

## 2. РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ – РГР №2

### 2.1. Формулювання задач

РГР №2 складається з шістьох задач. Зміст завдання, тобто загальне число задач та їх конкретні номери, викладач може змінювати залежно від обсягу навчального курсу.

Кожному студенту задається варіант вхідних даних по трьом споживачам ( $Z_\alpha, Z_\beta, Z_\gamma$ ), що використовуються у всіх задачах (табл.2.1).

**Задача 1. Розрахунок електричного кола однофазного синусоїдного струму з одним джерелом електричної енергії при послідовному з'єднанні споживачів.**

Провести розрахунок електричного кола за рис.2.1 при послідовному з'єднанні споживачів  $Z_\alpha, Z_\beta, Z_\gamma$ , параметри яких треба взяти з табл. 2.1. Напруга джерела енергії  $U = 220$  В при частоті  $f=50$  Гц.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему електричного кола за рис.2.1 з ідеальними елементами заміщення кожного споживача; б) визначити струм в колі, напруги на кожному споживачеві, активні та реактивні потужності джерела та споживачів; в) побудувати векторну діаграму струму і напруг джерела та всіх споживачів; г) зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей; д) записати синусоїдні часові функції струму і напруги джерела енергії та побудувати графіки цих функцій.

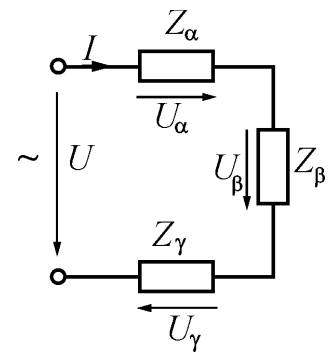


Рисунок 2.1

**Задача 2. Розрахунок електричного кола однофазного синусоїдного струму з одним джерелом електричної енергії при паралельному з'єднанні споживачів.**

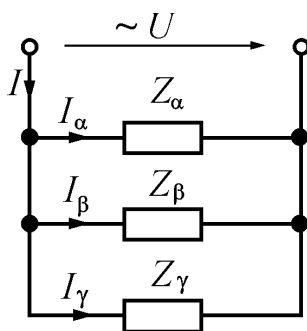


Рисунок 2.2

Провести розрахунок електричного кола за рис.2.2 при паралельному з'єднанні споживачів  $Z_\alpha, Z_\beta, Z_\gamma$ , параметри яких визначені в задачі 1. Напруга джерела  $U = 127$  В при частоті  $f=50$  Гц.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему електричного кола за рис.2.2 з ідеальними елементами заміщення кожного споживача; б) визначити струми в колі, активні та реактивні потужності джерела та споживачів; в) побудувати векторну діаграму напруги і струмів усіх споживачів.

вачів; г) зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей.

**Задача 3. Розрахунок електричного кола однофазного синусоїдного струму з одним джерелом енергії за допомогою символічного метода.**

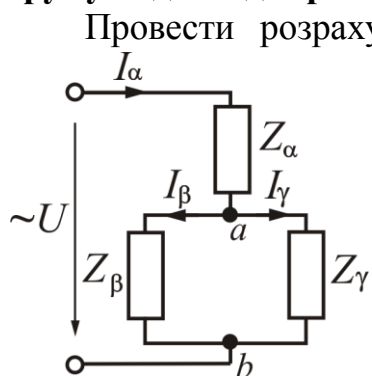


Рисунок 2.3

Провести розрахунок електричного кола за рис.2.3 при змішаному з'єднанні споживачів  $Z_\alpha, Z_\beta, Z_\gamma$ , параметри яких визначені в задачі 1. Напруга джерела енергії  $U = 220$  В при частоті  $f=50$  Гц.

Обсяг розрахунку: а) зобразити електричну схему заміщення за рис.2.3 з ідеальними елементами замість кожного споживача; б) визначити струми в колі, активні та реактивні потужності джерела енергії та споживачів; в) побудувати векторну діаграму напруг і струмів; г) зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей.

**Задача 4. Розрахунок трифазного електричного кола при симетричному навантаженні і з'єднанні споживачів "зіркою".**

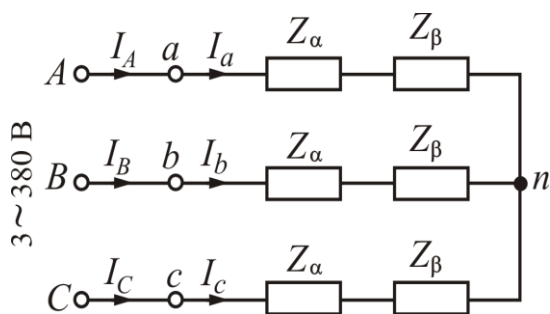


Рисунок 2.4

У трифазну мережу з лінійною напругою  $U_{\text{л}}=380$  В увімкнено симетричне навантаження при з'єднанні послідовно споживачів  $Z_\alpha, Z_\beta$  в кожній фазі (рис.2.4). Параметри споживачів  $Z_\alpha$  і  $Z_\beta$  взяти з задачі 1.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему заміщення трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б) визначити фазні і лінійні струми, а також споживані активну та реактивну потужності; в) побудувати векторну діаграму.

**Задача 5. Розрахунок трифазного електричного кола при симетричному навантаженні і з'єднанні споживачів "трикутником".**

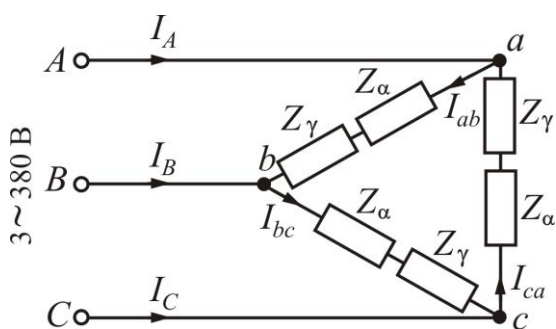


Рисунок 2.5

В трифазну мережу з лінійною напругою  $U_{\text{л}} = 380$  В увімкнено симетричне навантаження при з'єднанні послідовно споживачів  $Z_\alpha, Z_\gamma$  в кожній фазі (рис.2.5). Параметри споживачів  $Z_\alpha$  і  $Z_\gamma$  взяти з задачі 1.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему заміщення трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б) визначити

фазні і лінійні струми, а також споживані активну та реактивну потужності; в) побудувати векторну діаграму.

**Задача 6. Розрахунок трифазного електричного кола при несиметричному навантаженні і з'єднанні споживачів «зіркою» з нейтральним проводом.**

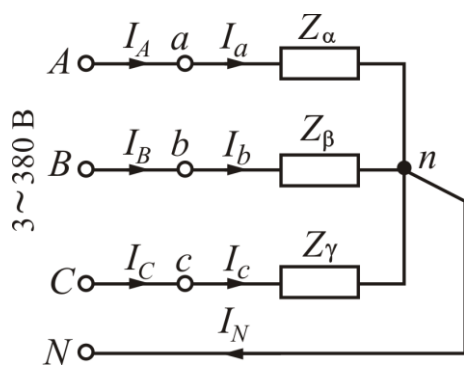


Рисунок 2.6

В трифазну мережу з лінійною напругою  $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$  при частоті  $f = 50 \text{ Гц}$  увімкнуті пофазно споживачі  $Z_{\alpha}$ ,  $Z_{\beta}$  і  $Z_{\gamma}$  (рис.2.6), що в силу їхньої неоднаковості призводить до несиметричного навантаження. Параметри споживачів  $Z_{\alpha}$ ,  $Z_{\beta}$  і  $Z_{\gamma}$  взяти з задачі 1.

Обсяг розрахунку: а) зобразити електричну схему трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б) визначити фазні і лінійні струми, а також струм у нейтральному проводі; в) визначити споживані активну та реактивну

потужності; г) побудувати векторну діаграму.

## 2.2. Приклади розв'язання задач

**Приклад 1.** Розрахувати електричне коло з послідовним з'єднанням споживачів  $Z_{\alpha}$ ,  $Z_{\beta}$  і  $Z_{\gamma}$ , схему якого зображено на рис.2.1. Діюче значення напруги  $U = 200 \text{ В}$ , її частота  $f = 50 \text{ Гц}$ . Параметри ідеальних елементів споживачів:  $R_{\alpha} = 20 \text{ Ом}$ ;  $L_{\alpha} = 47,77 \text{ мГн}$ ;  $R_{\beta} = 23,3 \text{ Ом}$ ;  $C_{\gamma} = 79,62 \text{ мкФ}$ .

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему електричного кола за рис.2.1 з ідеальними елементами заміщення кожного споживача; б) визначити струм в колі, напруги на кожному споживачеві, активні та реактивні потужності джерела та споживачів; в) побудувати векторну діаграму струму і напруг джерела та всіх споживачів; г) зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей; д) записати синусоїдні часові функції струму і напруги джерела енергії та побудувати графіки цих функцій.

**Розв'язання.** На рис 2.7 зображено схему заміщення електричного кола за рис.2.1 з ідеальними елементами споживачів  $Z_{\alpha}$ ,  $Z_{\beta}$ ,  $Z_{\gamma}$ .

