Контрольні завдання на III семестр для студентів заочного навчання факультету КИТ і інституту Е

Номер варіанта – остання цифра в номері залікової книжки. Якщо цей номер закінчується цифрою 0, то – десятий варіант.

ВАРІАНТ 1

1. Дослідити ряди на збіжність:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^{n+1}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{3n+1}\right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{4n+1}{9n-5}}.$$

2. Дослідити ряди на абсолютну та умовну збіжність:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n^2-n+1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{7^n}{(n+1)!}.$$

3. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n} x^n.$

4. Обчислити подвійний інтеграл $\iint_D (2x+y)dxdy,$ де область D обмежена кривими $y=2-x^2,\ y=x.$

5. Переходячи до полярної системи координат, знайти масу пластинки, яка займає область $x^2+y^2 \le 9,\ y \ge 0,\ y \le x$ і має поверхневу щільність $\gamma(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}.$

6. Обчислити за формулою Гріна криволінійний інтеграл другого роду $\oint_L (2x^3-3y)dx+(y^3+2x)dy,$ де $L-$ контур утворений прямими $x-y=1,\ x=0,\ y=0,$ який має додатну орієнтацію.

7. Обчислити роботу сили $\vec{F}=\{x^2-2y,\ y^2-2x\}$ при переміщенні матеріальної точки вздовж прямої $x-y+4=0$ від точки $A(-4,0)$ до точки $B(0,4).$

ВАРІАНТ 2

1. Дослідити ряди на збіжність:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+5}{3n-1}\right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n-2}.$$

2. Дослідити ряди на абсолютну та умовну збіжність:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2+3}{2n^3-1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{9^n}.$$

3. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} x^n.$

4. Обчислити подвійний інтеграл $\iint_D (y-4x)dxdy,$ де область D обмежена кривими $y=x^2,\ y=x.$

5. Переходячи до полярної системи координат, знайти масу пластинки, яка займає область $x^2+y^2\ge 1,\quad x^2+y^2\le 4,\ x\ge 0,\ y\ge 0$ і має поверхневу щільність $\gamma(x,y)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

6. Обчислити за формулою Гріна криволінійний інтеграл другого роду $\oint\limits_L (x^3-y)dx+(y^3+x)dy,$ де $L-$ контур утворений прямими $x+y=3,\ x=3,\ y=3,$ який має додатну орієнтацію.

7. Обчислити роботу сили $\vec{F}=\{x^2+2y,\ y^2+2x\}$ при переміщенні матеріальної точки вздовж прямої $2x+y-2=0$ від точки $A(0,2)$ до точки $B(1,0)$.

ВАРІАНТ 3

1. Дослідити ряди на збіжність:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^2};\qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n+3}{7n-2}\right)^n;\qquad \text{в) } \sum_{n=2}^{\infty}\sqrt[3]{\frac{8n+1}{27n-2}}.$$

2. Дослідити ряди на абсолютну та умовну збіжність:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{3n^2-2};\quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2\sqrt{n}}{n!}.$$

3. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n+1}{3^n}x^n$.

4. Обчислити подвійний інтеграл $\iint\limits_D xdxdy,$ де область D обмежена кривими $y=9-x^2,\ y=x+3.$

5. Переходячи до полярної системи координат, знайти масу пластинки, яка займає область $x^2+y^2\le 16,\ y\ge x,\ y\le x\sqrt{3}$ і має поверхневу щільність $\gamma(x,y)=x^2+y^2$.

6. Обчислити за формулою Гріна криволінійний інтеграл другого роду $\oint\limits_L (2x-3)ydx+x^2dy,$ де $L-$ контур утворений лініями $y=x^2+2$, $x=1,\ x=3,\ y=x,$ який має додатну орієнтацію.

7. Обчислити роботу сили $\vec{F}=\{x+2y,\ y-2x\}$ при переміщенні матеріальної точки вздовж кривої $y=x^2+3$ від точки $A(1,4)$ до точки $B(3,12)$.

