_IvHRxa7w](https://www.youtube.com/watch?v=20_IvHRxa7w) - зарахування теми 1.
2. Онлайн курс: <https://www.youtube.com/watch?v=hAt0NZIYeI> - зарахування теми 3.
3. Онлайн курс: <https://www.youtube.com/watch?v=-UrIs-levDs> - зарахування теми 4.
4. Онлайн курс: <https://www.youtube.com/watch?v=rpSSTwsa3c8> - зарахування теми 5.

## Література, навчальні матеріали та інформаційні ресурси

### Основна література

1. Копась І. М. Диференціальні рівняння: навчальний посібник для інженерних спеціальностей. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 126 с. – URI: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/7d442f87-54d4-4d96-8b44-ccef6d80a46c/content>
2. Івасишен С.Д. Диференціальні рівняння: методи та застосування: навч. посіб. / С.Д. Івасишен, В.П. Лавренчук, П.П. Настасієв, І.І. Дрінь. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2010. – 288 с.
3. Призва Г.Й. Диференціальні рівняння та їх застосування / Г.Й. Призва. – 2-е вид., перероб. і доп. – К.: Вища школа, 1992. – 96 с.
4. Петрівський Я. Б. Диференціально-різницеві рівняння та їх застосування: навч.-метод. посіб. / Я. Б. Петрівський. – Рівне: РДГУ, 2009. – 59 с.
5. Ляшенко В. П., Набок Т. А., Скотнікова Л. М. Диференціальні рівняння: навч. посіб. – Кременчук, 2025. – 166 с.
6. Бондаренко В. Г. Диференціальні рівняння. Конспект лекцій: навчальний посібник. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 124 с.
7. Звичайні диференціальні рівняння та їх застосування при розв'язуванні прикладних задач : навч. посіб. для студентів хімічних спеціальностей / О. П. Пріщенко, Т. Т. Черногор. – Харків : НТУ «ХПІ», 2025. – 142 с.
8. Герасимчук В. С. Методи математичної фізики. Частина 1. Вступ до теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних: навчальний посібник. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 25 с.

### Додаткова література

1. Практикум з дисципліни «Диференціальні рівняння» / М.В. Коробова. – Київ: 2024. – 40 с.
2. Овчинников П.П., Михайленко В.М. Вища математика. Посібник для студентів вищих навчальних закладів. У двох частинах. Ч.2. – К.: Техніка, 2004.
3. Шкіль М.І Математичний аналіз: Підручник для студентів математичних спеціальностей вищих навчальних закладів. У двох частинах, Ч2. – К.: Вища школа, 2005.
4. Дев'ятко В. І. Різницеві рівняння. Дискретне перетворення Лапласа: Конспект лекцій для студ. енергетичн. факультету ден. та заоч. форм навч. / В. І. Дев'ятко, І. І. Юрик. – К: Удухт, 2000. – 56 с.
5. Петрівський Я. Б. Лінійні різницеві рівняння та системи: метод. посіб. / Я. Б. Петрівський, А. М. Бакунець. – Рівне: РДГУ, 2010. – 37 с.
6. Вища математика: методичні рекомендації до самостійної роботи за темою "Диференціальні рівняння" / уклад. А.В. Воронін, О.В. Гунько. – Харків: ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2018. – 76 с.

### Інформаційні ресурси

1. Самойленко А.М. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах / А.М. Самойленко, С.А. Кривошея, М.О. Перестюк. – К.: Вища шк., 1994. – 454 с. – URI: [Диференційні рівняння у прикладах та задачах | Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. | скачать книгу \(libcats.org\)](#)
2. Габрусев Г.В., Самборська О.М. Звичайні диференціальні рівняння. Навчальний посібник для студентів які навчаються за напрямом автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології. – Тернопіль: ТНТУ імені Івана Пулюя, 2014. – 172 с. – URI: [\(PDF\) Звичайні диференціальні рівняння. Навчальний посібник для студентів які навчаються за напрямом автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології | Григорій Габрусев - Academia.edu](#)

3. Северин В. П. Аналіз систем на основі диференціальних рівнянь першого порядку: навчально-метод. посібник. – Харків: НТУ «ХПІ», 2012. – URI: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/33005>

4. Северин В. П. Аналіз систем на основі диференціальних рівнянь вищих порядків: навчально-метод. посібник. – Харків: НТУ «ХПІ», 2012. – URI: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/33005>.