Кутова частота струму і напруг

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ с}^{-1}.$$

Індуктивний опір споживача  $Z_{\alpha}$

$$X_{L\alpha} = \omega \cdot L_{\alpha} = 314 \cdot 47,77 \cdot 10^{-3} = 15 \text{ Ом}.$$

Ємнісний опір споживача  $Z_{\gamma}$

$$X_{C\gamma} = \frac{1}{\omega \cdot C_{\gamma}} = \frac{1}{314 \cdot 79,62 \cdot 10^{-6}} = 40 \text{ Ом}.$$

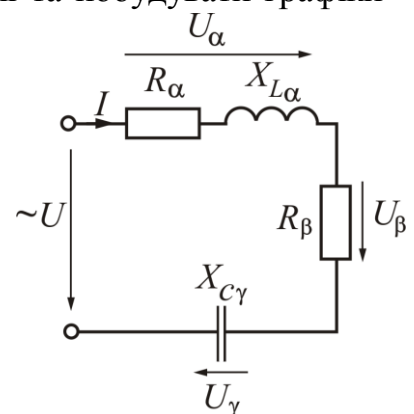


Рисунок 2.7

Таблиця 2.1 – Параметри споживачів змінного струму

Ва- рі- ант	$Z_{\alpha}$			$Z_{\beta}$			$Z_{\gamma}$		
	$R_{\alpha}$ , Ом	$L_{\alpha}$ , мГн	$C_{\alpha}$ , мкФ	$R_{\beta}$ , Ом	$L_{\beta}$ , мГн	$C_{\beta}$ , мкФ	$R_{\gamma}$ , Ом	$L_{\gamma}$ , мГн	$C_{\gamma}$ , мкФ
1	12	50,96	-	12	-	199,04	-	76,43	-
2	7	76,43	-	5	-	265,39	20	-	-
3	20	-	212,31	10	95,54	-	-	-	127,39
4	25	-	-	12	50,96	-	10	-	90,99
5	8	19,11	-	-	-	176,93	10	63,69	-
6	-	79,62	-	20	47,77	-	-	-	127,4
7	12	50,96	-	12	-	79,62	-	152,87	-
8	5	-	265,39	15	63,69	-	25	-	-
9	16	38,22	-	7	76,43	-	-	-	63,69
10	12	50,96	-	12	-	199,04	-	-	133
11	-	-	144,76	24	101,91	-	12	15,92	-
12	7	76,43	-	12	-	636,94	-	-	83,81
13	-	63,69	-	24	22,29	-	16	-	265,39
14	10	-	-	12	-	199,04	7	76,43	-
15	12	50,96	-	8	-	530,79	-	-	106,16
16	24	-	176,93	6	25,48	-	-	101,91	-
17	20	-	-	15	63,69	-	5	-	265,39
18	-	63,69	-	10	-	318,47	10	31,85	-
19	18	76,43	-	-	-	79,62	12	-	199,04
20	17	25,48	-	5	38,22	-	-	-	199,52
21	-	-	96,51	30	41,4	-	15	63,69	-
22	15	25,48	-	5	38,22	-	-	-	159,24
23	27	114,65	-	-	-	63,69	13	44,59	-
24	9	41,4	-	13	28,66	-	-	-	106,16
25	7	-	132,7	7	76,43	-	25	-	-
26	-	105,1	-	20	-	212,31	24	-	454,96
27	12	-	199,04	12	50,96	-	20	-	-
28	-	-	90,99	20	47,77	-	20	-	212,31
29	16	38,22	-	12	50,96	-	-	-	199,04
30	-	-	79,62	20	63,69	-	20	63,69	-
31	20	-	-	7	-	132,7	5	38,22	-
32	12	-	199,04	12	50,96	-	22	-	-
33	15	63,69	-	20	47,77	-	-	-	144,76
34	30	-	79,62	30	127,39	-	-	159,24	-

Продовження таблиці 2.1

Варіант	$Z_{\alpha}$			$Z_{\beta}$			$Z_{\gamma}$		
	$R_{\alpha}$ , Ом	$L_{\alpha}$ , мГн	$C_{\alpha}$ , мкФ	$R_{\beta}$ , Ом	$L_{\beta}$ , мГн	$C_{\beta}$ , мкФ	$R_{\gamma}$ , Ом	$L_{\gamma}$ , мГн	$C_{\gamma}$ , мкФ
35	-	79,62	-	10	-	212,31	15	-	318,47
36	6	25,48	-	16	38,22	-	-	-	72,38
37	-	-	95,51	15	41,4	-	15	63,69	-
38	24	57,32	-	15	31,85	-	-	-	113,74
39	18	-	132,7	10	-	212,31	-	124,2	-
40	11	-	167,17	11	60,67	-	-	121,34	-
41	24	57,32	-	24	-	176,93	-	-	114,65
42	18	-	132,7	18	76,43	-	14	-	-
43	-	127,39	-	30	-	79,62	15	-	159,24
44	5	-	265,39	15	63,69	-	10	-	-
45	12	50,96	-	8	-	530,78	-	-	106,16
46	6	25,48	-	16	38,22	-	-	-	159,24
47	7	76,43	-	-	-	66,35	12	-	636,94
48	-	-	106,16	20	47,77	-	10	143,31	-
49	8	19,11	-	12	50,96	-	-	-	144,76
50	14	-	66,35	14	152,87	-	50	-	-
51	20	95,54	-	10	31,85	-	-	-	159,24
52	-	-	127,39	20	-	212,31	20	127,39	-
53	24	-	99,52	24	101,92	-	40	-	-
54	-	105,1	-	30	-	244,98	20	-	159,24
55	30	-	212,31	10	47,77	-	-	79,62	-
56	-	63,69	-	20	63,69	-	20	-	212,31
57	16	-	132,7	-	-	132,7	24	76,43	-
58	18	82,8	-	26	57,32	-	-	-	53,08
59	20	-	-	18	-	132,7	18	76,43	-
60	-	-	117,96	10	117,83	-	12	-	318,47
61	40	95,54	-	7	76,43	-	-	-	318,47
62	20	-	-	12	-	199,04	12	50,96	-
63	25	111,46	-	20	-	212,31	22	-	-
64	22	-	-	5	38,22	-	5	-	265,39
65	-	159,42	-	40	95,54	-	14	-	66,35
66	18	76,43	-	18	-	-	9	-	79,62
67	-	-	159,24	30	111,46	-	20	-	212,31

Продовження таблиці 2.1

Ва- рі- ант	$Z_{\alpha}$			$Z_{\beta}$			$Z_{\gamma}$		
	$R_{\alpha}$ , Ом	$L_{\alpha}$ , мГн	$C_{\alpha}$ , мкФ	$R_{\alpha}$ , Ом	$L_{\alpha}$ , мГн	$C_{\alpha}$ , мкФ	$R_{\alpha}$ , Ом	$L_{\alpha}$ , мГн	$C_{\alpha}$ , мкФ
68	18	-	132,7	18	-	-	9	127,39	-
69	20	-	212,31	30	111,46	-	-	-	159,24
70	40	-	106,16	7	-	132,7	-	31,85	-
71	20	-	-	12	50,96	-	12	-	199,04
72	-	127,39	-	20	-	159,24	20	63,69	-
73	15	-	66,35	15	146,5	-	50	-	-
74	-	114,65	-	20	-	212,31	20	-	88,46
75	20	63,69	-	25	-	159,24	-	114,65	-
76	8	19,11	-	8	-	530,79	20	-	-
77	-	-	127,39	25	15,92	-	25	-	636,94
78	40	-	79,62	-	127,39	-	20	63,69	-
79	17	31,85	-	12	15,92	-	-	-	127,39
80	-	-	117,95	27	104,14	-	15	63,69	-
81	-	159,24	-	24	-	132,7	20	-	79,62
82	-	-	95,64	20	58,28	-	20	-	174,03
83	10	-	183,87	10	55,16	-	30	-	-
84	12	38,6	-	18	-	-	30	-	79,62
85	-	-	83,81	19	60,51	-	11	63,69	-
86	12	-	199,04	25	-	-	12	50,96	-
87	25	-	-	12	50,96	-	9	-	79,62
88	22	-	-	22	-	83,59	22	121,34	-
89	-	89,17	-	28	-	113,74	12	50,96	-
90	35	-	90,99	30	-	-	10	31,85	-
91	12	50,96	-	20	-	212,31	-	-	144,76
92	18	-	132,7	-	63,69	-	20	47,77	-
93	-	70,06	-	24	-	454,96	25	-	127,39
94	-	-	144,76	27	88,46	-	15	-	398,09
95	16	28,66	-	-	-	144,76	12	-	636,94
96	-	-	127,39	20	47,77	-	15	-	159,24
97	-	79,62	-	15	-	159,24	7	76,43	-
98	-	-	144,76	18	76,43	-	12	50,96	-
99	20	-	212,31	-	70,06	-	18	-	132,76
100	15	63,69	-	22	-	83,59	25	-	-

Активний, реактивний та повний опори кола:

$$R = R_\alpha + R_\beta = 20 + 23,3 = 43,3 \text{ Ом}; \quad X = X_{L\alpha} - X_{C\gamma} = 15 - 40 = -25 \text{ Ом};$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{43,3^2 + (-25)^2} = 50 \text{ Ом}.$$

Струм у колі 
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{200}{50} = 4 \text{ А}.$$

Кут зсуву фаз між векторами струму та напругою джерела

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{-25}{43,3} = -30^\circ.$$

Повні опори споживачів:

$$Z_\alpha = \sqrt{R_\alpha^2 + X_{L\alpha}^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ Ом}; \quad Z_\beta = R_\beta = 23,3 \text{ Ом}; \quad Z_\gamma = X_{C\gamma} = 40 \text{ Ом}.$$

Напруги на споживачах:

$$U_\alpha = I Z_\alpha = 4 \cdot 25 = 100 \text{ В}; \quad U_\beta = I Z_\beta = 4 \cdot 23,3 = 93,2 \text{ В}; \quad U_\gamma = I Z_\gamma = 4 \cdot 40 = 160 \text{ В}.$$