ВАРІАНТ 4

1. Дослідити ряди на збіжність:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!};\qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+5}{n+7}\right)^n;\qquad \text{в) } \sum_{n=2}^{\infty}\frac{n^3}{5n^3+1}.$$

2. Дослідити ряди на абсолютну та умовну збіжність:

$$а)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n+1}{n\sqrt{n}};\quad б)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^3}{5^n}.$$

3. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty}4^n x^n.$

4. Обчислити подвійний інтеграл $\iint_D (y-x)dxdy,$ де область D обмежена кривими $y=2x-x^2,\ y=x.$

5. Переходячи до полярної системи координат, знайти масу пластинки, яка займає область $x^2+y^2\geq 2,\quad x^2+y^2\leq 4,\ x\geq 0,\ y\geq x$ і має поверхневу щільність $\gamma(x,y)=\dfrac{1}{x^2+y^2}.$

6. Обчислити за формулою Гріна криволінійний інтеграл другого роду $\oint_L (x+2y)dx+5xdy,$ де $L-$ контур утворений лініями $y=\sqrt{x}$, $x=4,\ y=0,$ який має додатну орієнтацію.

7. Обчислити роботу сили $\vec{F}=\{x^2y-x,\ 2y\}$ при переміщенні матеріальної точки вздовж кривої $y=2-x^2$ від точки $A(-1,1)$ до точки $B(0,2).$

ВАРІАНТ 5

1. Дослідити ряди на збіжність:

$$а)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^2};\quad б)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+3}{4n+1}\right)^n;\quad в)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^2+5}{3n^2-2n}.$$

2. Дослідити ряди на абсолютну та умовну збіжність:

$$а)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{\sqrt[3]{n+4}};\quad б)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n+3}{2^n}.$$

3. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n+2}x^n.$

4. Обчислити подвійний інтеграл $\iint_D (x+2)dxdy,$ де область D обмежена кривими $y=2-x^2,\ y=x^2.$

5. Переходячи до полярної системи координат, знайти масу пластинки, яка займає область $x^2+y^2\leq 1,\ y\geq 0,\ y\leq\dfrac{x}{\sqrt{3}}$ і має поверхневу щільність $\gamma(x,y)=\sqrt{(x^2+y^2)^3}.$

6. Обчислити за формулою Гріна криволінійний інтеграл другого роду $\oint_L (\sqrt{x}-y)dx+(3x-y^2)dy$ де $L-$ контур утворений прямими $2x+y=6,\ x=0,\ y=0,$ який має додатну орієнтацію.

7. Обчислити роботу сили $\vec{F}=\{x^2y,\ -y\}$ при переміщенні матеріальної точки вздовж прямої $y=3x+1$ від точки $A(1,4)$ до точки $B(3,10).$

ВАРІАНТ 6

1. Дослідити ряди на збіжність:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{5^n}$;   б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{6n+5}{7n+1}\right)^n$;   в) $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{\frac{n+1}{2n+7}}$.

2. Дослідити ряди на абсолютну та умовну збіжність:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{\sqrt{n^3+2}}$;   б) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^2+1}{(n+1)!}$.

3. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^3}x^n$.

4. Обчислити подвійний інтеграл $\iint_D 2xydxdy,$ де область D обмежена кривими $y=x^2,\ y=x+2.$

5. Переходячи до полярної системи координат, знайти масу пластинки, яка займає область $x^2+y^2\geq 3,\quad x^2+y^2\leq 4,\ x\geq 0,\ y\geq 0$ і має поверхневу щільність $\gamma(x,y)=\frac{1}{(x^2+y^2)^2}$.

6. Обчислити за формулою Гріна криволінійний інтеграл другого роду $\oint_L (x^2-5y)dx+(5x-y^2)dy,$ де $L-$ контур утворений лініями $y=-2x-x^2,\ y=0,$ який має додатну орієнтацію.

7. Обчислити роботу сили $\vec{F}=\{xy,\ y-x\}$ при переміщенні матеріальної точки вздовж кривої $y=2x-x^2$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(3,-3).$

ВАРІАНТ 7

1. Дослідити ряди на збіжність:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{(n+1)!}$;   б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+5}{n+9}\right)^n$;   в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{5n-3}$.

2. Дослідити ряди на абсолютну та умовну збіжність:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3n^3-1}{n^4+2n^2+3}$;   б) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^3}{2^n}$.

3. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n}{n^2+1}x^n$.

4. Обчислити подвійний інтеграл $\iint_D ydxdy,$ де область D обмежена кривими $y=2x+x^2,\ y=-x.$

5. Переходячи до полярної системи координат, знайти масу пластинки, яка займає область $x^2+y^2\geq 4,\ x^2+y^2\leq 9,\ y\geq 0,\ y\leq x$ і має поверхневу щільність $\gamma(x,y)=\frac{1}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}$.

6. Обчислити за формулою Гріна криволінійний інтеграл другого роду $\oint_L (x^2+y)dx+(y^2-x)dy,$ де $L-$ контур утворений лініями $y=5-x^2,\ x=1,\ x=2,\ y=0,$ який має додатну орієнтацію.