## Система оцінювання

Підсумкова оцінка з освітнього компонента визначається відповідальним лектором за темами, видами занять, тощо у відповідності до силабусу і є інтегральною оцінкою результатів усіх вид навчальної діяльності здобувача вищої освіти. Підсумкова оцінка повинна відображати всі оцінки за складовими навчального процесу з урахуванням їх вагових показників  $k$ :

Поточний контроль (практичні, семінарські, лабораторні заняття), $k_1$	Контрольні роботи (за наявності), $k_2$	Індивідуальне завдання (за наявності), $k_3$	Підсумковий контроль (для ОК з іспитом), $k_4$
0,3	0,4	0,2	0,1

Сума коефіцієнтів повинна складати одиницю:  $k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 1$ . Підбір вагових коефіцієнтів підсумкової оцінки здійснює розробник курсу.

Розрахунок підсумкової оцінки проводиться за формулою:

$$O = P \cdot k_1 + K \cdot k_2 + I \cdot k_3 + Pk \cdot k_4$$

де:  $P$  – середньозважена середня оцінка за поточний контроль

$I$  – оцінка за виконання індивідуального завдання

$K$  – середньозважена оцінка за контрольні роботи

$Pk$  – оцінка за підсумковий контроль

$$P = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2 + \dots + P_n \cdot a_n}{\sum_{i=1}^n a_i}$$

де:  $a_i$  - ваговий коефіцієнт за кожне практичне (семінарське) або лабораторне заняття.

$$K = \frac{K_1 \cdot b_1 + K_2 \cdot b_2 + \dots + K_m \cdot b_m}{\sum_{i=1}^m b_i}$$

де:  $b_i$  - ваговий коефіцієнт за кожну контрольну роботу.

Поточні оцінки за кожну складову ( $P, K, I, \dots$ ) виставляються за 100-бальною шкалою згідно з [положенням «Про критерії та систему оцінювання знань та вмінь і про рейтинг здобувачів вищої освіти» НТУ «ХПІ»](#).

Підсумкова оцінка виставляється відповідно до розрахованої  $O$  з округленням до найближчого цілого числа в більшу сторону.

### Шкала оцінювання

Сума балів	Національна оцінка	ECTS
90–100	Відмінно	A
82–89	Добре	B
75–81	Добре	C
64–74	Задовільно	D
60–63	Задовільно	E
35–59	Незадовільно (потрібне додаткове вивчення)	FX
1–34	Незадовільно (потрібне повторне вивчення)	F

## Норми академічної етики і політика курсу

Здобувач вищої освіти повинен дотримуватися «Кодексу етики академічних взаємовідносин та доброчесності НТУ «ХПІ»: виявляти дисциплінованість, вихованість, доброзичливість, чесність,

відповідальність. Конфліктні ситуації повинні відкрито обговорюватися в навчальних групах з викладачем, а при неможливості вирішення конфлікту – доводитися до відома співробітників дирекції інституту.

Нормативно-правове забезпечення впровадження принципів академічної доброчесності НТУ «ХПІ» розміщено на сайті: <http://blogs.kpi.kharkov.ua/v2/nv/akademichna-dobrochesnist/>

## **Погодження**

Силабус погоджено

28.08.2025

**Завідувачка кафедри**  
Тетяна АЛЕКСАНДРОВА

28.08.2025

**Гарант ОП**  
Юрій ДОРОФЄЄВ