Кути зсуву фаз між векторами струму  $\underline{I}$  і напругами  $\underline{U}_\alpha$ ,  $\underline{U}_\beta$ ,  $\underline{U}_\gamma$  споживачів:

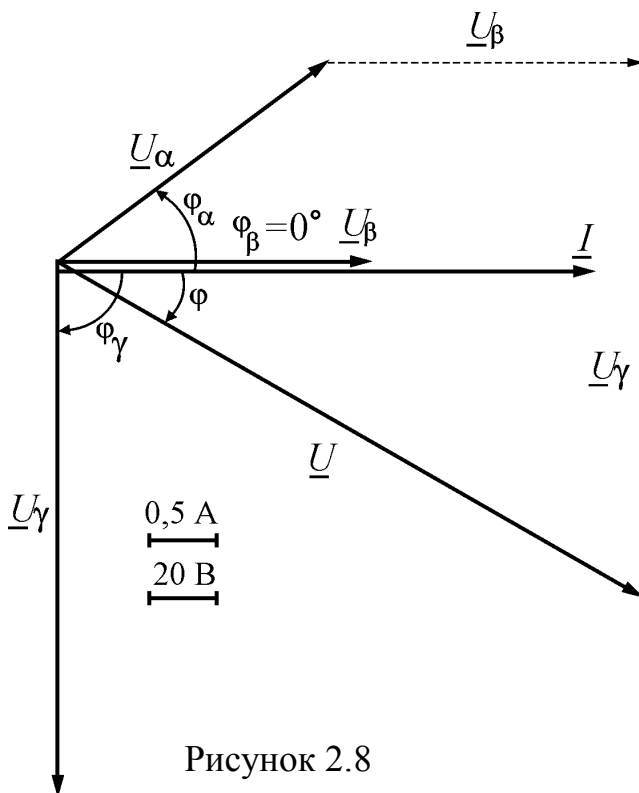


Рисунок 2.8

$$\varphi_\alpha = \arctg \frac{X_{L\alpha}}{R_\alpha} = \arctg \frac{15}{20} = 36,87^\circ;$$

$$\varphi_\beta = \arctg \frac{0}{R_\beta} = \arctg \frac{0}{23,3} = 0^\circ;$$

$$\varphi_\gamma = \arctg \frac{-X_{C\gamma}}{0} = \arctg \frac{-40}{0} = -90^\circ.$$

На рис.2.8 побудовано векторну діаграму. Пояснимо порядок будування.

Для схеми за рис.2.7 загальним є струм, для якого приймаємо початкову фазу  $\psi_i = 0^\circ$ . Вибираємо масштаб струму і проводимо вектор  $\underline{I}$  по горизонтальній осі. Далі вибираємо масштаб напруг і проводимо вектор напруги джерела під кутом  $\varphi$  за рухом годинникової стрілки відносно вектора струму  $\underline{I}$ , а також вектори напруг на споживачах  $\underline{U}_\alpha$ ,  $\underline{U}_\beta$ ,  $\underline{U}_\gamma$  під відповідними кутами зсуву фаз  $\varphi_\alpha$ ,  $\varphi_\beta$ ,  $\varphi_\gamma$  відносно вектора  $\underline{I}$ .

Користуючись векторною діаграмою, зробимо перевірку рішення на основі другого закону Кірхгофа для кола за рис.2.7. Векторна сума напруг споживачів

дає вектор напруги джерела енергії, тобто  $\underline{U} = \underline{U}_\alpha + \underline{U}_\beta + \underline{U}_\gamma$  (рис.2.8), який за прийнятим масштабом повинен дорівнювати 200 В.

Повна, активна та реактивна потужності джерела енергії:

$$S = U \cdot I = 200 \cdot 4 = 800 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = 200 \cdot 4 \cdot \cos(-30^\circ) = 692,8 \text{ Вт};$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi = 200 \cdot 4 \cdot \sin(-30^\circ) = -400 \text{ вар.}$$

Співвідношення цих потужностей зображено на рис.2.9 за допомогою їх трикутника.

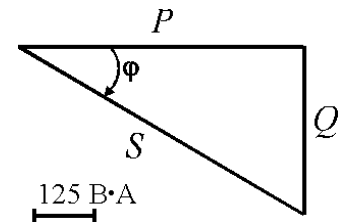


Рисунок 2.9

Відповідно до балансу активних потужностей

$$P = R_\alpha \cdot I^2 + R_\beta \cdot I^2 = 20 \cdot 4^2 + 23,3 \cdot 4^2 = 692,8 \text{ Вт},$$

що співпадає з активною потужністю джерела.

Відповідно до балансу реактивних потужностей

$$Q = X_{L\alpha} \cdot I^2 - X_{C\gamma} \cdot I^2 = 15 \cdot 4^2 - 40 \cdot 4^2 = -400 \text{ вар.},$$

що співпадає з реактивною потужністю джерела.

Амплітудні значення струму і напруги джерела енергії:

$$I_m = \sqrt{2} \cdot I = \sqrt{2} \cdot 4 = 5,66 \text{ А}; \quad U_m = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2} \cdot 200 = 282 \text{ В.}$$

Синусоїдні часові функції струму і напруги джерела енергії:

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i) = 5,66 \cdot \sin 314 t \text{ А};$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = 282,8 \cdot \sin(314t - 30^\circ) \text{ В},$$

де початкова фаза струму вже обрана ( $\psi_i = 0^\circ$ ), а початкову фазу  $\psi_u$  знаходимо, пам'ятаючи, що кут  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ :  $\psi_u = \varphi + \psi_i = -30^\circ + 0^\circ = -30^\circ$ .

Графіки синусоїд струму і напруги зображаються при використанні не масштабу часу  $t$ , а кратного йому масштабу  $\omega t$ , що більш зручно при побудові цих графіків. У табл.2.2 наведені розрахунки струму і напруги для різних значень  $\omega t$ , а на рис.2.10 зображено графіки функцій  $i(t)$  та  $u(t)$ .

Таблиця 2.2 – Значення струму і напруги джерела енергії залежно від часу

$\omega t$ , рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
$\omega t$ , град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$i$ , А	0	2,83	4,9	5,66	4,9	2,83	0	-2,83	-4,9	-5,66	-4,9	-2,83	0
$u$ , В	-141	0	141	245	283	245	141	0	-141	-245	-283	-245	-141

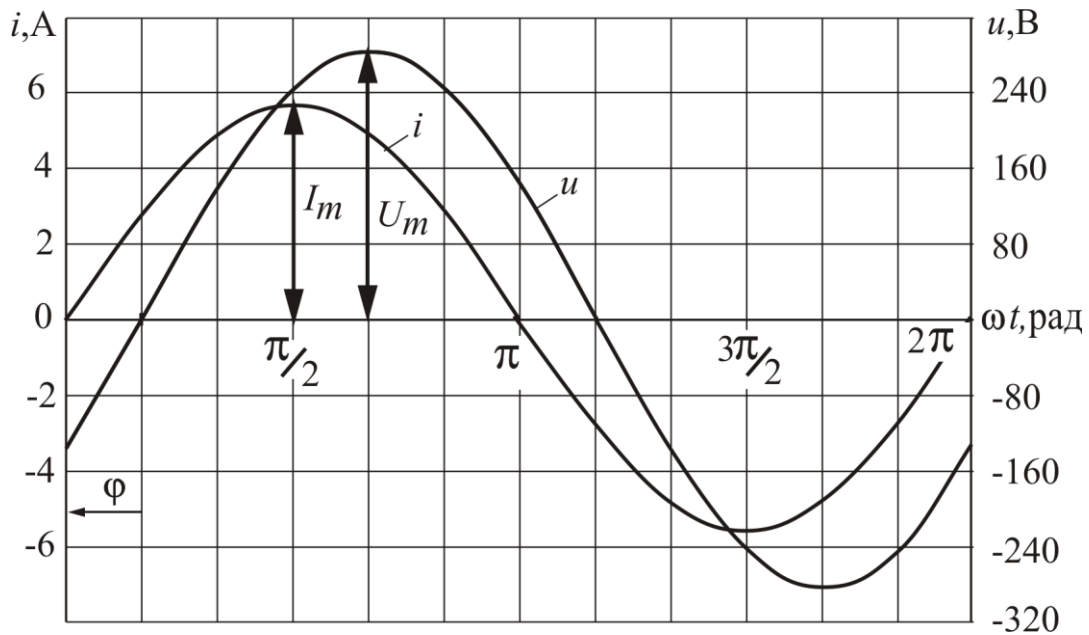


Рисунок 2.10

**Приклад 2.** Розрахувати електричне коло при паралельному з'єднанні споживачів  $Z_\alpha$ ,  $Z_\beta$  і  $Z_\gamma$ , схему якого зображено на рис.2.2. Діюче значення напруги  $U = 220$  В. Параметри ідеальних елементів споживачів:  $R_\alpha = 24$  Ом;  $X_{C\alpha} = 32$  Ом;  $R_\beta = 20$  Ом;  $X_{L\beta} = 20$  Ом;  $X_{L\gamma} = 80$  Ом.

**Обсяг розрахунку:** а) зобразити схему електричного кола за рис.2.2 з ідеальними елементами заміщення кожного споживача; б) визначити струми в колі, активні та реактивні потужності джерела та споживачів; в) побудувати векторну діаграму напруги і струмів усіх споживачів; г) зробити перевірку розв'язання задачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей.