7. Обчислити роботу сили $\vec{F} = \{3x - y^2,\ 3y + x^2\}$ при переміщенні матеріальної точки вздовж прямої $y = 3 - 4x$ від точки $A(-1, 7)$ до точки $B(1, -1)$.

ВАРІАНТ 8

1. Дослідити ряди на збіжність:

$$\text{а)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n+3}; \quad \text{б)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+4}{2n+3} \right)^n; \quad \text{в)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{4n+1}{9n+4}}.$$

2. Дослідити ряди на абсолютну та умовну збіжність:

$$\text{а)}\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n^2+5}{n^3+2n+5}; \quad \text{б)}\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt[3]{n+1}}{n!}.$$

3. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} x^n$.

4. Обчислити подвійний інтеграл $\iint\limits_D (3 + 2y)dxdy$, де область D обмежена кривими $y = \sqrt{x},\ y = x$.

5. Переходячи до полярної системи координат, знайти масу пластинки, яка займає область $x^2 + y^2 \le 5,\ y \ge \frac{x}{\sqrt{3}},\ y \le x$ і має поверхневу щільність $\gamma(x, y) = (x^2 + y^2)^2$.

6. Обчислити за формулою Гріна криволінійний інтеграл другого роду $\oint\limits_L (3x^2 + 2y)dx + (y^2 - 2x)dy$, де $L-$ контур утворений лініями $y = 1 - x^2$, $x + y = 1$, який має додатну орієнтацію.

7. Обчислити роботу сили $\vec{F} = \{x^2 - 2y,\ y\}$ при переміщенні матеріальної точки вздовж кривої $L: y = x^2 + 2x$ від точки $A(0, 0)$ до точки $B(3,15)$.

ВАРІАНТ 9

1. Дослідити ряди на збіжність:

$$\text{а)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{e^n}; \quad \text{б)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{2n+1} \right)^n; \quad \text{в)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+1}{3n^2+4n-2}.$$

2. Дослідити ряди на абсолютну та умовну збіжність:

$$\text{а)}\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt[5]{n^3+3}}; \quad \text{б)}\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n+1}}{(2n+1)!}.$$

3. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+1} x^n$.

4. Обчислити подвійний інтеграл $\iint\limits_D (x - 2y)dxdy$, де область D обмежена кривими $y = 6 - x,\ y = x^2$.

5. Переходячи до полярної системи координат, знайти масу пластинки, яка займає область $x^2+y^2\ge 3,\quad x^2+y^2\le 16,\ y\ge 0,\ y\le x\sqrt{3}$ і має поверхневу щільність $\gamma(x,y)=\dfrac{1}{x^2+y^2}$.

6. Обчислити за формулою Гріна криволінійний інтеграл другого роду $\oint\limits_L (\sqrt[3]{x}-3y)dx+(\sqrt[3]{y}+2x)dy,$ де $L-$ контур утворений лініями $y=x^2+1,\ \ y=2,$ який має додатну орієнтацію.

7. Обчислити роботу сили $\vec{F}=\{y,\ y^2-2x\}$ при переміщенні матеріальної точки вздовж прямої $y=5-4x$ від точки $A(0,5)$ до точки $B(2,-3)$.

ВАРІАНТ 10

1. Дослідити ряди на збіжність:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{100^n}{n!};\quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{9n+7}{12n+5}\right)^n;\qquad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{7n+5}.$$

2. Дослідити ряди на абсолютну та умовну збіжність:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^3+5}{6n^4-n+1};\quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n+5}{7^n}.$$

3. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}e^n x^n.$

4. Обчислити подвійний інтеграл $\iint\limits_D (4-x)dxdy,$ де область D обмежена кривими $y=x^2-2,\ y=x.$

5. Переходячи до полярної системи координат, знайти масу пластинки, яка займає область $x^2+y^2\ge 1,\quad x^2+y^2\le 25,\ x\ge 0,\ y\ge x\sqrt{3}$ і має поверхневу щільність $\gamma(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$.

6. Обчислити за формулою Гріна криволінійний інтеграл другого роду $\oint\limits_L (x+y^4)dx+x(4y^3+2)dy,$ де $L-$ контур утворений лініями $y=x^2+3,$ $y=-x,\ x=0,\ x=1,$ який має додатну орієнтацію.

7. Обчислити роботу сили $\vec{F}=\{xy-y^2,\ x\}$ при переміщенні матеріальної точки вздовж кривої $y=x^2$ від точки $A(1,1)$ до точки $B(3,9)$.