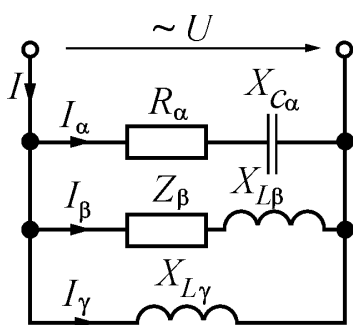


Рисунок 2.11

**Розв'язання.** На рис.2.11 зображено схему заміщення кола за рис.2.2 з ідеальними елементами замість  $Z_\alpha$ ,  $Z_\beta$ ,  $Z_\gamma$ .

Повні опори паралельних віток:

$$Z_\alpha = \sqrt{R_\alpha^2 + (-X_{C\alpha})^2} = \sqrt{24^2 + (-32)^2} = 40 \text{ Ом};$$

$$Z_\beta = \sqrt{R_\beta^2 + X_{L\beta}^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28,28 \text{ Ом};$$

$$Z_\gamma = X_{L\gamma} = 80 \text{ Ом}.$$

Струми в паралельних вітках:

$$I_\alpha = \frac{U}{Z_\alpha} = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ А}; \quad I_\beta = \frac{U}{Z_\beta} = \frac{220}{28,28} = 7,78 \text{ А}; \quad I_\gamma = \frac{U}{Z_\gamma} = \frac{220}{80} = 2,75 \text{ А}.$$

Кути зсуву фаз між векторами струмів  $I_\alpha$ ,  $I_\beta$  і  $I_\gamma$  та вектором напруги  $U$ :

$$\varphi_\alpha = \arctg \frac{-X_{C\alpha}}{R_\alpha} = \arctg \frac{-32}{24} = -53,13^\circ; \quad \varphi_\beta = \arctg \frac{X_{L\beta}}{R_\beta} = \arctg \frac{20}{20} = 45^\circ;$$

$$\varphi_\gamma = 90^\circ \text{ (індуктивний елемент).}$$

Для визначення струму джерела скористаємося векторною діаграмою (рис.2.12), де вектори будуються в зазначених масштабах. Першим будемо вектор напруги  $\underline{U}$ . Його початкову фазу приймаємо довільно ( $\psi_u = 0^\circ$ ). Вектори струмів  $\underline{I}_\alpha, \underline{I}_\beta$  і  $\underline{I}_\gamma$  будемо користуючись початковими фазами. Тому що  $\psi_u = 0^\circ$ , початкові фази визначаємо за формулами:

$$\psi_{i_\alpha} = -\varphi_\alpha = 53,13^\circ; \quad \psi_{i_\beta} = -\varphi_\beta = -45^\circ; \quad \psi_{i_\gamma} = -\varphi_\gamma = -90^\circ.$$

За першим законом Кірхгофа (рис.2.11) вектор струму джерела є векторна сума струмів паралельних віток, тобто  $\underline{I} = \underline{I}_\alpha + \underline{I}_\beta + \underline{I}_\gamma$  (рис.2.12). Геометричне складання цих векторів дає на основі вимірів значення струму джерела  $I \approx 9,7 \text{ A}$  і кут зсуву фаз  $\varphi \approx 24^\circ$ .

Точніші результати можна одержати безпосереднє розрахунками, застосовуючи розкладання векторів струмів на активні й реактивні складові: перші – паралельні вектору  $\underline{U}$ , а другі – перпендикулярні до нього. Розклад векторів на складові подано на векторній діаграмі (рис.2.12).

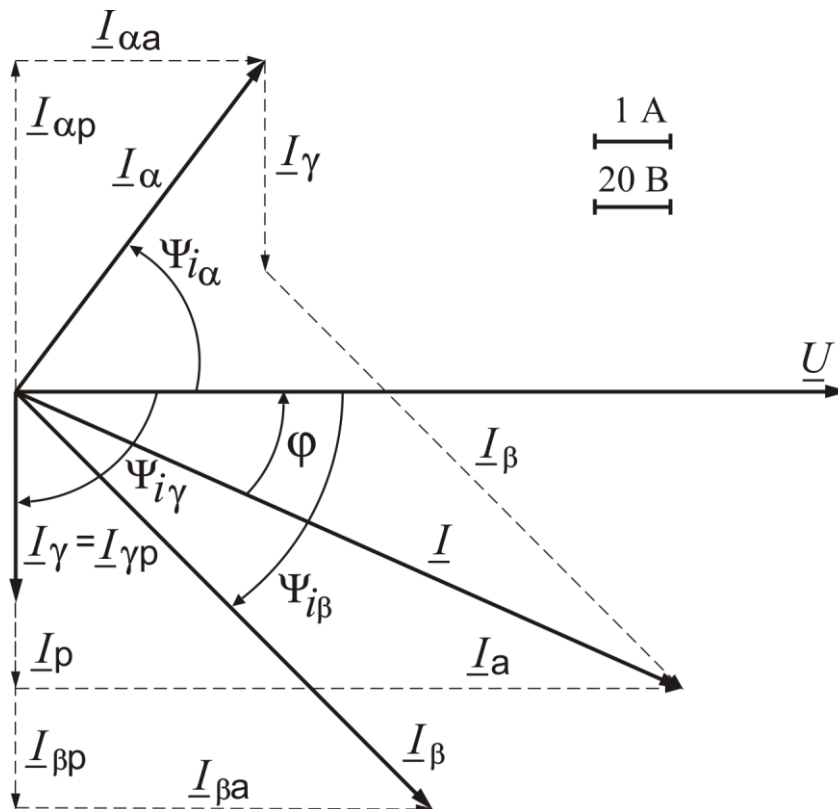


Рисунок 2.12

Активні та реактивні складові струмів споживачів:

$$\begin{aligned}I_{\alpha a} &= I_{\alpha} \cos \psi_{i_{\alpha}} = 5,5 \cos 53,13^{\circ} = 3,3 \text{ A}; \\I_{\beta a} &= I_{\beta} \cos \psi_{i_{\beta}} = 7,78 \cos(-45^{\circ}) = 5,5 \text{ A}; \\I_{\gamma a} &= I_{\gamma} \cos \psi_{i_{\gamma}} = 2,75 \cos(-90^{\circ}) = 0 \text{ A}; \\I_{\alpha p} &= I_{\alpha} \sin \psi_{i_{\alpha}} = 5,5 \sin 53,13^{\circ} = 4,4 \text{ A}; \\I_{\beta p} &= I_{\beta} \sin \psi_{i_{\beta}} = 7,78 \sin(-45^{\circ}) = -5,5 \text{ A}; \\I_{\gamma p} &= I_{\gamma} \sin \psi_{i_{\gamma}} = 2,75 \sin(-90^{\circ}) = -2,75 \text{ A}.\end{aligned}$$

Активна та реактивна складові струму джерела та його діюче значення:

$$\begin{aligned}I_a &= I_{\alpha a} + I_{\beta a} + I_{\gamma a} = 3,3 + 5,5 + 0 = 8,8 \text{ A}; \\I_p &= I_{\alpha p} + I_{\beta p} + I_{\gamma p} = 4,4 - 5,5 - 2,75 = -3,85 \text{ A}; \\I &= \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{8,8^2 + (-3,85)^2} = 9,61 \text{ A}.\end{aligned}$$

Кут фазового зсуву вектора струму  $\underline{I}$  відносно вектора напруги  $\underline{U}$

$$\varphi = -\psi_i = -\arctg \frac{I_p}{I_a} = -\arctg \frac{-3,85}{8,8} = 23,63^{\circ}.$$

Повна, активна та реактивна потужності джерела:

$$\begin{aligned}S &= U \cdot I = 220 \cdot 9,61 = 2114,2 \text{ В} \cdot \text{А}; \quad P = S \cos \varphi = 2114,2 \cdot \cos 23,63^{\circ} = 1936,9 \text{ Вт}; \\Q &= S \sin \varphi = 2114,2 \cdot \sin 23,63^{\circ} = 847,4 \text{ вар}.\end{aligned}$$

Відповідно до балансу активних та реактивних потужностей:

$$\begin{aligned}P &= R_{\alpha} \cdot I_{\alpha}^2 + R_{\beta} \cdot I_{\beta}^2 = 24 \cdot 5,5^2 + 20 \cdot 7,78^2 = 1936,6 \text{ Вт}, \\Q &= -X_{C\alpha} \cdot I_{\alpha}^2 + X_{L\beta} \cdot I_{\beta}^2 + X_{L\gamma} \cdot I_{\gamma}^2 = -32 \cdot 5,5^2 + 20 \cdot 7,78^2 + 80 \cdot 2,75^2 = 847,6 \text{ вар}.\end{aligned}$$

**Приклад 3.** Розрахувати електричне коло за рис.2.3 при змішаному з'єднанні споживачів  $Z_{\alpha}, Z_{\beta}$  і  $Z_{\gamma}$  символічним методом, тобто з використанням комплексних чисел. Напруга джерела енергії  $U=127 \text{ В}$ , її частота  $f=50 \text{ Гц}$ . Параметри ідеальних елементів споживачів:  $R_{\alpha}=8 \text{ Ом}$ ;  $X_{L\alpha}=15 \text{ Ом}$ ;  $R_{\beta}=16 \text{ Ом}$ ;  $X_{C\beta}=12 \text{ Ом}$ ;  $X_{L\gamma}=42 \text{ Ом}$ .

Обсяг розрахунку: а) зобразити електричну схему заміщення за рис.2.3 з ідеальними елементами замість кожного споживача; б) визначити струми в колі, активні та реактивні потужності джерела енергії та споживачів; в) побудувати векторну діаграму напруг і струмів; г) зробити перевірку розв'язання за-

дачі за допомогою векторної діаграми та балансу активних і реактивних потужностей.

**Розв'язання.** Схему заміщення кола за рис.2.3 з ідеальними елементами зображено на рис 2.13. Струми і напруги, а також потужності будемо визначати символічним методом, тому ідеальні елементи, які з'єднані послідовно, об'єднуємо у повні комплексні опори. Від початкової схеми за рис.2.13 переходимо до схеми з комплексними опорами віток (рис.2.14,а), де струми і напруга також зображені у комплексній формі.

Значення комплексних опорів віток у алгебраїчній та показовій формах:

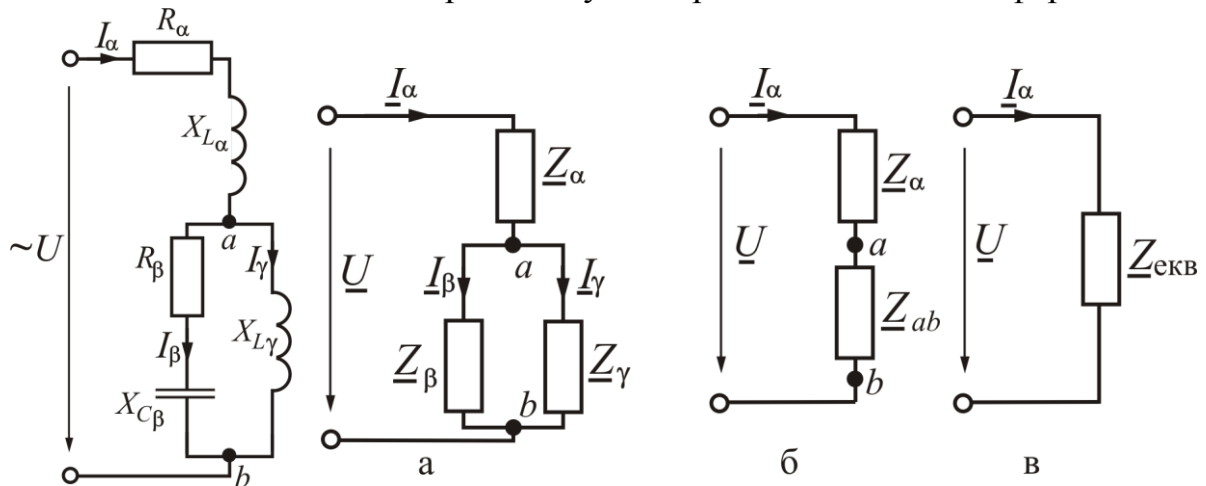


Рисунок 2.13

Рисунок 2.14

$$\underline{Z}_\alpha = R_\alpha + jX_{L\alpha} = 8 + j15 = \sqrt{8^2 + 15^2} \cdot e^{j \arctg \frac{15}{8}} = 17 \cdot e^{j61,93^\circ};$$

$$\underline{Z}_\beta = R_\beta - jX_{C\beta} = 16 - j12 = \sqrt{16^2 + (-12)^2} \cdot e^{j \arctg \frac{-12}{16}} = 20 \cdot e^{-j36,87^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_\gamma = jX_{L\gamma} = j42 = 42 \cdot e^{j \arctg \frac{42}{0}} = 42 \cdot e^{j90^\circ} \text{ Ом}.$$

Ділянку кола з паралельним з'єднанням  $\underline{Z}_\beta$  і  $\underline{Z}_\gamma$  заміняємо еквівалентним комплексним опором

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{ab} &= \frac{\underline{Z}_\beta \cdot \underline{Z}_\gamma}{\underline{Z}_\beta + \underline{Z}_\gamma} = \frac{20 \cdot e^{-j36,87^\circ} \cdot 42 \cdot e^{j90^\circ}}{16 - j12 + j42} = \frac{840 \cdot e^{j53,13^\circ}}{16 + j30} = \frac{840 \cdot e^{j53,13^\circ}}{\sqrt{16^2 + 30^2} \cdot e^{j \arctg \frac{30}{16}}} = \\ &= \frac{840 \cdot e^{j53,13^\circ}}{34 \cdot e^{j61,93^\circ}} = 24,71 \cdot e^{-j8,8^\circ} = 24,71 [\cos(-8,8^\circ) + j \sin(-8,8^\circ)] = 24,42 - j3,78 \text{ Ом} \end{aligned}$$

і одержуємо більш просту схему за рис.2.14,б.

Два послідовно з'єднаних опори  $\underline{Z}_\alpha$  і  $\underline{Z}_{ab}$  за рис.2.14,б заміняємо одним опором, який є еквівалентним опором усього кола (рис.2.14,в).

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{\text{екв}} &= \underline{Z}_{\alpha} + \underline{Z}_{ab} = 8 + j15 + 24,42 - j3,78 = 32,42 + j11,22 = \\ &= \sqrt{32,42^2 + 11,22^2} \cdot e^{j \arctg \frac{11,22}{32,42}} = 34,3 \cdot e^{j19,09^{\circ}} \text{ Ом.}\end{aligned}$$

Комплексне значення напруги джерела  $\underline{U} = U \cdot e^{j\psi_u} = 127 \cdot e^{j0^{\circ}} = 127 \text{ В}$ , якщо початкову фазу цієї напруги прийняти  $\psi_u = 0^{\circ}$ .

Струм джерела за законом Ома (рис.2.14,в)

$$\underline{I}_{\alpha} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{екв}}} = \frac{127 \cdot e^{j0^{\circ}}}{34,3 \cdot e^{j19,09^{\circ}}} = 3,7 \cdot e^{-j19,09^{\circ}} = 3,5 - j1,21 \text{ А.}$$

Напруга на споживачеві  $\underline{Z}_{\alpha}$  (рис.2.14,б)

$$\underline{U}_{\alpha} = \underline{Z}_{\alpha} \cdot \underline{I}_{\alpha} = 17 \cdot e^{j61,93^{\circ}} \cdot 3,7 \cdot e^{-j19,09^{\circ}} = 62,9 \cdot e^{j42,84^{\circ}} = 46,1 + j42,8 \text{ В.}$$

Напруга на затискачах  $a-b$  (рис.2.14,б) і, відповідно, на споживачах  $\underline{Z}_{\beta}$  і  $\underline{Z}_{\gamma}$  (рис.2.14,а)

$$\underline{U}_{ab} = \underline{Z}_{ab} \cdot \underline{I}_{\alpha} = 24,71 \cdot e^{-j8,8^{\circ}} \cdot 3,7 \cdot e^{-j19,09^{\circ}} = 91,4 \cdot e^{-j27,89^{\circ}} = 80,8 - j42,8 \text{ В.}$$

Струми у паралельних вітках (рис.2.14,а):

$$\underline{I}_{\beta} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{\beta}} = \frac{91,4 \cdot e^{-j27,89^{\circ}}}{20 \cdot e^{-j36,87^{\circ}}} = 4,57 \cdot e^{j8,98^{\circ}} = 4,51 + j0,71 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{\gamma} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{\gamma}} = \frac{91,4 \cdot e^{-j27,89^{\circ}}}{42 \cdot e^{j90^{\circ}}} = 2,18 \cdot e^{-j117,89^{\circ}} = -1,02 - j1,93 \text{ А.}$$

Перевірка струмів за першим законом Кірхгофа (рис.2.14,а):  $\underline{I}_{\beta} + \underline{I}_{\gamma} = \underline{I}_{\alpha}$  ;  $4,51 + j0,71 - 1,02 - j1,93 = 3,49 - j1,22 \text{ А}$  (знайдене раніше  $\underline{I}_{\alpha} = 3,5 - j1,21 \text{ А}$ ).

Перевірка напруг за другим законом Кірхгофа (рис.2.14,а):  $\underline{U}_{\alpha} + \underline{U}_{ab} = \underline{U}$  ;  $46,1 + j42,8 + 80,8 - j42,8 = 126,9 \text{ В}$  (прийняте  $U = 127 \text{ В}$ ).

Невелика різниця в значеннях обумовлена округленням при розрахунках.

Співвідношення напруг  $\underline{U} = \underline{U}_{\alpha} + \underline{U}_{ab}$  і струмів  $\underline{I}_{\alpha} = \underline{I}_{\beta} + \underline{I}_{\gamma}$  зображено на рис.2.15 за допомогою векторної діаграми в зазначених масштабах. Будова діаграми виконується за діючими значеннями струмів і напруг та їх початковими фазами. Діюче значення напруги і струму визначається як модуль, а початкова фаза є аргумент у показовій формі кожного комплексного числа, яке визначає струм або напругу.

Діючі значення струмів і напруг та їхні початкові фази:  $I_{\alpha} = 3,7 \text{ А}$  ;  $\psi_{i_{\alpha}} = -19,09^{\circ}$  ;  $I_{\beta} = 4,57 \text{ А}$  ;  $\psi_{i_{\beta}} = 8,98^{\circ}$  ;  $I_{\gamma} = 2,18 \text{ А}$  ;  $\psi_{i_{\gamma}} = -117,89^{\circ}$  ;  $U_{\alpha} = 62,9 \text{ В}$  ;  $\psi_{u_{\alpha}} = 42,84^{\circ}$  ;  $U_{ab} = 91,4 \text{ В}$  ;  $\psi_{U_{ab}} = -27,89^{\circ}$  ;  $U = 127 \text{ В}$  ;  $\psi_u = 0^{\circ}$ .

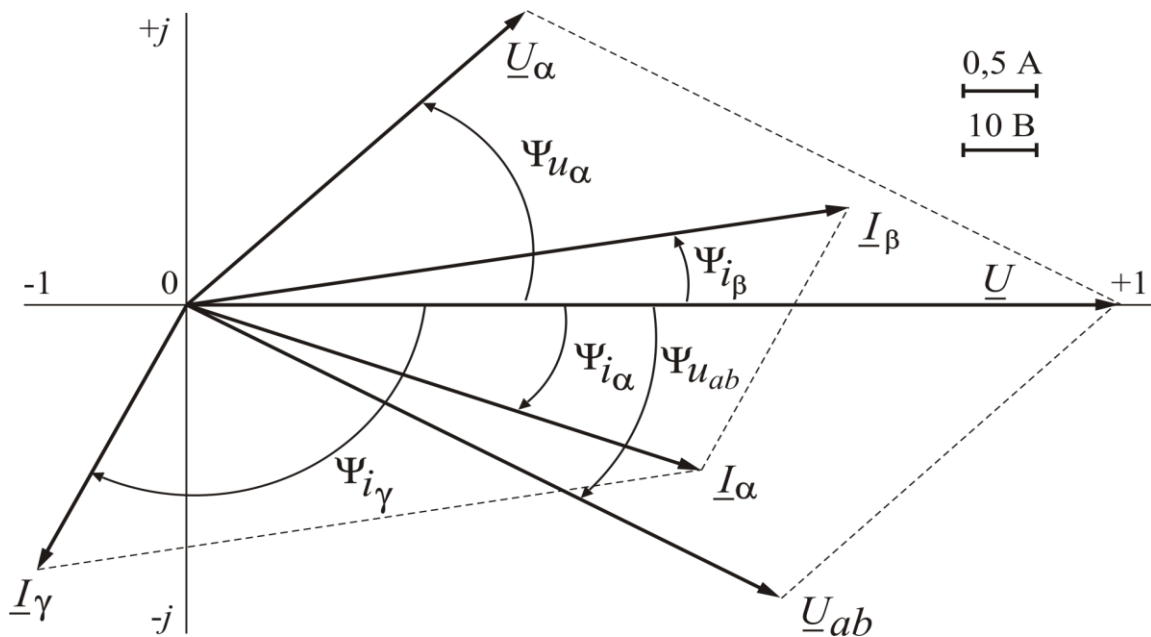


Рисунок 2.15

Векторна діаграма може також бути побудована за дійсними та уявними частинами комплексних діючих значень струмів та напруг:

$$\underline{I}_\alpha = 3,5 - j1,21 \text{ A}; \quad \underline{I}_\beta = 4,51 + j0,71 \text{ A}; \quad \underline{I}_\gamma = -1,02 - j1,93 \text{ A};$$

$$\underline{U}_\alpha = 46,1 + j42,8 \text{ В}; \quad \underline{U}_{ab} = 80,8 - j42,8 \text{ В}; \quad \underline{U} = 127 \text{ В},$$

де дійсні значення величин:

$$I'_\alpha = 3,5 \text{ A}; \quad I'_\beta = 4,51 \text{ A}; \quad I'_\gamma = -1,02 \text{ A}; \quad U'_\alpha = 46,1 \text{ В}; \quad U'_{ab} = 80,8 \text{ В}; \quad U' = 127 \text{ В},$$

уявні значення величин:

$$I''_\alpha = -1,21 \text{ A}; \quad I''_\beta = 0,71 \text{ A}; \quad I''_\gamma = -1,93 \text{ A}; \quad U''_\alpha = 42,8 \text{ В}; \quad U''_{ab} = -42,8 \text{ В}; \quad U'' = 0 \text{ В}.$$

Комплексна потужність джерела енергії  $\underline{S}_{\text{дж}} = \underline{U} \cdot \underline{I}_\alpha^* = P_{\text{дж}} + jQ_{\text{дж}}$  визначається як добуток комплексів напруги і спряженого струму джерела енергії, які визначаються у показовій (або в алгебраїчній) формі.

Спряжений комплекс струму  $\underline{I}_\alpha^* = \underline{I}_\alpha \cdot e^{-j\psi_{i\alpha}}$  визначається з вихідного  $\underline{I}_\alpha = \underline{I}_\alpha \cdot e^{j\psi_{i\alpha}}$  зміною знака у показнику (або перед уявній частиною, якщо використовується алгебраїчна форма комплексного числа).

Підставимо комплекси напруги і спряженого комплексу струму джерела і проведемо перетворення:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{\text{дж}} &= \underline{U} \cdot \underline{I}_\alpha^* = 127 \cdot 3,7 \cdot e^{j19,09^\circ} = 469,9 \cdot e^{j19,09^\circ} = \\ &= 469,9 \cdot (\cos 19,09^\circ + j \sin 19,09^\circ) = 444,1 + j153,7 \text{ В} \cdot \text{А}, \end{aligned}$$

де повна потужність  $S_{\text{дж}} = 469,9 \text{ В} \cdot \text{А}$  є модуль у показовій формі комплексної потужності, а потужності: активна  $P_{\text{дж}} = 444,1 \text{ Вт}$  і реактивна  $Q_{\text{дж}} = 153,7 \text{ вар}$  – дійсна і уявна частини з алгебраїчної форми комплексного числа.

Аналогічно визначаються потужності споживачів:

$$\underline{S}_{\alpha} = \underline{U}_{\alpha} \cdot \underline{I}_{\alpha}^* = 62,9 \cdot e^{j42,84^{\circ}} \cdot 3,7 \cdot e^{j19,09^{\circ}} = 232,7 \cdot e^{j61,93^{\circ}} = 109,5 + j205,3 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_{\beta} = \underline{U}_{ab} \cdot \underline{I}_{\beta}^* = 91,4 \cdot e^{-j27,89^{\circ}} \cdot 4,57 \cdot e^{-j8,98^{\circ}} = 417,7 \cdot e^{-j36,87^{\circ}} = 334,2 - j250,6 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_{\gamma} = \underline{U}_{ab} \cdot \underline{I}_{\gamma}^* = 91,4 \cdot e^{-j27,89^{\circ}} \cdot 2,18 \cdot e^{j117,89^{\circ}} = 199,3 \cdot e^{j90^{\circ}} = j199,3 \text{ В} \cdot \text{А},$$

де  $\underline{I}_{\alpha}^*, \underline{I}_{\beta}^*, \underline{I}_{\gamma}^*$  – спряжені струми споживачів;

активні потужності споживачів:  $P_{\alpha} = 109,5 \text{ Вт}$ ;  $P_{\beta} = 334,2 \text{ Вт}$ ;  $P_{\gamma} = 0$ ,

реактивні потужності споживачів:  $Q_{\alpha} = 205,3 \text{ вар}$ ;  $Q_{\beta} = -250,6 \text{ вар}$ ;

$Q_{\gamma} = 199,3 \text{ вар}$ .

Рівняння балансу активних потужностей

$$P_{\text{дж}} = P_{\alpha} + P_{\beta} + P_{\gamma}; \quad 444,1 \text{ Вт} \approx 109,5 + 334,2 + 0 = 443,7 \text{ Вт}.$$

Рівняння балансу реактивних потужностей

$$Q_{\text{дж}} = Q_{\alpha} + Q_{\beta} + Q_{\gamma}; \quad 153,7 \text{ вар} \approx 205,3 - 250,6 + 199,3 = 154 \text{ вар}.$$

**Приклад 4.** В трифазну мережу з лінійною напругою  $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$  увімкнено симетричне навантаження, яке з'єднується “зіркою”. Навантаження складається з двох послідовно з'єднаних споживачів  $Z_{\alpha}, Z_{\beta}$  у кожній фазі з параметрами  $R_{\alpha} = 16 \text{ Ом}$ ;  $X_{L\alpha} = 30 \text{ Ом}$ ;  $R_{\beta} = 22,1 \text{ Ом}$ ;  $X_{C\beta} = 8 \text{ Ом}$ .

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему заміщення трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б) визначити фазні і лінійні струми, а також споживані активну та реактивну потужності; в) побудувати векторну діаграму.

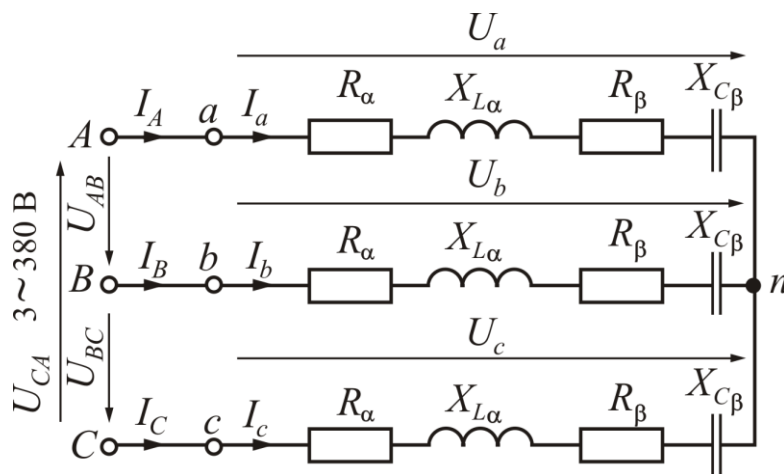


Рисунок 2.16

**Розв'язання.** На рис.2.16 зображена схема заміщення трифазного кола при з'єднанні навантаження “зіркою”.

$$\text{Фазні напруги у мережі } U_{\phi} = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

При симетричному навантаженні фазні напруги на споживачах дорівнюють фазним напругам мережі  $U_{\phi}$ , тобто  $U_a = U_b = U_c = U_{\phi} = 220 \text{ В}$ .

Повній опір кожної фази

$$Z_{\phi} = \sqrt{(R_{\alpha} + R_{\beta})^2 + (X_{L\alpha} - X_{C\beta})^2} = \sqrt{(16 + 22,1)^2 + (30 - 8)^2} = 44 \text{ Ом.}$$

Фазовий зсув між фазними напругою і струмом у кожній фазі

$$\varphi = \arctg \frac{X_{L\alpha} - X_{C\beta}}{R_{\alpha} + R_{\beta}} = \arctg \frac{30 - 8}{16 + 22,1} = 30^{\circ}.$$

Фазні та лінійні струми:

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{220}{44} = 5 \text{ А}; \quad I_a = I_b = I_c = I_{\phi} = 5 \text{ А}; \quad I_A = I_B = I_C = I_{л} = I_{\phi} = 5 \text{ А.}$$

Активна та реактивна потужності усього кола:

$$P_Y = 3P_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi}\cos\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 5 \cdot \cos 30^{\circ} = 2858 \text{ Вт,}$$

$$Q_Y = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi}\sin\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 5 \cdot \sin 30^{\circ} = 1650 \text{ вар.}$$

Векторна діаграма зображена на рис.2.17. Вона будується таким чином. Вибираємо масштаби струмів та напруг і початкову фазу  $\psi_{U_A} = 0^{\circ}$  вектора напруги  $\underline{U}_A$  та по горизонтальній осі проводимо цей вектор. Вектори фазних напруг споживачів  $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c$  при симетричному навантаженні дорівнюють векторам напруг мережі  $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$  і створюють трифазну симетричну систему,

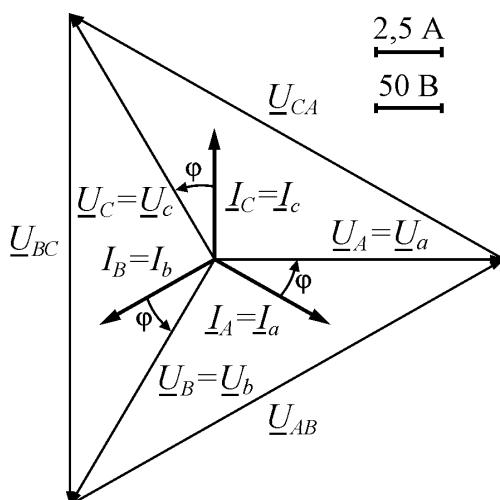


Рисунок 2.17

тобто мають однакові діючі значення і зсунуті за фазою одна відносно одної на кут  $120^{\circ}$ . Вектор напруги  $\underline{U}_B$  відстає від вектора  $\underline{U}_A$  на кут  $120^{\circ}$ , тому він повертається на цей кут за рухом годинникової стрілки, а вектор напруги  $\underline{U}_C$  випереджає вектор  $\underline{U}_A$  на кут  $120^{\circ}$ , тому він повертається на цей кут проти руху годинникової стрілки.

Вектори лінійних напруг  $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$  будуюмо з використанням другого закону Кірхгофа за формулами:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A,$$

тобто з'єднаємо кінці векторів напруг  $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$  між собою і одержимо вектори лінійних напруг, як це зображено на рис.2.17.

Кожний фазний струм відстає від своєї фазної напруги на кут  $\varphi=30^\circ$ , тому він повертається за рухом годинникової стрілки на цей кут відносно своєї фазної напруги.

**Приклад 5.** В трифазну мережу з лінійною напругою  $U_L=380$  В увімкнено симетричне навантаження, яке з'єднується “трикутником”. Навантаження складається з двох послідовно з'єднаних споживачів  $Z_\alpha, Z_\gamma$  у кожній фазі з параметрами  $R_\alpha=20$  Ом;  $R_\gamma=10$  Ом;  $X_{C\gamma}=30$  Ом.

Обсяг розрахунку: а) зобразити схему заміщення трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б) визначити фазні і лінійні струми, а також споживані активну та реактивну потужності; в) побудувати векторну діаграму.

**Розв'язання.** На рис.2.18 зображена схема заміщення трифазного кола при з'єднанні споживачів “трикутником”.

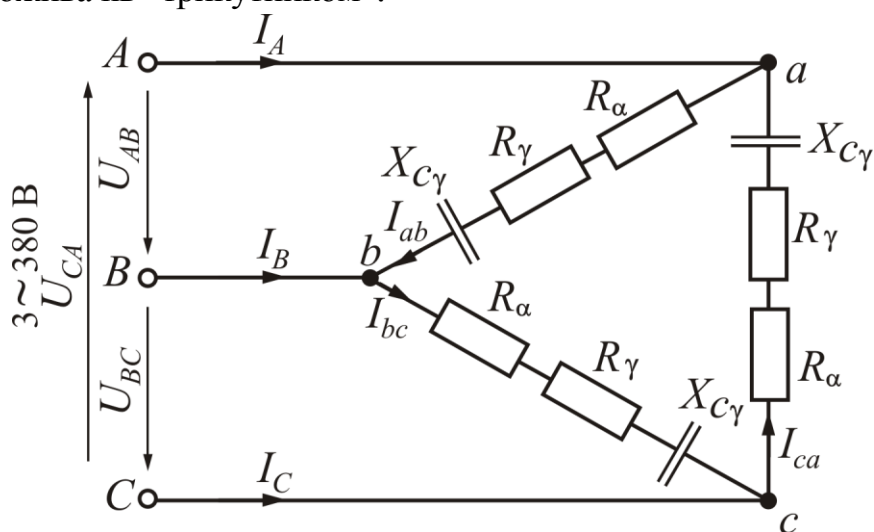


Рисунок 2.18

Повний опір кожної фази

$$Z_\phi = \sqrt{(R_\alpha + R_\gamma)^2 + (-X_{C\gamma})^2} = \sqrt{(20 + 10)^2 + (-30)^2} = 42,43 \text{ Ом.}$$

Фазовий зсув між фазними напругою і струмом у кожній фазі

$$\varphi = \arctg \frac{-X_{C\gamma}}{R_\alpha + R_\gamma} = \arctg \frac{-30}{20 + 10} = -45^\circ.$$

При з'єднанні споживачів у “трикутник” фазні напруги  $U_{ab}, U_{bc}, U_{ca}$  співпадають з відповідними лінійними напругами мережі  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$ ,

тому фазні напруги споживачів  $U_\phi = U_\pi = 380$  В.

$$\text{Фазні струми: } I_\phi = \frac{U_\phi}{Z_\phi} = \frac{380}{42,43} = 8,96 \text{ А}; \quad I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_\phi = 8,96 \text{ А.}$$

$$\text{Лінійні струми: } I_A = I_B = I_C = I_\pi = \sqrt{3}I_\phi = \sqrt{3} \cdot 8,96 = 15,52 \text{ А.}$$

Активна та реактивна потужності усього кола:

$$P_\Delta = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos\varphi = 3 \cdot 380 \cdot 8,96 \cdot \cos(-45)^\circ = 7222 \text{ Вт};$$

$$Q_\Delta = 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin\varphi = 3 \cdot 380 \cdot 8,96 \cdot \sin(-45)^\circ = -7222 \text{ вар.}$$

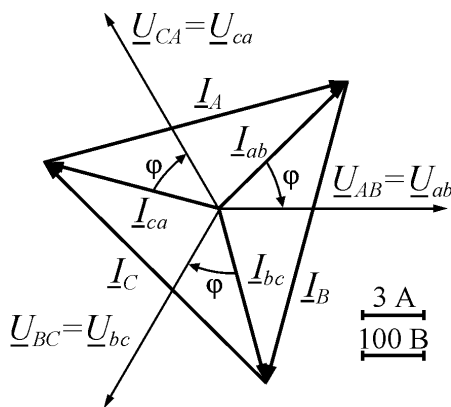


Рисунок 2.19

Векторна діаграма зображена на рис.2.19. Діаграма будується таким чином. Визначаємо масштаби струмів та напруг і вибираємо початкову фазу  $\Psi_{U_{AB}} = 0^\circ$  вектора напруги  $\underline{U}_{AB}$  та по горизонтальній осі проводимо цей вектор. Вектори лінійних напруг мережі  $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$  (які також є фазними напругами на споживачах  $\underline{U}_{ab}, \underline{U}_{bc}, \underline{U}_{ca}$ ) створюють трифазну симетричну систему, тобто вони мають однакові діючі значення і зсунуті за фазою одна відносно одної на кут  $120^\circ$ . Вектор напруги  $\underline{U}_{BC}$  відстає від вектора

$\underline{U}_{AB}$  на кут  $120^\circ$ , тому він повертається на цей кут за рухом годинникової стрілки, а вектор напруги  $\underline{U}_{CA}$  випереджає вектор  $\underline{U}_{AB}$  на кут  $120^\circ$ , тому він повертається на цей кут проти руху годинникової стрілки.

Кожний вектор фазного струму  $\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$  випереджає свій фазний вектор напруги на кут  $\varphi = -45^\circ$ , тому він повертається проти руху годинникової стрілки на цей кут відносно фазної напруги.

Вектори лінійних струмів  $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$  будуємо з використанням першого закону Кірхгофа за формулами:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}, \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc},$$

тобто з'єднаємо кінці векторів струмів  $\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$  між собою і одержимо вектори лінійних струмів, як це зображено на рис.2.19.

**Приклад 6.** В трифазну мережу з лінійною напругою  $U_\pi = 380$  В увімкнено несиметричне навантаження споживачів  $Z_\alpha, Z_\beta$  і  $Z_\gamma$  зіркою з нейтраллю (по одному споживачу в кожену фазу). Параметри споживачів:  $R_\alpha = 12$  Ом,  $X_{L\alpha} = 16$  Ом,  $R_\beta = 32$  Ом,  $X_{C\beta} = 24$  Ом,  $X_{L\gamma} = 20$  Ом.

**Обсяг розрахунку:** а) зобразити електричну схему трифазного кола з ідеальними елементами замість споживачів; б) визначити фазні і лінійні струми, а також струм у нейтральному проводі; в) визначити споживані активну та реактивну потужності; г) побудувати векторну діаграму.

**Розв'язання.** На рис.2.20 зображена електрична схема трифазного кола.

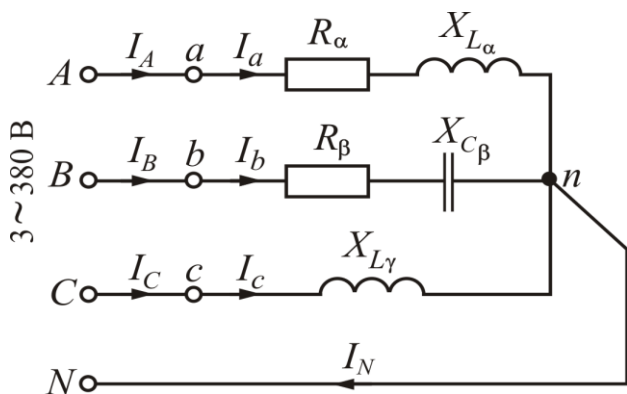


Рисунок 2.20

Фазні напруги мережі

$$U_A = U_B = U_C = U_\phi = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

За наявності нейтрального проводу фазні напруги мережі дорівнюють фазним напругам на споживачах:

$$U_A = U_a; U_B = U_b; U_C = U_c.$$

$$U_a = U_b = U_c = U_\phi = 220 \text{ В.}$$

Повні опори й кути зсуву фаз навантаження:

$$Z_\alpha = \sqrt{R_\alpha^2 + X_{L\alpha}^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ Ом}, Z_\beta = \sqrt{R_\beta^2 + (-X_{C\beta})^2} = \sqrt{32^2 + (-24)^2} = 40 \text{ Ом},$$

$$Z_\gamma = X_{L\gamma} = 20 \text{ Ом}, \varphi_\alpha = \arctg \frac{X_{L\alpha}}{R_\alpha} = \arctg \frac{16}{12} = 53,13^\circ;$$

$$\varphi_\beta = \arctg \frac{-X_{C\beta}}{R_\beta} = \arctg \frac{-24}{32} = -36,87^\circ; \varphi_\gamma = 90^\circ.$$

Діючі значення фазних струмів, які дорівнюють лінійним,

$$I_a = I_A = \frac{U_a}{Z_\alpha} = \frac{220}{20} = 11 \text{ А}, I_b = I_B = \frac{U_b}{Z_\beta} = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ А}, I_c = I_C = \frac{U_c}{Z_\gamma} = \frac{220}{20} = 11 \text{ А.}$$

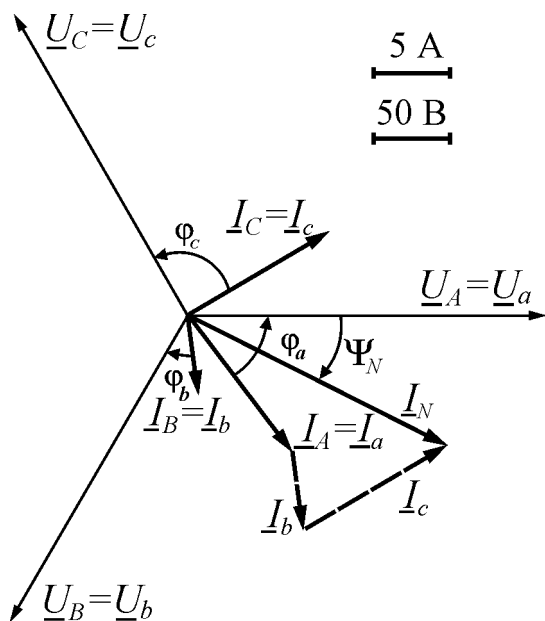


Рисунок 2.21

Побудуємо векторну діаграму (рис.2.21). Приймаємо початкову фазу напруги для фази А  $\psi_{U_A} = 0^\circ$  і будуємо векторну діаграму напруг і струмів, як у прикладі 4. Визначаємо діюче значення струму в нейтральному проводі ( $I_N = I_a + I_b + I_c$ ) прямим вимірюванням довжини вектора  $I_N$  і множенням її на масштаб струму ( $I_N = 19 \text{ А}$ ). Початкова фаза струму нейтрального проводу, яка визначена за допомогою транспортира, дорівнює  $\psi_{i_N} = -27,5^\circ$ .

Можна перевірити здобуті результати, звернувшись до символічного методу.

Фазні синусоїдні напруги утворюють трифазну симетричну систему:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_a = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_B = \underline{U}_b = 220 e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_C = \underline{U}_c = 220 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Комплексні повні опори фаз споживачів:

$$\underline{Z}_\alpha = Z_\alpha e^{j\varphi_\alpha} = 20 e^{j53,13^\circ} \text{ В}, \quad \underline{Z}_\beta = Z_\beta e^{j\varphi_\beta} = 40 e^{-j36,87^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{Z}_\gamma = Z_\gamma e^{j\varphi_\gamma} = 20 e^{j90^\circ} \text{ В}.$$

Лінійні і фазні струми:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_\alpha} = \frac{220 e^{j0^\circ}}{20 e^{j53,13^\circ}} = 11 e^{-j53,13^\circ} = 6,6 - j8,8 \text{ А};$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_\beta} = \frac{220 e^{-j120^\circ}}{40 e^{-j36,87^\circ}} = 5,5 e^{-j83,13^\circ} = 0,66 - j5,46 \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_\gamma} = \frac{220 e^{j120^\circ}}{20 e^{j90^\circ}} = 11 e^{j30^\circ} = 9,53 + j5,5 \text{ А},$$

де діючі значення фазних струмів, які дорівнюють лінійним,

$$I_a = I_A = 11 \text{ А}; \quad I_b = I_B = 5,5 \text{ А}; \quad I_c = I_C = 11 \text{ А};$$

початкові фази струмів:

$$\psi_{i_a} = -53,13^\circ; \quad \psi_{i_b} = -83,13^\circ; \quad \psi_{i_c} = 30^\circ.$$

Струм в нейтральному проводі

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 6,6 - j8,8 + 0,66 - j5,46 + 9,53 + j5,5 = 16,79 - j8,76 =$$

$$= 18,94 e^{-j27,55^\circ} \text{ А},$$

де діюче значення струму в нейтральному проводу  $I_N = 18,94 \text{ А}$ , а його початкова фаза  $\psi_{i_N} = -27,55^\circ$ .

Як видно, розрахункові значення струму та його початкової фази практично збігаються зі значеннями, здобутими із векторної діаграми.

Активна та реактивна потужності усього кола:

$$P = P_\alpha + P_\beta + P_\gamma = U_a \cdot I_a \cdot \cos\varphi_\alpha + U_b \cdot I_b \cdot \cos\varphi_\beta + U_c \cdot I_c \cdot \cos\varphi_\gamma =$$

$$= 220 \cdot 11 \cdot \cos 53,13^\circ + 220 \cdot 5,5 \cdot \cos(-36,87^\circ) + 220 \cdot 11 \cdot \cos 90^\circ = 2420 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_\alpha + Q_\beta + Q_\gamma = U_a \cdot I_a \cdot \sin\varphi_\alpha + U_b \cdot I_b \cdot \sin\varphi_\beta + U_c \cdot I_c \cdot \sin\varphi_\gamma =$$

$$= 220 \cdot 11 \cdot \sin 53,13^\circ + 220 \cdot 5,5 \cdot \sin(-36,87^\circ) + 220 \cdot 11 \cdot \sin 90^\circ = 3630 \text{ Вт}.$$

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Данько В.Г., Милых В.И., Черкасов А.К. Расчет электрических цепей: Учеб. пособие. – К.: УМК ВО, 1992. – 124 с.
2. Расчет линейных электрических цепей / Данько В.Г., Карпенко Ф.Т., Милых В.И., Черкасов А.К. – Харьков: ХПИ, 1992. – 88 с.
3. Електротехніка: Навчальний посібник / В.Г.Данько, В.І.Мілих, А.К.Черкасов, В.Ф.Болюх. – К.:НМК ВО, 1990. – 264 с.
4. Электротехника: Программир. учеб. пособие для неэлектротехнич. спец.вузов / Герасимов В.Г., Зайдель Х.Э., Коген-Далин В.В. и др. Под ред. В.Г.Герасимова. – М.: Высш.шк., 1983. – 480 с.
5. Трегуб А.П. Электротехника / Под ред. Е.В. Кузнецова. – К.: Вища шк., 1987. – 600 с.
6. Касаткин А.С., Немцов В.М. Электротехника. – М.: Энергоатомиздат, 1993. – 440 с.
7. В.Г.Данько, В.І.Мілих, Ф.Т.Карпенко, В.С.Марков. Збірник задач з електротехніки: Навчальний посібник / За ред. В.Г.Данька. – Харків: НТУ «ХПІ», 2004. – 119 с.